

EVALUACIÓN EN UN PROCESO DE RAZONAMIENTO INDUCTIVO

M^a Consuelo Cañadas Santiago. mconsu@unizar.es
Encarnación Castro Martínez. encastro@ugr.es

RESUMEN

Se presenta una evaluación cualitativa del trabajo realizado por 12 alumnos de secundaria en la resolución de un problema matemático de carácter inductivo y que tiene como trabajo de referencia el realizado por Cañadas (2002). Se han seguido las cinco fases indicadas por Sach (1970), que determinan aspectos fundamentales del proceso de evaluación. Finalmente se presentan los resultados y las conclusiones.

INTRODUCCIÓN

La concepción que se ha manejado de evaluación ha evolucionado a través del tiempo. En distintas épocas a la evaluación se le ha dado diferente enfoque, dependiendo de la consideración que se tuviera de las matemáticas como materia de enseñanza / aprendizaje, de la finalidad que se persiguiera con la evaluación, de lo que se pretendiera evaluar o a quién, y de los formatos o técnicas empleadas para llevarla a cabo. Diferentes autores (Lafourcade, 1977; Stufflebeam y Shinkfield, 1987) consideran la entrevista como una técnica útil y potencialmente aplicable a la evaluación del conocimiento matemático de los estudiantes.

La ley que ha regido el sistema educativo español en los últimos años (LOGSE, 3-10-1990) propone un modelo de evaluación acorde con los restantes componentes del currículo. El Diseño Curricular Base contempla cuatro componentes fundamentales e interrelacionadas para cada una de las áreas, entre las que se encuentran las matemáticas: objetivos, contenidos, metodología y evaluación. En este contexto, se habla de evaluar las capacidades, los conocimientos, las conductas y las actitudes de los alumnos, pasando por el proceso de enseñanza y aprendizaje, hasta el propio sistema educativo (Giménez, 1997).

En este trabajo vamos a considerar que la evaluación es un estudio sistemático planificado, dirigido y realizado con el fin de analizar el conocimiento que un alumno tiene sobre algo y que implica básicamente observar cómo actúa en una situación dada y comparar la información obtenida con algún criterio previamente establecido para emitir un juicio sobre la adecuación o inadecuación del conocimiento manifiesto en la información recogida. (Stufflebeam y Shinkfield, 1987; Alonso, 1997). Esto supone considerar la evaluación como elemento del currículo que va más allá de la medición,

por cuanto admite la existencia de juicios de valor y traslada el énfasis desde la consideración de los productos finales, al mismo proceso realizado.

Esta forma de ver la evaluación la encontramos en Sachs (1970), quien señala las fases que requiere el proceso. Estas fases determinan aspectos fundamentales de la evaluación y son las siguientes:

1. Determinación de lo que se quiere evaluar.
2. Definición de lo que queremos evaluar.
3. Selección de situaciones adecuadas a la observación de resultados.
4. Registro.
5. Resumen de los datos recogidos.

EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO COMO OBJETO DE EVALUACIÓN

Cuando se trata de razonar en Matemáticas hay que considerar que se va a poner en juego conocimiento matemático sobre el que se basará el razonamiento, además de la técnica apropiada para desarrollar dicho razonamiento. Basándonos en un trabajo nuestro anterior (Cañadas, 2002), cuyo objetivo principal era estudiar la utilización que hacen los individuos del razonamiento inductivo cuando se enfrentan a la realización de unas tareas matemáticas no rutinarias, vamos a llevar a cabo la evaluación del proceso de razonamiento inductivo realizado y del conocimiento que los estudiantes con los que trabajamos ponen en juego en dicho proceso de razonamiento inductivo. Se distingue entre dos tipos de conocimiento que reconocen Hiebert y Lefevre (1986): conocimiento conceptual y conocimiento procedimental. El conocimiento conceptual se puede considerar como una membrana conectada en la que todas las piezas de información están conectadas a alguna red. El desarrollo del conocimiento conceptual se alcanza mediante la construcción de relaciones entre piezas de información que estaban almacenadas o entre una pieza existente de conocimiento y otra que acaba de aprenderse. El conocimiento procedimental está definido por el sistema de representación simbólica de las matemáticas y por las reglas, los algoritmos y los procedimientos empleados para resolver tareas matemáticas.

En términos de Kilpatrick (1992), este trabajo se centra en la *evaluación de rendimiento*. En este tipo de evaluación “... se le da al estudiante algo para hacer, el profesor observa qué hace; realiza entrevistas para determinar la calidad de algunos procesos y ve qué produce (p. 114-115)”. Por tanto, los procedimientos de observación son métodos primordiales a tener en cuenta.

LAS FASES DE SACHS APLICADAS AL RAZONAMIENTO INDUCTIVO

Las fases de Sachs nos permiten organizar el trabajo y clarificar los pasos seguidos en la realización del mismo.

FASE 1. Determinación de lo que queremos evaluar. Se trata de estudiar el razonamiento inductivo que ponen de manifiesto los alumnos de secundaria entrevistados. Son 12 alumnos pertenecientes a los niveles educativos de 3º y 4º de ESO; y de 1º y 2º de Bachillerato. También se analiza el conocimiento matemático que utilizan. Para ello nos centraremos tanto en los resultados a los que llegan como en el proceso seguido para llegar a ellos.

FASE 2. Definición de lo que queremos evaluar. En lo referente al razonamiento en sí, se trata de las acciones que según Pólya (1967) se suceden desde el trabajo con casos particulares hasta la generalización de una ley o propiedad matemática.

- *Observación de casos particulares.* Se trata de observar y experimentar con algunos casos específicos del problema que se plantea. En esta acción interesa saber si los estudiantes recurren a los casos particulares de manera espontánea, con qué tipo de casos particulares trabajan y con cuántos.

- *Organización de los casos particulares trabajados.* Una vez que se han observado un número de casos particulares, avanzar siguiendo cierta sistematicidad.

- *Búsqueda de regularidades o patrones.* La noción de patrón está sustentada por la idea básica de “situación repetida con regularidad” (Steen, 1988, p. 611; Stacey, 1989, pp. 147-149; Castro, 1995, p. 33). En esta consideración de patrón, caben situaciones de generalización de una propiedad matemática partiendo de la repetición de casos concretos. Un caso particular de patrón es la recurrencia en la que la reiteración del patrón es el término anterior de la secuencia formada por una serie de casos concretos totalmente ordenados.

- *Formulación de conjeturas.* La conjetura es un juicio formado a partir de observaciones de hechos empíricos, que se prevé verdadero pero que no ha sido sometido a ningún proceso que confirme o rechace su veracidad.

- *Verificación de conjeturas.* Se busca confirmar o rechazar la veracidad de la conjetura formulada. Una vez formulada la conjetura, se puede seguir trabajando con casos particulares o buscar directamente la generalización de la conjetura. En la primera situación, los casos particulares pueden verificar la conjetura pero en ningún caso llevará a afirmar que la certeza de la misma.

- *Generalización de conjeturas.* Conociendo que una conjetura es cierta para unos casos particulares, se trata de tantear y ver si afecta a un mayor número de casos particulares de los que teníamos en un principio. La generalización se refiere al paso de un objeto particular a una clase que lo contenga.

- *Justificación de conjeturas.* Para la justificación del caso general será necesario dar razones que expliquen la conjetura, con la intención de convencer a otra persona de lo que uno cree mediante la utilización de esas razones. Se busca un examen más justo de la conjetura y, si es oportuno, se procederá a su demostración como justificación última que asegura la validez de la misma.

FASE 3. Selección de situaciones adecuadas a la observación de resultados. La entrevista semiestructurada, es una herramienta adecuada para observar el proceso de razonamiento de los alumnos y para registrar los resultados. Este tipo de entrevista permite a los sujetos trabajar con libertad en la tarea que les propone mientras la entrevistadora los guía mediante preguntas en caso de que no tengan iniciativas suficientes para avanzar por sí solos en el proceso de razonamiento inductivo. En esta trabajo la tarea propuesta fue: *determinar cuál es el mayor número de regiones que se obtienen al trazar rectas sobre un plano y justificar su respuesta.*

FASE 4. Registro. La entrevista fue grabada en cinta audio y, posteriormente, transcrita. Los alumnos dejaron escrito el trabajo que llevaban a cabo en los folios que se les entregaron a tal fin. Además, la entrevistadora tomaba nota durante y después de cada una de las entrevistas de aquellos aspectos que consideraba relevantes para la evaluación que se iba a llevar a término.

FASE 5. Resumen de los datos recogidos. La información fue introducida y analizada mediante un programa informático de análisis cualitativo de datos. Para llevar a cabo este análisis, se definieron una serie de categorías basadas en los intereses investigadores y en la naturaleza propia del razonamiento inductivo. Toda esta información queda recogida en la tabla 1 de la siguiente forma. En la primera columna aparecen los 12 alumnos que fueron entrevistados. Están representados por el nivel educativo al que pertenecen (desde 3º de ESO hasta 2º de Bachillerato). El número final hace referencia al resultado académico del alumno (alto-1, medio-2 y bajo-3). Algunas de las categorías que se utilizaron para el análisis cualitativo de datos con el programa informático son las que aparecen en el resto de las columnas de las tablas que se presentan. Todas ellas se corresponden con las acciones relacionadas con el razonamiento inductivo que se indicaron en la fase 2 de la evaluación.

Tabla 1

Sujeto	Trabajo espontáneo con c. particulares	Núm. de casos particulares	Sistemático con c. particulares	Organización c. particulares	Relación simple
3ESO3		4	X		X
3ESO2	X	5		X	X
3ESO1	X	4		X	X
4ESO3		3		X	X
4ESO2		4			X
4ESO1	X	4	X	X	X
1BACH3	X	5		X	X
1BACH2	X	+ de 5	X		X
1BACH1		5		X	
2BACH3		4	X		X
2BACH2	X	5	X	X	X
2BACH1	X	3	X		X

Todos los estudiantes trabajan con casos particulares. Aunque no todos lo hacen por iniciativa propia. La mitad de los alumnos entrevistados son sistemáticos en su trabajo con los casos particulares.

En cuanto a la búsqueda de patrones, todos los alumnos dan respuesta sobre el número máximo de regiones que obtienen al trazar rectas sobre un plano. Sin embargo no todas las respuestas son válidas. La mayoría de los alumnos (8) reconocen una relación entre el número de rectas que trazan y el número de regiones en que queda dividido el plano al trazarlas. Observan gráficamente y expresan que el número de regiones depende del número de rectas que tracen y de la posición de las mismas. Todos los alumnos excepto 1BACH1 detectan que si las rectas se cortan, el número de regiones que obtienen es mayor.

En la tabla 2 se observan las regularidades y los patrones que los alumnos encontraron tras su trabajo con los casos particulares.

Tabla 2

Sujeto	Lineal			Recurr.	Generaliz. no recurrente	Verificación conjetura	Leng. alg.
	n+1	2n	Reg. de tres				
3ESO3		X					X
3ESO2		X					X
3ESO1	X	X	X				
4ESO3		X	X	X		X	X
4ESO2							
4ESO1	X			X	X	X	X
1BACH3		X		X		X	X
1BACH2		X		X			X
1BACH1		X					
2BACH3		X	X	X		X	X
2BACH2		X		X			X
2BACH1		X		X			X

11 de los 12 sujetos predicen una relación lineal entre el número de rectas y las regiones en que queda dividido el plano. En un primer grupo están los sujetos que consideran que el número de regiones que obtenemos es el número de rectas más uno. En un segundo grupo están los sujetos que mencionan que el número de regiones está relacionado con el doble del número de rectas que trazan más uno. En un tercer grupo están los entrevistados que consideran que la regla de tres es el algoritmo adecuado para resolver la tarea. Ninguno de estos alumnos dan una solución válida al problema pero han formulado una conjetura basándose en las regularidades y patrones observados gráfica o numéricamente sobre los casos particulares que han trabajado.

Cuatro de ellos, 4ESO3, 4ESO1, 1BACH3 y 2BACH3, prueban además la conjetura que hacen para un número de rectas mayor del que habían considerado en un principio. Ninguno de estos alumnos trata de verificar la conjetura para el caso general, siempre lo hacen probando con casos particulares. Sólo uno de los sujetos (4ESO1) consigue formular una conjetura para el caso general distinta a la de recurrencia.

7 alumnosB (4ESO3, 4ESO1, 1BACH3, 1BACH2, 2BACH3, 2BACH2, 2BACH1) formulan una conjetura para el caso general. Estos alumnos plantean una relación por recurrencia y la comprueban con los casos particulares con los que iban trabajando. 4ESO1 es la única alumna que consigue formular una conjetura para el caso general distinta a la de recurrencia.

La alumna que formula la conjetura para el caso general de forma no recurrente ve la necesidad de justificarla pero no sabe cómo hacerlo. Comenta que se podría probar con algún programa informático, pudiéndose basar así en un mayor número de casos particulares.

En cuanto al conocimiento que se ha puesto de manifiesto al seguir el proceso inductivo, ha sido un conocimiento conceptual, ya que son los alumnos los que tratan de enlazar las piezas de conocimiento que tienen almacenadas para tratar de dar respuesta válida al problema que se les plantea. En la formulación de conjeturas aparece el conocimiento procedimental cuando 11 de los 12 alumnos establecen una relación lineal entre el número de rectas trazado y el número máximo de regiones. 3 de esos 11 (3ESO1, 4ESO3 y 2BACH3) recurren a la regla de tres como una regla conocida. En la representación simbólica de la conjetura para el caso general, 9 alumnos utilizan el lenguaje algebraico, que también pone de manifiesto el conocimiento procedimental.

ANÁLISIS DE LOS DATOS

Según lo realizado, por cada uno de los alumnos en la tarea propuesta, los resultados se pueden ordenar de menor a mayor éxito. Para ello se han seguido las acciones que definen el razonamiento inductivo. Cada una de estas acciones, consideradas para su estudio como categorías, supone un avance mayor en el proceso. Dentro de cada una de las acciones se han tenido en cuenta aspectos que aparecen como subcategorías en el trabajo de Cañadas (2002) y que denotan una avance en el proceso de generalización (las más notables se han indicado en las tablas 1 y 2). La tabla 3 es una tabla-resumen en la que se muestra los alumnos que han ido superando con éxito cada una de las acciones:

Tabla 3

Observación c. particulares	Trabajo con c. particulares	Búsqueda Patrones/formulación conjeturas	Verificación conjeturas	Generalización conjeturas		Justificación conjeturas
				Recurrencia	No recurr.	
Todos	Todos	Todos	4ESO3 4ESO1 1BACH3 1BACH2 1BACH1 2BACH3 2BACH2 2BACH1	4ESO1	4ESO1	

La tarea propuesta supone para estos alumnos un problema matemático. Por tanto, el conocimiento que más se pone de manifiesto es el conocimiento conceptual ya que los alumnos no conocen a priori algoritmos o métodos que permitan la obtención de la solución de manera inmediata. El conocimiento procedimental ha jugado un papel secundario pero no ha estado ausente. En la formulación de conjeturas, en la representación simbólica de la conjetura para el caso general y en su justificación ha aparecido el conocimiento procedimental. La consideración de los datos obtenidos relativos al razonamiento inductivo informan sobre el tipo de conocimiento que los alumnos han empleado.

CONCLUSIONES

En este trabajo se ha presentado la evaluación como un proceso más complejo que la mera emisión de una calificación. Se han evaluado las capacidades de los alumnos para trabajar el razonamiento inductivo y los conocimientos que para ello ponen en juego. La evaluación, que se ha llevado a cabo, ha permitido obtener información y determinar las acciones del razonamiento inductivo que los alumnos entrevistados han realizado. Esto permite conocer el grado de concreción conseguido en la tarea

propuesta. Se ha puesto de manifiesto que la evaluación mediante entrevista semiestructurada, en la que se propone a los alumnos tareas no rutinarias, permite conocer el dominio de aquellas estructuras conceptuales ligadas a dicha tarea. Para esta forma de evaluar es de suma importancia elegir la tarea adecuada en cada momento.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, J. (1997). *Evaluación del conocimiento y su adquisición. Volumen III: Matemáticas. Comprensión lectora*. Madrid: Ministerio de Educación y Cultura.
- Cañadas, M. C. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Castro, E. (1995). *Exploración de patrones numéricos mediante configuraciones puntuales*. Granada: Universidad de Granada.
- Hiebert, J. y Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: in Introductory Analysis. En J. Hiebert (Ed.). *Conceptual and Procedural Knowledge: the case of Mathematics*. LEA.
- Kilpatrick, J., Gómez, P. y Rico, L. (1992). *Educación Matemática. Errores y dificultades de los estudiantes. Resolución de problemas. Evaluación. Historia*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Lafourcade, P. (1977). *Evaluación de los aprendizajes*. Madrid: Cincel.
- Giménez, J. (1997). *Evaluación en matemáticas. Una integración de perspectivas*. Madrid: Síntesis.
- Rotger, B. (1990). *Evaluación Formativa. "Educación y Futuro"*. Madrid: Cincel.
- Pólya, G. (1967). *Le découverte des mathématiques*. París: DUNOD.
- Sachs, G. (1970). *Medición y Evaluación*. Barcelona: Herder.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 147-164.
- Steen, L. (1988). The Science of Patterns. *Science*, 611-616.
- Stufflebeam, D. y Shkinkfield, A. (1987). *Evaluación Sistemática: guía teórica y práctica*. Madrid: Paidós-MEC.