RIPEM
International Journal for Research in Mathematics Education

Tarumbeta e suas Potencialidades Matemáticas

Tarumbeta and its Mathematical Potentialities

https://doi.org/10.37001/ripem.v11i2.2448

Antonio Francisco Ramos
https://orcid.org/0000-0003-4841-1442
Universidade Federal do Piauí
francisco.ramos@ifpi.edu.br

Ciro Miguel da Silva Labrada
https://orcid.org/0000-0002-6421-2788
Universidad Internacional Iberoamericana – UNINI Puerto Rico
ciro.labrada@unini.org

Resumo

O artigo objetiva demonstrar as potencialidades etnomatemáticas do jogo de Tarumbeta cujas regras orientam formas de pensar e agir baseadas em etnomodelos matemáticos de raiz africana. O estudo dialoga com a perspectiva da Etnomatemática e etnomodelagem como possibilidades de articulação entre conhecimentos êmicos e éticos nas situações do jogo onde está presente os valores da cosmovisão africana, a exemplo da oralidade, ancestralidades, cooperação, dentre outros. Cita-se ainda as contagens e cálculos mentais que, dentro dos limites da regra jogo, remete ao pensamento africano. Aborda-se o jogo como propiciador de circunstâncias para a produção de conhecimento por meio das situações problemas cuja solução exige tomada de decisão e participação ativa dos jogadores. Neste sentido, a questão que move o estudo é saber: Que conhecimentos matemáticos a Tarumbeta é capaz de mobilizar no observador *outsider*? Para aproximação de uma resposta aponta-se para captura dos etnomodelos êmicos presentes nas regras do jogo cuja interpretação mobiliza etnomodelos éticos do observador *outsider* gerando conhecimento dialógico que articula diferentes lógicas. Argumenta-se que o jogo de Tarumbeta possui potenciais pedagógicos que dialoga com os objetos do conhecimento previstos no currículo da escola brasileira, a exemplo da contagem, números triangulares, progressão aritmética, triângulo de Tartaglia dentre outros.

Palavras-chave: Jogo.Tarumbeta. Etnomatemática. Etnomodelagem. Artefato cultural.

Abstract

The article aims to demonstrate the ethnomathematics potentialities of the Tarumbeta game whose rules guide ways of thinking and acting based on mathematical ethno models of African origin. The study dialogues with the perspective of Ethnomathematics and ethnomodeling as possibilities of articulation between emic and ethical knowledge in game situations where the values of the African worldview are present, such as orality, ancestry, cooperation, among others. Mental counts and calculations are also mentioned, which, within the limits of the game rule, refers to African thought. The game is approached as a provider of circumstances for the production of knowledge through problem situations whose solution requires decision making and active participation of players. In this sense, the question that drives the study is to know: What mathematical knowledge is Tarumbeta capable of mobilizing in the outsider observer? To approach an answer, the aim is to capture the emic ethnomodels present in the rules of the game whose interpretation mobilizes ethical ethnomodels of the outsider observer, generating dialogical knowledge that articulates different logics. It is argued that the Tarumbeta game has pedagogical potentials that dialog with the objects of knowledge provided for in the curriculum of the Brazilian school, such as counting, triangular numbers, arithmetic progression, Tartaglia's triangle, among others.

Keywords: Game. Tarumbeta. Ethnomathematics. Ethnomodeling. Cultural artifact.

1 Introdução

No contexto cultural do povo Chaga, da Tanzânia,existe um jogo conhecido pelo nome de Tarumbeta. Este jogo desperta interesse de aplicação no campo da educação matemática, dada a sua natureza plástica, interdisciplinar e produtora de diálogo com a cultura africana e afro-brasileira, particularmente em relação ao cálculo mental e outros objetos do conhecimento matemático previsto no currículo da educação básica brasileira. Por meio da Tarumbeta é possível se conectar com a cultura da Tanzânia por meio do sistema de contagem do jogo por meio da língua Swahili.

A Tarumbeta é um jogo do tipo abstratoquepreserva princípios cognitivos relativos à contagem e cálculo mental baseado em princípios aditivos, multiplicativos e subtrativos. Busca-se explorar as potencialidades etnomatemáticas do jogo de Tarumbeta cujas regras carregam procedimentos e princípios que orientam formas de pensar e agir nas situações do jogo que remete à etnomodelos matemáticos de raiz africana. Quando o jogo é deslocado para outros contextos, a exemplo da cultura brasileira, o jogo pode ser reconstituído com materiais locais adequando-o à realidade, mas suas regras permanecem preservadas e seu sistema de numeração escrita e falada em swahili.

O jogo e suas regras, quando deslocados para outros contextos culturais, tornam-se instituinte de novas forma de agir e pensar, no contexto para onde foi deslocado, pois é preciso aprender e conhecer sua história e objetivos. Entretanto, a vivência do jogo não exclui a possibilidade de os jogadores pensarem a partir de sua cultura gerando por meio do jogo uma nova dinâmica de natureza cultural de valorização da contribuição do pensamento matemático presente em grupos culturais distintos, a exemplo do povo Chaga.

Considera-se neste estudo que o estudo das potencialidades do jogo de Tarumbeta aplicadas ao contexto educacional, constitui-se em dispositivo que marca um posicionamento oposto ao fenômeno do racismo epistêmico que “considera o pensamento não-ocidentais como inferiores aos conhecimentos ocidentais” (Grosfoguel, 2007, p. 32). Dessa maneira, busca-se na Etnomatemática e etnomodelagem a ancoragem teórica e metodológica para articulação entre conhecimentos êmicos e éticos que envolve o jogo de Tarumbeta em contextos marcados pela multiculturalidade.

A situação do jogo propicia circunstâncias para a (re)produção de conhecimento por meio das situações problemas em que a tomada de decisão exige a participação ativa dos jogadores/educandos/educadores no limite das regras do jogo que carrega em seu bojo as contribuições da cultura do povo Chaga.

Assim, a questão que move este estudo é saber: Quais as potencialidades etnomatemáticas do jogo de Tarumbeta? Para responder a questão o texto se estrutura em quatro momentos: O primeiro uma breve discussão acerca do estudo do jogo de Tarumbeta como atitude decolonial; O segundo momento enfatiza a Etnomatemática e Etnomodelagem como possibilidade de estudo da Tarumbeta; O terceiro momento remete a uma abordagem das regras e potenciais matemáticos de Tarumbeta no diálogo entre saberes êmicos e éticos; Por fim, apresenta-se o jogo como material pedagógico que valoriza a numeração da língua Swahili como etnomodelos êmico, que em diálogo com a representação aritmética da escola, que é do tipo ética, contribui para o pluralismo de pensamento na educação na medida em que se torna possível atos de tradução numa perspectiva dialógica.

2 Estudo do jogo de Tarumbeta como atitude decolonial

A literatura aponta que o paradigma epistêmico dos colonizadores brancos Europeus, sobre diversos povos do mundo, a partir da própria Europa e se espalhando para outros continentes como África, Ásia e, posteriormente as Américas, a partir do século XVI (Grosfoguel, 2016).Neste contexto, os espanhóis e portugueses protagonizaram expansão mundial de suas economias e ao mesmo tempo o processo de subalternização de populações de populações diversas, dentre as quais as indígenas, africanas, mulçumanas e judias a partir de suas descrições etnocêntricas (Grosfoguel, 2016).

Grosfoguel (2007) aponta que para além de uma lógica de mercado as atitudes e discursos dos colonizadores brancos se legitimavam por meio da propagação de uma visão de mundo cristã. Conforme o autor, está lógica se institucionalizou

> caracterizando todo conhecimento ou saber não-cristão como produto do demônio, até assumir, a partir de seu provincianismo europeu, que somente pela tradição greco-romana, passando pelo renascimento, o iluminismo e as ciências ocidentais, é que se pode atingir a 'verdade' e 'universalidade', inferiorizando todas as tradições 'outras' (que no século XVI foram caracterizadas como 'bárbaras', convertidas no século XIX em 'primitivas', no século XX em 'subdesenvolvidas' e no início do século XXI em 'antidemocráticas'), o privilégio epistêmico das indentitypolitics brancas eurocentradas foi normalizado ao ponto invisibilizar-se como identitypolitics hegemônicas. (Grosfoguel, 2007, p. 32-33)

Entre os povos africanos, a exemplo daqueles situados na atual Tanzânia, além de outros países como Ruanda e Burundi, este papel foi exercido nos moldes do projeto colonial alemão entre 1885 a 1914 (Souza Correa, 2015). Neste período, conforme indica, "no continente africano, estações missionárias, postos militares e empórios comerciais, respectivamente de ordens religiosas, bandeiras e empresas europeias, aumentaram em número no último quartel do século XIX" (Souza Correa, 2015, p. 54). É neste contexto, que o jogo de Tarumbeta, do povo Chaga, da Tanzânia chega na Alemanha e de lá para outras regiões, sofrendo modificações a partir da visão do colonizador, conforme será abordado noutra seção deste estudo.

Scherer (2013) em seu trabalho denominado *Natural differentiation in theteachingofmathematicstochildrenstartingschool*, publicado no *South African JournalofChildhoodEducation*, retrata o jogo de Tarumbeta e de forma adaptada e sem referência na linguagem numérica utilizada no contexto da Tanzânia, tendo como referência os estudos de Zaslavsky (1991). Tal atitude legitima os processos coloniais do conhecimento ao suprimir os elementos da linguagem de raiz africana que dá sentido e lógica ao jogo.Ademais, conforme indica a sociologia do conhecimento, a linguagem como um elemento importante na produção e reprodução da cultura e estruturação do conhecimento na vida cotidiana, por tanto, de subjetivação e objetivação da realidade (Berger &Luckmann, 2007).

É destituído da representação linguística da numeração Swahili que o jogo de Tarumbeta chega ao Brasil, inclusive nas produções etnomatemáticas (Gerdes, 2007, 2008a, 2008b; Zaslavsky, 1991). Unificar estes elementos é parte da atitude decolonial numa perspectiva interdisciplinar, a exemplo do que propõe a Etnomodelagem em sua perspectiva transdisciplinar, que convergir para seu bojo as contribuições da Etnomatemática, antropologia cultural e modelagem. Assim, conforme Maldonado-Torres (2016, p. 77):

> Transdisciplinaridade, neste contexto, significa, em primeiro lugar, a necessidade de reconhecer imperativos e lógicas mais amplas do que as disciplinas que encontram sua orientação própria e em relação às quais elas mesmas e seus métodos podem se destruir e se reconstruir de forma distinta.

Esta conceção de transdisciplinaridade de Maldonato (2016) aponta na direção do pensamento de Bernardino-Costa eGrosfoguel (2016) a respeito do lugar de fala (enunciação) e o pensamento. Considera-se que no processo de construção do conhecimento existem fronteiras onde as diferenças são reinventadas e "também loci enunciativos de onde são formulados conhecimentos a partir das perspectivas, cosmovisões ou experiências dos sujeitos subalternos. (Bernardino-Costa &Grosfoguel, 2016, p.20).

Nessa zona fronteiriça do conhecimento que se propõe a abordagem Etnomatemáticae etnomodelagem como possibilidade de estudo das potencialidades do jogo de Tarumbeta como instrumento de valorização de conhecimentos e da cultura africana, que é suprimida na escola.

3. Etnomatemática e Etnomodelagem como possibilidades de estudo da Tarumbeta

A Etnomatemática de D'Ambrosio (1990; 1993; 2000; 2005) -entendida como arte de explicar e conhecer - e a etnomodelagem se apresentam como viável na construção de respostas à questão proposta neste estudo. Assim, a Etnomatemática é um programa de pesquisa e teoria do conhecimento que se volta para

> [...] aquisição de conhecimento, de fazer(es) e de saber(es) que lhes permitiram sobreviver e transcender, através de maneiras, de modos, de técnicas, de artes (techné ou "ticas") de explicar, de conhecer, de entender, de lidar com, de conviver com (mátema) a realidade natural e sociocultural (etno) na qual ele, homem, está inserido.

Conforme afirma o autor, é nas raízes de *tica*, *matema* e *etno*, que ele deu origem a conceituação de Etnomatemática (D'Ambrosio, 2005). Na visão de Rosa e Orey (2003, p. 9) "[...] é difícil enxergar a Etnomatemática desvinculada da Modelagem Matemática", pois os autores não concebem uma oposição entre as duas abordagens. Ao contrário, argumentam uma abordagem dialética ou abordagem dialógica (Rosa e Orey, 2012), como um desafio que se impõe ao pesquisador, que deseja compreender práticas e saberes culturalmente construídos por um determinado grupo cultural, para contornar a tendência às análises superficiais.

Segundo os autores em comento, “[...] os membros dos grupos culturais têm a própria interpretação de sua cultura, denominada abordagem *êmica*, em oposição à interpretação dos pesquisadores e investigadores, denominada abordagem *ética”* (Rosa &Orey, 2012, p. 867). Estas duas expressões têm suas origens nos termos *fonêmica* e *fonética* utilizados nos estudos de cunho linguísticos de Pike (1954). De acordo com Rosa e Orey(2012, p. 871)

> 1) *Fonêmica*: sistema de organização dos sons utilizados em determinado idioma e que são localmente significativos. O estudo da abordagem fonêmica implica o exame do som utilizado em uma linguagem particular.
>
> 2) *Fonética*: aspectos gerais de todos os sons possíveis produzidos em determinada linguagem. A abordagem fonética visa às generalizações a partir dos estudos fonêmicos de uma língua específica, tentando elaborar uma ciência universal que engloba os sons produzidos em todas as línguas.

Os termos êmicos e éticos são aplicados nas abordagens transculturais para diferenciar os saberes e práticas culturais construídas por diferentes para resolverem os problemas do cotidiano. Os construtos êmicos, segundo Lett (1996) apud Rosa e Orey (2012, p. 870), são “descrições e as análises expressas em termos de esquemas conceituais que são significativos e que foram apropriados pelos membros do grupo cultural em estudo”, já os construtos éticos tratam-se das “descrições e análises das práticas matemáticas expressas em termos de esquemas conceituais e categorias consideradas significativas e apropriadas para a comunidade de observadores científicos, pesquisadores e investigadores” (Lett, 1996 apud Rosa &Orey, 2012, p. 870).

Os termos êmico e ético ainda podem ser utilizados para indicar respectivamente as categorias de observadores de dentro (*insiders*) e aos observadores de fora (*outsiders*) (Campos, 2002 apud Rosa &Orey, 2012, p. 867). Estes significados e sentidos, atribuídos aos termos êmico e ético, orientam o pesquisador/educador que os fatores sociais e culturais determinam os conhecimentos matemáticos em dado contexto cultural assumindo características próprias.

Assim, pode-se falar que diferentes grupos sociais matematizam a sua realidade utilizando-se de ferramentas matemáticas próprias de suas culturas para resolver problemas do cotidiano. Exemplo desta natureza ocorre nas situações de aplicação do jogo de Tarumbeta com crianças ou jovens no contexto da cultura brasileira, que mesmo seguindo a regra do jogo africano, os processos mentais de contagens e cálculos tem por base as lógica de estruturação de pensamento e linguagem decorrentes dos processos de socialização ao qual foram submetidos ao longo do seu desenvolvimento.

Os jogos matemáticostêm um papel importante para membros dos grupos culturais ao permitirem a identificação e descrição das práticas matemáticas que lhes são próprias (êmicas). Possibilitam a compreensão pelos observadores de fora (ético), ao traduzirem os saberes êmicos para o mundo da academia ou da escola, ratificando-os, a exemplo das regras do jogo que estruturam saberes e práticas que carregam traços da sua cultura original. Ou ainda, evocar conhecimentos êmicos do próprio contexto cultural para onde são traduzidos, ou seja, deslocados, na medida em que os atos de tradução mobilizam o filtro da cultura para onde o artefato cultural é deslocado, seja material ou imaterial.

No processo de tradução de saberes e práticas êmicas e éticas a etnomodelagem assume um papel de relevância ao se constituir numa abordagem teórico-metodológica voltada para o registro das práticas matemáticas de diferentes contextos culturais por meio da modelagem. Trata-se de um ponto de intersecção entre a antropologia cultural, modelagem matemática e a Etnomatemática que se apresentam como complementares. A Etnomatemática representa a matemática das especificidades, visto o contexto da diversidade cultural em que são produzidos os diferentes processos de matematização da realidade nos diversos grupos culturais, caracterizando seus saberes e práticas matemáticas êmicas.

De acordo com Rosa e Orey (2018, p. 115), "A etnomodelagem pode ser considerada como o estudo das ideias, procedimentos e práticas matemáticas utilizadas em diversas situações-problema enfrentadas no cotidiano dos membros de grupos culturais distintos". Ou ainda, "[...] um conjunto de estratégias que possibilita a resolução de problemas presentes nos sistemas de conhecimento desenvolvidos em contextos culturais diversos" (Rosa &Orey, 2018, p. 116). Para os autores as estratégias relacionam-se às maneiras de comunicação, comportamento e conhecimento (individual e coletivo) das quais podem se depreender ação pedagógica no ensino-aprendizagem de matemática.

3.1 Etnomodelagem e etnomodelos

A Etnomodelagem, no contexto do programa Etnomatemática, contribui para a construção de modelos matemáticos com base nas ideias e práticas dos grupos sociais, ou seja, de "[...] pequenas unidades de informação denominadas de etnomodelos, que vinculam o desenvolvimento das práticas matemáticas desenvolvidas por esses membros com o seu patrimônio sociocultural" (Rosa &Orey, 2018a, p. 119). Os etnomodelos podem ser do tipo êmico, ético e dialógico. Para explicar o que são etnomodelos Rosa e Orey (2012, p. 870) partem da ideia de modelo definido por Bassanezi (2002), ao informar que pode "ser considerado como a representação de uma ideia, um conceito, um objeto ou um fenômeno".

Já os etnomodelos "[...] podem ser entendidos como artefatos culturais, que são instrumentos pedagógicos utilizados para facilitar o entendimento e a compreensão de sistemas retirados da realidade de grupos culturais distintos" (Rosa &Orey, 2009 apud Rosa &Orey, 2012, p. 870). Ou ainda, considera-se os etnomodelos como "[...] representações externas precisas e consistentes com o conhecimento científico, que é socialmente construído e compartilhado pelos membros de grupos culturais específicos" (Rosa &Orey, 2012, p. 870*)*.

Oetnomodelo êmico é construído de acordo com o entendimento dos membros dos grupos pesquisado (*insiders*)(Rosa &Orey, 2012). O etnomodelo ético é entendido como um construto que "[...] é preciso, lógico, abrangente, replicável, falseável e independente dos pesquisadores e observadores" (Rosa &Orey, 2012, p. 870). Já oetnomodelo do tipo dialógicos são representações das ideias, procedimentos e práticas desenvolvidas localmente e guardam características de complementaridade entre os saberes êmicos e éticos (Rosa &Orey, 2014).

Os etnomodelos são construídos a partir do reconhecimento da coexistência de várias lógicas (opostas, complementares e conflitantes) relacionadas às concepções e práticas de determinado grupo cultural (Rosa &Orey, 2014; Orey& Rosa, 2017). Neste sentido, o jogo de Tarumbeta ao ser deslocado para o contexto da escola transforma-se num artefato cultural cujas regras permanecem as mesmas, mas quando deslocado para a escola, enquanto material didático, pode ganhar outros sentidos de uso, portanto novas lógicas de aplicação relativas às concepções e práticas matemáticas.

A abordagem dialógica nas investigações em etnomodelagem possui um potencial pedagógico e metodológico para interação entre concepções e práticas matemáticas de grupos distintos introduzindo inovações para as práticas escolares (Rosa &Orey, 2017). Da colisão entre os saberes éticos e êmicos produz um dinamismo cultural que pode gerar novos objetos do conhecimento no contexto da escola ao promover o diálogo entre os aspectos globais e locais do currículo escolar, a exemplo da matemática presente no Tarumbeta cuja raiz é africana, mas que permite conexão com saberes matemáticos de outros contextos culturais.

Os atos de tradução do conhecimento êmico para o ético - e vice-versa - resulta em conhecimento dialógico que pode ser ensinado por transposição didática, segundo o qual:

> Un contenido de saber que há sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entoncesun conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los*objetos de enseñar*. El 'trabajo' que transforma de un objeto de saber a enseñarenun objeto de enseñanza, es denominado la*transposición didática*. (Chaverlard, 2000, p. 45).

A captura dos etnomodelos (concepções e práticas) construídos nos grupos culturais e, por conseguinte, a sua validação enquanto objeto do saber a ser ensinado de maneira a atender as necessidades educativas nos seus aspectos éticos e êmicos, exige a aproximação do pesquisador do objeto, aqui denominado de artefato cultural.

Ademais, a construção de etnomodelos e sua transposição didática como um objeto a compor o currículo da escola não ocorre de forma automática e sem conflitos. Existe relações de poder dentro e fora da escola que exigem negociação para construção de etnomodelos, particularmente daqueles que possam se tornar artefatos culturais de uso pela comunidade escolar interligando as necessidades educacionais globais e locais. Neste sentido, fala-se dos artefatos culturais como dispositivos disparadores de subjetivação na construção do conhecimento matemático vinculado à identidade cultural de determinado grupo social, a exemplo do jogo de Tarumbeta.

3.2 Povo Chaga e a Tarumbeta

Segundo Raum (1996), a Tarumbeta está associada à cultura do povo Chaga, que vive sob o abrigo da montanha Kilimanjaro, uma das montanhas mais altas e isolada do continente africano, cuja altura é de aproximadamente 5.895 metros e está localizada no nordeste da Tanzânia. o povo Chaga é predominantemente agrícola e vivem do cultivo de terras por meio da plantação de café e bananas, como algumas de suas principais culturas irrigadas com as águas que escorrem do topo da montanha (Sébastien, 2010).

A Tarumbeta é uma invenção do povo Chaga acerca da ideia de números e contagem utilizando sementes organizadas em formato triangular (Raum, 1996). Trata-se de um jogo de socialização intergeracional ligado diretamente aos conhecimentos etnomatemáticos no campo da aritmética (contagem, soma, subtração, etc.).

O jogo é um tipo de método que possibilita generalizações relativas à natureza do número envolvendo no processo a ação de pessoas adultas e juvenis no processo de ensinar a criança a manejar o sistema de números e a realizar operações nele. De acordo com Raum (1996, p. 395), "Os processos aritméticos mais avançados devem ser desenvolvidos a partir dos problemas numéricos do contato cultural, se generalizações e abstenções devem ser adquiridas como instrumentos duradouros de pensamento”[1].

Este jogo no Brasil ainda é pouco difundido, mas aparece em trabalhos acadêmicos e não acadêmicos sobre jogos e brincadeiras africanas, com destaque: Raum (1996), Gerdes (2008), Scherer (2013) e Cunha (2016). Para conhecer suas potencialidades etnomatemáticas para o cálculo mental é importante conhecer suas regras e possibilidades de uso como dispositivo pedagógico.

A Tarumbeta entre as crianças Chagas da Tanzânia é jogada diretamente sobre o chão com sementes organizadas em forma de um triângulo. De acordo com Raum (1996), o jogo é originalmente composto por sementes de feijões, mas outros materiais podem ser utilizados, a exemplo de conchinhas, pedrinhas e até sementes de outros tipos.Sua inserção no universo ocidental pode ter ocorrido no contexto do projeto colonial na África, implementado no período de 1885 a 1914, pelos alemães na África Oriental Alemã, onde atualmente estão situadas a Tanzânia. Neste período as ações missionárias, militares e comerciais estavam ativas possibilitando apropriações culturais.

Dessa maneira, o jogo ao ser descolocado para o contexto da cultura ocidental passou por modificações a partir do incremento da cultura do outro (*outsider*), ou seja, demarcando um posicionamento etnocêntrico na forma de interpretar. Uma desta modificações incidiu sobre o sentido (direção) dos movimentos do jogo, ao determinar o início da partida pelo ápice e não pela base, mas preservando o formato triangular do jogo, que é o etnomodelo geométrico presente entre os Chagas.

Outra modificação diz respeito à enumeração das peças e suporte do tabuleiro, visto que o jogo original é feito no chão com sementes não enumeradas. Na versão modificada, conforme indica os escritos de Scherer (2013), a quantidade de jogadores, posições e funções são preservadas no jogo: *referee* (juiz), *assistant*(assistentes) e *candidate* (candidato) – Figura 1.

Figura 1: Tarumbeta ou triângulo da memória

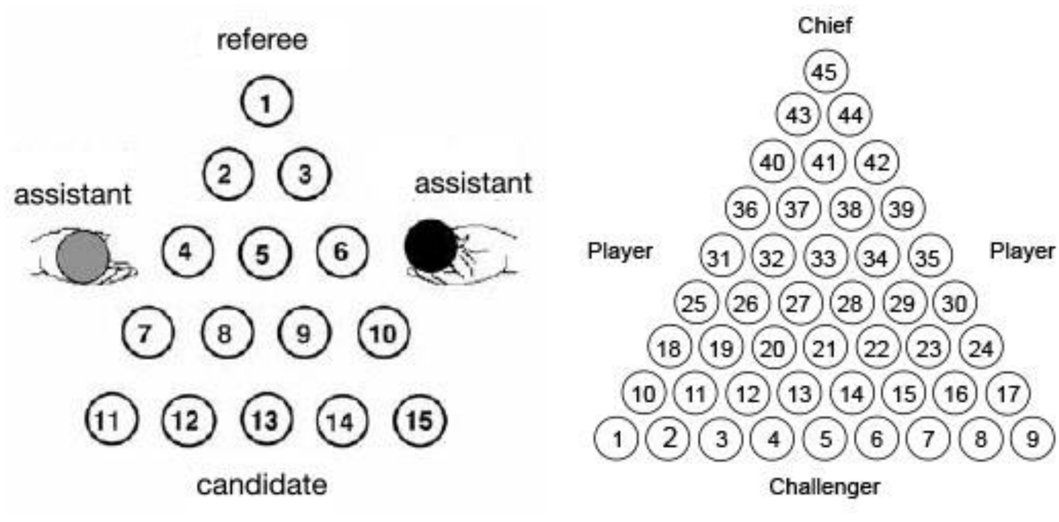


Figure 5a and 5b: Adapted game board for triangle memory and original version.

[1] Tradução livre.

Nota. De *Natural differentiation in the teaching of mathematics to children starting school*, de Sherer 2013, *African Journal of Childhood Education*, *3*(1), (https://pdfs.semanticscholar.org/6018/ef035232aa6b9a35df048acd53f248950858.pdf).

O trabalho de Scherer (2013) ainda registra uma segunda versão do jogo adaptada a partir da perspectiva ocidental ao preserva as regras original iniciando a partida da base para o ápice do triângulo, mas enumerando as peças. A adaptação do jogo ocorre por meio de ato de tradução da linguagem oral para a linguagem gráfica das peças do jogo e/ou do tabuleiro dando origem a um etnomodelo dialógico da combinação de artefatos (peças do jogo), mentefatos (representação numérica) e sociofatos (procedimentos e princípios) da cultura do povo Chaga (*insiders*) e de fora da sua cultura (*outsiders*) podendo assumir utilidade de material didático na escola.

Nesta segunda versão o juiz (*referee*) passa a ser denominado de Chefe (*chief*), os assistentes (*assistants*) tornam-se jogadores (*players*) e o candidato (*candidate*) ganha o nome de desafiante (*Challenger*). Esta última versão é a mais comum na literatura (Gerdes, 2008; Scherer, 2013; Cunha, 2016), todavia os papeis de cada um no jogo continuam os mesmos. É importante destacar que alunos e professores, em sala de aula ou fora dela, podem confeccionar o jogo por meio de desenhos no chão e peças com os materiais disponíveis no ambiente, desde que sejam promocionais às localizações projetadas para o jogo.

O jogo é do tipo abstrato e preserva princípios cognitivos universais como contagem e cálculos com base em princípios aditivos, multiplicativos e subtrativos, que se adequam às interpretações culturais locais. Ademais, a composição material do tabuleiro torna-se irrelevante em relação às regras dos jogos, pois são facilmente adaptáveis inclusive para o formato de game e flexíveis ao contexto em que é reproduzido ou deslocado, possibilitando aos jogadores jogarem com referência na estrutura de pensamento construídas socialmente em sua realidade local.

4. Tarumbeta: conhecendo as regras do jogo e seus potenciais matemáticos

O jogo de Tarumbeta na atualidade pode ser (re)construído para o ambiente da escola com base em diferentes tipos de materiais (madeira, papelão, acrílico, emborrachados dentre outros). Nele são feitas as demarcações em círculos, ou outros formatos geométricos vazados ou desenhados, com numeração do tabuleiro. No caso de tabuleiros com círculos vazados pode-se fazer a numeração nas peças que serão encaixadas. As peças neste tipo de tabuleiro podem ser confeccionadas com o mesmo tipo de material do tabuleiro. Caso o material do tabuleiro seja construído por meio de impressão em papel ou outro material contendo as demarcações de localização e numerações, enquanto as peças podem ser sem numeração.

É importante destacar que alunos e professores, em sala de aula ou fora dela, podem confeccionar o jogo por meio de desenhos no chão e peças com os materiais disponíveis no ambiente, desde que sejam promocionais às localizações projetadas para o jogo (Figura 2). Dentre outras, ainda há a possibilidade de adaptação do jogo por meio da inserção de pessoas no lugar das peças tornando o jogo ainda mais coletivos e dinâmico, especialmente quando se explora os numerais na língua original do jogo.

Figura 2: Disposição inicial do jogo de Tarumbeta com sementes de mucunã (*Mucunapruriens*)

Fonte: Arquivo do autor

4.1 Regras do jogo de Tarumbeta

O objetivo é realizar a contagem correta das peças do jogo da primeira até a última estando o jogador desafiante de costas para o tabuleiro. As regras estimulam a cooperação, oralidade, respeito à ancestralidade, circularidade dentre outros valores presentes na cultura afro-brasileira. De acordo com Gerdes (2008), a Tarumbeta é um jogo que envolve quatro participantes que se posicionam no entorno do tabuleiro em formato triangular. Para jogar cada um dos participantes contribuem com uma porção de sementes (feijões) para montar o tabuleiro.

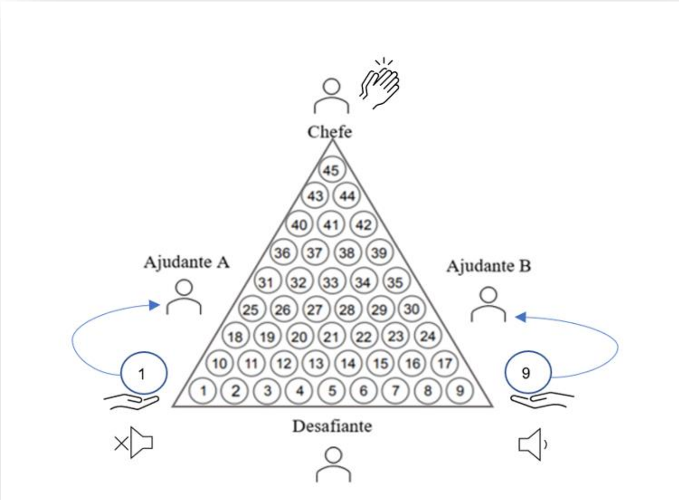
Raum (1996) registra que os Chagas se utilizam de 45 feijões distribuídos em nove linhas, sendo que na linha da base possui 9 sementes, sendo que a cada linha subsequente existe uma semente a menos que a anterior, chegando ao ápice com apenas uma. É interessante, destaca que as crianças aprendem este jogo na Tanzânia primeiro com um triângulo de dez feijões antes de tentar com 45 feijões que é considerado mais difícil (Scherer, 2013).

A partir dos escritos de Raum (1996), Gerdes (2008) e Scherer (2013) é possível reconstruir as regras que regulamentam o papel de cada um dos jogadores no jogo, em relação ao chefe, ajudantes e desafiante. Escolhe-se um dentre os quatro jogadores para ser o chefe que atua como árbitro e sua posição no jogo é no ápice da Tarumbeta. Ele tem o papel fundamental de garantir que os jogadores joguem de acordo as regras do jogo e emitir um sinal, por exemplo, bater palmas para assinalar o momento do desafiante falar o valor numéricos da semente ou campo da vez.

Na base da Tarumbeta está o jogador desafiante que se posiciona de *costas* para o tabuleiro (Cunha, 2016) ou com os *olhos vendados* (Scherer, 2013). Não visualizar o tabuleiro aumenta o grau de dificuldade do desafiante para contar e calcular mentalmente todas as sementes da primeira à última linha do jogo.

Os outros dois jogadores, chamados de ajudantes, sentam-se um de cada lado do tabuleiro, sendo um à direita e o outro à esquerda do desafiante. O papel desses jogadores é colher cada uma das sementes (peças) do jogo uma por uma, de fora para dentro, iniciando da linha da base e avançando para as linhas de cima, limpando-as sucessivamente até o ápice. Sempre que o ajudante, da direita ou da esquerda, faz a uma retirada de semente da linha ele pergunta ao desafiante qual é o valor numérico correspondente ao campo onde estava a semente (Figura 3).

Figura 3: Regras especiais para o desafiante chamar ou silenciar jogo.



Fonte: Elaborado pelo autor

Quando o chefe bater palmas o ajudante A leva a primeira semente cujo valor é 1, mas o desafiante permanece em silêncio. O Chefe novamente bate palmas e o ajudante B retira a semente no campo 9, e simultaneamente o desafiante fala o número correspondente: *Nove*! Dessa maneira, o jogo é levado até o fim chamando alternadamente cada número: 1, 9, 2, 8, 3, 7, 4, 5. Então o jogo continua até a semente de número 45.

O jogador desafiante avança no jogo na medida em que chama corretamente o valor numérico de cada semente ou campo do tabuleiro. Todavia, existe uma regra especial, segundo o qual o desafiante não pode falar o valor numérico da primeira semente de cada fila. O desafiante deve lembrar que o valor omitido deve ser incluído no cálculo dos números seguintes e caso não cometa nenhum erro ganhará todas as sementes distribuídas no Triângulo. Caso erre outro jogador assume o lugar do desafiante e se inicia uma nova rodada no jogo com a mudanças de papéis.

Scherer (2013) chama atenção ao fato de que os jogadores que escolhem a memorização como estratégia da linha numérica de forma mecanicista terão dificuldade em avançar no jogo. Neste sentido, a autora afirma que o jogo pode contribuir para uma maior flexibilidade e formação de triângulos com interações que podem variar de 10 a 45 sementes. Entretanto, a autora apresenta em seu trabalho como calcular a formação correta e exata de cada estágio de interação da menor até a maior quantidade de peças.

Esta possibilidade apontada por Scherer (2013) é retratada por Eglash e Odumosu (2005), como um ponto comum com os jogos de mancalas. Para os autores as diferentes sequências numéricas sucessivas que formam que variam de acordo com o número de linhas da Tarumbeta formam números triangulares considerados como assinaturas comuns de sistemas recursivos e auto-organizados, ou recorrência de primeira ordem, a exemplo da sequência 1, 3, 6, 10, 15, 21, etc. Isso demarca um dentre outros potenciais matemáticos que podem ser explorados por meio deste jogo.

4.2 Matemática ética da Tarumbeta: do ponto de vista colonial

Além dos objetos do conhecimento matemáticos apresentados por Scherer (2013), outros conhecimentos do tipo éticos podem ser mobilizados a partir da interação com o jogo. Com a Modelagem Matemática é possível mostrar estes potenciais, pois com base no pensamento de Bassanezi (2015, p.10):

> A habilidade de empregar matemática em situações concretas e em outras áreas do conhecimento humano consiste em tomar um problema prático relativamente complexo, transformá-lo em um modelo matemático, ou seja, traduzir a questão na linguagem de números, gráficos, tabelas, equações etc., e procurar uma solução que possa ser reinterpretada em termos da situação concreta original.

A Tarumbeta é um jogo que concentra potenciais para explorar diversos assuntos no campo da matemática, dentre os quais a aritmética, álgebra e geometria que estão previstos no currículo brasileiro. Neste sentido, podem ser explorados conhecimentos referentes às contagens, operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão) e suas propriedades, números triangulares, progressão aritmética e função polinomial de primeiro e segundo grau. Estes são conteúdos, ou objetos dos conhecimentos que podem ser trabalhados a partir da perspectiva colonial, visto que o contato com o jogo mobiliza os conhecimentos internalizados ao longo dos diversos processos de socialização, desde à família até a escola.

Suponha-se por exemplo, que os jogadores desejam jogar a Tarumbeta com um número de linhas diferentes de nove, então surge um problema: Quantas sementes são necessárias para formar um Triângulo de Tarumbeta com $n + 1$ linhas? Este tipo de questão tende a surgir na ocasião em que os jogadores desejam aumentar ou diminuir a dificuldade do jogo, visto que é diretamente proporcional à quantidade de sementes no tabuleiro.

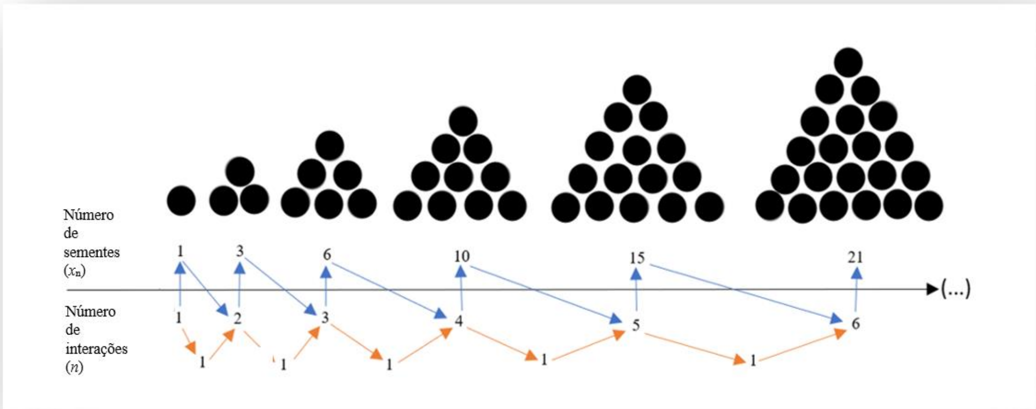
Para responder à questão as possibilidades são variadas e podem ser alcançada diretamente pela manipulação das sementes ou de forma abstrata. Se os jogadores utilizarem o chão sem fazer a demarcação dos campos onde serão sobrepostas as sementes, pode-se iniciar colocando a primeira semente no ápice da Tarumbeta, progredindo para as linhas seguintes que terão sempre uma semente a mais que a anterior e as sementes que sobrarem ficarão de fora do jogo.Por meio da contagem ordinal é possível também saber a quantidade de elementos (peça) que compõe o jogo, particularmente se os jogadores forem crianças pequenas.

Pode-se afirmar que a Tarumbeta é formada por números figurados pela característica de que o jogo é composto por sementes que são arranjadas de forma a desenhar a figura geométrica triângulo. Em outras palavras, a quantidade de sementes que formam o jogo são números triangulares. A contagem dos números triangulares pode ser realizada por meio do *loop* recursivo em que a saída de um estágio de interação é ponto de partida para o próximo caracterizando séries adições não lineares, a exemplo do que ocorre com os números triangulares no jogo de Tarumbeta, que pode iniciar com três elementos e aumenta progressivamente sua forma (3, 6, 10, …).

RIPEM
International Journal for Research in Mathematics Education

Dessa maneira, os números triangulares sucessivos de uma determinada sequência pode ser obtidos adicionando a quantidades de sementes de uma interação anterior ao valor posicional da interação atual, por exemplo: $1 + 2 = 3$; $3 + 3 = 6$; $6 + 4 = 10$; etc. Já a sequência de interações se obtém por meio da adição da constante 1 (um) ao valor ao termo anterior, conforme segue: $1 + 1 = 2$; $2 + 1 = 3$; $3 + 1 = 4$; etc. (Figura4).

Figura 4: Jogo de Tarumbeta em diferentes estágios de interação



Fonte: Elaborado pelo autor

Pode-se fazer a seguinte interpretação matemática escrevendo: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $x_3 = 6$; $x_4 = 10$. Fazendo uma análise para n triângulos por meio da Equação 1:$x_{n+1} = x_n + (n + 1)$. De acordo com Lima, Carvalho, Wargner e Morgado (2016, p.63), "Uma recorrência de primeira ordem expressa x_{n+1} em função de x_n. Ela é dita linear se, e somente se, essa função for 1º grau". Dessa forma, a lei de recorrência que interpreta os números triangulares é dada por $x_{n+1} = x_n + (n+1)$ que é uma função polinomial do primeiro grau com $n \geq 1, (n \in \mathbb{N})$.

O Quadro 1 contém a representação da dinâmica do comportamento dos números triangulares tomando como valor $x_1 = 1$. Dessa maneira, pode informar que: na primeira coluna está representado os números naturais; na segunda coluna está o valor do número triangular anterior; na terceira coluna contém a aplicação da interação; na quarta coluna registra-se o valor do último número triangular da sequência.

Quadro 1: Interações (n) e Números triangulares (x_{n+1})

n	x_n	$n+1$	$x_{n+1} = x_n + (n+1)$
1	1	$1+1$	$1 + (1 + 1) = 3$
2	3	$2+1$	$3 + (2 + 1) = 6$
3	6	$3+1$	$6 + (3 + 1) = 10$
4	10	$4+1$	$10 + (4 + 1) = 15$
5	15	$5+1$	$15 + (5 + 1) = 21$
6	21	$6+1$	$21 + (6 + 1) = 28$

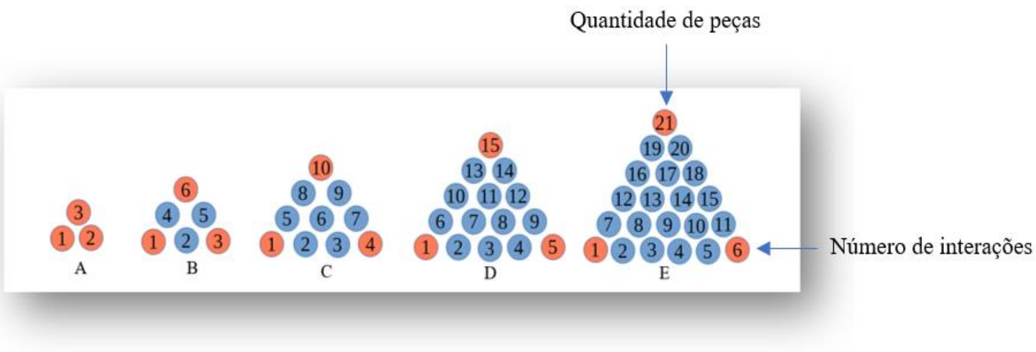
Fonte: Elaborado pelo autor.

Pode-se afirmar que o jogo de Tarumbeta é definido como sendo os números triangulares sem a interação $x_1 = 1$, ou seja, a sequência que define os elementos de cada Tarumbeta será $x_1 = 3$, $x_2 = 6$, $x_3 = 10$, $x_4 = 15$, $x_5 = 21$, etc.

Podemos notar, acerca das potencialidades matemáticas éticas do jogo de Tarumbeta, ainda em relação à questão de como determinar a quantidade de peças ou sementes para cada estágio de interação é por meio da soma dos termos de uma progressão aritmética (PA). Essa (PA) é dada pela função polinomial do 2º grau: $x_n = \frac{n^2+3n+2}{2}$.

É interessante notar que os algarismos trabalhados que representam a constante, a interação e o número triangular aparece de forma nítida nas extremidades de cada Tarumbeta em todos os seus estágios. Nota-se que o valor constante e o nível da interação aparecem respectivamente na primeira e última posição da linha da base, enquanto o número triangular está posicionado no ápice da Tarumbeta e corresponde ao total das peças distribuídas no tabuleiro (Figura 5).

Figura 5: Constante, estágio de interação e número triangular na Tarumbeta



Fonte: Elaborado pelo autor

Podemos então definir o número triangular $x_n = \frac{n^2+3n+2}{2}$ de cada interação de Tarumbeta (A, B, C, D e E) é somar mentalmente, ou por escrito. Define-se a primeira peça do jogo como um valor 1, enquanto a interação $(n+1)$ corresponde ao valor da última peça que aparece no final da linha da base do Tabuleiro e o valor posicionado no ápice da Tarumbeta será igual a metade do produto entre o valor da última peça pelo seu consecutivo, ou seja, $x_n = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$ (Quadro2).

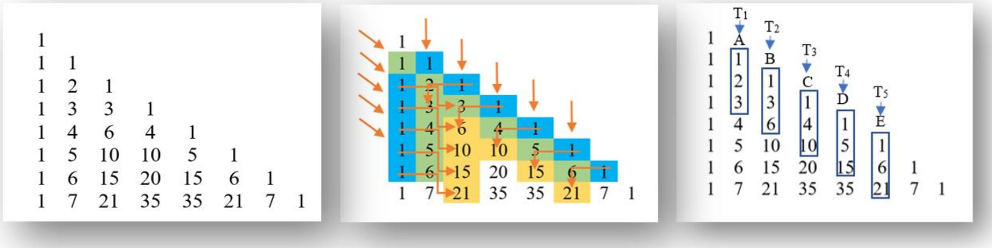
Quadro 2: Determinação dos números triangulares pela soma dos valores dos extremos da Tarumbeta

Tarumbeta	n	$\boldsymbol{n+1}$	$x_n = \frac{(n+1)\cdot(n+2)}{2}$
A	1	1 + 1 = 2	$x_1 = \frac{2\cdot 3}{2} = 3$
B	2	2 + 1 = 3	$x_2 = \frac{3\cdot 4}{2} = 6$
C	3	3 + 1 = 4	$x_3 = \frac{4\cdot 5}{2} = 10$
D	4	4 + 1 = 5	$x_4 = \frac{5\cdot 6}{2} = 15$
E	5	5 + 1 = 6	$x_5 = \frac{6\cdot 7}{2} = 21$

Fonte: Elaborado pelo autor.

Além da relação da Tarumbeta com números triangulares também existe com Triângulo de Pascal ou Triângulo de Tartaglia (Figura 6).

Figura 6: Triângulo de Pascal até a 6ª interação no jogo de Tarumbeta



Fonte: Elaborado pelo autor

Nota-se que os números dos extremos do jogo de Tarumbeta podem ser visualizados das bordas para o centro do triângulo, pelo menos de quatro maneiras, iniciando pela constante, passando pelo valor correspondente ao estágio de interação até chegar ao número triangular, conforme pode ser feito ao elaborar um triângulo de Pascal: A= (1, 2, 3); B= (1, 3, 6); C = (1, 4, 10); D = (1, 5, 15); E = (1, 6, 21).

A soma pode ser representada pela função $x_n = \frac{n^2+3n+2}{2}$, sabendo que: x_né número total de elementos da Tarumbeta; $n$indica qual Tarumbeta vai se determinar valor numérico da quantidade de peças para formá-la; $n+1$ indica qual é o valor da peça no final da linha da base do tabuleiro da Tarumbeta, o valor da interação a ser realizada e o número de linhas do triângulo. A quantidade de elementos da Tarumbeta com nove elementos na base pode ser encontrada aplicando a função.De fato, temos que:

Dados:

i) o número de elementos da base é $n+1$, logo, teremos: $n+1 = 9 \Rightarrow n = 8$

ii) a quantidade de elementos é dada pela função polinomial do 2º grau, retratada na Equação 4:

$$x_n = \frac{n^2+3n+2}{2} \Rightarrow x_8 = \frac{8^2+3\cdot 8+2}{2} \Rightarrow x_8 = \frac{64+24+2}{2} \Rightarrow x_8 = 45$$

A quantidade de elementos será de 45 unidades.

Observa-se com base no cálculo que caso os jogadores queiram organizar o jogo de Tarumbeta com nove elementos na deverão ter em posse um total de 45 peças ou sementes para jogar. Ao se definir o total de peças a parte no número de elementos da base descobre também todos os valores numéricos do jogo: 1, 9 e 45.

É igualmente possível determinar o número de elementos da base e de linhas de uma Tarumbeta possuindo apenas o valor numérico do total de peças a ser utilizadas para organizar o tabuleiro. Assim, pergunta-se: com 55 sementes é possível organizar um jogo de Tarumbeta com quantas linhas e sementes na base? Todas sementes serão inclusas no jogo ou haverá resto?

Dado: $x_n = 55$ é possível?

Pela função polinomial do 2º grau $x_n = \frac{n^2+3n+2}{2}$ vamos obter $\frac{n^2+3n+2=55}{2} \Rightarrow$ $n^2+3n+2 = 110 \Rightarrow n^2+3n-108 = 0 \Rightarrow a = 1, b = 3\ e\ c = -108$

Pelo algoritmo de Bhaskara, tem-se:

i) $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-108) = 441 \therefore \Delta = 441$

ii) $n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{441}}{2.1} \Rightarrow n = \frac{-3 \pm 21}{2} \Rightarrow n = 9 \; ou \; n = -12$

Diante do resultado se observa que uma Tarumbeta é possível realizar a organização do jogo de Tarumbeta com 55 elementos, sendo 10 linhas e 10 sementes na base. Ademais, para o cálculo no número de elementos da base e de linhas por meio da função polinomial do 2º grau, considera-se apenas a raiz positiva, visto que no jogo não admite cálculos com números negativos, somente os naturais. Caso a raiz de Δ seja um número racional ou irracional aproxima-se o valor para o número inteiro mais próximo. Exemplo disso, é possível uma Tarumbeta ser formada por 63 elementos?

Dado: $x_n = 63$ é possível?

$$\frac{n^2 + 3n + 2 = 63}{2} \Rightarrow n^2 + 3n + 2 = 126 \Rightarrow n^2 + 3n - 124 = 0 \Rightarrow$$

$a = 1, b = 3 \; e \; c = -124$

Pelo algoritmo de Bhaskara, temos:

i) $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-124) = 9 + 496 = 505 \therefore \Delta = 505$

$$ii) \; n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow n = \frac{-3 \pm \sqrt{505}}{2.1} \Rightarrow n = \frac{-3 \pm 22}{2} \Rightarrow n = 9{,}5 \; ou \; n = -12{,}5$$

Vale afirmar que $\sqrt{505} \cong 22$ por questão de aproximação podemos considerar que n = 9.

Agora é preciso saber quantas sementes ao todo serão precisas para organizar o jogo de Tarumbeta com 10 elementos na base e 10 linhas. Para tanto, aplica-se a função polinomial do 2º grau e como resultado realiza-se o cálculo subtrativo com o valor proposto.

$$x_n = \frac{n^2 + 3n + 2}{2} \Rightarrow x_9 = \frac{9^2 + 3 \cdot 9 + 2}{2} \Rightarrow x_9 = \frac{81 + 27 + 2}{2} \Rightarrow x_9 = \frac{110}{2} \Rightarrow$$

$x_9 = 55$

Neste sentido, do conjunto de 63 sementes é possível montar uma Tarumbeta com 55 sementes e sobram 8 sementes fora do jogo.

Conforme observado por meio do jogo de Tarumbeta podem ser trabalhados vários conteúdos matemáticos previstos no currículo da escola. Entretanto, fica em aberto na abordagem ética a possibilidade do diálogo com os elementos êmicos que remetem à cultura do povo Chaga em relação à matemática do jogo.

4.3 Numeração em Swahili: possibilidades decoloniais do jogo de Tarumbeta

O jogo de Tarumbeta no universo da cultura Chaga é uma atividade vivenciadas por adultos, jovens e crianças no processo de aprendizagem dos números e operações entre eles. A partir da Tarumbeta as crianças terão noções que o possibilitarão implementar problemas aritméticos por meio do contato cultural.A língua neste contexto é um elemento cultural importante, o Swahili, que tem sua raiz no Bantu, apresentam certa uniformidade em relação às primeiras unidades. Segundo Raum (1996), o reconhecimento desta uniformidade énecessário para a contagem e fundamental para o desenvolvimento de conceitos numéricos.

Considera quetoda contagem envolve o agrupamento de objetos em classes. Assim, atividade que permitem reagrupar as séries numéricas são de grande importância para o desenvolvimento da capacidade aritmética. Pois os processos de aritmética são os mesmos qualquer que seja a distância entre as unidades de valor posicional consecutivo.Ainda de acordo autor, os africanos possuem muitos jogospara treinar as crianças mais novas por seus companheiros mais velhos.Isto indica o valor do princípio da ancestralidade e oralidade na cultura do povo Chaga(Raum, 1996).

Os jogos de tabuleiro africano além de possibilitar a aprendizagem de uma diversidade de objetos dos conhecimentos relacionados à matemática e suas regras possibilitam a construção de valores sociais que contribuem para a autonomia, desenvolvimento da concentração, atenção voluntária, memória, cooperação, respeito, oralidade, segurança nas tomadas de decisão, raciocínio lógico dentre outras capacidades psicossociais que fogem a racionalidade liberal, que é centrada no individualismo e competição predatória.

Com base nos estudos de Gerdes (2008), sobre o sistema de numeração na língua Swahili, nota-se a possibilidade de rompimento com o racismo epistêmico e colonial de abordagem do jogo de Tarumbeta do ponto de vista ético (colonial). Para tanto, uma atitude a ser implementada diz respeito a inserção dos aspectos da língua de origem do jogo, a partir do processo de numeração, que é suporte para pensar e dinamizar os processos de ensino e aprendizagem acerca da cultura africana, conforme pode ser observado no Quadro 3.

Quadro 3: Numeração na língua Swahili

Nº	Swahili	Nº	Swahili
1	Moja	16	Kumi na sita
2	Mbili	17	Kumi na saba
3	Tatu	18	Kumi na nane
4	Nne	19	Kumi na tisa
5	Tanu	20	Ishirini
6	Sita	30	Salasini
7	Saba	40	Arbaini
8	Nane	50	Amsini
9	Tisa	60	Sitini
10	Kumi	70	Sabini
11	Kumi na moja	80	Samanini
12	Kumi na mbili	90	Tisaini
13	Kumina tatu	100	Mia
14	Kumi na nne	200	Mia mbili
15	Kumi na tanu	1000	Yelupo

Nota. Fonte: Adaptado de *A Numeração em Moçambique: contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*, de Gerdes, P. (2008). Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação, Maputo, Moçambique.

Note-se que neste sistema de numeração não há o registro da representação simbólica do zero. A contagem das unidades é de 1 a 9, sendo que a composição das dezenas, centenas, milhares, etc. são feitos em combinação entre eles, conforme apresentando na contagem até 19.

Esta língua é oficial em países do continente africano, com destaque para o Quênia, Uganda, Tanzânia e Ruanda. Mas, em outras regiões também ela é fala em Moçambique conforme Gerdes (2008) registra em um de seus trabalhos sobre a *Numeração em Moçambique*.

Existe uma variedade de fontes orais no continente africano, inclusive dentro de um mesmo país, a exemplo registra Gerdes (2008), e que podem ser explorados em sala de aula numa perspectiva multidisciplinar envolvendo matemática, história e línguas. O autor retrata como fonte orais para enumeração e contagem em Moçambique ligada ao bantu, além do Makonde, Yao, Coti, Makwua, Shona, dentre outras e Swahili que falada também na Tanzânia.

5. Conclusões

O observador *outsider*ao jogar Tarumbeta se torna um observador *inside*, visto que para jogar é preciso internalizar as regras do jogo e agir em conformidade com os procedimentos e princípios prescritos para que se possa atingir o objetivo dentro do jogo. As regras, enquanto um fato social, que é compartilhado pelos jogadores, exerce uma coerção ao fornecer os algoritmos para tomadas de decisões, mas não anula a criatividade e inventividade na organização de estratégias e cálculos mentais, mesmo que em contexto cultural diverso daquele de onde se origina o jogo.

Pode-se inferir que o jogo aplicado na linguagem Swahili contribui para uma educação matemática que possibilita o contato a pluralidade linguística de formas de representação numérica com lógicas particulares. O jogo possibilita a vivência de situações que envolvem contagem e estimativas em relação a quantidades e valores numéricos em todos os momentos do jogo.

O jogo enquanto artefato cultural, por si mesmo guarda em suas regras e formato geométrico etnomodelos matemáticos de origem africana cuja manipulação pelos jogadores possibilita a interação com um modo particular de pensar e praticar a matemática. Ao mesmo tempo é flexível ao ponto possibilitar ao jogador mobilizar conhecimentos para solucionar problemas que surgem no jogo a partir do lugar cultural de onde se constrói sua racionalidade dialógica, a exemplo das potencialidades demonstradas neste trabalho que podem provocar no *outsiter*ao imergir como *insider* na situação do jogo, exemplo de conhecimento relativos aos números triangulares, progressão aritmética e triângulo de Pascal, dentre outros objetos do conhecimento matemáticas apresentados ao longo deste estudo.

Um jogo, que para muitos dos membros do Povo Chaga da Tanzânia é uma diversão e meio de inserção das crianças e mais jovens no conhecimento matemático e linguagem representacional cuja base é língua Swahili, na escola pode ganhar o sentido de material pedagógico. Por ser um jogo originalmente composto por sementes, a representação numérica e quantidade se expressa predominantemente por meio da linguagem oral, tornando o jogo abstrato e difícil para que está acostumado com o domínio da escrita-visual.

Nota-se que isto é um dos princípios que compõe a cosmovisão africana, inclusive a afro-brasileira, pois meio da oralidade os valores ancestrais são transmitidos de uma geração à outra, visto que no jogo o Chefe ou Juiz é o mais velho, ou mais experiente, que orientada e conduz os ajudantes e o desafiado a manterem-se na regra do jogo. Nestas interações sociais os conhecimentos matemáticos e valores (morais) extra-orgânicos e necessários para vida em sociedade são transmitidos. Neste contexto, o princípio da partilha se faz presente, pois não se trata de um jogo de soma zero, em que o outro perde tudo. Cada jogador contribui com suas sementes e se forem diversificadas (feijão, milho, sorgo, etc.) a colheita será mais rica após cada fase do jogo no percurso da eliminação de cada linha da base ao topo da Tarumbeta.

Enquanto *outsider* nota-se que estes valores ou princípios êmicos presentes nas regras jogo de Tarumbeta estão preservados, mesmo que na versão traduzida para a linguagem da escola, como fez Scherer (2013) e Cunha (2016). Esta tradução gera um dinamismo que não empobrece o jogo, mas ao contrário possibilita um diálogo entre saberes êmicos e ético, com a interpenetração de diferentes lógicas, conforme a etnomodelagem possibilita compreender (Rosa e Orey, 2013).

O jogador mesmo que seja *outiser*, para jogar torna-se um*insider* na situação do jogo que se apresenta como uma realidade. Visto sob a perspectiva de D'Ambrosio (2005) em relação ao ciclo vital do conhecimento, o jogo pode ser entendido como uma realidade em que o jogador interage. Por meio da atividade mental (intrapsíquica) o jogador processa dados da realidade do jogo, por meio do cálculo mental, e as transforma em informações que são externalizadas por meio da vocalização da representação oral do valor numérico correspondente à semente que está na ordem de ser chamada e removida pelos ajudantes. Nessa interação social por meio da linguagem ocorrem também a interferência no tabuleiro do jogo.

Isto exige a mobilização de conhecimentos prévios (etnomatemáticos) e inventividade no processamento das informações que são utilizadas na tomada de decisão por meio do cálculo de custo e benefício em relação às possibilidades de acertar a contagem no jogo para colher sementes. A cada tomada de decisão é inserido um fato novo na jogada que se torna uma nova situação (realidade) a ser processada mentalmente a alimentando de forma sucessiva a realidade do jogo e a realidade cognitiva do jogador que aprende a cada jogada, recorrendo ao uso constante da memória de trabalho.

Ademais, a representação gráfica no tabuleiro (números e formato geométrico) potencializa os atos de traduções para diversos contextos, sem perder o seu essencial que são os valores civilizatórios africanos presentes na regra do jogo. Certamente, a implementação do jogo inserindo o sistema de numeração na língua Swahili contribui para valorização e reconhecimento da cultura africana e suas contribuições matemáticas, presentes no jogo de Tarumbeta, e ausentes do cotidiano das escolas.

6. Referências

Bassanezi, R. C. (2015). *Modelagem matemática: teoria e prática*. São Paulo: Contexto. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/274005839_Modelagem_Matematica_Teoria_e_Pratica.

Bassanezi, R.C. (2002). *Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia*. 3 ed. São Paulo: Editora Contexto. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/256007243_Ensino_-_aprendizagem_com_Modelagem_matematica

Berger, P. L., &Luckmann, T. (2007). *A construção social da realidade*. Editora Vozes.

Bernardino-Costa, J., &Grosfoguel, R. (2016). Decolonialidade e perspectiva negra. *Sociedade e Estado*, *31*(1), 15-24. https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-69922016000100015&script=sci_arttext

Campos, M. D. (2002). Etnociência ou etnografia de saberes, técnicas e práticas? In Amorozo, M. C. D. M., Ming, L. C.& Silva, S. P. (Orgs.). *Métodos de coleta e análise de dados em etnobiologia, etnoecologia e disciplinas correlatas*. Rio Claro: UNESP/CNPq, p. 47-92. Recuperado de https://www.sulear.com.br/texto02.pdf

Carvalho, J. M., & Silva, S. K. (2009). O "uso" dos artefatos culturais como movimentos táticos e estratégicos, em espaços lisos e estriados, nos currículos praticados no cotidiano escolar. *Revista Teias, 10*(20), 14. Recuperado de https://www.e-publicacoes.uerj.br/index.php/revistateias/article/view/24083

Certeau, M. (2001). *A invenção do cotidiano 1: artes de fazer*. Petrópolis: Vozes.

Chavellard, Y. (2000). *La transposición didáctica: del saber sábio al saber enseñado*. Buenos Aires: Aique. Recuperadode https://www.terras.edu.ar/biblioteca/11/11DID_Chevallard_Unidad_3.pdf

Cunha, D. A. D. (2016). *Brincadeiras africanas para a educação cultural*. Castanhal, PA: Edição do autor. Recuperado de https://livroaberto.ufpa.br/jspui/bitstream/prefix/196/1/Livro_BrincadeirasAfricanasEducacao.pdf

D'Ambrosio, U. (1990). *Etnomatemática: arte ou técnica de explicar e conhecer*. São Paulo: Ática.

D'Ambrosio, U. (1993). Etnomatemática: um programa. *A Educação Matemática em Revista, 1*(1), 5-11, 19.

D'Ambrosio, U. (2000). Etnomatemática e modelagem. In*I Congresso Brasileiro de Etnomatemática CBEm*,1, 2000, São Paulo. Anais.São Paulo: EDUSP. Recuperado de http://www2.fe.usp.br/~etnomat/site-antigo/anais/UbiModelEtno.html

D'Ambrosio, U. (2005). Sociedade, cultura, matemática e seu ensino. *Educação e Pesquisa, São Paulo, 31*(1), 99-120. Recuperado dehttps://www.scielo.br/pdf/ep/v31n1/a08v31n1.pdf

Eglash, R., &Odumosu, T. B. (2005). Fractals, complexity, and connectivity in Africa. *What mathematics from Africa*, 101-109. Recuperado de https://www.vagabondssanstreves.com/wp-content/uploads/2016/06/Eglash_fractals.pdf

Ferraço, C. E., Soares, M.C.S., & Alves, N. (2018). *Michel de Certeau e as pesquisas nos/dos/com os cotidianos em educação*. Rio de Janeiro: EdUERJ. Recuperado de http://www.scielo.org.co/pdf/pys/n46/n46a02.pdf

Gerdes, P. (2007). *Etnomatemática: Reflexões sobre matemática e diversidade cultural*. Edições Húmus,LDA.

Gerdes, P. (2008). *A Numeração em Moçambique: contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática*. Maputo, Moçambique: Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação. Recuperado de http://www.etnomatematica.org/BOOKS_Gerdes/a_numeracao_em_mocambique.pdf

Gerdes, P. (2008). *A Numeração em Moçambique: contribuição para uma reflexão sobre cultura, língua e educação matemática.* Centro de Pesquisa para Matemática, Cultura e Educação.

Grosfoguel, R. (2007). Dilemas dos estudos étnicos norte-americanos: multiculturalismo identitário, colonização disciplinar e epistemologias descoloniais. *Ciência e cultura*, *59*(2), 32-35.http://cienciaecultura.bvs.br/scielo.php?pid=s0009-67252007000200015&script=sci_arttext

Lei 10.639/2003, de 9 de janeiro de 2003. Altera a Lei nº 9. 394, de 20 de dezembro de 1996. *Diário Oficial da União, Poder Executivo, Brasília*. Recuperado de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/leis/2003/l10.639.htm

Lett, J. (1996). Emic-eticdistinctions. In Levinson, D. eEmber, M. (Eds.). *Encyclopediaof cultural anthropology*. New York, NY: Henry Holt and Company. Recuperado de http://www.jameslett.net/uploads/4/5/4/0/45400701/webpage_article_emic_etic_distinctions.pdf

Lima, E. L., Carvalho, P. P., Wargner, E., & Morgado, A. C. (2016). *A Matemática de Ensino Médio.* 7. ed. Rio de Janeiro: SBM. Recuperado de https://www.ime.unicamp.br/~msm/capitulo1matematicadoensinomedio.pdf

Maldonado-Torres, N. (2016). Transdisciplinaridade e decolonialidade. *Sociedade e estado*, *31*(1), 75-97. https://www.scielo.br/scielo.php?pid=S0102-69922016000100075&script=sci_arttext&tlng=pt

Marconi, M. A., & Lakatos, E. M. (2014). *Sociologia Geral*. 7 ed. São Paulo: Atlas.

Raum, O. F. (1996). *Chaga Childhood*: a descripition of indigenous education in an East African Tribe. Humburg: LIT.

Rosa, M. &Orey, D. C. (2017). Etnomodelagem: investigando saberes êmicos e éticos em uma abordagem dialógica. *Journal of Mathematics and Culture*, 11, 1-21. Recuperadode https://journalofmathematicsandculture.files.wordpress.com/2017/10/article1_daniel_milton.pdf

Rosa, M., &Orey, D. (2009). Symmetricalfreedom quilts: theethnomathematicsofwaysof communication, liberation, and art. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, *2*(2). 52-75 http://www.etnomatematica.org/v2-n2-agosto2009/rosa-orey.pdf

Rosa, M., &Orey, D. C. (2003). Vinho e Queijo: Etnomatemática e Modelagem. *Bolema*, Rio Claro – SP, v. 16, n. 20, set. Recuperado de http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10541

Rosa, M., &Orey, D. C. (2012). O campo de pesquisa em etnomodelagem: as abordagens êmica, ética e dialética. *Educação e Pesquisa*, *38*(4), 865-879.Recuperado de https://www.scielo.br/pdf/ep/v38n4/06.pdf

Rosa, M., &Orey, D. C. (2013). As abordagens êmica, ética e dialética na pesquisa em etnomodelagem. *Actas del VII CIBEM*, *2301*(0797), 3475. Recuperado de http://www.cibem7.semur.edu.uy/7/actas/pdfs/275.pdf.

Rosa, M., & Orey, D. C. (2014). Etnomodelagem: a abordagem dialógica na investigação de saberes e técnicas êmicas e éticas.*Revista Contexto & Educação*, 29(94),132-152, Recuperado de https://www.revistas.unijui.edu.br/index.php/contextoeducacao/article/view/3110

Rosa, M., & Orey, D. C. (2018). Etnomatemática: investigações em etnomodelagem. *Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática*. Recuperado de https://doi.org/10.34019/2594-4673.2018.v2.27368

Scherer, P. (2013). Natural differentiation in the teaching of mathematics to children starting school. *South African Journal of Childhood Education*, *3*(1), 100-116. Recuperado de https://pdfs.semanticscholar.org/6018/ef035232aa6b9a35df048acd53f248950858.pdf

Silva, S. K. (2015). Cartografia das artes de fazer e de nutrir. Instrumento: *R. Est. Pesq.* Educ., Juiz de Fora, 17(1), 11-20.Recuperado de https://periodicos.ufjf.br/index.php/revistainstrumento/article/view/18924

Zaslavsky, C. (1991). *África conta: Número e Padrão na Cultura Africana*. Boston: Prindle, Weber & Schmidt