Obstáculos Epistemológicos e a Pesquisa em Didática da Matemática

Jane Bittencourt[1]

RESUMO

Esse artigo tem como objetivo principal analisar a utilização da noção de obstáculo epistemológico nas pesquisas em didática da matemática. Para isso, apresenta-se inicialmente um breve histórico do uso dessa noção. Em seguida procura-se ressaltar alguns aspectos relacionados com a noção de obstáculo epistemológico, como a natureza dos obstáculos, o papel do erro e a questão do tratamento didático, considerados relevantes tanto do ponto de vista da didática quanto da analise epistemológica. Pretende-se também considerar as modificações que esta noção foi sofrendo ao longo do tempo de sua utilização, assim como analisar algumas perspectivas atuais para a pesquisa em didática da matemática segundo esta concepção epistemológica.

1. INTRODUÇÃO

Fruto de uma reflexão sobre a psicologia do espírito científico, a noção de *obstáculo epistemológico*, proposta por Bachelard em 1938 põe em evidência as dificuldades encontradas durante o processo de elaboração do conhecimento científico. Considerando o fazer ciência como sendo uma atividade intrinsecamente humana, portanto sujeita a todas as motivações e limitações do homem, influenciado pela psicanálise e pelas profundas modificações decorrentes dos resultados da física teórica do início do século, Bachelard entende que a construirão do conhecimento científico não se dá de maneira cumulativa, pelo contrário: "o espírito científico deve formar-se *contra* a Natureza, contra o que é, em nós e fora de nós, o impulso e a instrução da natureza, contra a corrente natural, contra o fato colorido e diverso. O espírito científico deve formar-se reformando-se" (Bachelard, 1993, p.23).

Assim, no momento de apreender a realidade objetiva, haveria urna série de obstáculos geradores de erros. Bachelard identifica os seguintes obstáculos: conhecimento ou experiência primeira; conhecimento geral; obstáculo verbal; conhecimento pragmático; obstáculo substancialista; obstáculo animista e obstáculos do conhecimento quantitativo. Geralmente de natureza inconsciente, estes obstáculos teriam que ser psicanalisados ou seja, trazidos à consciência para que o conhecimento anterior seja negado. O fazer ciência se daria então num processo de rupturas com o conhecimento dito primeiro, onde o erro passa a ter papel fundamental Recusando a continuidade no processo histórico de construção do conhecimento científico, Bachelard utiliza a história da ciência para exemplificar inúmeros obstáculos enfrentados pelo homem no progresso da ciência, compreendido como sendo resultado de retificações sucessivas, num movimento dialético de afirmação, negação e síntese provisória.

Do ponto de vista pedagógico, a visão epistemológica de Bachelard implica a análise crítica do processo de aprendizagem, considerando as dificuldades, erros e falhas como parte deste processo. Alerta t também para o modo habitual de se ensinar ciências desconsiderando o processo histórico de construção desse conhecimento, a experiência inicial do aluno e as dificuldades que este enfrentaria na aprendizagem, abrindo caminhos para a utilização da noção de obstáculo epistemológico em didática da ciência.

Embora tenha analisado alguns processos eminentemente matemáticos, como o conhecimento quantitativo, onde a busca do que chama um falso ou excessivo rigor pode tornar-se um obstáculo (Bachelard, 1993), comenta que suas considerações tratam do confronto com o mundo objetivo, excluindo portanto o conhecimento matemático. Considera a história da matemática "uma maravilha de regularidade. Ela conhece períodos de parada. Ela não conhece período de

[1] Programa de Pós-Graduação em Educação - Universidade Federal de Santa Catarina - caixa Postal 5161 - CEP 88040-970 - Florianópolis - SC - e-mail: jane@ced.ufsc.br.

erros." (Bachelard, 1993, p.22). Em *O Novo Espírito Científico* (1986), analisa mais cuidadosamente as geometrias não-euclidianas como exemplo do processo dialético de construção do conhecimento e da abertura racional característica do que denomina o "novo espírito científico".

No entanto, suas idéias tiveram repercussão nas pesquisas em didática em geral e em particular em didática da matemática, Na seção 2, apresenta-se um breve histórico da utilização da noção de obstáculo epistemológico em didática da matemática, para em seguida analisar alguns aspectos dessa abordagem epistemol6gica considerados relevantes para ^ pesquisa em ensino de matemática, Na seção 3 conclui-se apontando algumas perspectivas.

2. OBSTÁCULOS EPISTEMOLÓGICOS E A DIDÁTICA DA MATEMÁTICA

Nos anos 70, a partir de Brousseau e de sua concepção de "salto *informacional"* salto entre dois estágios de conhecimento, necessário para a superação de dificu1dades, -noção de obstáculo epistemol6gico começa a ser utilizada nas pesquisas em didática da matemática numa tentativa de melhor compreender as dificuldades dos alunos e construir instrumentos didáticos que permitam facilitar as rupturas necessárias durante a aprendizagem.

Interessado inicialmente em questionar a existência ou não de obstáculos em matemática e em identificar tipos de obstáculos segundo suas origens, Brousseau (1976) lista três tipos: ontogenéticos, decorrentes do desenvolvimento cognitivo; didáticos, decorrentes de situações didáticas, e epistemológicos, decorrentes da resistência ao próprio conhecimento, no sentido considerado por Bachelard. Em sua pesquisa relativa ao ensino dos números decimais, analisa diversos obstáculos tanto didáticos quanto epistemológicos, considerando-os fonte de erros futuros do aluno.

Imbuídas dessa visão epistemológica seguem-se diversas pesquisas. Em 1981, Glaeser, num estudo sobre os números inteiros, identifica diversos obstáculos no desenvolvimento histórico desse conceito. A seguir, Duroux (1983) propõe condições necessárias para ser obstáculo, ou seja: Um obstáculo é um conhecimento que produz soluções adaptadas a um determinado contexto mas induz a falsas soluções fora deste. Este conhecimento resiste às contradições apresentadas e freqüentemente volta a se manifestar.

Seguem-se pesquisas sobre a noção de limite feitas por Cornu (1983) e posteriormente por Sierpinska (1985), que identifica diversos tipos de obstáculos. Considera os obstáculos epistemológicos um programa de pesquisa com os objetivos de identificar obstáculos epistemológicos na matemática escolar e auxiliar os alunos a superá-los.

Durante o Colóquio Internacional: Construção do Saber - Obstáculos Epistemológicos e Conflitos, realizado em Montreal, em 1988, foram discutidas diversas questões fundamentais como: a existência de obstáculos epistemológicos no processo histórico de elaboração do conhecimentos e em situações didáticas; as limitações do confronto do obstáculo hist6rico com situações escolares assim como dificuldades e possibilidades futuras na pesquisa e sua superação, em particular o papel do conflito cognitivo no tratamento didático dos obstáculos, questões que serão comentadas a seguir.

2.1. Sobre a existência e natureza dos obstáculos epistemológicos

Diversas pesquisas tem identificado obstáculos em matemática, tanto no processo hist6rico quanto em situações de aprendizagem, evidenciando em ambos os casos um processo descontinuo de construção do conhecimento. Vergnaud (1988), por exemplo, identifica na álgebra uma ruptura em relação à aritmética, no que se refere não ao conhecimento em si mas à forma de controle do resultado durante a resolução de um problema, ruptura a ser vivenciada também pelo aluno.

A procura de obstáculos históricos tem sido um dos métodos utilizados pelos pesquisadores, como nos mostram as pesquisas sobre decimais, frações, números inteiros ou limites. Em todos esses estudos, o mergulho histórico tem se mostrado fundamental na análise epistemológica dos conhecimentos envolvidos, compreendendo um obstáculo como um conhecimento com determinado domínio de validade e significado social.

A esse respeito, Brousseau (1988a) define um método de pesquisa em obstáculo epistemológico, que consiste em três momentos: (i) encontrar erros sistemáticos e concepções em torno das quais esses erros se agrupam; (ii) encontrar obstáculos na história da matemática; (iii) confrontar os obstáculos históricos com os obstáculos na aprendizagem. Assim, analisando o desenvolvimentos desses três momentos nas várias pesquisas anteriormente mencionadas, conclui que "esses trabalhos deixam poucas dúvidas: os obstáculos existem, embora distingui-los, reconhecê-los, repertoriá-los e examinar suas relações e causas exige ainda muitas discussões e pesquisas." (Brousseau, 1988a, p.44).

A relação entre o histórico e o didático suscitou inúmeras discussões devido à sua complexidade, pois nem toda dificuldade histórica torna-se necessariamente obstáculo na aprendizagem e, por outro lado, ha diversos outros fatores envolvidos na situação didática que podem ser fontes de obstáculos, interferindo, portanto, no processo individual de construção do conhecimento. Brousseau (1988b) enumera além dos obstáculos históricos, também obstáculos psicológicos, de natureza ontogenética e mesmo obstáculos culturais, além dos obstáculos didáticos, decorrentes do apresentação dos conteúdos a nível escolar.

Nesse sentido, Sierpinska, embora ressaltando a importância da análise histórica, alerta para seus limites, afirmando que "não se trata de percorrer a evolução histórica dos conceitos" (Sierpinska, 1988, p.l45), descartando assim a hipótese do paralelismo entre filogênese e ontogênese dos conceitos matemáticos, considerada importante no início das pesquisas.

Quanto a identificação de obstáculos a partir de situações didáticas, Vergnaud (1988) sublinha a importância da distinção entre dificuldade e obstáculo. Considerando que os saltos ocorrem e são necessários, há casos em que o novo conhecimento novo contradiz o anterior, não consistindo portanto em verdadeiros obstáculos epistemológicos e dá diversos exemplos no caso da multiplicação. Considera também situações onde o novo conhecimento contradiz o posterior, o que ocorre por exemplo na aritmética, em problemas envolvendo adição e subtração e envolvendo duas transformações, o que considera o mais difícil obstáculo epistemológico a ser superado pelos alunos. Salienta que diante de cada caso - obstáculo ou simples dificuldade - teríamos uma atitude diferente, sendo que a dificuldade se mostra menos resistente e de mais fácil superação.

Procurando compreender melhor a natureza dos obstáculos em matemática, Sierpinska (1988) propõe uma releitura de Bachelard, interpretando como alguns critérios (crenças, opinião, hábitos, reificacão de conceitos abstratos) poderiam ser compreendidos no caso específico da matemática Propõe então considerar a matemática como um sistema cultural consistindo de três níveis o formal, consistindo de regras e valores; o informal, com regras de comportamento e de raciocínio geralmente inconscientes e o técnico, que seria o conhecimento explícito Propõe então que a fonte dos obstáculos estaria em elementos dos níveis formal ou informal, basicamente na atitude filosófica e nos esquemas de pensamento Dessa forma, a pesquisa consistiria não em listar obstáculos, mas sim em compreende-los no contexto de um sistema cultural, situando a origem de um obstáculo tanto nos significados possíveis que o nível formal atribui a esse conhecimento quanto no seu funcionamento no nível informal Indicando, portanto, outras direções de pesquisa, conclui reafirmando, juntamente com todos os outros pesquisadores, a importância da analise epistemológica dos conceitos matemáticos como recurso na compreensão da existência e da natureza dos obstáculos

2.2. Sobre o erro

Uma das características da concepção epistemológica proposta por Bachelard com maior repercussão no ensino é o caráter do erro. Considerado em geral de forma negativa, fruto de descuido ou de falta de conhecimento, a noção de obstáculo epistemológico concede ao erro um papel importante enquanto revelador de dificuldades a serem seriamente consideradas por aquele que pretende compreender melhor o processo cognitivo.

Bachelard já havia comentado que o erro nunca está isolado, mas vinculado a uma estrutura. Vergnaud, no seu trabalho sobre campos conceituais (Vergnaud, 1990), onde procura analisar as relações entre conceitos matemáticos e invariantes operatórios, define o *esquema* como sendo a "organização invariante da conduta para uma classe de situações dadas" e posteriormente, no Colóquio Internacional: Construção do Saber - Obstáculos Epistemológicos e Conflitos, anteriormente mencionado, ressalta a relação entre obstáculo e esquema (Vergnaud, 1988): quando colocamos um esquema em ação, na tentativa de solucionar um problema é que aparecem os obstáculos. Propõe portanto que os obstáculos possam ser detectados a partir não só das concepções do sujeito, mas a partir de sua ação.

Do ponto de vista do professor, o erro do aluno revela a maneira como este organiza seus conhecimentos, geralmente agrupados em torno de concepções e valores formando uma rede de significados que muitas vezes torna-se um obstáculo à aquisição de novos conceitos. O erro, manifestado tanto na argumentação quanto nos mecanismos de ação do aluno, é compreendido como um passo necessário no ato de conhecer. Mas não só o erro revela obstáculos. O fato de se ignorar um problema, a incapacidade de resolvê-lo, o ato de rejeitá-lo ou mesmo de não se considerar seu caráter problemático também são atitudes reveladores de obstáculos. Resta-nos então analisar como agir diante de um obstáculo, o que faremos a seguir.

2.3. Sobre o tratamento didático de um obstáculo

Considerando que a questão da didática dos obstáculos epistemológicos está posta, como afirma Brousseau (1988b), torna-se meta principal do ensino o tratamento didático dos obstáculos, ou seja, a análise das possíveis formas de intervenção de modo a auxiliar o aluno a superá-los.

A esse respeito Vergnaud (1988) comenta que um obstáculo não pode ser saltado, mas sim superado através da análise, exigindo da parte do professor uma vigilância constante dada sua tendência a voltar a se manifestar. Também para Sierpinska (1988), superar um obstáculo significa adquirir consciência histórica sobre esse conhecimento através da reflexão, implicando geralmente uma mudança de atitude, de filosofia frente ao saber.

Em geral, um ensino que considera os obstáculos impõe escolhas, seja do obstáculo a ser enfrentado, evitando outros, seja da situação didática adequada nesse enfrentamento. Além das situações didáticas específicas, que vão depender do tipo e da resistência do obstáculo Brousseau (1988a) ressalta a importância da consideração também de situações a-didáticas e do estudo das relações internas ao conhecimento envolvido, como no caso das pesquisas sobre mudanças de quadro e representações (Douady, 1986).

O conflito cognitivo permanece uma das estratégias para lidar com o obstáculo. Brousseau (1988b) analisa detalhadamente o papel do conflito enumerando diversas estratégias de conflito que podem ser utilizadas, dependendo do tipo do obstáculo: confrontar repetidamente os modelos implícitos utilizados pelos alunos; exploração explicita da dificuldade num confronto de posições; debate permitindo a troca entre posições com interferência do professor e ainda uma situação especifica que prevê o equilíbrio entre « papéis do professor e dos alunos. Conclui finalmente que não há solução universal para tratamento dos obstáculos e que o conflito é urna técnica de difícil gerenciamento que de apoiar-se em diversas regras que controlam e alimentam desde o comportamento social até contrato didático em questão.

Mas o tratamento didático dos obstáculos tem implicações mais amplas, que superam as relações de sala de aula. Giordan (1988) analisa as conseqüências a nível da organização do conteúdo: organizar o conhecimento em torno de contratos estruturais, numa progressão por seqüências de obstáculos. A nível das estratégias, propõe que os obstáculos sejam enfrentados através da exploração do campo de validade do saber a ele relacionado, permitindo o transito entre modelos adequados a determinadas situações. Brousseau (198Sa) também se preocupa com estas implicações, situando-as na necessidade de se estabelecer um novo contrato didático que implica conviver com a idéia de que o conhecimento possa ser incompleto e falso, e onde a historicidade do conhecimento e do aluno são levadas em consideração Essas mudanças seriam de grande amplitude, exigindo esforços de todas as partes envolvidas no contexto educacional.

3. CONCLUSÕES

Como foi discutido acima, a noção inicial de Bachelard foi transposta para a matemática tanto na compreensão do processo histórico quanto no contexto didático. Nesta visão epistemológica, o desenvolvimento da matemática revela momentos de incertezas e rupturas (como no caso do desenvolvimento do conceito de números irracionais), de resistências (como na acatação do conceito de limite) e inúmeros obstáculos que vão contra a idéia de evolução linear e cumulativa onde cada conhecimento se assenta perfeitamente sobre o anterior.

De modo geral, os obstáculos podem ser compreendidos através de sua dupla ação como freio e motor de progresso no desenvolvimento interno de uma ciência, como ocorreu, por exemplo, com as geometrias não euclidianas. Nesse caso, segundo a análise feita por Bachelard, o realismo prematuro que conferiu ao postulado das paralelas seu caráter de verdade necessária, pode ser compreendido como um freio impedindo que se investigassem outras alternativas, o que ocorreu somente no século XIX quando cogitou-se negar o postulado, que acabou culminando num enorme avanço no pensamento geométrico.

No entanto, além dos obstáculos relativos ao conhecimento em si, parece ser característico do desenvolvimento da matemática as rupturas nos meios, ou seja, nos instrumentos matemáticos utilizados para resolver um determinado problema, como percebemos analisando a evolução geral da matemática, da aritmética à álgebra, da álgebra à topologia, da geometria experimental à dedutiva.

Portanto, para a compreensão epistemológica da evolução de um conhecimento, desde sua motivação filosófica e social até sua instrumentalização, a análise histórica tem sido um recurso bastante valido, nos auxiliando a compreender a coerência e estrutura do conhecimento do aluno. No entanto, na situação escolar entram em jogo inúmeros outros fatores, a começar pela transposição que o conhecimento sofre do produzido ao ensinado nas escolas, até fatores de natureza psicológica, social e cognitiva. Como conclui Artigue sobre as relações entre epistemologia e didática, "o aluno não pode ser sujeito epistemológico ou cognitivo. Freqüentemente é sujeito didático" (Artigue, 1990, p.278).

No contexto didático a noção de obstáculos colocou em pauta muitas questões. inicialmente, a tentativa de listar e classificar obstáculos tem se mostrado bastante complexa já que todo conhecimento pode ser considerado obstáculo diante do conhecimento novo. Há controvérsias sobre o que seria obstáculo ou simplesmente uma dificuldade, ou ainda sobre que critérios eleger para caracterizar um obstáculo (por exemplo a exigência ou não do aval histórico ou o grau de resistência à ruptura). Alguns conhecimentos podem funcionar em determinadas saturações como obstáculos e em outras não, sendo portanto de difícil controle. Um obstáculo pode ter tanto natureza psicológica quanto epistemológica ou didática e muitas vezes um obstáculo epistemológico é reforçado pelo obstáculo didático. Se é relativamente simples identificar um erro, já a análise de sua estrutura, revelando a rede de concepções ao qual ele está relacionado, assim como reagrupar essas concepções de modo a criar bons instrumentos didáticos são tarefas extremamente complexas.

A superação do obstáculo também tem sido uma questão discutida, diante da resistência que um obstáculo oferece à mudança e da dificuldade de se estabelecer um controle. Parece que o processo de conhecer se dá não somente pela negação mas também por outros processos como o transito entre domínios de validade ou a convivência em diferentes campos de significado.

Além disso, essa tendência na pesquisa, de "reificar o obstáculo", como ressalta Sierpinska (1988), também pode tornar-se um obstáculo, fazendo com que se perca de vista o dinamismo do modo de funcionamento do obstáculo, geralmente mais significativo para o pesquisador.

Diante dessas dificuldades, um caminho parece ser a análise dos processos geradores de obstáculos presentes no contexto histórico e no didático, como é sugerido por Artigue (1990), na anteriormente apontada por Sierpinska. Artigue cita alguns desses processos: regularização formal abusiva; fixação sobre uma contextualização ou modelização familiares; amálgama de noções sobre um dado suporte. Sendo esses processos bastante característicos do fazer matemática, não podem ser evitados, mas somente controlados. Essa consideração dos processos nos remete de volta à análise inicial de Bachelard, que considerou como obstáculos os procedimentos próprios ao ato de fazer ciência.

No ensino de matemática, esta abordagem epistemológica baseada na consideração da noção de obstáculos e os diversos aspectos que ela aborda (o caráter positivo do erro, o tratamento didático dos obstáculos, o mecanismo de funcionamento de um obstáculo, os processos geradores de obstáculos) contribuiu para uma modificação na visão de conhecimento que perde seu caráter de verdade necessária e conhecimento absoluto facilmente atribuídos ao conhecimento matemático. O ato de conhecer torna-se dinâmico com o aluno participativo, implicando uma mudança de perspectiva epistemológica do professor além de mudanças metodológicas e curriculares.

Finalmente, embora com inúmeras dúvidas e questões de pesquisa ainda em aberto, a utilização da noção de obstáculo epistemológico em didática da matemática tem produzido resultados e parece ser um bom exemplo de como a reflexão epistemológica pode contribuir para o desenvolvimento da didática.

REFERÊNCIAS

1. *Artigue M Epistemologie et Didactique* in: Recherches en Didactique des Mathématiques, n.23, p. 241-286, 1990.
2. BACHELARD G. *La formation de l'ésprit scientfique 15* ed. Paris, Libraire J. Vrin, 1993.
3. BACHELARD G. O *novo espirito científico* Lisboa, Edições 70, 1986.
4. BROUSSEAU *G. La problematique et l'énseignement des mathématiques* XXVIIlème Rencontre
5. de la CIEAEM, Louvain la Neuve, 1976
6. BROUSSEAU *G* (1988a) *Les obstacles épistemologiques et la didactique des mathématiques* in: Coloque International: Construction des savoirs - Obstacles et conflits, Montreal: Ed. Agence d'ARC inc., 1988a.
7. BROUSSEAU *G. Obstacles épistemologiques, conflits socio-congnitifs et ingénierie didactique,* In: Colloque International: Construction des savoirs - Obstacles et conflits, Montreal: Ed. Agence d'ARC inc., 1988b.

8. CORNU B. *Apprentissage de la notion de limite: conceptions et obstacles.* Thése de 3ème Cycle, Université de Grenoble 1,1983.
9. DOUADY, R. *Jeux de cadres et dialectique outil-objet* in Recherches en Didactique des Mathematiques, v.7, n.22, p.S-31, 1986.
10. DUROUX A *La valeur absolue: difficultés majeures pour une notion mineure.* In: Petit x, n.3, 1983.
11. GIORDAN A. *Ouelques obstacles à l'utilisation didactique du concept d'obstacle epistemologlque.* In: Colloque International: Construction des savoirs - Obstacles et conflits, Montreal: Ed. Agence d'ARC inc., 1988.
12. GLAESER G. *Epistemologie des nombres relatifs.* In: Recherches en Didactiques des Mathématiques, v.2.n.3., p. 303-346, 1981.
13. SIERPINSKA A. *Obstacles epistemologiques relatifs à la notion de limite.* Recherches en Didactique des Mathématiques, v.6, n. 1, 1985.
14. SIERPINSKA A. *Sur un programme de recherche lié à la notion de obstacle épistemologique.* In: Colloque International Construction des savoirs - Obstacles et conflits, Montreal: Ed.
15. VERGNAUD G. *Difficultés conceptuelles, erreus didactiques et vraies obstacles épistemologiques dans l'apprentissage des mathématiques.* In: Colloque international: Construction des savoirs - Obstacles et conflits, Montreal: Ed. Agence d'ARC inc., 1988.
16. VERGNAUD G. *La théorie des champs conceptuels.* In: Recherches en Didactiques des Mathématlques, v.l0, n.23, p. 133-170, 1990.