

# ONDE ESTÁ O PROBLEMA?

Todos nós, professores, pesquisadores, profissionais envolvidos na Educação Matemática, sabemos que nas 1<sup>as</sup> séries do 1<sup>o</sup> grau, grande parte do ensino de Matemática é centrado no estudo das operações com números naturais. Este estudo é conduzido, geralmente, de forma muito limitada:

a) Introduzem-se os algoritmos das operações por meio de etapas que avançam, sucessivamente, de casos, supostamente mais fáceis, para os mais difíceis. Esse percurso prolonga-se por um longo período de tempo, nem sempre garantindo ao aluno eficiência na execução das técnicas ensinadas e dificilmente a compreensão dos processos nelas envolvidos.

b) Acompanhando esse ensino, introduzem-se os clássicos problemas verbais escolares.

Quais as características desses problemas?

Pretendem referir-se a situações concretas, ou seja, possíveis de serem interpretadas tendo em vista aspectos do mundo físico e/ou social. Apresentam-se sob uma forma textual bem definida, que extrai dessas situações apenas os dados pertinentes para uma tratamento matemático dos mesmos. Os conhecimentos envolvidos nesse tratamento são aqueles supostamente familiares ao aluno: regras e operações que ele deve mobilizar e/ou combinar para chegar a uma solução, bem determinada, para o problema dado. Estes exercícios escolares, chamados de "problemas de aplicação", têm sido enfatizados no ensino de 1<sup>o</sup> Grau como um instrumento de desenvolvimento do raciocínio(1). Eles tornam-se mais complexos a medida que:

a) combinam duas ou mais operações

Anna Franchi

Prof<sup>a</sup> de Prática de Ensino da Matemática PUC-SP  
(Colaboração da Prof<sup>a</sup> Antonieta Moreira Leite - Escola Nossa  
Senhora das Graças - São Paulo)

em uma ordem dada;

b) introduzem em seu enredo novos temas, diversificando a situação descrita quanto aos objetos que a constituem e as relações que sobre estes se estabelecem.

Frente a um problema de aplicação, espera-se que o aluno selecione, no texto, os dados pertinentes para sua resolução, transforme-os em expressões matemáticas e/ou efetue com os números constituintes desses dados uma seqüência conveniente de cálculos. É nessa passagem que se detectam as dificuldades.

Sobre essas tem-se afirmado que residem no entendimento do texto: "o aluno não sabe ler, não entende o que lê"... são afirmações constantemente repetidas por professores de diferentes níveis de ensino.

Essas proposições genéricas escondem muitas facetas pelas quais esse entendimento pode ser visto, não favorecendo um diagnóstico preciso, capaz de reorientar o processo de ensino e de aprendizagem sobre resolução de problemas verbais.

As reflexões deste artigo, apoiam-se sobre dados obtidos em uma pesquisa que desenvolvi em uma 4ª série do 1º grau, de uma escola pública da periferia de São Paulo. A pesquisa constou de três etapas: observação em sala de aula, entrevistas e sessões de estudo com alunos apresentando desempenho insatisfatório em Matemática. Um dos focos de estudo foi a compreensão manifestada pelos alunos na resolução de problemas verbais de multiplicação e divisão.

Na análise dos dados, então obtidos, identifiquei dificuldades de natureza diversa, ligadas à passagem dos textos dos problemas para a linguagem matemática. Pretendo, a seguir, discutir algumas delas.

Procurou dar ao texto uma estruturação e uma linguagem orientadas à transmissão de mensagens significativas para professores diretamente envolvidos com o tema em discussão.

Enfoco, em primeiro lugar, uma dificul-

dade que vai ao encontro das preocupações usuais sobre a interpretação da descrição verbal da situação-problema.

## Problema 1

Um feirante tem 11 embalagens de ovos com lugar para 12 ovos cada embalagem. Ele tem 154 ovos para arrumar. Vai dar para ele arrumar os 154 ovos nessas embalagens? O que vai acontecer?

Vou apresentar dois trechos das entrevistas que realizei com os alunos, individualmente. (Reproduzo o discurso do aluno, sem correção).

Descrição 1.1 Elaine efetua  $11 \times 12 = 132$ ;  $154 - 132 = 22$  e explica: "são 11 embalagens com 12 lugares para colocar os ovos, então eu fiz  $(11 \times 12)$  para ver quantos lugares ele tem..., ele tem 132 e tinha 154 ovos; 154 ovos eu tirei 132, que dava para colocar nas embalagens e sobrou 22 ovos". Continuando o seu raciocínio a aluna diz: "não vai dar para arrumar os ovos em 11 embalagens."

Descrição 1.2 Tomie efetua corretamente as operações acima e explica: Olhe, porque... (lê novamente o texto em voz alta).

Elaine: O que você achou nesta conta? ( $11 \times 12 = 132$ )

Tomie: Os ovos que dá para colocar até aí...

Elaine: Muito bem!

Tomie: Aí eu fiz assim... Vai dar para ele arrumar os 154 ovos nas embalagens? (...) Aí eu fiz assim  $154 - 132$  que dá 22. (...) Vai dar para arrumar, ele usou a embalagem inteira!

Essas duas alunas interpretaram o texto de maneira diferente. Por quê?

De meu ponto de vista, a interpretação esperada era a de Elaine. No entanto, Tomie fez uma outra interpretação possível do texto. No primeiro caso, o engradado é menos relevante... vale o ponto de vista dos ovos. A resposta de Tomie foi dada do ponto de vista

dos engradados: "é claro que dá para guardar... ele usou a embalagem inteira".

A questão acima levantada não provém da Matemática. Entretanto, é relevante para orientar o diálogo do professor com o aluno, e a avaliação das respostas dadas por este.

Ao considerar a sua interpretação como a única possível, o professor pode julgar a do aluno como errada, ignorando o significado que este atribui ao texto. Reforça-se assim o papel da avaliação como um julgamento feito por quem tem a "chave da verdade".

Outro caso, nessa mesma direção, é o seguinte. Pedi aos alunos que inventassem um problema de multiplicação e adição combinadas. Transcrevo o texto proposto por Tiago.

Comprei 20 bolinhas e meu tio falou que ia comprar o dobro. E meu amigo tem 47, quantas bolinhas ficarei? Quem tem mais bolinhas? Resolução ( $20 \times 2 = 40$ ;  $47 - 40 = 7$ ).

Pedi-lhe que lesse o problema e que relesse a primeira pergunta colocada no mesmo, questionando-a: "essa pergunta tem sentido?"

Resposta do aluno: "sim (...) porque meu tio ia dar pra mim o dobro que ia comprar das minhas, mais o vinte que eu já tinha". Frente a sua própria explicação e às perguntas que lhe fiz sobre as operações que efetuou, corrige seu raciocínio inicial efetuando  $40 + 20 = 60$ .

O discurso do aluno revela que as bolinhas que o tio lhe prometera foram contadas como tendo sido dadas.

O problema, que para mim parecia uma charada, era consistente para o aluno: seu tio seguramente cumpria as promessas que fazia. Esse exemplo mostra a interferência de aspectos pragmáticos na significação do discurso.

Passo agora à análise do problema "Empacotamento de balas":

## Problema 2

Para a festa de seu aniversário, Monica resolveu servir saquinhos de balas com 8 balas em cada um. Para ensacar 96 balas de quantos saquinhos precisará?

Cada aluno entrevistado deveria fazer a leitura do problema (duas ou mais vezes) e propor uma solução matemática. Em seguida, deveria resolvê-lo com balas e saquinhos, colocados a sua disposição. Neste caso, os dados fornecidos eram 4 balas e 52 saquinhos.

Descrição 2.1. Tomie efetua  $8 \times 96 = 768$  e logo exclama: "não, não é isso não!"

Passando à segunda tarefa, Tomie começa a fazer grupos de quatro, faz quatro grupos e logo diz que prefere calcular procedendo da seguinte maneira e por escrito:  $52 - 16 = 36$ ;  $36 : 4 = 9$ . Em seguida diz: "já sei, treze saquinhos"! Portanto na realização das ações indicadas no texto verbal, e mesmo antes de terminá-las, descobre a solução do problema. Não interrompe o caminho começado e prossegue aplicando essa descoberta, agora efetuando cálculos sobre o número restante de balas a serem ensacadas. Consegue, a partir disto recompor o problema inicial (são  $9 + 4$ ) saquinhos. Isto foi feito a partir da formação dos grupos de quatro, o que nos leva a supor que esta "concretização" lhe permitiu evocar uma representação global da situação

**O problema,  
que para mim  
parecia uma  
charada, era  
consistente  
para o aluno.**

em termos de número total, número de objetos em cada grupo, número de grupos.

Descrição 2.2. Vanessa logo faz uma divisão  $96:8=12$ , mas mostra-se confusa para interpretar o quociente: ... "falta descobrir quantas balas vou pôr em cada saquinho".

Peço que faça o problema com as balas. Vanessa conta 52 balas e diz: "pronto, agora tenho que pôr nos saquinhos". Separa-as e 4 em 4 explicando: "vamos supor que aqui tem os saquinhos". Ao final, conta os grupos e diz: "precisaremos de 13 saquinhos".

Frente à situação "concreta", efetua primeiro uma multiplicação  $52 \times 4 = 208$ , depois uma adição  $13 + 4 = 17$ . Só consegue encontrar uma expressão matemática correta com minha ajuda, fazendo a soma de 13 parcelas iguais a 4.

A análise dos fenômenos descritos exige muitas considerações. Restrinjo-me às mais diretamente relacionadas ao objetivo deste artigo.

a) O último texto proposto descreve uma situação de "divisão por quota": o dividendo refere-se a uma certa quantidade de balas, o divisor refere-se a "balas por saquinhos". Ou segundo Schwartz (1981), os referentes em questão são, no primeiro caso, uma quantidade extensiva e, no segundo, uma quantidade intensiva. Pode-se também analisar esses referentes em termos das diferentes unidades que traduzem: balas e grupos de balas. (Cf. Davidov 1991)

b) Situações de divisão por quota são menos comuns nas experiências dos alunos fora do ambiente escolar, em que se repartem usualmente figurinhas, doces, cadernos entre pessoas, objetos em caixas, etc.

c) Problemas verbais que traduzem essas situações iniciam-se geralmente por: tenho x objetos para repartir igualmente entre y crianças. Nessas condições são facilmente resolvidos pelos alunos. Entretanto, frente à seleção de uma operação correta pelo aluno, não podemos afirmar, com segurança, se ele refle-

tiu sobre o problema, ou guiou-se por um traço verbal indicativo da solução: a expressão "repartir igualmente".

d) A solução do problema 2 é menos óbvia. Além de não incluir a expressão acima, a formulação do texto inverte a ordem pela qual os dados devem ser tomados no algoritmo da divisão. Esta inversão de ordem – à qual os alunos não estavam habituados – pode ter contribuído para que muitos deles resolvessem o problema citado, por meio de uma multiplicação.

As considerações dos itens acima evidenciam outras fontes de dificuldades na resolução de problemas:

a) A especificidade de cada uma das situações interpretativa, de uma operação matemática nem sempre é considerada.

b) Descrições verbais padronizadas accentuam a influência das "dicas" verbais e do aspecto cronológico das informações no enunciado. Neste caso, erros e acertos ocorrem, devido a uma "leitura" viciada do texto.

Com esses elementos, voltemos à análise do desempenho de Tomie e Vanessa. Se propuséssemos uma avaliação escrita em classe, limitada à primeira parte da entrevista, teríamos uma avaliação fiel do desempenho dessas alunas?

Os erros em que incorreram foram devidos à interpretação do texto? Em que sentido? Ambas revelaram um certo entendimento do texto, em termos de sua interpretação no "sistema" factual: o agrupamento com as balas é feito corretamente, o número total de balas e o número de balas por saquinhos são corretamente considerados, a relação de partição estabelecida entre essas quantidades é realizada total ou parcialmente a partir de uma ação efetiva sobre os objetos.

Entretanto, há entre o desempenho dessas alunas diferenças significativas. No caso de Vanessa, as realizações acima mencionadas não se constituíram em uma condição para a sua interpretação em linguagem matemática.

Esta certamente não lhe é significativa. Faltou percorrer um caminho anterior, favorecendo-lhe a apropriação de um significado para às expressões matemáticas de multiplicação e divisão. Isto foi freqüentemente constatado, quer nas aulas regulares, quer nas sessões de estudo, realizadas fora do horário escolar.

Resolvendo o problema 2, Tomie multiplica 96 por 8, avalia o produto encontrado e reconhece seu erro. Manifesta, desde já, um certo entendimento da situação.

Em sala de aula, essa aluna se utilizava, para resolver problemas de divisão, do procedimento "multiplicação com termo desconhecido". No caso do problema em foco, este procedimento seria  $8 \times 12 = 96$  (o fator 12 é calculado mentalmente). Nessas condições, às vezes confundia multiplicação e divisão.

No texto "empacotamento de balas" este erro pode ter sido acentuado pelas características da formulação do texto.

Em síntese, nesses últimos casos é importante acentuar a presença dos aspectos conceituais, envolvidos na passagem do texto verbal, para a linguagem matemática.

As dificuldades que aí se situam exigem um trabalho sobre representações intermediárias entre essas duas linguagens.

Essas representações devem preencher a função de relacionar o significado das variáveis da situação tendo em vista o significado das operações matemáticas correspondentes e permitir uma apreensão global da rede de relações então estabelecidas.

Considerações de ordem metodológica sobre o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas, se inseridas sinteticamente neste artigo, correm o risco de serem vistas

como receitas simplificadoras. Convido, portanto, os leitores para uma reflexão conjunta sobre o tema – aqui apenas esboçado – visando esclarecer o porquê dos problemas escolares sobre as operações com números naturais e o porquê dos problemas manifestados pelos alunos na resolução dessa tarefa que lhes é, geralmente, imposta.

## NOTAS EXPLICATIVAS

(1) Em muitos livros didáticos os problemas são apresentados por capítulos. Os títulos anunciam as operações a serem feitas: problemas de adição, problemas de divisão, problemas de multiplicação e adição. Reduzem-se assim a meros exercícios de mecanização.

(2) Contamos com a inestimável colaboração das professoras Ana Maria de Carvalho Pinto e Maria Aparecida Wey, ambas da Escola Nossa Senhora das Graças.

**Considerações de ordem metodológica sobre o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas, se inseridas sinteticamente neste artigo, correm o risco de serem vistas como receitas simplificadoras.**

## Bibliografia

- DAVIDOV, V.V. A Psychological Analysis of the Operation of Multiplication in Soviet Studies in Mathematics Education. Virginia, NCT.M., 1991.
- SCHWARTZ, J. The role of semantic understanding in solving multiplication and division word problems. Proceedings of the Tenth International Conference of PME (p. 57-62), London, (1981).

