

A CONSTRUÇÃO DE RELAÇÕES ESPACIAIS POR CRIANÇAS DE 7 A 10 ANOS

Projeto Espaço e Forma¹

*Relato de professoras da Escola Dr. Edmundo de Carvalho²
da rede pública estadual de São Paulo.*

Resumo

Este relato nos traz algumas experiências de professores que participaram de um projeto que tinha como objetivo central investigar aspectos relativos ao ensino e à aprendizagem de Geometria por crianças de 7 a 10/11 anos e, ainda, buscar alternativas de abordagens na sala de aula, que levassem em conta as possibilidades dessas crianças na construção das noções de espaço e forma.

Palavras-chave

Geometria. Relações espaciais. Investigação. Conhecimentos prévios.

1. Introdução

Durante os anos de 1996 a 1998, um grupo de professores do Centro das Ciências Exatas e Tecnologia da PUC/SP e do CEFAM³ que funciona junto à EEPG Dr. Edmundo de Carvalho desenvolveram o projeto “Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental”, dentro do Programa Ensino Público da FAPESP².

Na 1ª fase do projeto – 2º Semestre de 1996 – os professores participaram de reuniões de estudo para discutir a fundamentação teórica do trabalho com Geometria; também nesta fase, procedeu-se a um levantamento de suas representações fren-

te à Geometria e ao seu ensino, a uma discussão do trabalho que vinha sendo realizado e a entrevistas com as crianças para levantamento de seus conhecimentos prévios; os professores tiveram também, seus primeiros contatos com computadores.

Na 2ª fase do projeto - 1997 - fizemos um plano de trabalho para cada série, discutimos a seleção e a organização de conteúdos; quinzenalmente nos reunimos para elaborar atividades a serem trabalhadas com crianças e avaliar os resultados das propostas desenvolvidas em sala de aula; continuamos participando dos laboratórios para uso do computador; os alunos do CEFAM, em especial, receberam orientações para acompanhar o trabalho nas salas de aula.

Na 3ª fase – 1º semestre de 1998 – os professores das séries iniciais e do CEFAM continuaram se reunindo para discutir o trabalho realizado, mas o foco de atenção foi a sistematização da observação de como as crianças constroem conhecimentos geométricos, e também com relação às concepções das alunas do CEFAM frente à Geometria e ao seu ensino.

A característica principal deste projeto foi o envolvimento de professores de diferentes níveis de escolaridade: professores da PUC, professores de futuros professores, do CEFAM; professores que trabalham nas

séries iniciais, e ainda, e alunos do CEFAM. Todos empenhados em compreender o processo ensino - aprendizagem de um assunto matemático específico, a Geometria.

As reuniões de estudo foram realizadas na própria escola e no Centro de Ciências Exatas e Tecnologia da PUC; um ponto muito importante nesse processo foi a montagem, na escola, de um pequeno laboratório com cinco computadores e outros recursos para o apoio de professores e alunos.

O projeto apostou na eficácia da formação de professores pela via da “pesquisa”, não no sentido puramente acadêmico, mas para explicitar nossas representações a respeito da Geometria e do seu ensino, levantar e testar hipóteses a respeito de como as crianças constroem noções geométricas, propor e experimentar soluções inovadoras, analisar resultados de produção dos alunos e perceber que a didática não se faz sem esse tipo de investigação.

Analisando os resultados esperados e os resultados obtidos, podemos perceber uma significativa melhora no desempenho dos alunos das séries iniciais e do CEFAM em geometria, pois com o projeto nós professores passamos a gerenciar o tempo reservando sempre um período na semana, para essas aulas. Além disso, conseguimos um bom domínio dos

¹ Financiado dentro do Programa Ensino Público da Fapesp, processo nº 1996/2517-3 e FAP-PUC/SP. Coordenação: Tania M. M. Campos

² Professoras da Escola Dr. Edmundo de Carvalho que participaram deste projeto e foram bolsistas da FAPESP: Cláudia Vanessa S. T. de Souza, Cleonice Carpigiani Ribeiro, Eni Aparecida Aliberta Galego, Eunice Aparecida da S. Simão, Eunice Ramos, Ivani Marques Amaral Messina, Lucila Livia S. a Angeli, Maria Aurea Linhares, Maria Cecília Corassa, Maria Cecília F. Rangel, Maria Lúcia de L. Drumond, Regiane C. Rondon, Rosa Maria M. de Souza, Silmara Gregório, Sueli C. C. Nogueira Cobra, Tatiana Simões Lourenço, Thais Ramos Nucci Zanetti, Telma Furquim Folegatti.

³ CEFAM Centro de Formação e Aperfeiçoamento de Magistério.

CAMARA, M. *Efeitos de uma sequência didática para a construção do conceito de perímetro no 2º ciclo do Ensino Fundamental. Anais do XIV Encontro de Pesquisa Educacional do Nordeste: Avaliação Institucional*. 1999, GE 19, nº 11.

COMITI, C. *Reflexões didáticas sobre o ensino da geometria: Notas de curso não publicadas*. Carpina, 1999.

DOUADY, R. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet, in Recherche en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, v.7,2., La pensée sauvage, éditeur, 1986.

JODELET, D. *Représentations sociales : un domaine en expansion*. Paris: PUF, 1989.

LORENZATTO, S. *Por que não ensinar geometria? In A Educação Matemática em Revista, Sociedade Brasileira de Educação Matemática*, 1995, nº 4, pp. 3-13.

MAIA, L. *Les représentations des enseignants sur les mathématiques : l'exemple des pourcentages. Mémoire de DEA en Sciences de l'Éducation*, Paris: Université René Descartes Paris V., 1993.

MAIA, L. *Les représentations des mathématiques et de leur enseignement: exemple des pourcentages. Tese de doutorado*. Lille: Universitaires du Septentrion, 1997.

MOSCOVICI, S. *La psychanalyse, son image et son public*, Paris: PUF, 1961.

PORTUGAIS, J. *Didactique des mathématiques et formation des enseignants*, Berne, Peter Lang, 1995.

ROBERT, A., ROBINET, J. *Représentations des enseignants de mathématiques sur les mathématiques et leur enseignement*, Paris: IREM, Université de Paris VII, 1989. Cahier de Didirem, V, 1.

SCHUBRING, G. et all. *Les mythes historiques, sociaux et culturels des mathématiques: leur impact sur l'éducation*. Paris: IREM, Université Paris VII, 1993.

VERGNAUD, G. *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Berne, Francfort: Lang, 1981.

VERGNAUD, G. *La théorie des champs conceptuels*. In : *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, vol. 10, nº23, pp 133-170, 1990

VERGNAUD, G. *Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schème et de champ conceptuel in Vingt des didactiques des mathématiques EDS: M. Artigue et coll.*, La Pensée Sauvage, Grenoble: pp. 177-191, 1994a.

VERGNAUD, G. & LABORDE, C., *L'apprentissage et l'enseignement des mathématiques*. In VERGNAUD, G., (org), *Apprentissages et didactiques où en est-on?* 1994.



Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática

22 a 25 de Novembro de 2000

Cumprindo com suas metas de campanha, a DNE promoverá o I Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, com o objetivo de fortalecer o intercâmbio entre grupos que se dedicam a pesquisas no campo da Educação Matemática.

Pretende-se assim, divulgar as pesquisas brasileiras no âmbito da educação matemática, proporcionando à comunidade conhecer as investigações existentes e em andamento, consolidando e dando visibilidade aos grupos de pesquisa.

Durante o seminário os pesquisadores reunir-se-ão em Grupos de Trabalho que discutirão os seguintes temas:

- Educação Matemática nas Séries Iniciais do Ensino Fundamental
- Educação Matemática nas Séries Finais do Ensino Fundamental
- Educação Matemática no Ensino Médio
- Educação Matemática no Ensino Superior
- Educação Matemática, História e Cultura
- Educação Matemática: Novas Tecnologias e Ensino a Distância
- Formação de Professores que Ensinam Matemática
- Avaliação em Educação Matemática
- Processos Cognitivos e Lingüísticos na Educação Matemática
- Modelagem

Mais informações:

e-mail: sbem@exatas.pucsp.br

Das 180 palavras diferentes que foram associadas à geometria pelos professores e das 233, pelos alunos, apenas 35 são conteúdos realmente ensinados. Podemos observar, que alguns conteúdos se repetem em todas as séries, como é o caso de *ângulo* e *polígonos*. *Área*, *reta*, e *figura* (ou figuras planas) são conteúdos de pelo me-

nos três das quatro séries do ensino fundamental. Parece-nos que tais conteúdos expressam um ensino da geometria mais voltado para conteúdos, propriamente geométricos. Na lista de conteúdos apresentados, a geometria, enquanto experiência sensível, está pouco presente. Não podemos, entretanto, deixar de considerar que con-

teúdos como, triângulo, quadrado, quadrilátero, retângulo, embora sejam formalmente considerados como objetos geométricos, não refletem, de uma certa maneira, a preocupação em situar o ensino da geometria ao estudo das formas, elemento presente de maneira importante nas representações identificadas. na realidade vivida.

Conclusão

Os resultados parciais nos levam a reforçar a convicção sobre a pertinência de um estudo sobre as representações sociais no campo educativo e, no domínio específico da matemática.

Em primeiro lugar, se os resultados que motivaram esta pesquisa indicavam apenas pistas sobre a presença das duas representações da geometria, agora, nós a temos bem definidas. Apesar de podermos identificar tanto o aspecto abstrato quanto o concreto da geometria, existe, quanto a expressão verbal, uma ênfase da geometria enquanto ciência empírica, ciência das formas. Entretanto, quando abordamos a questão via conteúdo de ensino, parece que a presença de uma geometria da abstração assume uma importância considerável.

Em segundo lugar, os resultados obtidos nos parecem reforçar o interesse da metodologia adotada para a compreensão do que se passa em sala de aula. Um dado que nos parece, particularmente interessante, é a oposição encontrada entre as palavras *figura* e *desenho*. Na reali-

dade, sabemos que a diferenciação entre esses dois termos, por nós apresentada na parte inicial desse artigo, corresponde a uma "elaboração teórica", a qual nem todos os professores tiveram ainda acesso, menos ainda os alunos. Acreditamos que este fato corresponde, justamente, ao processo de construção e de transformação das representações, processo que só pode ser apreendido a partir da utilização de metodologias específicas (Abriç, op. cit).

Dessa forma, por um lado, a identificação das representações sobre o ensino da geometria, já nos esclarece sobre os aspectos específicos desse conteúdo, que venham direcionar um ensino que leve em conta, tanto o conhecimento empírico quanto o teórico. É preciso que o ensino da geometria salvegarde a prática de uma geometria que garanta um movimento constante, entre o desenho e a figura, entre o desenho e um texto, pelo menos, no ensino fundamental. Isto facilitaria a passagem da geometria da realidade à geometria da abstração.

Por outro, a articulação entre um conhecimento de senso comum, as

representações dos professores e dos alunos, e o conhecimento escolar, apresentado sob forma de conteúdos a serem ensinados, nos anuncia a relação entre essas duas formas de conhecimento. No caso específico da geometria, esses primeiros resultados, apontam para a dificuldade que a escola ainda encontra em estabelecer uma relação com a vida de seus alunos. Apesar da geometria ser considerada como um conteúdo que tem uma forte relação com a realidade, na "prática", ela é, sobretudo "trabalhada" na sua versão mais abstrata.

É, entretanto, necessário aprofundar o estudo sobre essa relação. Para tal, é imprescindível a análise da prática do professor em sua sala de aula. Teremos assim mais elementos que venham ajudar à reflexão sobre o ensino da geometria, bem como, à elaboração de propostas inovadoras. A continuidade dessa pesquisa supõe um estudo sistematizado do que se passa em sala de aula, com respeito a o que faz o professor, que material ele utiliza na preparação e na realização de sua prática pedagógica.

Bibliografia

ABRIC, J. C. *Pratiques sociales et représentations*. Paris: PUF, 1994.

ARSAC, G. et al. *Iniciation au raisonnement déductif au collège*. Presses Universitaires de Lyon: França, 1992.

BONNEVILLE, J. F., et al. *Une étude des représentations d'enseignants de*

mathématiques. Actes du Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique, Grenoble: LSD2-IMAG, 1991, pp.191-210.

CAMPOS, T. *Professores de matemática de 6ª série no pólo 4: Perfil de representações sobre a matemática e o seu ensino*. São Paulo: PROEM, 1998.

CAMPOS, T. *Professores de matemática de 7ª série no pólo 4: Perfil de representações sobre a matemática e o seu ensino*. São Paulo: PROEM, 1998.

CAMPOS, T. *Professores de matemática de 8ª série no pólo 4: Perfil de representações sobre a matemática e o seu ensino*. São Paulo: PROEM, 1998.

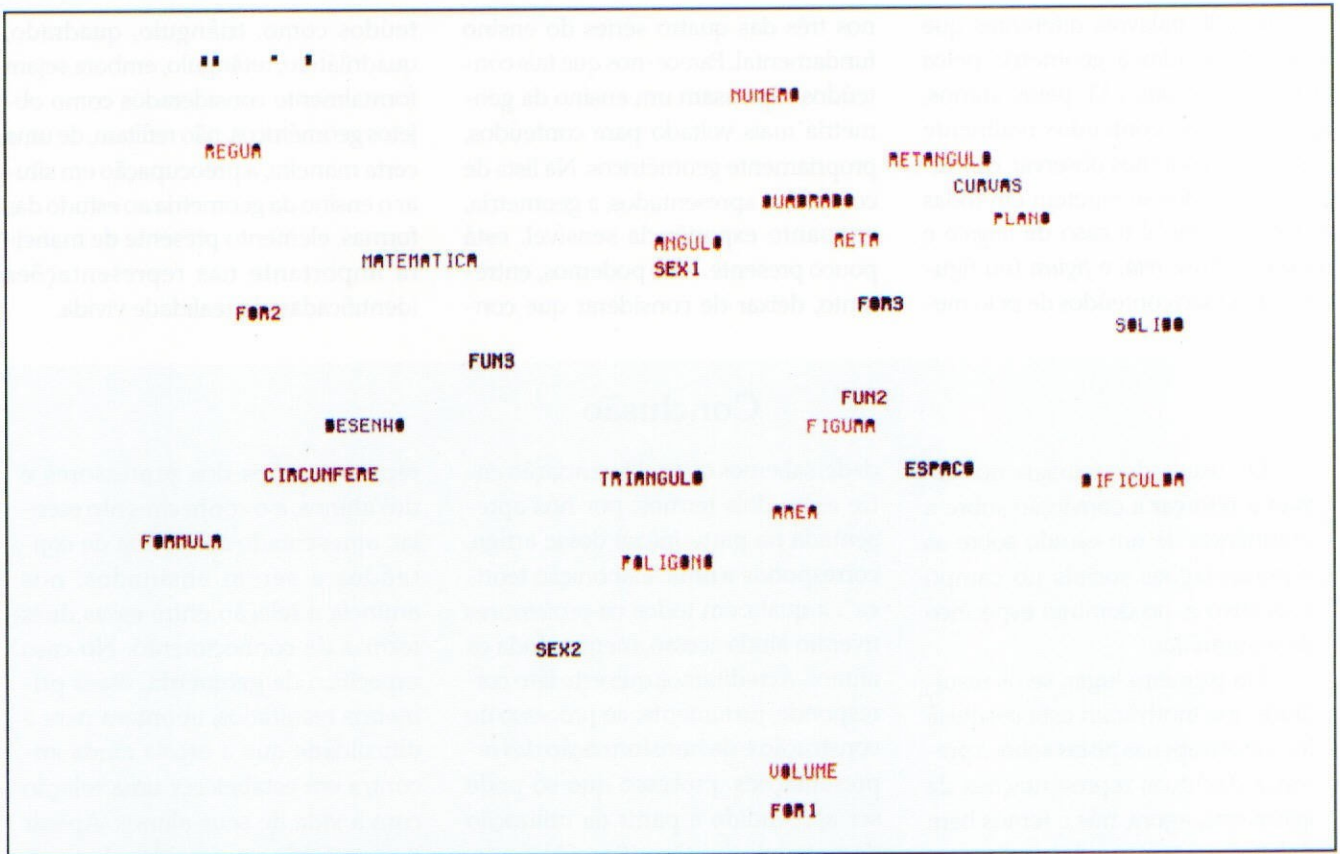


FIGURA 2

Plano fatorial 1-2 das palavras associadas à geometria e das variáveis de identificação dos alunos (todas as palavras projetadas têm contribuição superior à contribuição média)
 Inércia acumulada: 61,9

O ensino da geometria

Foi feito o levantamento dos conteúdos citados pelos professores. Em seguida, identificamos, nas listas de palavras associadas (professor e aluno) aquelas que correspondiam a conteúdos de ensino. Procedemos então à identificação dos conteúdos presentes em ambas as listas. Apresentamos o resultado dessa análise a seguir.

5ª série ângulo área cilindro classificação comprimento esfera estudo figuras planas estudo das formas estudo das medidas fig planas e espaciais linha perímetro plano polígono ponto quadrado quadrilátero reta retângulo reta semi-reta superfície sólidos geométricos triângulo volume	6ª série ângulo área classificação figura esfera perímetro plano polígono ponto quadrilátero redução reta reta semi-reta sólido geométrico triângulo volume	7ª série ângulo área quadrilátero polígono circunferência círculo paralela triângulos Tales sólidos geométricos Fig. plana e espacial Pitágoras reta volume semelhança	8ª série ângulo área círculo congruência medição paralela Pitágoras polígonos Tales teorema triângulos semelhança	2º grau poliedros medição esfera gráficos perímetros área polígonos reta circunferência sólidos geométricos dois pontos plano estudo das fig. planas
--	--	--	--	--

Para o aluno (ver o plano fatorial - Figura 2), primeiro, a concepção de geometria, enquanto modelização do pensamento está ausente, ou seja, a geometria é um campo específico da matemática (palavra *matemática* citada 29 vezes e considerado por 16 sujeitos como fazendo parte das mais importantes) e *forma* (33 e 24, respectivamente). Segundo, *desenho* está próximo de *matemática* enquanto figura de espaço, área, reta, quadrado, etc. Não podemos deixar de assinalar que *figura* está mais próxima de "conceitos geométricos" mais diversos, reta, quadrado, retângulo, do que *forma*, que vem ladeada de *circunferência*, mas também de *fórmula*,

la, de *régua*, ou seja de palavras mais externas ao domínio específico da geometria. Pode-se ainda constatar que, são exatamente os alunos de licenciatura em matemática (FOR3) e os de pedagogia (FOR1), que recorrem a palavra *figura* para definir geometria, se opondo aqueles de formação diversa (FOR2). Não vamos afirmar que nosso aluno possa explicitar, de forma conceitual, as diferenças propostas por Arsac (op.cit.) entre essas duas palavras. Entretanto, não podemos deixar de acreditar que elas expressem uma diversidade do conhecimento da geometria, a ser levada em conta por qualquer projeto pedagógico.

Uma última observação trazida pela leitura do eixo 2, a oposição entre *número* e *polígono*, no plano fatorial dos alunos e entre *polígono* e *matemática* no plano dos professores. Em ambos, a palavra *polígono* tem uma contribuição superior ao triplo da contribuição média. Mostramos que *número* é um dos elementos centrais da representação da matemática (Maia, 1997), podemos então dizer que tais oposições representariam à especificidade da geometria em relação à matemática. *Polígono* seria assim uma expressão privilegiada da geometria para nossos sujeitos.

As Representações da Geometria

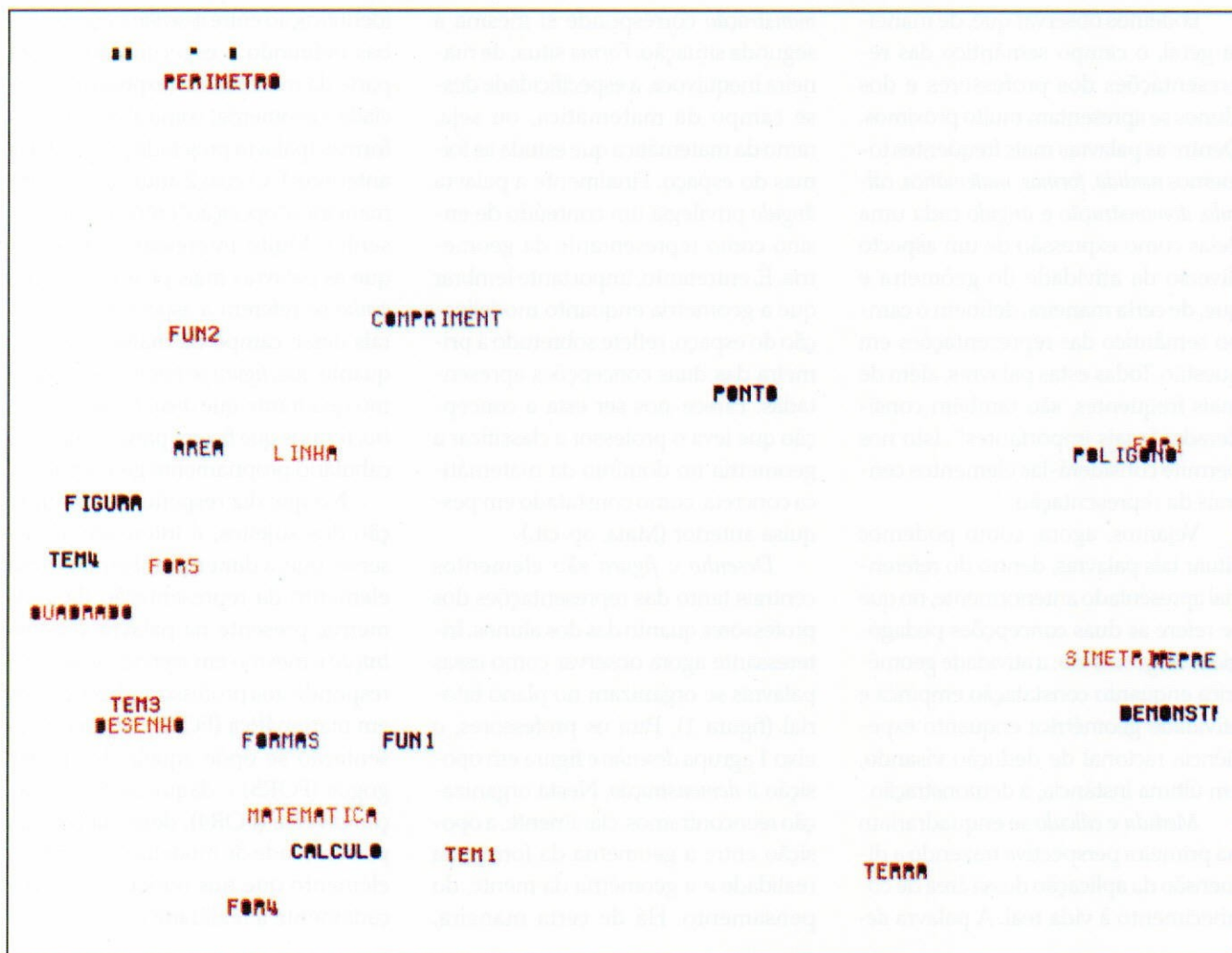


FIGURA 1

Plano fatorial 1-2 das palavras associadas à geometria e das variáveis de identificação dos professores (todas as palavras projetadas têm contribuição superior à contribuição média)
Inércia acumulada: 56.6

Lista das 1ª e 2ª palavras consideradas mais importantes

Professores

Forma 14	Área 7	Terra 4	Círculo 2
Medida 13	Desenho 7	Medir 4	Comprimento 2
Ângulo 12	Reta 6	Ponto 3	Demonstração 2
Espaço 9	Linha 5	Triângulo 3	Figuras 2
Matemática 8	Figura geométrica 4	Simetria 3	Quadrado 2

Lista das 1ª e 2ª palavras consideradas mais importantes

Alunos

Formas 24	Desenho 12	Triângulo 5	Dificuldade 2
Figura 16	Cálculo 10	Espaço 4	Harmonia 2
Matemática 16	Reta 6	Polígono 4	Linha 2
Medida 15	Área 5	Círculo 3	Natureza 2
Ângulo 13	Quadrado 5	Circunferência 2	

Podemos observar que, de maneira geral, o campo semântico das representações dos professores e dos alunos se apresentam muito próximos. Dentre as palavras mais freqüentes tomemos *medida*, *formas*, *matemática*, *cálculo*, *demonstração* e *ângulo* cada uma delas como expressão de um aspecto diverso da atividade do geômetra e que, de certa maneira, definem o campo semântico das representações em questão. Todas estas palavras, além de mais freqüentes, são também consideradas "mais importantes". Isto nos permite considerá-las elementos centrais da representação.

Vejamos, agora, como podemos situar tais palavras, dentro do referencial apresentado anteriormente, no que se refere as duas concepções pedagógicas da geometria: a atividade geométrica enquanto constatação empírica e atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução visando, em última instância, à demonstração.

Medida e *cálculo* se enquadrariam na primeira perspectiva trazendo a dimensão da aplicação dessa área de conhecimento à vida real. A palavra *de-*

monstração corresponde si mesma a segunda situação. *Forma* situa, de maneira inequívoca, a especificidade desse campo da matemática, ou seja, ramo da matemática que estuda as formas do espaço. Finalmente a palavra *ângulo* privilegia um conteúdo de ensino como representante da geometria. É, entretanto, importante lembrar que a geometria enquanto modelização do espaço, reflete sobretudo a primeira das duas concepções apresentadas. Parece-nos ser esta a concepção que leva o professor a classificar a geometria no domínio da matemática concreta, como constatado em pesquisa anterior (Maia, op. cit.).

Desenho e *figura* são elementos centrais tanto das representações dos professores quanto das dos alunos. Interessante agora observar como essas palavras se organizam no plano fatorial (figura 1). Para os professores, o eixo 1 agrupa *desenho* e *figura* em oposição à *demonstração*. Nesta organização reencontramos, claramente, a oposição entre a geometria da forma, da realidade e a geometria da mente, do pensamento. Há de certa maneira,

identificação entre *desenho* e *figura*, ambas definindo a especificidade desta parte da matemática (expressão associada à geometria) como a "ciência" das formas (palavra projetada próxima das anteriores). O eixo 2 anuncia, de certa maneira, a "oposição" entre *figura* e *desenho*. Muito interessante observar que as palavras mais próximas de *desenho* se referem a aspectos mais gerais desse campo da matemática enquanto que, *figura* se encontra no mesmo quadrante que *área*, *linha*, *perímetro*, termos que fazem parte de um vocabulário propriamente geométrico.

No que diz respeito à identificação dos sujeitos, é interessante observar que, a dimensão abstrata como elemento da representação da geometria, presente na palavra *demonstração* e mesmo em *representação*, corresponde aos professores licenciados em matemática (FOR1)⁶. Esta representação se opõe aquela dos pedagogos (FOR5) e daqueles de formação diversa (FOR4), definida por sua possibilidade de modelizar as formas, elemento que nos remete inequivocadamente à realidade espacial.

5. Segundo Silem et al. (1987), citado por Abric (1994), a associação desses dois elementos corresponde a um critério de definição do núcleo central da representação.

6. A sigla FOR, seguida de um número corresponde ao tipo de formação do sujeito entrevistado.

palavras ou expressões citadas apenas uma vez, não foram listadas, embora muitas delas remetam ao conteúdo semântico evocado pelas demais.

Em um segundo momento, foram listadas as palavras consideradas mais importantes. Associando esse dado às frequências de ocorrência das

mesmas, estaremos em condições de definir os elementos centrais das representações⁵. Em seguida, apresentaremos os planos fatoriais resultantes de uma análise fatorial de correspondências das palavras, cuja frequência é superior a quatro, e das variáveis de identificação dos sujei-

tos. Poderemos identificar assim, as eventuais diferenças entre as representações em função da formação e do campo de atuação dos sujeitos.

Os resultados serão apresentados separadamente, professores e alunos.

Em seguida trataremos dos conteúdos de ensino.

Definição do Campo Semântico da Geometria

Lista das palavras mais freqüentes

Professores

494 palavras associadas, 180 palavras diferentes

Medida 32	Ponto 9	Beleza 3	Côncavo 2
Formas 27	Cálculo 8	Circunferência 3	Cores 2
Reta 25	Círculo 8	Construção 3	Convexo 2
Ângulo 23	Plano 6	Jogos 3	Dificuldade 2
Figura 19	Simetria 6	Metro 3	Grandeza 2
Espaço 18	Terra 6	Objeto 3	Lado 2
Desenho 16	Perímetro 5	Organização 3	Lógica 2
Triângulo 16	Retângulo 5	Régua 3	Mesa 2
Matemática 14	Comprimento 5	Semelhança 3	Movimento 2
Área 11	Bola 4	Teorema 3	Projeção 2
Linha 11	Demonstração 4	Análise 2	Quadro giz 2
Quadrado 10	Representação 4	Axioma 2	Segmento de reta 2
Polígono 9	Curvas 3	Cilindro 2	Superfície 2

Lista das palavras mais freqüentes

Alunos

620 palavras associadas, 233 diferentes

Ângulo 33	Polígono 6	Casa 2
Formas 33	Volume 6	Comprimento 2
Medida 33	Dificuldade 5	Equação 2
Matemática 29	Dimensão 5	Harmonia 2
Figura 28	Ponto 5	Interessante 2
Cálculo 26	Retângulo 5	Lado 2
Desenho 18	Simetria 5	Medição 2
Triângulo 18	Plano 4	Medida da terra 2
Área 16	Raciocínio 4	Mundo 2
Reta 16	Sólido 4	Paralelas 2
Quadrado 13	Arquitetura 3	Parte da matemática 2
Círculo 11	Axioma 3	Peso 2
Número 10	Beleza 3	Pi 2
Circunferência 9	Compasso 3	Resolução 2
Espaço 9	Complexo 3	Teorema 2
Fórmula 8	Difícil 3	Traços 2
Linha 8	Esquadro 3	Trapézio 2
Régua 8	Natureza 3	Trigonometria 2
Curvas 6	Problema 3	Universo 2

desenho à figura pode ajudar a situar à geometria na fronteira do sensível e do inteligível, o desenho pode também ser um obstáculo à figura pela atração perceptiva que ele oferece (Vergnaud e Laborde, op.cit.)

A discussão em pauta, nos parece promissora à compreensão da dinâmica que se pode estabelecer, em sala de aula, entre uma geometria da realidade e uma geometria da razão, entre uma matemática concreta e uma matemática abstrata. Ela nos impulsiona à reflexão sobre o papel das representações gráficas como mediadores passíveis de facilitar ou dificultar à compreensão e a passagem dos objetos do espaço físico aos objetos teóricos, tidos como genuinamente geométricos (Berthelot e Salin, op.cit.; Comiti, op. cit.).

Diante dessas considerações, acreditamos que um estudo das **representações do professor/do aluno sobre a geometria associado à análise do ensino da mesma**, pode contribuir à compreensão de alguns aspectos subjacentes ao ensino que, a médio prazo, venha ajudar à formulação de uma intervenção didática no sentido indicado pela nossos resultados iniciais: estabelecer uma relação entre os aspectos mais teóricos da matemática e suas aplicações na resolução de problemas quotidianos que tenham sentido para o sujeito.

Temos então por objetivo, por um lado, o aprofundamento do estudo sobre as representações sobre a geometria, e, por outro, a análise da relação entre essas representações e a prática do ensino da mesma.

Os resultados aqui apresentados são parciais. Apresentaremos, em primeiro lugar, alguns resultados relativos à identificação das representações da geometria e, em um segundo momento, os primeiros resultados obtidos sobre o ensino da mesma e suas relações com as representações identificadas.

Percurso Metodológico

Nosso projeto de pesquisa como um todo, adota uma perspectiva metodológica multidimensional: questionário de associação livre, questionário escrito, entrevistas semi-estruturadas, análise de material didático utilizado pelos professores, observação de aula e análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Trataremos aqui dos dados relativos ao questionário de associação livre, utilizado com vistas à identificação das representações, e, de parte do questionário visando a análise dos conteúdos de ensino da geometria.

onário de associação livre, questionário escrito, entrevistas semi-estruturadas, análise de material didático utilizado pelos professores, observação de aula e análise dos Parâmetros Curriculares Nacionais. Trataremos aqui dos dados relativos ao questionário de associação livre, utilizado com vistas à identificação das representações, e, de parte do questionário visando a análise dos conteúdos de ensino da geometria.

Instrumento de Coleta de Dados

A Associação livre

A partir de uma "palavra estímulo" o sujeito deve produzir palavras, expressões que lhe venham à mente. Este é um método de coleta de dados considerado dos mais eficientes no estudo do conteúdo das representações.

"O caráter espontâneo - ou seja menos controlado - e a dimensão projetiva desta produção devem nos permitir acessar, bem mais fácil e rapidamente que numa entrevista, os elementos que constituem o universo semântico do termo ou do objeto estudado. A associação livre permite a atualização de elementos implícitos ou latentes que estariam afogados ou mascarados nas produções discursivas". (Abric, 1994)

Esse instrumento será utilizado com a finalidade de apreender, de forma mais direta do que a entrevista, os elementos constitutivos da representação. Assim, a análise das frequências das palavras associadas nos aproxima do conteúdo da representação, que servirá também de controle e elucidação do material recolhido através dos questionários e das entrevistas.

Um outro aspecto importante desse instrumento é que ele produz um material interessante a ser tratado através de uma análise fatorial, permitindo a identificação da(s) organização(ões) das representações.

Todos os sujeitos deverão responder a esse questionário. Uma primeira parte será consagrada à sua identificação, formação, área de atuação e

tempo de serviço, enquanto que a segunda constará da associação, propriamente dita. Cada sujeito deverá escrever seis palavras que o termo geometria lhe faz pensar e, em seguida, escolher duas que lhe parecerem mais importantes.

Questionário

Com vistas a investigar as relações entre as representações da geometria e seu ensino, solicitamos a alguns professores de matemática que indicassem os conteúdos de geometria por ele ensinados em cada série.

Sujeitos

189 sujeitos dos quais 84 professores e 105 estudantes universitários responderam ao questionário de associação livre e 28 professores de matemática ao questionário sobre os conteúdos de ensino.

Caracterização dos professores

Área de atuação: matemática e outras disciplinas.

Formação: bacharelado em matemática ou em outras disciplinas, licenciatura em matemática ou em outras disciplinas e curso de pedagogia.

Tempo de serviço: de 1 a mais de 15 anos de serviço

Caracterização dos estudantes

Sexo.

Área de formação: licenciatura em matemática, licenciatura em outras disciplinas e alunos de pedagogia.

Análise de Dados

Os dados obtidos a partir da associação livre foram analisados com o auxílio do software Tri-deux, o que nos permitiu a identificação das palavras associadas e a realização da análise fatorial de correspondências. Os conteúdos de ensino foram analisados em função da frequência e da comparação com as representações encontradas.

Resultados

As representações da Geometria

Apresentaremos, a seguir, as palavras que foram mais frequentemente associadas ao termo geometria. As

que exclusivamente, para a utilização da matemática na resolução de problemas da vida cotidiana.

Para os professores franceses a funcionalidade da matemática é vista de maneira mais ampla. Como forma de encontrar melhores "ferramentas" para resolver problemas internos à própria matemática, ponto de vista que corresponde a idéia expressa na dialética "outil-objet", proposta por Douady (1986). Esta funcionalidade se exprime ainda, pela eficiência do pensamento matemático, no sentido de formação da mente. Ou então, como instrumento de seleção social; um bom desempenho nesta disciplina é condição necessária à promoção social.

Para os professores brasileiros, a dimensão social da matemática se expressa, quase que exclusivamente, na busca de aplicação à vida diária. A formação da mente é considerada como específica a um único tipo de matemática, a matemática abstrata. Esta, é então considerada como sendo exclusiva à atividade de **pesquisa**, e, se opõe à matemática da **vida**, ela também está presente na **escola**.

Para o LEMAT, o desafio da formação é encontrar um compromisso entre o conhecimento científico, produto da pesquisa, o conhecimento utilizável e o conhecimento de senso comum. Preparar o ser humano a enfrentar a sociedade atual é dar-lhe acesso ao conhecimento "utilizável", mas também ao teórico, cuja aplicação não pode ser ainda identificada.

Nessa direção, um outro elemento que nos permitiu identificar o impacto das formações do LEMAT foi a necessidade, expressa pelo professor, de estabelecer a relação entre a matemática da pesquisa e a matemática da vida, ou seja, de conciliar a matemática abstrata, produto da pesquisa fundamental, com um ensino que tenha sentido para o aluno (e para o professor).

Alguns conteúdos de ensino citados reforçam, por um lado, a dicotomia entre esses dois tipos de matemática, enquanto outros são apresentados como suscetíveis de facilitar o estabelecimento de uma relação entre as dimensões abstrata e concreta da matemática.

Os professores não têm dúvida quanto à dimensão abstrata da álgebra ou da lógica. Enquanto que as quatro operações ou a proporcionalidade trazem consigo a dimensão concreta dessa disciplina. Para surpresa nossa, a **geometria** é considerada como um conteúdo de ensino que se situa entre a matemática concreta e a matemática abstrata. Em pesquisa realizada com professores franceses (Maia, op.cit.), encontramos a geometria como um conteúdo privilegiado à introdução do método dedutivo, numa perspectiva visando a aprendizagem da demonstração matemática, exercício que supõe, obrigatoriamente, um certo nível de abstração. A representação do professor brasileiro sobre a geometria, como possibilitando a passagem do mundo concreto ao pensamento abstrato, é reafirmada por um estudo realizado pelo PROEM³ da PUC/SP (Campos, 1998).

Poder-se-ia pensar que a diferença dessas duas representações, reflete duas abordagens da geometria: a atividade geométrica enquanto constatação empírica, verificação e medição do espaço sensível, e a atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução visando, em última instância, à demonstração (Bkouche, 1988; Barbin, 1993; Vergnaud e Laborde, 1994; Câmara, 1997/1999).

No movimento de "concretização" do conhecimento escolar, acima apontado, abre-se um espaço para a geometria que, segundo Lorenzatto (1995), se encontrava "omissa" da sala de aula. O ensino da geometria pas-

sa, tanto a ocupar um lugar no cenário da pesquisa educacional⁴, quanto é apontada, nos parâmetros curriculares nacionais, como um conteúdo de ensino de 1ª a 4ª e de 5ª a 8ª séries. (PCN, 1ª a 4ª, p. 128 e 5ª a 8ª, p.51).

Os primeiros resultados dos estudos avaliativos realizados, constataram, por um lado, a ausência desse conteúdo nos programas, mas, sobretudo, na aula de matemática. (Lorenzatto, op.cit.; Câmara, op.cit.). Por outro, no caso onde a geometria é ensinada, e isto acontece sobretudo na França, observam-se, duas tendências: a presença, em sala de aula, de uma geometria teórica, independente de uma modelização do espaço ou uma passagem não problematizada entre a geometria da observação e a geometria da demonstração (Vergnaud e Laborde, op.cit.).

Tais constatações têm apontado para a importância em se considerar e, se explorar na aula de geometria, a diferença, entre a **figura** e o **desenho** (Arsac, 1992; Laborde e Caponi, 1994; Berthelot e Salin, 1995; Comiti, 1999).

Arsac (1992), recorre a Platão para estabelecer a diferença entre desenho e figura;

"A figura geométrica é um objeto ideal, do qual os desenhos concretos, que se possa fazer, são apenas representações imperfeitas" (Platão, citado por Arsac, op. cit.).

A figura é, assim, o objeto abstrato que serve de substrato para o raciocínio, para o pensamento, enquanto tal, pode ser identificada ao objeto da teoria. O desenho, por sua vez, é a materialização sobre uma folha de papel, uma tela do computador, etc. O desenho é um modelo da figura. A figura permite a determinação de propriedades, estabelecendo instrumentos de generalização, o desenho refere-se ao objeto concreto que se representa na folha de papel. Importante ressaltar que se a passagem do

3. Programas de Estudos e Pesquisas no Ensino da Matemática da PUC/SP

4. VI Encontro Nacional de Educação Matemática, julho de 1998 - RS; um dos temas que compuseram as sessões de Comunicações foi a Educação Geométrica, perfazendo um total de sete relatos de pesquisa. Este também foi um dos temas presentes de forma representativa no GT de Educação Matemática no último Encontro de Pesquisa em Educação do Norte-Nordeste, Salvador, junho de 1999.

de disfuncionamento. Desta forma, o conhecimento popular é considerado como um **verdadeiro** conhecimento.

Considerando assim que o conhecimento popular é um conhecimento verdadeiro e uma forma de evolução do conhecimento científico, a teoria das representações sociais abre uma perspectiva para que este conhecimento tenha lugar no seio das instituições formais produtoras e reprodutoras de conhecimento, como é o caso do sistema educativo.

Admitir a existência de diferentes formas de conhecimento, de **representações sociais**, é assumir a pluralidade do conhecimento e dar aquele que não é especialista o direito à criação. Não há dúvida que numa atividade cujo objetivo é a formação do indivíduo, como é o caso do ensino, não se pode abrir mão do acesso ao conhecimento científico. Mas, levar em consideração as diversas visões deste conhecimento, introduz uma nova concepção de formação, uma formação cuja **referência** é ao mesmo tempo a **ciência** e o **senso comum**.

Uma tal perspectiva abre espaço para um ensino que tenha por referência, além do conhecimento científico, os valores sociais e um conhecimento que tem sentido para o aprendiz. Um estudo sobre a representação social do professor nos permite, assim, identificar as diversas formas de conhecimento veiculados numa determinada sociedade e a relação que se estabelece entre essas formas de saber e o saber escolar.

Se, por um lado, é necessário levar em consideração o conhecimento de senso comum trazido pelo formando, não se pode esquecer que uma das funções da formação é proporcionar o acesso à informação produzida técnica e cientificamente. Entendemos que numa sociedade onde o processo de difusão da informação se inscreve como mecanismo e expressão da divisão de classes, a escola tem como função específica permitir o acesso a este tipo de informação.

É nesta perspectiva que recorremos à teoria dos campos conceituais, desenvolvida por G. Vergnaud (1981-1990). Esta é também uma teoria da representação que visa, entretanto, de forma específica, explicitar o desenvolvimento das competências, em particular, aquelas ligadas à ciência e à tecnologia.

Analisando o processo de conceitualização do mundo pelo sujeito, enquanto interação entre indivíduo, situação e conhecimento, Vergnaud abre uma perspectiva ao estudo sistemático do conhecimento científico, em particular, ao estudo de situações didáticas envolvendo este tipo de saber. Seu projeto é, na realidade, um projeto de análise das representações que tornam a ação operatória, visando, em última instância, por em evidência a **dimensão operatória** do conhecimento.

Para Vergnaud (1990) é o processo de conceitualização do real que torna o conhecimento operatório.

Em suma, a teoria dos campos conceituais é uma teoria cognitivista do sujeito em situação. Como tal, corresponde a uma abordagem psicológica do conhecimento que leva em conta, ao mesmo tempo, o processo de desenvolvimento e de aprendizagem do indivíduo. Desta forma, é uma teoria que interessa a atividade educacional. Não é porém possível identificar esse modelo a uma teoria didática. Pode-se apenas considerá-lo como um sistema estruturado que vem contribuir com a análise da sala de aula.

"Faz parte do trabalho do psicólogo, do didata, do professor, identificar as conceitualizações subjacentes às condutas dos alunos, aos procedimentos que eles utilizam, aos erros. (...) Graças à classificação das situações, dos esquemas e dos conceitos, das representações verbais e simbólicas utilizáveis, o professor dispõe assim de um vasto leque de informações." (Vergnaud, 1994)

A articulação entre essas duas teorias, a teoria das representações sociais e a teoria dos campos concei-

tuais, nos dá a possibilidade de analisar a **formação**:

- do ponto de vista do **professor** (ou do **aluno**), em função das diversas representações que ele tem sobre um dado conhecimento;
- do ponto de vista do **conhecimento**, ela nos permite identificar quais desses conhecimentos tornam a **ação operatória**;
- do ponto de vista do **ensino**, formular propostas que levem em conta tanto a dimensão cognitivo-social do conhecimento quanto sua dimensão científica.

Acreditamos, então, que esses dois modelos teóricos podem ser utilizados, de maneira complementar, ao estudo de problemas educacionais. A articulação entre eles nos permitindo a abordagem do conhecimento escolar em suas duas facetas: o senso comum e o científico.

O ensino da geometria

Partindo dos resultados de uma pesquisa sobre as representações sociais do ensino da matemática (Maia, 1997), elegemos como objeto particular de investigação, o ensino da geometria.

Em pesquisa de caráter avaliativo (Maia, op. cit.), identificamos alguns elementos das representações do professor sobre o ensino da matemática, que expressam o impacto das formações continuadas, oferecidas pelo LEMAT – Laboratório de Ensino da Matemática da UFPE.

A necessidade de "dar um sentido" ao que é ensinado é uma primeira expressão desse impacto. A busca da **funcionalidade da matemática** é então uma das características da representação do professor que aí se forma.

Diferentemente do que pode ser identificado entre os professores de matemática franceses (Robert et Robinet, 1989/1992; Bonneville et al., 1991; Schubring 1993; Maia, 1993), a **funcionalidade** buscada pelos professores brasileiros se dirige, quase