


UMA PRÁTICA PEDAGÓGICA NO ENSINO DE FUNÇÕES UTILIZANDO O GEOGEBRA EM UM CURSO DE PRÉ-CÁLCULO HÍBRIDO

A Pedagogical Practice in Function Teaching Using GeoGebra in a Hybrid Precalculus Course


Alessandro da Silva **SAADI**

Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande, Brasil.
alessandrosaadi@furg.br

 <https://orcid.org/0000-0002-4740-1229>


Celiane Costa **MACHADO**


Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande, Brasil.
celianecmachado@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-0685-8078>

Elaine Corrêa **PEREIRA**

Universidade Federal do Rio Grande - FURG, Rio Grande, Brasil.
elainecorrea@furg.br

 <https://orcid.org/0000-0002-3779-1403>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo 

RESUMO

Este trabalho tem por objetivo apresentar uma proposta de prática pedagógica que foi desenvolvida em um Curso de Pré- Cálculo Híbrido na Universidade Federal do Rio Grande- FURG. Para embasar essa proposta realizamos uma pesquisa nos anais das edições XI e XII do Encontro Nacional de Educação Matemática- ENEM. Optamos pela construção de um mapa teórico para analisar as temáticas que emergiram nas pesquisas sobre práticas educativas de Cálculo Diferencial e Integral (CDI). Para elaboração do mapa foram considerados os artigos referentes aos relatos de experiência e às comunicações científicas que continham a palavra CÁLCULO no título, que retratasse uma atividade pedagógica na área de CDI. No processo de análise dos resumos emergiram duas categorias, cujos temas versaram sobre tecnologias digitais no ensino de Cálculo e resolução de problemas e a história da Matemática como estratégia para ensinar/aprender Cálculo. Após o mapeamento, elaboramos uma atividade utilizando o software GeoGebra online no ensino de funções afim e quadrática para mostrar a ação dos coeficientes em cada uma das funções estudadas. Concluímos que os estudantes conseguiram visualizar com mais dinamismo quando o aplicativo foi utilizado.

Palavras-chave: Pré-cálculo, GeoGebra, Ensino de funções.

ABSTRACT

This work aims to present a proposal for pedagogical practice that was developed in a Hybrid Precalculus Course at the Universidade Federal do Rio Grande - FURG. To support this proposal, we conducted a research in the annals of the XI and XII editions of the Encontro Nacional de Educação Matemática - ENEM. We opted for the construction of a theoretical map to analyze the themes that emerged in the research on educational practices of Differential and Integral Calculus (CDI). For the elaboration of the map, articles referring to experience reports and scientific communications that contained the word CÁLCULO in the title, which depicted a pedagogical activity in the CDI area, were considered. In the process of analyzing the abstracts, two categories emerged, whose themes dealt with digital technologies in the teaching of Calculus and problem solving and the history of Mathematics as a strategy to teach/ learn Calculus. After mapping, we

developed an activity using the online GeoGebra software to teach linear and quadratic functions to show the action of the coefficients in each of the studied functions. We concluded that the students were able to visualize more dynamically when the computer application was used.

Keywords: Precalculus, GeoGebra, Function teaching.

1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho é um recorte de uma atividade apresentada na disciplina Ensino e Aprendizagem da Matemática, oferecida no Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências (PPGEC) da Universidade Federal do Rio Grande – FURG. Essa disciplina abordou a prática voltada à sala de aula de Matemática.

O trabalho se apresenta em duas partes: o mapeamento das publicações (relatos de experiência e comunicação científica) nos anais do XI e XII Encontro Nacional de Educação Matemática- ENEM e a elaboração e desenvolvimento de uma prática pedagógica em sala de aula.

Assim, a partir da construção de um mapa teórico (Biembengut, 2008) nos anais do ENEM, nas edições XI e XII, podemos encontrar vários trabalhos disponibilizados como relatos de experiências e comunicação científica, que retratam o cotidiano dos estudos na área da Educação Matemática, que nos remetem a observar as práticas relatadas por vários pesquisadores brasileiros.

Uma prática pedagógica, para Veiga (2015, p.16) “caracteriza-se por ser uma prática orientada por objetivos, finalidades e conhecimento, e inserida dentro do contexto da prática social”. Dessa forma, com o objetivo de mostrar o comportamento das funções afim e quadrática, em uma turma do Curso de Pré-Cálculo Híbrido¹ na FURG, organizamos atividades nos encontros presenciais utilizando o software GeoGebra online para mostrar a ação dos coeficientes em cada uma das funções estudadas.

1 Projeto de ensino integrante do Programa de Incentivo à Matemática- PRIMA, do Instituto de Matemática, Estatística e Física- IMEF/FURG e que faz parte de uma pesquisa de doutorado desenvolvida no PPGEC/FURG. Essa formação segue o modelo híbrido denominado sala de aula invertida, onde os estudantes têm ensino online fora da sala de aula e frequentam a escola física para desenvolver atividades orientadas por um professor, sendo o ensino online a principal fonte de conteúdo (HORN; STAKER, 2015). Para isso, foi utilizada a plataforma Moodle para a parte a distância onde eram disponibilizadas as apostilas com o conteúdo básico, as videoaulas e os questionários para avaliação. O estudante fazia o seu estudo preliminar básico fora do ambiente da sala de aula. Para a parte presencial, o curso contou com o suporte pedagógico da Sala de Aprendizagem da Matemática - SalAMat, que é uma sala de aula com capacidade de atendimento para até trinta estudantes. Esta sala é equipada com mesas redondas, cadeiras, estante com livros didáticos de Matemática de Ensino Fundamental, Médio e Superior, apostilas impressas do Curso de Pré-Cálculo, materiais didáticos para o ensino de Matemática, computadores e projetor multimídia.

2 O ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA - ENEM: MAPA DAS ÚLTIMAS EDIÇÕES DISPONÍVEIS

O Encontro Nacional de Educação Matemática- ENEM é um dos eventos mais importantes realizado pela Sociedade Brasileira de Educação Matemática- SBEM, tendo ocorrido o primeiro encontro no ano de 1987 na Pontifícia Universidade Católica de São Paulo- PUC/SP. Na realização do II ENEM, em 1988, na cidade de Maringá/PR, ocorreu a fundação da SBEM, que a partir de então, passou a organizar o evento a cada dois anos, até o ano de 1995 (SBEM, 2016).

A partir de 1998, o ENEM passou a ser trienal tendo ocorrido neste ano o VI ENEM em São Leopoldo/RS, o VII ENEM no Rio de Janeiro/RJ, em 2001, o VIII ENEM aconteceu em Recife/PE em 2004, o IX ENEM em Belo Horizonte/MG em 2007, o X ENEM ocorreu em Salvador/BA em 2010 e o XI ENEM em Curitiba/PR em 2013. O XII ENEM voltou a ser realizado em São Paulo em 2016 (SBEM, 2016).

O ENEM tem uma grande abrangência no âmbito nacional, porque reúne o coletivo das partes envolvidas com a Educação Matemática: professores da Educação Básica, professores e estudantes das Licenciaturas em Matemática e em Pedagogia, estudantes da pós-graduação e pesquisadores. A cada encontro, constata-se o entusiasmo pelas discussões sobre a Educação Matemática, seus fazeres múltiplos e complexos, tendências metodológicas e pesquisas que constituem a área (SBEM, 2016).

3 O MAPEAMENTO

Nossa escolha pelo mapeamento no ENEM, em suas últimas duas edições disponíveis (2013 e 2016) foi atribuído pelo fato do mesmo ser um evento nacional de grande prestígio, onde os professores, estudantes e pesquisadores apresentam suas pesquisas em formato de comunicação científica, relatos de experiência, mesas redondas, minicursos e palestras. Como nossa pesquisa trata da investigação de um Curso de Pré-Cálculo Híbrido como estratégia potencializadora para a construção do conhecimento de Cálculo Diferencial e Integral (CDI), optamos investigar esse tema nos anais do evento.

Biembengut (2008), ao iniciar uma pesquisa, justifica a realização de um mapa teórico, que é uma metodologia cujo os procedimentos estão organizados em três etapas:

identificação, classificação/organização e reconhecimento/análise. E ainda, segundo a autora, o mapa teórico

não se restringe a um mero levantamento e organização de dados, e tampouco ao traçado de um mapa. É um forte constituinte não somente para reconhecimento ou análise dos dados, mas, especialmente, por proporcionar um vasto domínio sobre o conhecimento existente da área investigada. Suscita-nos desenvolver fórmulas ou meios adequados para compreensão, análise e representação dos dados ou das informações investigadas e conhecer as questões que envolvem as ações educacionais ou pedagógicas à medida que essas questões se revelem ou revelem movimentos resultantes das circunstâncias (BIEMBENGUT, 2008, p. 90).

Dentro da proposta de organizar um mapa teórico das publicações do ENEM, na etapa de identificação dos trabalhos, realizamos uma busca no site da SBEM, no qual estão disponíveis os anais dos encontros. Buscamos os trabalhos nas edições XI e XII do ENEM, em relatos de experiência e comunicação científica. No site de cada evento, ao entrarmos na página web, temos no menu principal as comunicações e os relatos de experiência que ao clicarmos, mostra todos os trabalhos na modalidade.

A busca dos trabalhos aconteceu de forma sistemática. No site do encontro, com o auxílio da ferramenta “Procurar” do navegador da internet, buscamos pela expressão CÁLCULO e fomos averiguando todos os títulos que continham essa expressão. Abrimos os trabalhos e os salvamos em uma pasta no computador. Assim, após o processo de busca nas duas edições, encontramos 61 trabalhos.

Ainda na etapa de identificação das publicações, o primeiro filtro foi feito a partir da leitura dos títulos para apurar se realmente se tratava de CDI, o qual nos mostrou 43 trabalhos. Para Biembengut (2008, p. 93)

Feita esta primeira identificação, lemos os resumos das produções e, então, efetuamos seleção e classificação, organizando-os na forma de catálogo, rol ou descrição pormenorizada. Se o número de pesquisas levantado for muito grande, faremos uma primeira seleção segundo pressupostos que indiquem os relevantes para apoiar ou fundar o problema da pesquisa. Quanto mais resumos tomarmos para uma primeira interação com o tema, melhores condições reuniremos para escolher os que sustentarão nossa pesquisa e comporão nosso mapa (BIEMBENGUT, 2008, p. 93).

Na etapa de classificação/organização, foi feita a leitura dos resumos com um novo recorte, que buscou identificar os trabalhos que relatavam práticas pedagógicas em CDI. Nesse processo classificamos 16 publicações, sendo este o escopo do mapa teórico. Essas etapas estão registradas e organizadas na Tabela 1, que mostra a quantidade de

trabalhos selecionados com a palavra Cálculo, o tema CDI e as práticas pedagógicas em CDI, por evento.

Tabela 1 – Trabalhos identificados nos eventos XI e XII ENEM, relacionados ao Cálculo Diferencial e Integral

Evento/Ano	Número de trabalhos selecionados com a palavra Cálculo no título	Cálculo Diferencial e Integral (CDI)	Práticas Pedagógicas em CDI
XI ENEM/ 2013	28	18	7
XII ENEM/ 2016	33	25	9
Total	61	43	16

Fonte: os autores

Percebemos, na Tabela 1, que o número médio de trabalhos com a palavra Cálculo no título é de 30 trabalhos e que, destes dois eventos, o que mais apresentou trabalhos na área de CDI foi XII ENEM, com 25 publicações.

Na terceira etapa do mapa teórico, de reconhecimento/análise, buscamos compreender que práticas educativas eram essas e quais recursos e metodologias lhes deram suporte e fundamento. Para Biembengut

A partir dessa seleção, passamos a tomar ciência desses trabalhos e a situar conhecimentos relevantes para a elucidação do problema que pretendemos investigar. Não se trata apenas de levantar as pesquisas existentes e relatá-las como parte de sequência histórica linearmente trabalhada, mas, sim, identificar os pontos relevantes ou significativos que nos valham como guia para compreender os segmentos já pesquisados e expressos de forma a nos permitir elaborar um sistema de explicação ou de interpretação (BIEMBENGUT, 2008, p. 93).

Nessa dinâmica, organizamos um quadro com as publicações, identificando o ano, o título, as palavras-chaves e o/os autor/es. Em um primeiro movimento, propomos a geração de uma nuvem de palavras a partir dos títulos e das palavras-chaves. Para Borba, Almeida e Gracias (2018, p.79) “essa nuvem apresenta com maior destaque as palavras que aparecem com maior frequência no texto. Ao utilizá-lo, podemos partir de uma ferramenta quantitativa e lançar um olhar qualitativo”.

4 MOVIMENTO INICIAL: AS NUVENS DE PALAVRAS

Dos títulos e das palavras-chaves dos trabalhos, filtramos numerais, preposições, artigos, pronomes e outros elementos gramaticais com pouco valor simbólico para a

5 AS CATEGORIAS QUE SURGEM

Depois de fazer algumas aproximações, considerando a ênfase de cada trabalho, nesse processo emergiram duas categorias de reconhecimento/análise, são elas: tecnologias digitais no ensino de Cálculo (onze trabalhos) e resolução de problemas e a história da Matemática como estratégia para ensinar/aprender Cálculo (cinco trabalhos).

Biembengut (2008, p. 95) fala do processo de reconhecimento e categorização como a etapa necessária para “compreender os fatos, ponderá-los, compará-los, rejeitar alguns, conservar outros, reunir elementos que possam vir a se constituir em excepcional embasamento ao pesquisador”. Além disso, segundo a autora:

Para reconhecer e/ou analisar os trabalhos acadêmicos tomamos as sínteses por nós elaboradas e procuramos classificá-los de acordo com algum critério, agrupando-os. É essencial termos claros os conceitos e as definições relativos ao tema de pesquisa que pretendemos efetuar como parâmetro ou referência. Reconhecer significa identificar e assinalar concepções teóricas e principais resultados. Analisar implica combinar vários dados ou resultados específicos em um mais geral, realizando combinações por meio de associações em função de similaridades, contraste ou proximidade, vizinhança (BIEMBENGUT, 2008, p. 95).

Dessa forma, nos tópicos a seguir, apresentamos os 16 trabalhos identificados, distribuídos nas categorias que emergiram, nas quais os conteúdos dos resumos serão apresentados com procedimentos descritivos. A terceira etapa do mapa teórico, de reconhecimento/análise será aprofundada, a partir da sistematização das práticas educativas expressas nos resumos, dentro de cada categoria que emergiu no processo de leitura. Nesse movimento, analisamos os trabalhos sobre práticas educativas em Cálculo, publicados nos anais do XI e XII ENEM, nas comunicações científicas e relatos de experiência.

5.1 Tecnologias digitais no ensino de cálculo

As publicações relacionadas ao uso das tecnologias digitais no ensino de Cálculo, dispostos no Quadro 1, totalizaram onze dos 16 trabalhos identificados nos anais do ENEM, nas duas edições analisadas mostrando que nesse período estas apresentaram-se como uma possibilidade de ensino e aprendizagem de Cálculo.

Quadro 1 – Trabalhos que emergiram na categoria tecnologias digitais no ensino de Cálculo

Evento	Título	Autor/es
XI ENEM	ASSOCIANDO PESQUISA E INTERVENÇÃO EM UMA DISCIPLINA DE INTRODUÇÃO AO CÁLCULO	Valéria Moura da Luz Ângela Rocha dos Santos
XI ENEM	AS FERRAMENTAS DA EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA COMO SUPORTE ÀS AULAS PRESENCIAIS DE CÁLCULO I	Helber Rangel Formiga Leite de Almeida
XI ENEM	A UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE NO ENSINO DO CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I COM APLICAÇÕES NA QUÍMICA	Fabiana Pimenta de Souza Aline Mota de Mesquita
XI ENEM	CÁLCULO DIFERENCIAL: UMA EXPERIÊNCIA DE ENSINO UTILIZANDO OS APLICATIVOS GEOGEBRA E GRAPHMATIC	Renato Schneider Rivero Jover
XI ENEM	FÓRUM ON-LINE NO ENSINO DE CÁLCULO: USO DE ABORDAGEM HISTÓRICA	Silvia Cristina Freitas Batista
XI ENEM	UTILIZAÇÃO DO SOFTWARE MAPLE NO PROBLEMA DE CÁLCULO: MODELAGEM MATEMÁTICA DE UM VOLUME DE REVOLUÇÃO.	Carlos Henrique da Silva Nascimento, Daniella Oliveira Lopes, Paulo Cléber Mendonça Teixeira
XII ENEM	AS CONTRIBUIÇÕES DA VISUALIZAÇÃO PROPORCIONADA PELO GEOGEBRA À APRENDIZAGEM DE FUNÇÕES DERIVADAS EM CÁLCULO I	Frederico da Silva Reis José Cirqueira Martins Júnior
XII ENEM	ATIVIDADES DE TUTORIA: UMA ALTERNATIVA AO FRACASSO EM CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	Douglas Monsôres de Melo Santos Gisela Maria da Fonseca Pinto Isabela de Aquino Souza Luciano Vianna Félix
XII ENEM	SOFTWARE GEOGEBRA: VÍDEOS TUTORIAIS EM PROL DO ENSINO E APRENDIZAGEM DO CÁLCULO	Daiane Leal da Conceição André Luis Andrejew Ferreira Michel Hallal Marques Lidiane Maciel Pereira
XII ENEM	TECNOLOGIA, COMUNICAÇÃO E EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA: UMA ESTÉTICA PARA MATERIAIS DIDÁTICOS DE CÁLCULO I	Suely Scherer Vanessa Rodrigues Lopes
XII ENEM	UMA EXPERIÊNCIA COM O CÁLCULO INTEGRAL EM UM AMBIENTE INFORMATIZADO DE APRENDIZAGEM	José Milton Lopes Pinheiro Luiz Carlos Leal Junior

Fonte: os autores

Em relação aos softwares utilizados, entre os pesquisadores, nas práticas educativas, identificamos o GeoGebra no resumo de cinco trabalhos, seguido pelo Maple, apresentado em dois. Relativo ao software GeoGebra, as aplicações foram bastante variadas, como a compreensão dos conceitos básicos de CDI (Jover, 2013), o ensino e aprendizagem de funções derivadas (Reis & Júnior, 2016), atividades de tutoria de Matemática básica (Santos, Pinto, Souza & Felix, 2016), proposta de vídeos tutoriais (Conceição, Ferreira, Marques & Pereira, 2016) e uma proposta de atividades no software articulado com um ambiente virtual de aprendizagem- AVA (Scherer & Lopes, 2016).

No tocante ao aplicativo Maple, a publicação de Souza e Mesquita (2013) mostra a eficácia do software no ensino de CDI enquanto Nascimento, Lopes e Teixeira (2013) mostram a utilização do aplicativo na resolução de problemas de Cálculo com a proposta de calcular o volume de um sólido de revolução. O trabalho de Luz e Santos (2013) mostrou como recurso a visualização e a coordenação de múltiplas representações, proporcionadas pelo ambiente informatizado, assim como fez Pinheiro e Júnior (2016) em sua publicação que tem como objetivo compreender como se dá a constituição do conceito da Soma de Riemann com atividades exploratórias.

Em outros dois trabalhos, o foco foi um AVA, por meio do qual buscamos analisar de que maneira as ferramentas da educação a distância podem auxiliar no ensino de Cálculo. Para tanto, foram utilizados fóruns, videoaulas e softwares matemáticos (Almeida, 2013) ao passo que foram discutidos aspectos históricos relacionados a conteúdos de Cálculo, no ensino presencial, através do uso de fóruns online (Batista, 2013).

Destacamos na análise dessa categoria, várias publicações com o uso do GeoGebra, sendo cinco dos onze trabalhos com relatos de práticas educativas de Cálculo com a sua utilização. No entanto, alguns trabalhos não enfatizaram as ferramentas utilizadas, mas defenderam metodologias específicas, como na categoria apresentada no próximo tópico.

5.2 Resolução de problemas e a história da matemática como estratégia para ensinar/aprender cálculo

Os trabalhos ancorados nessa categoria, conforme Quadro 2, são bastante variados. Duas publicações retratam a resolução de problemas (RP) no contexto do CDI, outros dois incluem a história da Matemática no ensino do Cálculo e um trabalho relata o uso da modelagem matemática para favorecer o aprendizado matemático.

Quadro 2 – Trabalhos que emergiram na categoria resolução de problemas e modelagem matemática como estratégia para ensinar/aprender Cálculo

Evento	Título	Autor/es
XI ENEM	MODELAGEM MATEMÁTICA E EXPERIMENTAÇÃO EM CÁLCULO	Roberta Modesto Braga Adilson Oliveira do Espírito Santo
XII ENEM	CARACTERIZAÇÃO E ENCAMINHAMENTO DE TAREFAS MATEMÁTICAS EM AULAS DE	Maycon Odailson dos Santos da Fonseca André Luis Trevisan

	CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL	
XII ENEM	O ENSINO DO TEOREMA FUNDAMENTAL DO CÁLCULO ENVOLVENDO O PENSAMENTO INTUITIVO E VISUAL	André Lúcio Grande
XII ENEM	A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS E A DESCOBERTA GUIADA COMO METODOLOGIAS PARA O ENSINO E A APRENDIZAGEM DO CONTEÚDO DE OTIMIZAÇÃO EM CÁLCULO	Júlio Paulo Cabral dos Reis
XII ENEM	O USO DA HISTÓRIA NA CONSTRUÇÃO DO CONCEITO DE INTEGRAL DEFINIDA: UMA ABORDAGEM NO CÁLCULO DE ÁREAS	Jamara Lima Santos Tatiane Novais Brito Daniel de Jesus Silva

Fonte: os autores

Fonseca e Trevisan (2016) caracterizam as tarefas matemáticas sob dois aspectos: os níveis de demanda cognitiva e os tipos de raciocínio requeridos em sua resolução, propõe transpor essa caracterização para tarefas de um livro didático e discutir possibilidades de encaminhamentos em ambientes voltados para a RP. No trabalho de Reis (2016), é feito um relato de uma experiência sobre otimização embasado nas metodologias de RP e descoberta guiada.

A história da Matemática através da apresentação e discussão do Teorema Fundamental do Cálculo, onde foi analisada uma sequência didática em que foram empregadas ideias ligadas à intuição, bem como a importância da visualização foi tema do trabalho de Grande (2016). Já, para Santos, Brito e Silva (2016), utilizou a história na apresentação de uma sequência de atividades, no que tange o Cálculo Integral, na ressignificação no cálculo de áreas de regiões planas irregulares. Por outro lado, o ambiente gerado pela modelagem matemática e experimentação favoreceu o aprendizado matemático quando os estudantes conseguiram modelar um fenômeno através do Cálculo (Braga & Santo, 2013).

Orientados por nosso objetivo inicial de desenvolver em sala de aula uma proposta pedagógica pautada no mapeamento feito nos anais do ENEM, decidimos por elaborar um plano que envolva o uso das tecnologias, que mostraremos no tópico a seguir.

6 PROPOSTA DE PRÁTICA PEDAGÓGICA DESENVOLVIDA NO CURSO DE PRÉ-CÁLCULO HÍBRIDO

As pesquisas nos anais do XI e XII ENEM sobre as práticas educativas em CDI mostraram que o uso de tecnologias digitais foram bastante recorrentes, em especial, a

utilização do software GeoGebra. Para Jover (2013), com o uso do aplicativo, os estudantes evidenciaram a construção dos conceitos.

Por esse motivo, desenvolvemos a proposta pedagógica no contexto de um Curso de Pré-Cálculo Híbrido com a utilização do software GeoGebra online para o ensino de funções polinomiais de 1º e 2º grau. Tem como objetivos: investigar, por meio do manuseio do software, a ação dos coeficientes das funções afim e quadrática e compreender o comportamento dessas funções a partir dessa investigação.

Inspirados na dissertação de mestrado do Programa de Mestrado Profissional em Matemática– PROFMAT de Silva (2019) que traz algumas atividades acerca de funções quadráticas, propomos e desenvolvemos atividades similares para os conteúdos de função afim e função quadrática.

6.1 Atividades de função afim no geogebra

Apresentamos aos estudantes uma atividade de investigação no software GeoGebra online, referente ao comportamento da função afim, em relação aos coeficientes angular e linear e a seguir orientamos como criar controles deslizantes. Os alunos utilizaram os computadores disponíveis e também, os smartphones com acesso à internet. A primeira atividade consistia em digitar no campo de entrada do GeoGebra algumas funções polinomiais de 1º grau, conforme pode ser observado na Figura 3, que representa a imagem gerada no software.

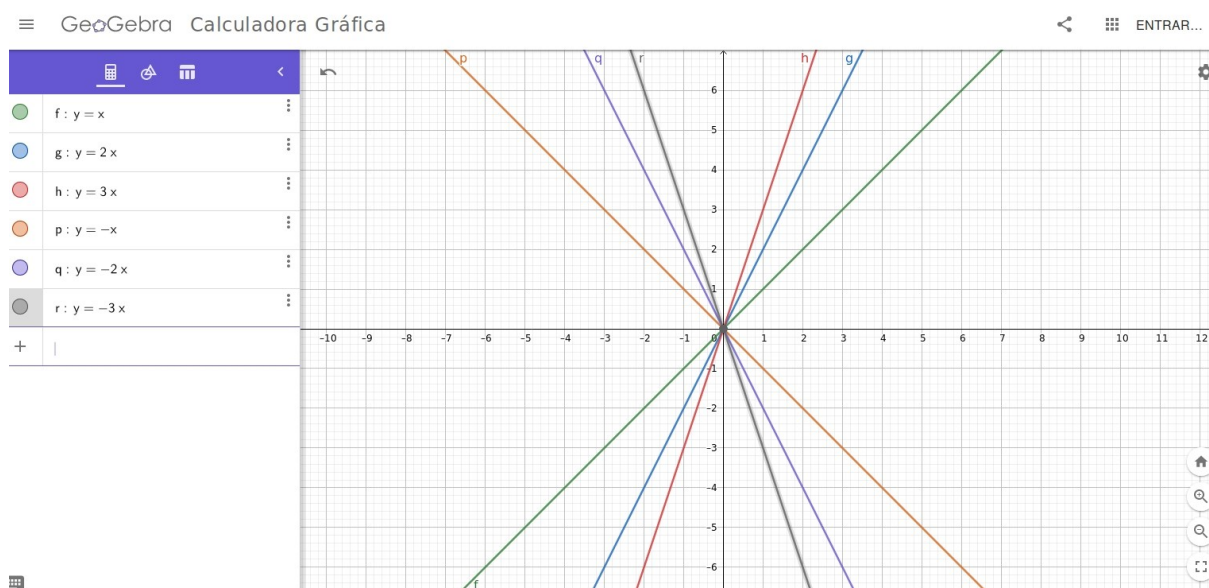


Figura 3 – Tela do computador com as funções digitadas no campo de entrada do GeoGebra

Fonte: os autores

Depois de gerados os gráficos das funções, realizamos o questionamento: *O que você percebe em relação ao crescimento da função afim?* Algumas respostas à indagação foram: *quanto maior o coeficiente angular, maior é o crescimento da função e se for negativo, a função é decrescente; conforme aumenta o valor do coeficiente de x, mais a reta se aproxima do eixo; percebo que elas são o inverso uma da outra.* Percebemos com essa atividade que os estudantes conseguiram visualizar o crescimento e decréscimo de uma função afim, com o auxílio do aplicativo.

A segunda atividade compreendeu a digitação de outras funções reais no campo de entrada do software, o que produziu a imagem da Figura 4 gerada no GeoGebra.

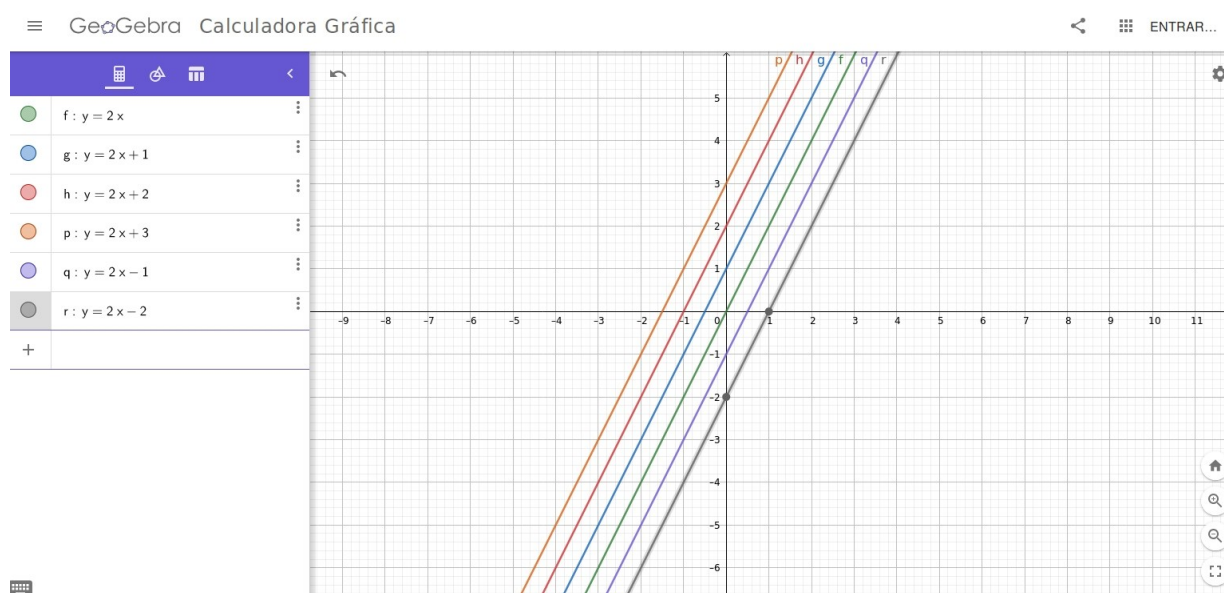


Figura 4 – Tela do computador com as funções digitadas no campo de entrada do GeoGebra
Fonte: os autores

Após a geração dos gráficos das funções representados na Figura 4, foi feita a pergunta: *O que você percebe em relação à posição do gráfico de cada função?* Algumas explicações dos estudantes: *pode-se observar que no eixo x está a raiz da função, já no eixo y é o coeficiente linear; o valor que é acrescentado ou diminuído altera a posição em y; percebo que todas as funções tem o mesmo comportamento.* Nessa atividade, observamos que os estudantes conseguiram compreender os efeitos do coeficiente linear no gráfico da função afim.

Para terceira atividade, propomos a criação de controles deslizantes no GeoGebra da seguinte forma: no campo de entrada do software, escreve-se $a=1$, $b=1$. Depois, digita-se $y=a*x+b$ para que se possa fazer a e b variar. A seguir, vem o questionamento: *O que se pode perceber em relação ao coeficiente a e em relação ao coeficiente b ?* As respostas a esse questionamento foram: *quando varia o coeficiente b , o gráfico*

permanece o mesmo (mesma inclinação da reta), mas quando varia o coeficiente a , o gráfico varia (inclinação muda).

As atividades referentes à função afim foram bastante relevantes em relação a visualização. Para Silva (2019), ambientes dinâmicos como o do software GeoGebra possibilitam uma abordagem diferenciada dos conteúdos matemáticos, com mais interação e com alternativas de relacionar vários conteúdos em uma mesma atividade. A seguir, iremos relatar outras atividades com o aplicativo no ensino de funções quadráticas.

6.2 ATIVIDADES DE FUNÇÃO QUADRÁTICA NO GEOGEBRA

Em um outro encontro propomos aos estudantes um novo estudo no software GeoGebra online, relativo ao comportamento da função quadrática, em relação aos coeficientes a , b e c . Desde o início, orientamos os estudantes a criarem os controles deslizantes. Na primeira atividade, pedimos que digitassem, no campo de entrada do GeoGebra, $a=1$, $b=1$, $c=1$, para a criação dos controles e a seguir, escrevessem no campo de entrada: $y=a*x^2+b*x+c$. Após a inserção da função, os valores dos coeficientes foram modificados, conforme a Figura 5.

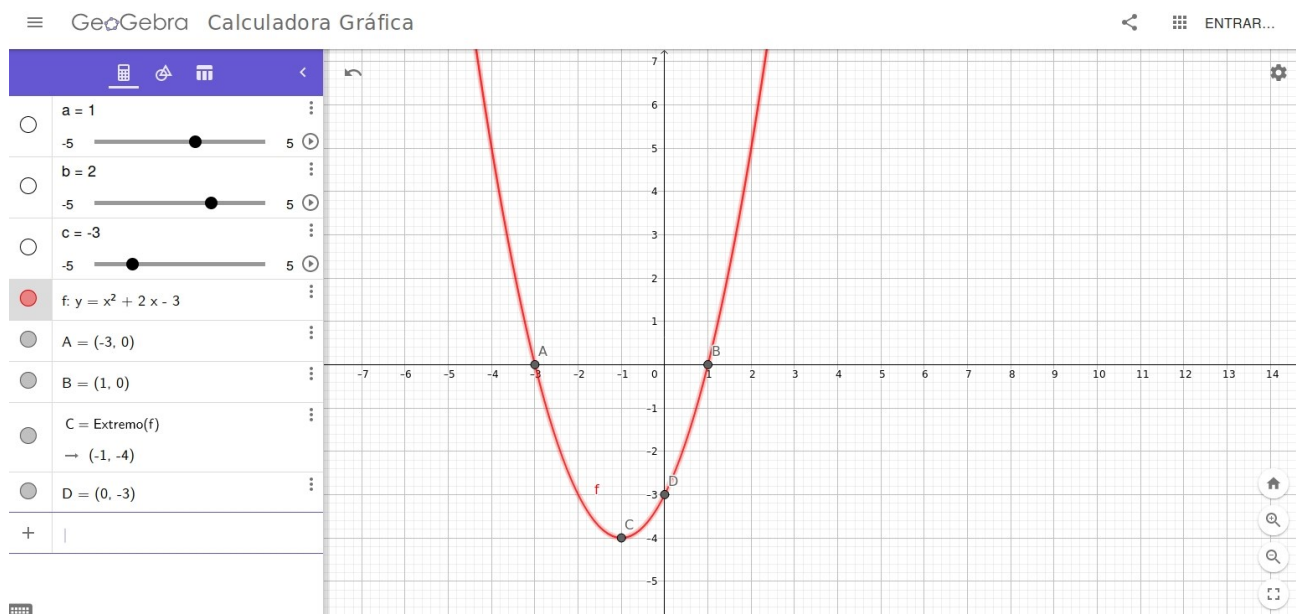


Figura 5 – Tela do computador com a criação dos controles deslizantes no campo de entrada do GeoGebra
Fonte: os autores

Na sequência apresentamos alguns questionamentos como: *Qual é o gráfico apresentado?* Neste caso, todos responderam ser uma parábola. Outra questão: *O que é*

observado quando variamos o coeficiente a , isto é, quando a é positivo, negativo ou igual a zero? Os retornos foram muito parecidos: Quando a é positivo, a concavidade da parábola é para cima, quando a é negativo, a concavidade é para baixo. Apenas um aluno comentou sobre o coeficiente a ser igual a zero, onde teria uma reta.

*Ainda perguntamos: O que você percebe quando variamos o coeficiente b ? Faça uma análise da variação de b quando o coeficiente a for positivo e também quando a for negativo. A resposta esperada era que quando o coeficiente b fosse negativo, a função seria decrescente no ponto em que corta o eixo y , ao passo que quando b fosse positivo, a função seria crescente no ponto em que corta o referido eixo. A resposta mais plausível foi: *é um informativo a respeito do crescimento da função, se crescente ou decrescente.**

*Outra questão indagada aos estudantes foi: O que você percebe quando variamos o coeficiente c ? Qual a principal alteração no gráfico da função? As explicações da maior parte dos estudantes, em virtude da observação no software, foi que: *de acordo com a mudança do coeficiente c , de positivo para negativo, muda o vértice da parábola.* Um aluno respondeu que *o gráfico se desloca sobre o eixo y .* A resposta desejada era que o coeficiente c seria o valor da ordenada em que o gráfico intercepta o eixo y . Mas a visualização conseguiu mostrar também o que foi relatado nas impressões dos estudantes, de modo que o assunto foi discutido após sua problematização.*

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

As considerações apresentadas neste trabalho pretenderam pontuar em nosso estudo de caso, uma proposta de prática pedagógica aplicada em um Curso de Pré-Cálculo Híbrido na FURG por meio do qual, foi bastante produtivo. Realizamos um mapa teórico acerca do XI e XII ENEM em relação às práticas educativas de Cálculo Diferencial e Integral. Constatamos, assim, que as tecnologias digitais no ensino/aprendizagem de Cálculo é muito recorrente e dentro dessa categoria, cinco dos onze trabalhos utilizaram o software GeoGebra no ensino de funções.

Em virtude disso, resolvemos utilizar o mesmo software no Curso de Pré-Cálculo Híbrido para o ensino de funções afim e quadrática. Percebemos que os estudantes conseguiram visualizar com dinamismo os efeitos dos coeficientes das funções estudadas quando o aplicativo foi utilizado.

Levando-se em consideração esses aspectos, entendemos, assim como Reis e Júnior (2016), que o software GeoGebra contribui nas reflexões do professor sobre a prática pedagógica quando faz demonstrações e exemplos com gráficos de funções e que dessa forma, possibilita aos estudantes um entendimento mais adequado dos conceitos envolvendo os coeficientes das funções e seus gráficos.

REFERÊNCIAS

- Almeida, H. R. F. L. (2013, julho). As ferramentas da educação a distância como suporte às aulas presenciais de Cálculo I. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-10). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1063_260_ID.pdf
- Batista, S. C. F. (2013, julho). Fórum on-line no ensino de Cálculo: uso de abordagem histórica. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-15). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/260_104_ID.pdf
- Biembengut, M. S. (2008). Mapeamento na pesquisa educacional. Rio de Janeiro: Ciência Moderna.
- Borba, M. C., Almeida, H. R. F. L. & Gracias, A. S. (2018). Pesquisa em ensino e sala de aula: diferentes vozes em uma investigação. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Braga, R. M. & Santo, A. O. E. (2013, julho). Modelagem Matemática e experimentação em Cálculo. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-9). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/3430_1885_ID.pdf
- Conceição, D. L., Ferreira, A. L. A., Marques, M. H. & Pereira, L. M. (2016, julho). Software GeoGebra: vídeos tutoriais em prol do ensino e aprendizagem do Cálculo. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-9). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de
- Fonseca, M. O. S. & Trevisan, A. L. (2016, julho). Caracterização e encaminhamento de tarefas matemáticas em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7164_3135_ID.pdf
- Grande, A. L. (2016, julho). O ensinar do teorema fundamental de Cálculo envolvendo o pensamento intuitivo e visual. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7670_3491_ID.pdf

- Jover, R. S. R. (2013, julho). Cálculo Diferencial: uma experiência de ensino utilizando os aplicativos GeoGebra e Graphmatica. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-16). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/954_957_ID.pdf
- Luz, V. M. & Santos, A. R. (2013, julho). Associando pesquisa e intervenção em uma disciplina de Introdução ao Cálculo. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-16). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/985_632_ID.pdf
- Nascimento, C. H. S., Lopes, D. O. & Teixeira, P. C. M. (2013, julho). Utilização do software Maple no problema de Cálculo: modelagem matemática de um volume de revolução. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-16). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/1986_978_ID.pdf
- Pinheiro, J. M. L. & Junior, L. C. L. (2016, julho). Uma experiência com o Cálculo Integral em um ambiente informatizado de aprendizagem. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4758_2263_ID.pdf
- Reis, F. S. & Junior, J. C. M. (2016, julho). As contribuições da visualização proporcionada pelo GeoGebra à aprendizagem de funções derivadas em Cálculo I. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/8057_3666_ID.pdf
- Reis, J. P. C. (2016, julho). A resolução de problemas e a descoberta guiada como metodologias para o ensino e a aprendizagem do conteúdo de otimização em Cálculo. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4658_2556_ID.pdf
- Santos, D. M. M., Pinto, G. M. F., Souza, I. A. & Felix, L. V. (2016, julho). Atividades de tutoria: uma alternativa ao fracasso em Cálculo Diferencial e Integral. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7365_3884_ID.pdf
- Santos, J. L., Brito T. N. & SILVA, D. J. (2016, julho). O uso da história na construção do conceito de integral definida: uma abordagem no cálculo de áreas. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-12). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/6813_2820_ID.pdf
- Scherer, S. & Lopes, V. R. Tecnologia, comunicação e educação a distância: uma estética para materiais didáticos de Cálculo I. In *Anais do XII Encontro Nacional de Educação*

Matemática (pp. 1-10). São Paulo, SP: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/7527_3695_ID.pdf

Silva, J. P. N. (2019). GeoGebra: explorando possibilidades de abordagem interativa dos conteúdos de função quadrática, limites e derivada. (Dissertação de Mestrado Profissional em Matemática). Universidade Federal de Mato Grosso, Pontal do Araguaia, MT.

Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM (2016). Site do XII Encontro Nacional de Educação Matemática. São Paulo, SP. Recuperado de <http://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais>

Souza, F. P. & Mesquita, A. M. (2013, julho). A utilização do software Maple no ensino de Cálculo Diferencial e Integral I com aplicações na Química. In *Anais do XI Encontro Nacional de Educação Matemática* (pp. 1-13). Curitiba, PR: Sociedade Brasileira de Educação Matemática. Recuperado de http://sbem.iuri0094.hospedagemdesites.ws/anais/XIENEM/pdf/815_194_ID.pdf

Veiga, I. P. A. (2015). A prática pedagógica do professor de didática. Campinas: Papirus.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA


Prática pedagógica no ensino de funções utilizando o geogebra em um curso de pré-cálculo híbrido

Alessandro da Silva Saadi

Mestre em Matemática

Universidade Federal do Rio Grande- FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física- IMEF, Rio Grande, Brasil.

alessandrosaadi@furg.br


 <https://orcid.org/0000-0002-4740-1229>

Celiane Costa Machado

Doutora em Matemática

Universidade Federal do Rio Grande- FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física- IMEF, Rio Grande, Brasil.


celianecmachado@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0003-0685-8078>

Elaine Corrêa Pereira

Universidade Federal do Rio Grande- FURG, Instituto de Matemática, Estatística e Física- IMEF, Rio Grande, Brasil.

elainecorrea@furg.br

 <https://orcid.org/0000-0002-3779-1403>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua Bento Gonçalves, 569, CEP 96211-622, Rio Grande, RS, Brasil.

AGRADECIMENTOS

Inserir os agradecimentos a pessoas que contribuíram com a realização do manuscrito.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Os papéis descrevem a contribuição específica de cada colaborador para a produção acadêmica inserir os dados dos autores conforme exemplo, excluindo o que não for aplicável. Iniciais dos primeiros nomes acrescidas com o último Sobrenome, conforme exemplo.

Concepção e elaboração do manuscrito: A. S. Saadi, C. C. Machado, E. C. Pereira

Coleta de dados: A. S. Saadi

Análise de dados: A. S. Saadi

Discussão dos resultados: A. S. Saadi, C. C. Machado, E. C. Pereira

Revisão e aprovação: C. C. Machado, E. C. Pereira

Caso necessário veja outros papéis em: <https://casrai.org/credit/>



CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR

Mérciles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO

Recebido em: 08-12-2019 – Aprovado em: 15-07-2020

