

Formação do Conceito de Volume nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental: um experimento didático formativo baseado na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvidor

Formation of the Concept of Volume in the Early Years of School: a formative teaching experiment based on the perspective of the Theory of Developmental Education

Duelci Aparecido de Freitas Vaz*

Natália Cristina Souza Pereira**

Resumo

Reflete-se sobre uma pesquisa a partir da elaboração e aplicação de um experimento didático formativo fundamentado na Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov (1978; 2009), composto por uma história em quadrinhos (HQ) criada no *software* Hagáquê e três atividades construídas e relacionadas com a questão que orientou esse estudo: O ensino organizado com fundamento na Teoria do Ensino Desenvolvidor pode contribuir para a *formação do conceito* de volume do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide para alunos do 5^o ano do Ensino Fundamental? Aplicou-se a metodologia de caráter qualitativo e participante, em que o pesquisador interagiu com os membros das situações investigadas concebidos como sujeitos de conhecimento e não *sujeitos de pesquisa*, no sentido passivo de fornecedores de dados. A análise dos dados – obtidos das observações, dos questionários, das filmagens e anotações de campo – realizou-se à luz da Teoria do Ensino Desenvolvidor. As dificuldades para realização da pesquisa relacionaram-se às condições de oferta da escola, tais como inadequação do espaço físico, indisponibilidade de laboratório de informática, atraso na liberação dos alunos. Elas certamente atrapalharam o desenvolvimento do experimento, cuja análise demonstra que a organização das atividades sob a perspectiva desenvolvimental possibilita o amadurecimento e o desenvolvimento cognitivo do aluno em razão da experimentação vivenciada, que possibilitou aos escolares compreenderem o aspecto nuclear do conceito de volume dos objetos estudados. A análise também indicou que pesquisas semelhantes são promissoras, pois o aporte teórico destacado provocou mudanças na concepção científica do aluno e na metodologia do professor pesquisador.

Palavras-chave: Formação de Conceito. Clube de Matemática. Ensino Desenvolvidor.

Astract

We reflected about a research from the elaboration and application of a formative didactic experiment based on Davydov's Theory of Developmental Teaching (1978; 2009), composed of a comic book created in the Hagáquê *software* and three built activities and relating to the question that guided this study: Can an education organized on the basis of the Theory of Developmental Teaching contribute to the formation of the concept of cube volume, the parallelepiped, and the pyramid for students in the 5th year of Elementary Education? We used the

* Doutor em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista (UNESP). Professor do Instituto Federal de Goiás (IFG), Goiânia/GO. Endereço para correspondência: Avenida Bela Vista, Quadra 11, Lote 3, Jardim Bela Vista, Aparecida de Goiânia/GO, CEP: 74.912-261. E-mail: duelci.vaz@gmail.com.

** Mestra em Educação para Ciências e Matemática pelo Instituto Federal de Goiás (IFG), Jataí/GO. Endereço para correspondência: Rua Dário Alves de Paiva n. 120, Centro, Rio Verde/GO, CEP: 75.901-010. E-mail: nataliacristina.pacto.gov@gmail.com.

qualitative and participatory methodology, in which the researcher interacted with the members of the investigated situations conceived as subjects of knowledge and not *subjects of research*, in the passive sense of data providers. Data analysis - obtained from observations, questionnaires, filming, and field annotations - was carried out in the light of the Theory of Developmental Teaching. The difficulties to carry out the research were related to the school supply conditions, such as inadequacy of the physical space, unavailability of computer lab, and the delay in the release of students. They undoubtedly hindered the development of the experiment, whose analysis shows that the organization of activities from a developmental perspective enables maturation and cognitive development of the student due to experiential experimentation, which enables the students to understand the nuclear aspect of the concept of volume of objects studied. The analysis also indicated that similar researches are promising, since the outstanding theoretical contribution caused changes in the scientific conception of the student and in the methodology of the teacher researcher professor.

Keywords: Concept Formation. Math Club. Developmental Education.

1 Introdução

Este artigo apresenta recortes dos resultados de uma pesquisa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática realizada em uma escola da rede municipal de ensino na cidade de Rio Verde/GO, cuja pergunta orientadora foi: quais as contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvimental para a *formação do conceito* de volume do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide para alunos do 5^o ano do Ensino Fundamental? Para responder, desenvolveu-se um experimento didático formativo dividido em quatro atividades, sob as características das ações de estudo e organização do ensino, fundamentado em Davydov (1978; 2009), que ressalta em suas pesquisas um método “que pode ser chamado de experimento genético-modelador, que plasma uma combinação (unidade) entre a investigação do desenvolvimento mental das crianças e a educação e ensino destas mesmas crianças” (DAVYDOV, 2009, p. 52).

O tema foi escolhido com a finalidade de contribuir no debate acadêmico sobre metodologias alternativas para o ensino-aprendizagem de Matemática, que hoje no Brasil se encontra em estado desolador, conforme comprovam testes nacionais e internacionais. Para tanto, escolheu-se uma escola pública, pois acredita-se que nesse ambiente é possível ter uma noção melhor do trabalho pedagógico realizado à luz da Teoria Desenvolvimental.

O aporte teórico davydoviano consolidou-se em um experimento didático formativo visto como um método de ensino em que as atividades são organizadas e mediadas por interações coletivas entre os sujeitos, a fim de propor estruturas articuladas com a ação educativa, com propósitos determinados para solucionar situações-problema (MOURA, 1996).

Para aplicar o experimento didático formativo, formou-se o Clube de Matemática que, segundo Cedro (2004), contribui para as atividades de estudo, em virtude da relação

pertinente com a atividade de ensino que propõe uma interação dos sujeitos envolvidos na pesquisa, que são orientados por uma ação intencional do professor. Utilizou-se nesse clube uma HQ, construída por meio do *software* Hagáquê, que contém o movimento lógico histórico do objeto – o conceito de volume –, e três atividades de estudo: uma atividade preliminar, com a finalidade diagnóstica e motivacional; uma atividade de experimentação, com momentos de exploração do material manipulável, decomposição dos sólidos e criação de esquemas, e sínteses para a possível formação de conceito. Por fim, uma atividade de verificação buscou sondar as habilidades adquiridas pelos sujeitos da pesquisa no decorrer da aplicação das atividades.

A sequência objetivou a construir o núcleo do conceito, compreendido por ações executadas pelos alunos por meio de abstrações e generalizações iniciais, usadas para unir e construir outras abstrações, a serem convertidas em estruturas mentais do conceito estudado. Algo como uma célula, que apresenta em sua estrutura características essenciais do objeto unitário no qual será transformada. Ao se chegar ao núcleo dessa célula, se estabelece o núcleo do objeto em estudo (DAVYDOV, 2009).

Para Davydov (2009, p. 22),

[esse] núcleo serve, posteriormente, às crianças como um princípio geral pelo qual elas se orientam em toda a diversidade do material curricular factual a ser assimilado, em uma forma conceitual, por meio do movimento de ascensão do abstrato ao concreto.

A proposta de organizar o ensino contou com a referida HQ, cujo movimento lógico e histórico do objeto recorre à História da Matemática e a enigmas investigativos com a finalidade de iniciar a construção do pensamento teórico-científico dos alunos, com prioridade à formação de conceitos como fio condutor para novas formações intelectuais, conforme a proposta de Davydov (2009).

De acordo com Carvalho (2006), as histórias em quadrinhos (HQs) representam um recurso apropriado para o trabalho com crianças, pois apresentam atrativos substanciais, uma vez que uma parte considerável de jovens é fascinada por elas. Além das imagens coloridas, seus diálogos curtos atraem o leitor. O contato com HQs leva os jovens a se desenvolverem cognitivamente no esforço para entendê-las. Esse autor afirma que a utilização de uma HQ em sala de aula pode se dar de duas maneiras: como ferramenta didática em exercícios tanto de Matemática quanto de outras disciplinas, e como exercício multidisciplinar, na criação de histórias em quadrinhos.

Esse *software* possibilita articular linguagem escrita, linguagem oral, aspecto visual, aspecto sonoro e linguagem matemática, que são multifaces de uma linguagem completa. Ele

é um recurso tecnológico apropriado à presente pesquisa, pois possibilitou, no caso específico, a construção da HQ, que foi socializada no Clube de Matemática. A HQ foi fundamentada nos pressupostos de Davydov (1978), que afirma, juntamente com os estudos de Vygostky (1998), que o desenvolvimento do indivíduo dá-se nas suas relações sociais, do interpessoal para o intrapessoal, do coletivo para o individual, e é adquirido na realização de atividades constituídas em um ambiente histórico-cultural, atribuindo, assim, significados as essas novas aquisições em um processo dialético entre o que lhe é interno e o que lhe é externo.

2 Clube de Matemática: um espaço de aprendizagem e mediação do conhecimento

Na escolha dos objetivos que compuseram a pesquisa de mestrado aqui parcialmente exposta, percebeu-se a necessidade de encontrar uma coluna que sustentasse a questão orientadora do estudo. Após uma leitura sobre ambientes de aprendizagem, encontrou-se nos Clubes de Matemática um ambiente favorável para a materialização das atividades de estudo que compunham o experimento didático formativo.

O espaço de aprendizagem caracterizado como Clube de Matemática surgiu como um projeto de estágio da Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo (FE-USP) para acadêmicos do curso de Pedagogia e de Licenciatura em Matemática. Segundo Moura (1996), o clube é definido como um espaço em que os estagiários interagem com alunos e docentes da rede pública. A ferramenta pedagógica citada é aplicada na FE-USP desde 1999, para desenvolvimento de propostas de ensino.

Ainda de acordo com Moura (1996, p. 32), nesse espaço de aprendizagem é possível propor “atividades de ensino que respeitam as diferenças dos indivíduos e que definem um objetivo como um problema coletivo”. Cabe então compreender as características principais das atividades de ensino, que, de acordo com Davydov (1978), organizam-no e tornam-se essenciais para a formação do pensamento teórico, adaptando-as a esse espaço.

Diante disso, Moura (2000, p. 35), assevera que

A atividade [...] é do sujeito, é problema, desencadeia uma busca de solução, permite um avanço do conhecimento desse sujeito por meio do processo de análise e síntese e lhe permite desenvolver a capacidade de lidar com outros conhecimentos a partir dos conhecimentos que vai adquirindo à medida que desenvolve a sua capacidade de resolver problemas. A atividade é desse modo um elemento de formação do aluno e do professor.

Dessa forma, as atividades passam por etapas essenciais que contribuem para o desenvolvimento dos processos cognitivos do sujeito. Hedegaard (2002, p. 211) explica o movimento da atividade de ensino e assevera que “o professor deve guiar o ensino com bases

nas leis gerais, enquanto as crianças devem se ocupar com essas leis gerais na forma mais clara por meio da investigação das manifestações dessas leis”.

Para Davydov (1978), Moura (1996) e Hedegaard (2002), as ações de ensino devem ter caráter organizacional. Davydov (1978) descreve em suas pesquisas que, após investigações na Escola Experimental de Moscou, foi constatado que as atividades de ensino estavam completamente ausentes nas escolas. Diante disso, Davydov e Daniil B. Elkonin, no ano de 1960, criaram novos programas de ensino. Nas escolas russas, segundo Davydov (2009), praticava-se a pedagogia tradicional. Os alunos aprendiam primeiro as características superficiais dos objetos; em seguida, comparavam-nos e classificavam-nos sem aprofundar-se nas relações internas da essência da matéria e o seu desenvolvimento. Essas ações resultam na aquisição do conhecimento empírico (LONGAREZI; PUENTES, 2013, apud DAVYDOV, 2009).

Ao reconhecer que as escolas praticavam a formação do conhecimento empírico, Davydov (2009) formulou um método para a aquisição do conhecimento científico. Propôs uma tese inversa à do conhecimento empírico, a saber: inicialmente, os alunos aprenderiam sobre os aspectos genéticos do objeto, ou seja, o movimento lógico e histórico do objeto de acordo com o que chamou de *Teoria do Ensino Desenvolvimental*. Essa teoria destaca as relações de gênese do objeto em estudo e sua transformação histórica, ao apresentar o princípio geral desse objeto. Posteriormente, reconhece a ciência como método próprio e geral para analisar e encontrar soluções para os problemas e formaliza, assim, o pensar teórico que desenvolve processos mentais que levam aos conceitos.

Ressalte-se que, de acordo com os pressupostos de Davydov (2009), a formação e generalização do conceito está relacionada intrinsecamente à formalização dos processo de conhecimento, ensino-aprendizagem e à atividade de estudo (LONGAREZI, PUENTES, 2013).

Na execução das atividades organizadas, percebeu-se que elas auxiliam o trabalho coletivo e proporcionam reflexões sobre a resolução dos desafios, ao propor relações intrínsecas com o objeto de estudo. O educador torna-se um mediador, no sentido vygostkyano, que propõe ações de estudo para que os alunos possam posicionar-se e buscar estratégias de empoderamento. Para Rubtsov (1996, p. 136), a atividade coletiva possui os seguintes traços importantes:

- a) a repartição das ações e das operações iniciais, segundo as condições da transformação comum do modelo construído no momento da atividade; b) a troca de modos de ação, determinada pela necessidade de introduzir diferentes modelos de ação, como meio de transformação comum do modelo; c) a compreensão mútua,

permitindo obter uma relação entre, de um lado, a própria ação e seu resultado e, de outro, as ações de um dos participantes em relação a outro; d) a comunicação, assegurando a repartição, a troca e a compreensão mútua; e) o planejamento das ações individuais, levando em conta as ações dos parceiros com vistas a obter um resultado comum; f) a reflexão, permitindo ultrapassar os limites das ações individuais em relação ao esquema geral da atividade (assim, é graças à reflexão que [se] estabelece uma atitude crítica dos participantes com relação às suas ações, a fim de conseguir transformá-la, em função de seu conteúdo e da forma do trabalho comum).

Esses traços compõem a organização do ensino e contribuem para a transformação de conexões externas e internas em estruturas mentais superiores que passam do social para o individual. Foi desse modo que se planejaram e se aplicaram as atividades desenvolvidas no Clube de Matemática.

3 Metodologia

Para se identificar os possíveis indícios da formação do conceito de volume do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide, apoiou-se na abordagem qualitativa e participante (STRAUSS; CORBIN, 2008), em que o pesquisador interage com os membros das situações investigadas. Os objetos estudados foram sujeitos e não meramente *sujeitos de pesquisa*, passivos fornecedores de dados. Eles foram sujeitos de conhecimento.

O estudo foi planejado da seguinte forma: realização de leituras para a elaboração do referencial teórico; escolha da instituição, do público alvo, do conteúdo e da metodologia para o desenvolvimento das aulas e das atividades sistematizadas; construção de quatro atividades fundadas no experimento didático formativo davydoviano; e desenvolvimento e aplicação do experimento didático formativo para a coleta de dados.

No primeiro momento, foram feitas várias leituras em que foi possível reconhecer alguns pressupostos teóricos que tratam do uso da Teoria do Ensino Desenvolvimental, da Teoria Histórico-Cultural, do experimento didático formativo, da tecnologia da informação e da comunicação na Educação Matemática e do espaço de aprendizagem (Clube de Matemática), bem como da interação desses elementos. Todo o processo de construção do referencial teórico se fez importante, não somente para as reflexões construídas em cada sessão do estudo, mas também para a formação das ações futuras, como escolha da metodologia a ser usada, concepção adotada na elaboração e no desenvolvimento das atividades que seriam aplicadas.

Em um segundo momento, escolheu-se a instituição e o público a serem analisados com base na nota do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB). Elegeram-se uma

instituição escolar de menor índice do município para a realização do estudo. Aplicou-se esse critério de seleção por se acreditar na premissa de que o ensino pode ser impulsionado e organizado de modo a contribuir para o desenvolvimento de novas habilidades e conceitos (DAVYDOV, 2009).

No terceiro momento, deu-se a construção das atividades. Escolheu-se por investigar o processo de formação do conceito de volume, por tratar-se de um conceito básico para a compreensão de assuntos mais complexos, como relações métricas e transformações de unidades de medida, além de possibilitar a introdução do aluno nos estudos de geometria, articulados com a álgebra, e permitir aplicações do conteúdo à sua realidade circundante.

As quatro atividades foram divididas do seguinte modo: a atividade preliminar teve como objetivo reconhecer a zona de desenvolvimento real dos alunos sobre o conteúdo de geometria e também teve caráter motivacional. Inicialmente, no Clube de Matemática, aplicou-se uma HQ com a finalidade de construir o movimento lógico e histórico do objeto. Em seguida, os alunos tinham de relacionar as características de algumas figuras geométricas a sua imagem e reconhecer o nome de alguns sólidos geométricos. Ao fim dessa atividade, os alunos tinham de identificar as arestas, as faces e os vértices dessas figuras geométricas espaciais.

A atividade de experimentação foi construída para atingir os seguintes objetivos: oferecer aos alunos momentos de investigação, conjectura e medição de volume; apresentá-lhes experiências para que compreendessem o conceito de volume por meio da utilização do Material Dourado.

A atividade de verificação buscou atingir as seguintes habilidades: identificar a compreensão dos alunos sobre a história do objeto; reconhecer, nos seus relatos orais ou escritos sobre a resolução das atividades, as estratégias e os métodos usados por eles, a fim de perceber possíveis indícios de formação do conceito de volume.

O quarto momento constituiu-se da análise dos dados. Buscou-se, nessa última etapa, analisar à luz da teoria aqui adotada todo o processo de aplicação e os dados coletados, bem como a metodologia do estudo, os elementos que orientam a Teoria do Ensino Desenvolvimental, que propõe um movimento dialético entre a interação, o diálogo e a formação do conhecimento científico, cujas ações são mediadas com fins estabelecidos e com um contato mais profundo com o conteúdo (DAVYDOV, 1978).

Por se tratar de uma investigação qualitativa, a análise representou uma realidade subjetiva e destacou, não somente as transformações dos sujeitos, mas também de seus

valores e de suas opiniões. Utilizaram-se os seguintes instrumentos de coleta: observação, questionários, aplicação de atividades, filmagens e anotações de campo.

A análise de todos os dados foi organizada em três fases, a saber: a pré-análise; a exploração do material; e o tratamento, a interferência e a interpretação dos dados. Todas essas fases compõem a análise de conteúdo, que constitui um conjunto de técnicas que utilizam de procedimentos ordenados para descrever o conteúdo das mensagens contidas em documentos, textos, dentre outros (BARDIN, 2012).

A sequência didática baseou-se nas ações propostas pela Teoria do Ensino Desenvolvimental, que auxiliou no desenvolvimento das atividades com as seguintes ações de estudo: transformação dos dados da tarefa, identificação da relação universal do objeto de estudo, transformação do modelo para estudar suas propriedades, construção de um sistema de tarefas particulares, controle ou monitoramento das atividades realizadas anteriormente. Todas as ações de estudo citadas por Davydov (2009), foram desenvolvidas nas etapas deste estudo. O roteiro de organização de aplicação ocorreu em oito encontros com 12 alunos, no turnos matutino, e 12 no vespertino, com duração total de 90 minutos.

Ressalte-se que o interesse deste estudo foi observar, por meio dos aspectos nomeados, se o conceito foi construído de forma correta, ou se haveria necessidade de retomar o debate em alguns pontos para melhor compreensão por parte dos sujeitos da pesquisa; ou seja, tratou-se de discutir o processo de aquisição do conceito de volume qualitativamente.

4 Resultado

A organização das atividades foi guiada pelo objetivo de conduzir o aluno a conclusões científicas. Especificamente: o volume é a quantidade de espaço ocupada por um corpo. No caso do paralelepípedo, reconhecer que seu volume é dado pelo produto de suas dimensões. Para chegar a essa conclusão, é preponderante que o aluno perceba que isso é obtido a partir de uma unidade de medida fundamental: a unidade cúbica de aresta de um centímetro, cujo volume é um centímetro cúbico e, a partir daí, ascender à regra equivalente da multiplicação das arestas.

Nas ações do primeiro ao quinto encontros, foi aplicada a HQ e a atividade preliminar com três exercícios. No sexto, foi apresentada uma pequena introdução sobre o que é volume, buscando-se, nesse momento, verificar que conhecimentos sobre o tema traziam os alunos para a sala de aula. Com a intenção de reconhecer as operações mentais realizadas por eles nos momentos de aprendizagem conceitual, aplicou-se uma atividade específica. Vale

esclarecer também que todas as ações do experimento didático formativo foram aplicadas pelos pesquisadores.

No primeiro encontro, estabeleceu-se um diálogo com os alunos, a partir de questões como, por exemplo, qual a primeira palavra ou frase que vinha às suas mentes quando ouviam a palavra *volume*? Notou-se foi que o conceito de volume construído por eles relacionava-se ao conhecimento empírico. Relataram que o volume poderia ser algo que ocupa espaço, algo que aumenta, como, por exemplo, o volume do som, a capacidade da garrafa *pet* de armazenar líquidos, dentre outros. Constatou-se por meio desses relatos que os sujeitos da pesquisa, ao serem indagados sobre o que era volume, expressaram suas experiências cotidianas ou seu conhecimento empírico. Esse fato é de suma importância para Davydov (2009), pois a construção do conhecimento científico passa primeiro pela empiria.

Segundo esse autor, desde os primeiros indícios da História da Filosofia, já havia reflexões sobre dois tipos de pensamento: o empírico, que é aquele “orientado a separar e registrar os resultados da experiência sensorial, e o pensamento teórico, que consiste em revelar a essência dos objetos, as leis internas de seu desenvolvimento” (DAVYDOV, 2009, p. 106). O autor afirma que o pensamento empírico ainda influencia o Ensino Básico, pois “os estudantes gradualmente são levados às generalizações por meio da observação e o estudo do material concreto dado visualmente é captado sensorialmente” (DAVYDOV, 2009, p. 103).

É sob essa ótica que o ensino é questionado pelo autor. Ele reconhece que o papel da escola é desenvolver o pensamento teórico que, por sua vez, não se manifesta nas generalizações observáveis, mas na mediação do conhecimento científico (DAVYDOV, 2009).

Após as considerações dos alunos quanto ao que seja volume, percebeu-se a necessidade de apresentar atividades sobre esse conceito abstrato. Foram exibidos dois vídeos: *Donald no País da Matemática*, como vídeo motivador, e *A História da Geometria e os Sólidos de Platão*, que apresenta o conceito abstrato. Em seguida, exibiram-se, em *slides*, algumas situações previamente preparadas com os seguintes sólidos geométricos: cubo, paralelepípedo e pirâmide quadrangular. Essa exibição possibilitou observar como se calcula o volume desses sólidos. Esse material oferece, visualmente, a formalização dos modelos geométricos e apresenta suas características em movimento real, o que permite localizar os vértices, as arestas, as faces e o modelo de cada sólido. Os alunos puderam visualizar as imagens e nomear suas características e suas relações numéricas de acordo com os exemplos vistos nos *slides*.

Na sequência, foi apresentada para os alunos a HQ denominada *Uma Turma do Barulho*, que aborda o movimento lógico e histórico do volume. Construída no *software* Hagáquê, essa HQ teve por finalidade levar os alunos a perceberem o movimento do objeto em estudo ao longo do tempo, suas transformações e a importância desse conteúdo para a ciência. Ao finalizar a atividade, que se constituiu de uma leitura em grupo, motivados e incentivados pela mediação da pesquisadora, os alunos debateram as ideias centrais da HQ, que se relacionam com o núcleo do conceito.

As argumentações iniciaram-se em torno da percepção de alguns alunos quanto à relação que a HQ faz entre o conceito de volume e a necessidade de as personagens saberem calcular determinados volumes para se livrar de uma situação problema. Esse fato é importante, pois, para Davydov (2009), se o aluno sabe resolver problemas, o conceito foi assimilado. Para preservar a identidade dos participantes, os sujeitos da pesquisa serão identificados pela expressão *aluno*, seguida dos numerais de 1 a 24. Eis alguns relatos:

Aluno 3: *Durante a leitura da história, professora, pude perceber que a turma de amigos tinha que resolver enigmas para encontrar o caminho para casa. E alguns desses enigmas eram para calcular o volume de um recipiente.*

Aluno 6: *É verdade! A turma teve que encontrar uma maneira de calcular o volume para encontrar o caminho de volta para casa.*

Professora: *Como o volume foi representado na história?*

Aluno 11: *Ora, professora! Eles tiveram a ajuda do Frank.*

Aluno 10: *Havia pistas para encontrar o volume.*

Aluno 6: *Todos da turma reuniram-se e perceberam que, durante a história, Frank deixava algumas pistas. E uma delas era sobre a regra do volume. Com ela, eles encontraram o volume.*

Aluno 10: *O volume foi representado na história pelas figuras geométricas.* (VAZ, PEREIRA, 2016)

Esses relatos permitem notar que um grupo de alunos conseguiu identificar, de forma superficial, como o volume foi representado na primeira atividade do experimento e destacou de início o contexto histórico da narrativa textual.

Posteriormente, verificou-se que os alunos apresentaram, em suas falas, uma regra para se calcular o volume. Isso leva a refletir sobre o processo de aquisição do conhecimento científico e a formação do pensamento teórico que, por sua vez, garantem ao aluno, após a formalização do pensamento, aplicar esse conhecimento em qualquer momento ou situação que lhe convenha (DAVYDOV, 2009). Viu-se no comentário do Aluno 10 que ele conseguiu relacionar fatos que poderão auxiliar na formação de estruturas que se relacionem com o núcleo do objeto. Mas ressalte-se que, até esse momento, os comentários indicam que os alunos perceberam que é imprescindível saber calcular o volume para os personagens da HQs resolverem uma situação-problema. , pelo relato, percebe-se que eles ainda não tinham

condições de resolver os enigmas e que seriam necessárias outras atividades para se compreender o conceito.

Ao término desse debate, iniciou-se outro questionamento, ainda referente à primeira atividade:

Professora: *Para vocês, houve momentos importantes que marcaram a descoberta do volume na HQ lida?*

Aluno 13: *Sim! Quando Frank trazia informações sobre a forma como os homens criavam os seus objetos e como eles usavam a Matemática.*

Aluno 18: *Concordo com o colega sobre as informações passadas pelo aprendiz de feiticeiro (Frank). Mas, o que me chamou mais a atenção foi o filme da Matemática onde Donald mostra que a Matemática está por toda parte e que o homem a utiliza em diversas situações.*

Aluno 7: *O momento mais importante que percebi na HQ foi quando os personagens contaram os acontecimentos da Matemática na vida humana.*

Aluno 19: *Aprendi muitas coisas, uma delas é que nós temos uma história e com a Matemática não é diferente, ela também tem uma história (VAZ, PEREIRA, 2016).*

Somado a esses relatos, Pais (2006, p. 8) destaca que

o exercício da dúvida já sinaliza uma disponibilidade de espírito para cultivar o eterno retorno na busca de novos conhecimentos, porque as turbulências pertencem à essência comum ao ensino e à aprendizagem, fazendo com que toda experiência cognitiva tenha uma dose de incerteza.

Pondera-se, assim, que a História da Matemática também apresenta, em sua construção, um grau de complexidade, pois exige uma reflexão diante dos acontecimentos, das rupturas, dos retornos, e esses obstáculos se relacionam com as ações de aprender e de ensinar. Dessa forma, pode-se compreender que há, nas falas dos alunos, uma formação ingênua sobre a História da Matemática e a história do objeto.

Observou-se em alguns momentos que a HQ representou um fio condutor para a formalização do conceito nuclear de volume. Indagados sobre o que marcou a descoberta do volume, muitos alunos se pautaram na HQ de forma geral e optaram pela objetividade em sua fala. O primeiro expôs um aspecto da História da Matemática na perspectiva de informação, ao passo que os demais discursaram sobre a praticidade da Matemática e sua utilidade, bem como sobre suas descobertas para a humanidade. Por último, expuseram a relevância de conhecermos o papel da história nos aspectos culturais e sociais.

No terceiro e último questionamento a respeito da primeira atividade do experimento, travou-se a seguinte conversa:

Professora: *Você identificou, na HQ, a história do objeto (volume)?*

Aluno 20: *Sim! Descobri que antigamente os homens usavam a geometria sem saber que usavam. E o volume foi descoberto através da necessidade que os homens tiveram em guardar seus alimentos.*

Aluno 4: *Sim, quando Frank disse que há muito tempo atrás os homens trocavam mercadorias e tiveram que criar um sistema de medidas para cobrar e pagar o que comprava (sic).*

Aluno 2: *Compreendi que o volume foi descoberto há muito tempo atrás para guardar comidas.*

Aluno 15: *Sim! A história do volume demonstra a sua importância para vida do homem onde ele começou a usar o volume para pesar o alimento e para fazer trocas (VAZ, PEREIRA, 2016).*

Percebe-se, nesses relatos, que os alunos identificaram, no episódio lido, a *história do objeto* (volume) e a *História da Matemática* como histórias relevantes sob o enfoque da informação, da utilidade para o desenvolvimento humano, bem como da essência do recurso geral do movimento lógico histórico do objeto. Os grupos discutiram sobre a relevância de se reconhecer as fontes e, nesse momento, alguns alunos chamaram a atenção para um dos personagens da HQ: Frank, o mago, e relataram que esse personagem, por estar dentro da História, contava os fatos históricos com propriedade, pois estava próximo das fontes.

Notou-se, nesses relatos dos alunos, que a estranheza e a resistência em receber fatos históricos e aceitá-los como verdadeiros possibilitaram um diálogo enriquecedor sobre o processo da história e suas particularidades quanto aos aspectos socioculturais e os seus registros. Assim, embora tenha sido perceptível um entendimento superficial da história do objeto, verificou-se, por meio dos relatos, que houve indícios de reconhecimento sobre a história e, em alguns momentos, alguma desconfiança dos fatos apresentados como certos, prontos, o que levou os estudantes a repensarem sobre os acontecimentos recebidos como a-históricos.

Segundo Kopnin (1978, p. 183-184), o termo *histórico* é definido como “o processo de mudança do objeto, as etapas de seu surgimento e desenvolvimento (e o lógico) a reprodução da essência do objeto e da história do seu desenvolvimento no sistema de abstração”.

Nessa mesma linha, Duarte (1987, p. 13) ressalta que

A história frequentemente se move através dos ziguezagues, de avanços e recuos, de desvios, sofre acidentes de percurso, passa por etapas meramente acidentais. Para se conhecer o processo de desenvolvimento de um conhecimento ou de um determinado aspecto da realidade é preciso conhecer a essência da evolução histórica. Isso significa selecionar o que é secundário do que é principal, o que é necessário do que é acidental etc. Essa distinção é decisiva, pois ela mostra o erro do historicismo, que espera conhecer a realidade simplesmente conhecendo a história da realidade, não fazendo distinção entre a história e o processo. O processo é a essência da evolução histórica.

Vale destacar que conhecer o processo da evolução histórica contribui para o desenvolvimento da abstração do conhecimento e se torna parte lógica para a aprendizagem.

O movimento dialético – verificado nos momentos de confronto, reflexão e posicionamento de ideias dos alunos quanto à aplicação do experimento didático formativo – aproximou-se do saber geométrico no que se refere à identificação do que foi elaborado ao

longo da história da humanidade e fez que os alunos pudessem refletir sobre o pensar próprio do saber geométrico nas atividades propostas e conhecer a história nuclear do objeto de estudo.

A segunda atividade foi a experimentação do volume com o Material Dourado, composta por 11 desafios. Os alunos foram estimulados a resolver problemas e a realizar experimentações com esse material, a fim não só de encontrar o volume dos sólidos aqui estudados, mas também de identificar esse conceito, por meio do reconhecimento da conexão externa e, a partir daí, formar a conexão interna do conteúdo.

A atividade se baseou nas seguintes tarefas, construídas com Material Dourado: reconhecimento do que é uma unidade cúbica, uma dezena cúbica e uma centena cúbica; representação de um cubo com um centímetro de aresta como unidade cúbica; representação e reconhecimento de cubos com arestas de um e de três centímetros, e cálculo dos volumes correspondentes; representação de um cubo com dois centímetros de comprimento, dois de largura e dois de altura e, em seguida, cálculo de seu volume; construção de um paralelepípedo com três centímetros de comprimento, dez de largura e quatro de altura, e cálculo de seu volume; verificação do que acontece com o volume quando, nessa mesma figura, se adicionam dois centímetros na altura; representação de uma caixa com quatro centímetros de comprimento, dez de largura e três de altura e, em seguida, cálculo de seu volume; representação de um sólido com dois centímetros de comprimento, dez de largura e três de altura, indicação do seu nome e cálculo de seu volume; representação de um paralelepípedo com as seguintes dimensões: dez centímetros de comprimento, dez de largura e dez de altura e cálculo de seu volume; utilização do Material para o aluno perceber que cada uma das dimensões do seu cubinho mede um centímetro e que seu volume é de um centímetro cúbico (1 cm^3); também que, ao utilizar oito cubinhos para formar um novo cubo, perceber que a medida da aresta desse novo cubo é de dois centímetros.

Depois da realização das tarefas da segunda atividade, para avaliar o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, fizeram-se os seguintes questionamentos.

Professora: Relembrando um pouco a história da Turma do Barulho, reconhecemos a importância da História da Matemática em diferentes momentos da evolução do homem, em suas descobertas, assim como a história do volume. Vimos que a Turma do Barulho teve, ao longo da história, de desvendar alguns enigmas para encontrar o caminho de casa. Agora, a missão é com vocês, alunos do Clube de Matemática, resolverem onze desafios sobre o volume.

Professora: Reconheça, por meio do material dourado, o que é unidade, dezena e centena.

Aluno 13: A dezena é representada pela barra; quanto à unidade, pelo cubinho.

Aluno 1: A unidade é o cubo e a centena é a placa e um milhar o cubo maior.

Alunos 12: Podemos usar também dez placas para representar um milhar (VAZ, PEREIRA, 2016).

O primeiro desafio foi somente para os alunos reconhecerem o material dourado. A maioria sabia identificar os objetos com clareza.

Seguiu-se o segundo desafio proposto pela pesquisadora: *Represente um cubo com as seguintes dimensões: um centímetro de aresta.*

Nesse momento, os alunos começaram a criar hipóteses sobre a representação do cubo de um centímetro de aresta. A maioria usou um cubinho para a representação. Chegou-se a essa conclusão depois de algumas tentativas.

Aluno 4: *Essa me pegou! Mas quando coloco dois cubinhos, vejo que não forma cubo.*

Aluno 8: *Foi fácil, é só imaginar o cubo e representar com material dourado. Se eu usar a barra, não vai formar cubo. Só formo o cubo quando coloco o cubinho* (VAZ, PEREIRA, 2016)

A análise desses dois relatos evidencia que os alunos buscaram, na generalização, artifícios para chegar às particularidades. Dessa forma, há, nas falas dos alunos, apresentações externas do fenômeno e tentativas de síntese para chegar à representação do objeto (SEMENOVA, 1996).

Terceiro desafio: Professora: *Agora que você já reconhece um cubo com arestas de um centímetro, represente um cubo com três centímetro de aresta e calcule o seu volume.*

Nesse desafio, os alunos iniciaram um diálogo com os que estavam mais próximos, indagando e sugerindo outros caminhos. Em síntese, desenvolviam o pensamento teórico por meio de atividade concreta, em que eles transitavam entre o interpessoal (relação entre duas ou mais pessoas – social) e intrapessoal (capacidade de relacionar com seu próprio sentimento individual), confirmando o que preveem Davydov (1978) e Vygotsky (1998).

A maioria dos alunos soube construir a figura, identificou suas arestas e arriscou dizer o valor do volume e a explicar o processo usado para encontrá-lo. Houve algumas intervenções com o intuito de provocar induções e fazer os alunos tentarem encontrar o volume usando as suas próprias estratégias. Eis o diálogo:

Professora: *Como vocês identificaram o volume no cubo?*

Aluno 16: *No início, fiquei com dúvida, mas ao montar o cubo, percebi que os lados são iguais e ao fazer a contagem numérica das peças do material dourado, encontrei o volume.*

Aluno 14: *Eu multipliquei as arestas e encontrei o volume do cubo que tem as dimensões iguais.*

Aluno 7: *Foi até fácil, como todos os lados eram iguais, contei as peças do material dourado e achei o valor do volume.*

Aluno 22: *Usei a regra do cubo e multipliquei todos os lados e encontrei o volume* (VAZ, PEREIRA, 2016).

Diante dos relatos, verificou-se que os alunos encontraram o valor do volume na figura do cubo por meio de estratégias particulares de cada um, mas nem todas essas estratégias

levaram à solução do desafio. Houve, inclusive, um pequeno grupo que se intimidou no início do desafio, perdeu-se na manipulação e, nessa hora, foi necessária intervenção com questionamentos para provocar a investigação. Logo seus integrantes começaram a discutir sobre como chegariam ao volume e partiram para a contagem numérica das peças do Material Dourado como uma estratégia para atingir a solução do desafio. Percebe-se, pela sua fala, que o Aluno 22 ainda não tinha se apropriado da nomenclatura e chamava a aresta do cubo de lado. Mas, observa-se nas falas que os alunos 14 e 22 já tinham conseguido acessar o aspecto nuclear do que seria o volume de um cubo, enquanto os alunos 7 e 16 estavam com esse processo latente, faltando apenas relacionar a contagem das unidades cúbicas com o produto das arestas.

Depois da resolução do desafio, por meio da construção do objeto inicial junto com a criação de um modelo, os alunos se empoderaram de uma síntese, na qual o processo dialético entre a investigação, a estratégia utilizada e o cálculo do volume resultou na abstração do processo de medição do volume. Nessa fase, os alunos começaram a refletir sobre o conceito nuclear e a identificar sua utilidade.

Os desafios de quatro a nove apresentaram, em sua composição, semelhanças com o relato descrito acima. Alguns alunos tiveram interesse em encontrar a medição do volume e se apropriaram da contagem das peças que formavam a figura; outros, empregaram a multiplicação, e uma minoria recorreu às fórmulas do volume citadas na HQ *Turma do Barulho*. Esse movimento ocorre, segundo Davydov (2009), pelo desenvolvimento do pensamento a partir da sensibilidade humana, em que o sujeito se utiliza de um registro que se formou diante da compreensão de um fato. No caso dos alunos, a HQ lida. Esse é o elo entre as ações objetivas e as representações.

Pode-se concluir que a organização das atividades, em conjunto com o teor de investigação, ampliou os motivos para os alunos buscarem estratégias e encontrarem as medições do volume nas atividades propostas. Intuiu-se, diante dos relatos e da observação participante, que o experimento didático formativo auxiliou o ensino em diversos aspectos, dentre os quais se pode destacar: a percepção, a capacidade de formar objetos e representá-los, e a abstração.

No último aspecto sobre a formação do conceito, vislumbraram-se indícios do conceito nuclear de volume; porém, verificou-se que os alunos adquiriram uma síntese sobre esse conceito e preservaram características marcantes de como obter o volume. Isso demonstra que a organização das atividades facilitou a abstração do conceito para a maioria dos sujeitos, conforme se pode observar nas palavras dos alunos.

Aluno 18: *Volume é quando um recipiente se torna cheio. Mas o volume não é o líquido e sim a capacidade de armazenar.*

Aluno 14: *Aprendi várias coisas, como saber identificar o volume de um cubo e calculá-lo. Volume é a quantidade de espaço ocupada por um corpo. E, para calcular, é só identificar as suas dimensões, seus valores e realizar a operação (multiplicação das arestas).*

Aluno 24: *Volume é a capacidade de armazenamento de um objeto (VAZ, PEREIRA, 2016).*

Dessa forma, o conceito de volume formado pelos alunos, derivou, em parte, do conceito científico requerido para esse estudo, que define volume como a quantidade de espaço ocupada por um corpo, que especificamente no caso do cubo e do paralelepípedo pode ser obtido pela multiplicação de suas arestas, ou contando-se as unidades que o compõem.

Na última atividade, denominada Validação do Conceito Nuclear do Objeto, notaram-se dificuldades por parte de alguns alunos em relação à resolução, por meio de um experimento simples, do problema apresentado, a saber: Uma barraca em forma de pirâmide quadrangular é sustentada por quatro hastes metálicas, como mostra a Figura 1. Os lados da base têm todos o mesmo comprimento, que é de dois centímetros. Se a altura da barraca for de três centímetros, qual é o volume de ar nessa barraca?

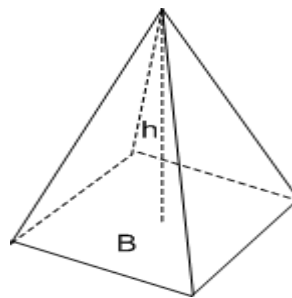


Figura 1 – Pirâmide quadrangular
Fonte: VAZ; PEREIRA, 2016.

Para responder à questão proposta, os alunos deveriam construir, com material concreto previamente preparado nas dimensões corretas, uma pirâmide com a mesma base e altura da pirâmide citada no problema proposto e realizar uma experiência em que fariam uso de areia e de um paralelepípedo com a mesma base e altura da pirâmide feita por eles. Ao manipular esses elementos – pirâmide, areia e paralelepípedo –, os alunos deveriam chegar à compreensão de que o volume dessa pirâmide é igual a um terço do volume desse paralelepípedo. Em seguida deveriam fazer registros do resultado de todo o processo, com escrita e/ou desenho. O objetivo era levá-los a compreender que o volume de uma pirâmide quadrangular é um terço do volume de um paralelepípedo de mesma base e altura.

Constatou-se que os alunos adquiriram uma noção geral sobre o tema estudado e iniciaram um processo de reconhecimento da relação entre os volumes. Ao se aplicar a atividade de verificação, ficou perceptível o desenvolvimento das seguintes habilidades: familiarização

com as figuras geométricas e busca de um procedimento para resolver questões. Notou-se, também, diante dessas habilidades construídas, que a maioria dos alunos iniciou e intermediou o processo investigatório da questão. O objetivo desse desafio era demonstrar a capacidade ou não dos sujeitos se apropriarem de esquemas novos, levando-os a indagarem e a perceberem que existem formas criativas para o estabelecimento de relações entre os objetos matemáticos. Assim, após as diversas tentativas, os alunos identificaram as características da pirâmide e compreenderam como medir seu volume experimentalmente.

Após a experiência, todos os alunos fizeram desenhos e esquemas que representam alguns detalhes, a partir dos quais foi possível concluir que eles compreenderam a regra para o cálculo do volume de pirâmides quadrangulares, embora não tenham conseguido sintetizar a experiência em uma fórmula matemática. Observou-se que os alunos não conseguiram enunciar a fórmula para o cálculo do volume da pirâmide devido à pouca experiência com álgebra. Entretanto, conclui-se que a percepção deles sobre a experiência é suficiente para afirmar que conseguiram ampliar o conceito a partir do cubo para a pirâmide.

5 Conclusão

Retomando-se a questão central da investigação: O ensino organizado com fundamento na Teoria do Ensino Desenvolvimental pode contribuir para a formação do conceito de volume do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental?, constata-se de imediato uma hipótese não comprovada, a saber, os alunos não conseguiram enunciar em forma algébrica a fórmula para o cálculo do volume de uma pirâmide. Mas isso está associado diretamente ao fato de eles realmente terem pouca experiência com a álgebra e carecerem de novas experiências para adquirir esse fundamento.

Destacam-se algumas limitações nas condições de ofertas da escola, certamente elementos que atrapalharam o desenvolvimento das atividades: o espaço físico para o Clube de Matemática foi improvisado pela pesquisadora, devido à inexistência de uma sala para sua efetivação; a inexistência de um laboratório de informática também limitou a ação da pesquisadora e dos alunos na realização de tarefas e na construção da HQ. A proposta da escola de direcionar esforços para o aluno se sair bem nos testes governamentais também foi um entrave, pois percebeu-se resistência de alguns professores para liberar os alunos para participarem das atividades.

Com relação à resignificação da teoria para o desenvolvimento da área, destaca-se a necessidade de novos estudos para uma compreensão mais aprofundada da questão da

aquisição de conceitos científicos por partes de escolares. Insere-se também o preparo do professor para levar a cabo esse tipo de ensino.

Nesta direção, é imperativo afirmar que esse tipo de trabalho é fundamental para o desenvolvimento da prática profissional, pois apresenta indicativos de ações exitosas a partir da apropriação teórica, que capacita o professor a atuar em sentido inverso de nossa Educação, isto é, em vez da sequência usual de descrever os objetos matemáticos superficialmente, valorizando o conhecimento empírico, é necessário uma prática educativa capaz de conduzir o escolar ao aspecto nuclear do conhecimento científico.

De todo modo, destaque-se que a experiência foi exitosa, pois os dados demonstram que os alunos se apropriaram do nuclear do conceito de volume do cubo, do paralelepípedo e da pirâmide. Nas observações e análises, foi possível perceber que os alunos obtiveram avanços e ampliaram sua percepção quanto ao campo geométrico e suas particularidades. O desenvolvimento do experimento propiciou uma interação entre os alunos e possibilitou-lhes uma autonomia no modo de pensar e de se posicionar a respeito do que pensam sobre as atividades propostas e sua resolução. Nas anotações de campo, encontram-se vários registros que evidenciam a responsabilidade e o empenho dos alunos em participar do experimento.

Foi notória a motivação dos estudantes para participarem do espaço de aprendizagem. Em cada atividade proposta, empenhavam-se em realizá-la, embora algum desânimo ocorresse quando consideravam complexas as atividades. Porém, esse quadro era sempre superado pela efetiva motivação dos demais grupos, principalmente, quando mostravam que tinham entendido e conseguiam realizar as tarefas.

O trabalho coletivo realizado no Clube de Matemática demonstrou que a colaboração intencional desse espaço de aprendizagem traz avanços satisfatórios em relação aos objetivos estabelecidos quanto ao conteúdo e às ações coletivas dos grupos. Soma-se a isso que os alunos puderam cooperar e levantar conexões internas sobre os objetos tratados, além de participar da construção e reconstrução de novas hipóteses e conjecturas em relação às atividades propostas. A desenvoltura dos estudantes surpreendeu as expectativas do estudo, pois a maioria dos alunos se apresentava com autonomia e convicção no seu ponto de vista, e até oferecia sugestões e novos caminhos para a resolução das atividades.

Percebeu-se que a forma desses alunos verem a Matemática mudou, transformando seu olhar sobre essa disciplina, tornando-os mais abertos ao seu ensino e, com isso, desenvolvendo algumas habilidades consideradas importantes. Dentre elas, a percepção, a motivação e a formação de conceito no campo da Matemática.

Espera-se que este estudo possa oferecer um olhar reflexivo aos docentes e pesquisadores da área da Educação Matemática, a fim de propor-lhes uma continuidade nos estudos referentes ao uso do experimento didático formativo na administração de outros conteúdos matemáticos.

Por fim, ao concluir-se este artigo, pretende-se mencionar, sinteticamente, que as limitações, as dificuldades e as contribuições para a ressignificação da teoria em busca do desenvolvimento da prática profissional apresentam indicativos de ação e necessidade de outros estudos complementares.

Referências

- BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Tradução L. de A. Rego. A. Pinheiro. Lisboa: Edições 70, 2012. p 229.
- CARVALHO, de J. **A Educação está no gibi**. 1. ed. Campinas: Papirus, 2006. p 111.
- CEDRO, W. **O espaço de aprendizagem e a atividade de ensino: o Clube de Matemática**. 2004. 146f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2004.
- DAVÍDOV, V. V. **Problemas do ensino desenvolvimental: a experiência da pesquisa teórica e experimental na Psicologia**. Tradução de José Carlos Libâneo e Raquel A. M. da Madeira Freitas. [s. l., s. n.], 2009. Disponível em: <http://professor.pucgoias.edu.br/SiteDocente/admin/arquivosUpload/5146/material/Davydov%20Texto_completo_2009_20jun.doc>. Acesso em: 4 jan. 2015.
- _____. **Tipos de generalização do ensino**. 3 ed. Havana: Pueblo y Educación, 1978. p 488.
- DUARTE, N. **A relação entre o lógico e o histórico no ensino da matemática elementar**. 1987. 185 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade Federal de São Carlos, 1987.
- HEDEGAARD, M. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. In: DANIELS, H. (Org.). **Uma introdução a Vygotsky**. Tradução Marcos Bagno. São Paulo: 2 ed. Edições Loyola, 2002. p. 199-227.
- KOPNIN, P. V. **A dialética como lógica e teoria do conhecimento**. 1 ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1978. V. 123. p 354.
- LONGAREZI, A. M.; PUENTES, R. V. (Org.). **Ensino desenvolvimental: vida, pensamento e obra dos principais representantes russos**. 3 ed. Uberlândia: Edufu, 2013. p 378.
- MOURA, M. A atividade de ensino como unidade formadora. **Bolema**, Rio Claro, Unesp, Ano II, n. 12, p. 29-43, 1996.
- _____. **O educador matemático na coletividade de formação: uma experiência com a escola pública**. 2000. 151f. Tese (Livre Docência em Metodologia do Ensino de Matemática) – Faculdade de Educação da USP, São Paulo, 2000.
- PAIS, L. C. **Ensinar e aprender Matemática**. 1 ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006. p 152.



RUBTSOV, V. A atividade de aprendizagem e os problemas referentes à formação do pensamento teórico dos escolares. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOSVSKAYA, I. (Orgs.). **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista: escola russa e ocidental**. Tradução: Eunice. Gruman. Porto Alegre: 1 ed. Artes Médicas, 1996. p. 129-137.

SEMENOVA, M. A formação teórica e científica do pensamento dos escolares. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. **Após Vygotsky e Piaget: perspectiva social e construtivista. Escola russa e ocidental**. Tradução: E. Gruman. Porto Alegre: 1 ed. Artes Médicas, 1996. p. 160-168.

STRAUSS, A.; CORBIN, J. **Pesquisa qualitativa: técnicas e procedimentos para o desenvolvimento da teoria fundamentada**. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2008. p 287.

VYGOTSKY, L. S. **A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores**. 6. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1998. p 224.

Submetido em Junho de 2016.
Aprovado em Outubro de 2016.