RIPEM
International Journal for Research in Mathematics Education

Exploração deAlgoritmos Históricos de Multiplicação: um diálogo entre Paulo Freire e ideias decoloniais

Exploration of Historical Multiplication Algorithms: a dialogue between Paulo Freire and decolonial ideas

https://doi.org/10.37001/ripem.v11i2.2563

Bernadete Verônica Schäeffer Hoffman
https://orcid.org/0000-0001-8906-5537
Prefeitura Municipal de Vitória
bernahoffman@yahoo.com.br

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon
https://orcid.org/0000-0002-7120-2262
Instituto Federal do Espírito Santo, campus Cachoeiro de Itapemirim
thiarlax@ifes.edu.br

Vânia Maria Pereira dos Santos-Wagner
https://orcid.org/0000-0001-9841-6191
Universidade Federal do Rio de Janeiro/Universidade Federal do Espírito Santo
profvaniasantoswagner@gmail.com

Resumo

Relata-se aqui um trabalho com alunos do 5º anode uma escola pública, em que se exploram algoritmos alternativos de multiplicação. Estes foram desenvolvidos em oficina na escola em que os estudantes os ensinaram aos pais e familiares. Como a turmajá resolvia amultiplicação pelo algoritmo usual, ampliou-se sua compreensão, desafiando-os a descobrir "outros jeitos" de efetuá-la, aprendendo o algoritmo árabe (ou gelosia), o russo e o chinês. O estudo foi desenvolvido na perspectiva em que o professor deixa de ser detentor do conhecimento e estabelece com o estudante um círculo de saberes em que todos ensinam e aprendem: professores, pais e alunos, de acordo com Santos (1997), Hoffman (2012) e Freire (1996; 1987). Busca-se um ensino de matemática em que o estudante constrói conhecimentoà medida que desenvolve a sua autonomia de pensamento quando discute com seus pares e professor. Corroborando esse pensamento, as ideias decoloniais se fundem àquelas de Freire (1987), quando os estudantes redescobriram procedimentos históricos de culturas diferentes, reinventaram soluções para a multiplicação com zero na ordem das dezenas e melhor compreenderam os agrupamentos na base dez. A aprendizagem da multiplicação ocorreu com ludicidade, enquanto o estudante construía a concepção de matemática como criação humana, em diferentes espaços e tempos, e não como um conhecimento pronto e acabado que deveriam aprender (Zonzini, 2016). A experiência mostrou que todoscompreenderama operação, melhoraram o raciocínio multiplicativo e iniciaram a construção de conceitos geométricos. Os estudantes partilharam com familiares novas aprendizagensem uma relação dialógica que trouxe motivação e curiosidade sobre os algoritmos e suas origens. Ademais, perceberam a matemática como aprendível e prazerosa, um saber que liberta, e não exclui; portanto, precursor de uma nova racionalidade que se discute na perspectiva da decolonialidade.

Palavras-chave: Multiplicação. Algoritmos históricos. Oficina. Decolonialidade.

Abstract

This text reports an experience with 5th grade students in which we explorealternative algorithms of multiplication. These were developed in a school workshop in which students taught their parents and relatives.As the classroom already had mastery and solved multiplication with the usual algorithm, they broadened their comprehension and were challengedto discover ‘‘other ways’’ of solving it, learning the Arabic (or gelosia), Russian and Chinese algorithms. The study was developed in the perspective that the teacher is not the owner of knowledge and they establish a knowledge circle with the studentin which all teach and learn: teachers, parents and students, in accordance with Santos (1997), Hoffman (2012)and Freire (1996; 1987). It searches a mathematics teaching approach in which the student builds knowledge through the development of his thinking while discussing with his colleagues and teacher. Corroborating this thought, decolonial ideas merge with those presented by Freire (1987), when students rediscovered historical procedures of different cultures, reinvented solutions for multiplication with zero in the order of tens and better understood the groupings in base ten. The learning of multiplication was made possible with playfulness, while the student constructed the conception of mathematics as a human creation, in different spaces and times, and not as a ready and finished knowledge that they would have to appropriate (Zonzini, 2016). The experience showed that the whole class understood the operation, improved their multiplicative reasoning and began the construction of geometric concepts. The students shared new learnings with their relativesin a dialogical relationship that brought motivation and curiosity about the algorithms and their origins. In addition to that, they perceived mathematics as something learnable and enjoyable, a knowledge that frees and does not exclude; therefore, a beginning of a new rationality that is discussed in the perspective of decoloniality.

Keywords: Multiplication. Historical algorithms. Workshop. Decolonization.

1. Introdução

Neste trabalho, mostraremos como alunos melhoraram cálculos de multiplicação ao serem motivados a realizar uma oficina com familiares, ensinando-lhes “outros jeitos” de multiplicar pelos algoritmos históricos (gelosia ou árabe, chinesa e russa) e multiplicação por decomposição. O objetivo pedagógico era compreender os fatos fundamentais da multiplicação e o seu domínio algorítmico, quando os estudantes resolviam operações envolvendo dezenas e centenas. Assim, a pesquisa foi guiada pelo questionamento: Em que a exploração dos algoritmos históricos contribui para a compreensão do conceito da multiplicação e para a sua formalização? Ademais, tínhamos questões auxiliares: Que aprendizagens sobre o processo de multiplicação são reveladas pela prática do estudante ao efetuá-la pelos algoritmos históricos? Que motivação é percebida no estudante quando se envolve em atividades curiosas e investigativas em trabalhos partilhados? Em que contribui uma prática menos verticalizada para mudar concepções e crenças sobre aprendizagem matemática e sobre o sujeito aprendente? Mostramos respostas ao trazermos recortes de dois dias consecutivos de aulas. No primeiro,preparamos a oficina em que estudantes mostraram suas aprendizagens sobre algoritmos alternativos uns aos outros. Nosegundo desenvolvemos a oficina, quando a turma interagiu com a família, partilhando saberes.

Antes oferecemos várias situações matemáticas para que os alunoscompreendessem as ideias envolvidas na multiplicação, mas aqui relataremos apenastarefa com ideia de grupos iguais (Santos, 1997; Silva, 2009) ou de comparação entre razões com ideia de proporcionalidade (Lopes, 2003).A experiência tinha como pano de fundo a decolonialidade (Giraldo, Fernandes, 2019; Penna,2014), dialogando com Paulo Freire (1987), visto que o aluno tem contato com saberes de outras culturas com as quais dialoga. Além disso, elabuscatransformaras concepções do educando sobre si mesmo e a matemática como disciplina aprendível para todos, conforme Gómez-Chacón (2003).Constitui-se em uma microação, com estudantes e familiares, que pode descolonizar o pensamento, uma vez que impacta outros sujeitos na construção de um ensino e uma aprendizagem matemática menos verticalizada, eurocêntrica e excludente. Em outras palavras,desejávamos mudar possíveis crenças de que matemática é para poucos e é preciso ser dominada tal como é, sem espaço para a criação.

Preocupa-nosconstatar que o acesso ao ensino de qualidade ainda não chegou como deveria ao morro[1], às comunidades das florestas, ao ribeirinho[2] ou ao campo.Nesses espaços, crianças e adolescentesabandonam a escola tão logo se cumpre a obrigatoriedade atual até os 17 anos.Dados de 2018, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística,confirmam que, entre as razões do abandono da escola,se encontram a necessidade de trabalhar e o desinteresse. Este últimoé que interessa a nós, professores, que ensinamos matemática em salas presenciais ou remotamente.

Seremos mais preparadospara nos defendermos tanto de catástrofes naturais, condições sociais desfavoráveisou de manipulações políticas, se tivermos conhecimento que nos permita buscar o que é de direito e compreensãoda realidade que nos cerca. Essa assertiva estáem obras de Freire (1996; 1987) e em leituras sobre decolonialidade (Penna, 2014; Giraldo, Fernandes, 2019). Por acreditarmos que o conhecimento liberta, cabe-nos lutar por um ensino e aprendizagem de matemática,que não se constituam em filtro social, perpetuando desigualdades. Para isso consideramos fundamental adotar novas posturas diante de saberes, pois como diria Giraldo e Fernandes (2019) a decolonialidade

> [...] nos desafia a desnaturalizar as epistemologias hegemônicas, a desaprender a pensar unicamente a partir de suas referências, e a retirar as sabedorias outras do apagamento, deslocá-las do lugar de *atraso*. Somos desafiados então a atuar em seus arredores, em suas fissuras, em suas rachaduras, como lugares de produção de possibilidades [...] (Giraldo, Fernandes, 2019, p. 470).

Tal argumento nos mostraque, se algumas pessoas, queconfessam que escolheram profissõesbaseadas na crença de serem incapazes de aprender matemática (Zanon, 2011),tivessem tido oportunidades de conhecê-lacomo um conhecimento libertador, suas escolhas não teriam sido baseadas em sentimentos negativos sobre a disciplina. E entre elas há, inclusive, professores cuja escolha profissional ocorreu por achar que não precisariam aprender “muita matemática”, pois consideram-na “difícil”.O

[1] Comunidades periféricas geralmente localizadas em espaços longe dos centros urbanos.
[2] Comunidades localizadas próximas a rios ou ribeiras.

estudo dessa autorarevelaque a causa desse autoconceito reside na maneira como essas pessoas se relacionaram com a disciplina nos anos iniciais.

Pensamos que nossa crença em nós mesmos, como sujeitos transformadores,pode provocar mudanças. Se ensinarmos matemática, reproduzindo o modelo que nos foi legado pelas experiências negativas, perpetuar-se-á a concepção de que é uma disciplina aprendível apenas por alguns que acreditam ser inteligentes. E, por conseguinte, ela pode continuar sendo um saber que oprime e escraviza. Gómez-Chacón (2003, p. 23) afirma que “os alunos que possuem crenças rígidas e negativas sobre a matemática e sua aprendizagem normalmente são aprendizes passivos e, no momento da aprendizagem, trabalham mais a memória do que a compreensão”. Por isso,defendemos um ensino de matemática que seja motivador, prazeroso e provocador para os estudantes,com momentos dediálogo e escuta sensível do professor (Hoffman, 2012; Santos, 1997).

Defendemos um ensino e aprendizagem de matemática que envolva professor e aluno, ambos engajados em resolver problemas com novas heurísticas que primem pela criatividade,mas que também permitam aprendizados dos algoritmos com leveza. O aluno que é alfabetizado em matemática sentirá prazer em redescobrir o já pensado e fará novas conjecturas e novas descobertas (Santos, 1997). Nessa perspectiva, Freire (1987, p. 7) dirá que “o que antes era fechamento, pouco a pouco se vai abrindo; a consciência passa a escutar os apelos que a convocam sempre mais além de seus limites [...]”. Se professores e alunos se envolverem em círculos/comunidades de cultura/aprendizagem em que professores e alunos tomem consciência do que sabem e não sabemde matemática (Santos,1997), ambos se encantarão pela disciplina. À medida que o estudante se sente capaz de aprender, a busca por novos horizontes ocorre naturalmente em qualquer área do saber.

Nossas vivências e experiências têm mostrado que, quando o estudante chega ao 4º ou 5º ano, inicia-se uma tensão na aprendizagem de matemática. Neste momento,costuma-se aprofundar o ensino de multiplicação e divisão, focalizando procedimentos operatórios e, muitas vezes, perde-se prazer em aprendê-la. Até esse momento, o aluno costuma dizer que gosta de matemática. Atestamos isso nos estudos de Santos (1997),Hoffman (2012) e Zanon (2011), portanto interrogamo-nos quem seriam os responsáveis por esse desconforto que pode virar opressão.

Ensinar multiplicação não tem sido fácil para muitos professores.Nem sempre professores que ensinam matemática nos anos iniciais aprenderam aspectos conceituais e históricos sobre multiplicação em seus cursos de formação inicial ou continuada, tampoucocompreendem,de fato,essa operação ou nãosabem explicá-la a seus alunos. Ainda soa em nossos ouvidos a frase de um dosprofessores que faziam parte de nossa pesquisa de mestrado em 2012: “O maior problema que enfrentamos é que esses alunos não sabem tabuada. Se soubessem tudo seria muito mais fácil agora no 6º ano” (Hoffman, 2012). Hoje pensamos que a origem desse “não saber” geralmente está na forma como essa operação é introduzida nos anos iniciais e em dificuldades conceituais dos professores.

O domínio dos fatos fundamentais da multiplicação está na base do desenvolvimento do sentido de número e deve acontecer desde cedo. Ou seja, as operações do campo multiplicativodeveriam ser introduzidas integradamente desde os primeiros anos. No passado, trabalhava-se com as operações aritméticas de adição e subtração paralelamente, mostrando-se aos alunos que elas operavam como inversas. E se fazia o mesmo com as operações de multiplicação e divisão, que também eram ensinadas como operações inversas (Caraça, 1984). Nas últimas décadas, parece-nos queas operações aritméticas têm sido trabalhadas separadamente,mas nem sempre se exploram todas as ideias conceituais de cada umae a possibilidade de vê-lascomo operações inversas. Assim, ainda encontramos alunos que tiveram os primeiros contatos com a multiplicação somente depois de terem exploradoadição e subtração, e, ainda assim, apenas com a ideia de repetir grupos iguais.

Desse modo, coube-nos criar oportunidades significativasem que os estudantes pudessem ampliar as ideias que possuíam da multiplicação e simultaneamente suas técnicas operatórias. Na atividade percebemos que os alunos dominavam o algoritmo formal por dezenas e centenas com agrupamentos, mas o que ainda lhes causava equívocos era o domínio dos fatos fundamentais, neste caso a tabuada. Foi assim que desenvolvemos tarefas em que eles aprendessem algoritmos alternativos, como a multiplicação russa, a chinesa e a árabe, e os estimulamos a confrontar os resultados com a operação convencional.Para além do domínio da multiplicação, esses algoritmos alternativos tiveram o propósito de mostrar ao aluno que fazer matemática é, sobretudo, uma atividade de criação humana de diferentes povos e culturas. Queríamos que os estudantes não a concebessem como algo pronto e acabado, mas que vissem a matemática como uma disciplina em que podem criar, a exemplo do que historicamente foi realizado.

Então, na perspectiva da decolonialidade, o objetivo deste artigo é mostrar análises, reflexões e discussões sobre como23 alunos do 5º ano adquiriram mais destreza no cálculo da multiplicação, explorando algoritmos históricos: multiplicação por gelosia ou árabe, multiplicação chinesa e multiplicação russa. Na sequência, apresentamos ametodologia que explicita como desenvolvemos a prática aqui relatada, mostramos comodesenvolvemos as tarefas de ensino e finalizamos o texto com algumasrespostas aos questionamentos do estudo.

2. Apontamentos teóricos

Como professores pesquisadores de nossas práticas, revisitamos a literatura sobre o tema multiplicação. Não se trata apenas de realizar operações usando um algoritmo qualquer, mas de compreender as ideias envolvidas e o campo conceitual inerenteao raciocínio multiplicativo.Ademais, esperava-se fazer o aluno compreender outros algoritmos para que empregasse este ou aquele corretamente. Fazer o estudante saber que está construindo um conhecimento conquistado historicamente, por vários povos, em diferentes espaços e tempos, e levá-lo a fazerescolhas com autonomia. Para isso, o ponto de partida está em nósprofessores, pois Freire (1996) afirma:

> Me movo como educador porque, primeiro, me movo como gente.
>
> Posso saber pedagogia, biologia como astronomia, posso cuidar da terra como posso navegar. Sou gente. Sei que ignoro e sei que sei. Por isso, tanto posso saber o que ainda não sei como posso saber melhor o que já sei. E saberei tão melhor e mais autenticamente quanto mais eficazmente construa minha autonomia em respeito a todos outros (Freire, 1996, p. 58).

Essa afirmativa mostra que,para que o professor lance mão de estratégias e métodos de ensino, precisa saber para onde ir e aonde pretende chegar, sobretudo o que pode aprender com a sua prática(Santos, 1997; Silva, 2009; Hoffman, 2012;Zanon, 2011).Por isso, neste trabalho, faremos o diálogo entreas ideias de Freire (1996;

1987)eas ideias inerentes à decolonialidade(Penna, 2014; Giraldo, Fernandes, 2019), que buscam a libertação pelo conhecimento.

A pesquisa de Lopes (2003) sobre o processo de ensino e de aprendizagem de multiplicação em uma classe de jovens e adultos afirma que esses conceitos têm sido trabalhados pelas escolas de forma limitada. Logo na introdução, a autora diz que, para definir o que é multiplicação, teve de desconstruir a ideia de que não se trata apenas de uma operação de adição de parcelas repetidas. Lopes (2003) comenta que normalmente as dificuldades em matemática são evidenciadas nos anos iniciais,quando se começa a sistematizar o conceito de multiplicação. Segundo ela, tudo leva a crer que esse conteúdo trabalhado de forma reducionistapode trazer dificuldades para uma compreensão ampla das ideias de multiplicação. Por isso,trabalha com ideias e conceitos abordados nos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 1997),quais sejam:

- ✓ Situações associadas à multiplicação comparativa: Pedro tem R$ 5.000,00 e Lia tem o dobro dessa quantia. Quanto tem Lia?
- ✓ Situações de comparação entre razões, envolvendo a ideia de proporcionalidade: Marta vai comprar três pacotes de chocolate. Cada pacote custa R$ 8,00. Quanto ela vai pagar pelos três pacotes? Verifica-se a proporcionalidade em que está presente na relação: 1 pacote está para 8, assim como 3 estão para 24.
- ✓ Situações associadas à ideia de arranjo retangular: Num pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 9 fileiras e 10 colunas. Quantas cadeiras há no auditório?
- ✓ Situações relacionadas à ideia de análise combinatória: Tenho três saias: uma branca, uma azul e uma vermelha para combinar com quatro blusas de quatro cores diferentes: preta, vermelha, rosa e azul. De quantas maneiras posso combinar o meu traje? (Adaptado de Lopes, 2003).

Os três primeiros problemas podem ser resolvidos com adição de parcelas iguais, pois, se Pedro tem R$ 5.000,00 e Lia tem o dobro dessa quantia, ela tem 5000 + 5000; se Marta vai comprar três pacotes de chocolate e cada pacote custa R$ 8,00, gastará R$ 8,00 + R$ 8,00 + R$ 8,00; se,em um pequeno auditório, as cadeiras estão dispostas em 9 fileiras e 10 colunas, então o número total de cadeiras deve ser 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 + 9 = 90. Porém,essa pode não ser a única maneira de apresentar a multiplicação para a criança.

Hoje, já se avançou nas discussões sobre o ensino das operações básicas. Embora não haja consenso entre pesquisadores sobre a denominação das ideias que sustentam o raciocínio multiplicativo (Santos, 1997; Silva, 2009; Hoffman, 2012),todos concordam que o domínio dessa operação está ligado ao desenvolvimento de conceitos do campo multiplicativo (Vergnaud,2009).Arrais (2006) define campo multiplicativo como um "conjunto de situações cujo tratamento implica uma ou várias multiplicações ou divisões ou uma combinação das duas operações e o conjunto dos conceitos e teoremas que permite analisar estas situações como tarefas matemáticas" (p. 28). Formar estruturas mentais para entender o campo multiplicativo para a criança é mais complexo do que quando trabalhamos com o campo aditivo, no qual fazemos a relação parte-todo. Logo, o ensino da multiplicação deve ir além da ideia de soma de grupos iguais. O campo das estruturas multiplicativas compreende não apenas as operações de multiplicação e divisão, mas várias outras estruturas, como a fração, a razão, proporção e probabilidade.

Nunes, Campos, Magina e Bryant (2005) questionam a prática de ensinar multiplicação como adição de parcelas iguais. Para esses autores, "a conexão entre multiplicação e adição não é conceitual. A relação que existe entre multiplicação e adição está centrada no processo de cálculo da multiplicação" (p. 84). Assim, o professor pode ensinar que o cálculo da multiplicação pode ser feito por meio da soma de parcelas iguais, porque a multiplicação é distributiva em relação à adição. Contudo, conceitualmente há entre a multiplicação e a adição uma diferença básica. No conceito aditivo, segundo os autores, aplica-se um axioma básico, e, se quisermos saber o valor do todo, somaremos as partes; se quisermos saber o valor de uma parte, subtrairemos a outra parte. Por isso, é dito que a invariante conceitual do raciocínio aditivo é a relação parte-todo.

Já no raciocínio multiplicativo, existe uma relação fixa entre duas variáveis (ou duas grandezas ou quantidades). Uma multiplicação sempre envolve "duas quantidades em relação constante entre si" (Nunes et al., 2005, p. 85). Tentaremos exemplificar analogamenteàs ideias desses autores: 1) Em um pacote, há 12 cadernos; quantos cadernos há em três pacotes? – As variáveis são números de pacotes e números de cadernos, e a relação fixa entre eles é 12 cadernos em cada pacote. 2) Papai comprou três metros de corda. Cada metro custa R$ 1,50. Quanto pagou ao todo? – As duas variáveis são metros e reais; a relação constante é o preço do metro. 3) Maria faz bolos. Para cada bolo, gasta 2 xícaras de leite. Hoje ela fez 15 bolos. Quantas xícaras de leite ela gastou? – As variáveis são o número de xícaras e a quantidade de bolos; a relação constante é "duas xícaras de leite por bolo". Segundo os autores, essa é a diferença básica entre o conceito aditivo e o conceito multiplicativo. No raciocínio multiplicativo, não temos uma relação parte-todo, e sim buscamos um valor em uma variável que está relacionada a outra variável e sabemos que há entre elas uma relação constante e essa compreensão nos permite resolver problemas de raciocínio multiplicativo.

Desse modo,é o trabalho no sentido dessa descoberta que leva o aluno a construir corretamente o conceito de multiplicação e divisão. Os autores descrevem três esquemas de ação utilizados pelas crianças para resolver problemas de divisão e multiplicação: a correspondência um-a-muitos, o esquema da distribuição equitativa, a coordenação entre os esquemas de correspondência e de distribuição equitativa. Nunes e colegas (2005) explicam como a criança se move dentro desses esquemas, chamando-os de "esquemas-em-ação" ou "teoremas-em-ação". Por isso,apropriamo-nos das ideias mencionadas para entender as operações básicas de maneira interligada. Assim, ao ensinarmos a multiplicação,sabemosque ela depende do desenvolvimento do sentido de número que o aluno construiu mediante várias experiências possibilitadas no ambiente escolar e extraescolar.

É papel do professor não só capacitar o aluno do 5º ano para fazer operações mentais e com a ajuda de algoritmos em qualquer situação que isso lhe for exigido, senão, principalmente, muni-lo de experiências e habilidades que lhe facilitarão a aprendizagem de novos conceitos. Logo, a construção do conceito precisaenvolver também procedimentos de cálculo, para que os alunos resolvam operações de multiplicação com destreza. Assim, pensamos que poderia ser útil a introdução dos algoritmos alternativos, os quais ajudariam na flexibilização do pensamento, porque cálculos repetitivos são realizados sem se tornarem cansativos, pois acrescentam ludicidade.

Loureiro (2004, p. 1) define o algoritmo “como um procedimento ou sequência de procedimentos, com um número finito de passos, destinado a executar uma tarefa que se deseja realizar”. Existem inúmeros algoritmos, mas os mais conhecidos são aqueles utilizadosnas operações básicas, cuja apropriação é quase uma condição para que se considere um indivíduo alfabetizado matematicamente. Portanto, na escola básica, a aquisição dos procedimentos algorítmicos das quatro operações constitui prioridade, enem por isso se garante que todos aprendam e sigam adiante na escolarização sem maiores problemas.

Zonzini (2016) lembra não ser recomendável ensinar a multiplicação por meio da decoração da tabuada e destaca que alguns autores consideram ser necessário entender o processo da multiplicação, que vem da adição de parcelas iguais.Porém, quando aprofundamos essa técnica de multiplicação com mais de dois algarismos,observamos dificuldades nos alunos, pois o processo de cálculo começa a apresentar erros. Consideramos que esses erros se devem ao fato de o aluno ainda não ter um pensamento flexível, compreendendo a composição e decomposição no sistema de numeração decimal. E essa falta de destreza no cálculo mental também o leva a não compreender os agrupamentos e as reservas nas dezenas e centenas, quando aplica o algoritmo formal da multiplicação. Por isso, concordamos com a autora, quando afirma que explorar algoritmos históricos pode ajudar nessa flexibilização, pois poderá levar o aluno a identificar a possibilidade de criar em matemática, como historicamente se fez. Logo, pode ajudar a pensar sobre números e descobrir regularidades e comparar métodos. Assim se expressa:

> Ao mostrar diferentes dispositivos utilizados no passado, permite que o aluno possa fazer uma comparação com a técnica convencional conhecida, possibilitando perceber as diferenças e semelhanças entre os métodos alternativos (Zonzini, 2016, p. 16).

Acreditamos que a aquisição das habilidades de cálculos algorítmicos esteja ligada à constituição do sentido de número. Ainda que pareça totalmente sem sentido numérico, o aluno que compreende bem o sistema de numeração e suas regularidades encontrará menos dificuldades, ao desenvolver uma sequência de passos na execução de um algoritmo. E isso requer um repertório de experiências significativas em que professores, educandos e família podem se encontrar e se encantar.

Uma formação ética, em nossa compreensão, situa o educando como um ser aprendente que interage no seu mundo e com ele contribui. Recebe criticamente informações e as ressignifica, por isso as investiga e vai além. Na acepção de Penna (2014), que dialoga com Freire (1987), o aluno que é formado dentro de uma postura menos opressora e verticalizada encontrará caminhos de superação para possíveis dificuldades que vier a ter, porque se sabe capaz e, antes de receber afirmações como verdades, as interroga e faz suas escolhas.Ademais, sentir-se-á capaz de construir caminhos em qualquer situação, seja na matemática, seja na realidade que o cerca. Ele compreende a história e sente-se parte dela. Então, optará e assumirá escolhas que são dele, e não de uma realidade que o oprime,roubando a sua subjetividade.

A decolonialidade é um campo de estudos em expansão na matemática porque questiona a maneira como países colonizados do Sul se relacionam com esse saber. Poucas vezes trazemos para o cenário da disciplina saberes de alguns povos para além do campo da etnomatemática. A perspectiva decolonial amplia o sentido da valorização de saberes locaisà proporção quetenta desconstruir o opressor com suas verdades absolutas. Penna (2014, p. 183), dialogando com Freire (1987), assim se expressa:

> [...] a proposta da perspectiva decolonial tem, assim com a obra de Freire, um valor pedagógico na medida em que questiona os referenciais eurocêntricos a partir dos quais o conhecimento no campo das ciências sociais é produzido.

Corroborando esse pensamento, as atividades de ensino desenvolvidas a partir de algoritmos históricos sãoum pequeno passo, maspodem ser fundamentaispara a autonomia do aluno. Acreditamos quena educação básicao raciocínio multiplicativo lhe abrirá portas para novas conquistas, as quais podem ser menos opressoras,mais decoloniais e primar pela criatividade.

3. Metodologia

A pesquisa foi realizada em 2018, envolvendo uma turma de 23 alunos[3] do 5° ano de uma escola da Grande Vitória.Era uma turma desafiadora, curiosa e que trabalhava e concluía atividades rapidamente.Vinte alunos ainda erravam o cálculo da operação convencional de multiplicação.Entretanto, como pesquisadores de nossas práticas, concordamos com Zibetti e Souza (2007, p. 252), que afirmam queo professor não é

> [...] alguém que aplica conhecimentos produzidos por outros nem é também apenas um agente determinado por mecanismos sociais. O professor é definido como um ator, ou seja, um sujeito que assume sua prática de acordo com o sentido que ele mesmo lhe atribui, possuindo conhecimentos e um saber-fazer que são oriundos de sua própria atividade docente a partir da qual ele a estrutura e a orienta.

Assim, desde 2006, realizamos pesquisas em sala de aula com o foco no ensino, aprendizagem e avaliaçãoem matemática, participando do Grupo de Estudo em Educação Matemática do Espírito Santo – GEEM-ES. Tais estudos e pesquisas foram intensificados no mestrado (Hoffman, 2012; Zanon, 2011) e continuamos a busca por um ensino que empolgue e motive, respeitando as estratégias em ação e estimulando a criatividade.Aatividade de ensino aqui comentada é umadaquelas em que planejávamos tarefas de acordo com o currículo e as necessidades da turma. Realizávamos as experiências, anotando, após a aula, o que nos chamava a atenção. Também documentávamos momentos delascom imagens e vídeos, devidamente autorizados pelos pais.Isso nos permite dizer que realizamos uma pesquisa qualitativa do tipo pesquisa-ação (Barbier,2007), em que estávamos implicados no fazer pedagógico, buscando mudanças na sala de aula que viessem a constituir avanços para os anos subsequentes.

Em momentos posteriores às aulas, examinávamos os instrumentos produzidospelos alunos em resolução de problemas, diálogos e imagens produzidas pela professora-pesquisadora e anotações importantes das observações realizadas na sala. Muitos desses instrumentos foram levados para o GEEM-ESe discutidos com nossos pares.Mediante as compreensões a que chegávamos, novas ações eram planejadas e geravam novas compreensões e assim sucessivamente. Tentamos, dessa forma, escapar ao que Freire (1996) chama de “curiosidade ingênua”, para realizar um fazer pedagógico reflexivo que nos informasse sobre aspráticas que poderiam ajudar nossos educandos.Ao mesmo tempo,objetivávamos acrescentar saberes sobre a educação matemática que fossem compartilhados com outros educadores.

[3] Alguns estudantes apresentavam Transtorno de Déficit de Atenção com Hiperatividade – TDAH e lentidão, conforme atestados médicos anexados em suas matrículas e relatos de pais.

Na escola realiza-se o dia da família, e por isso incentivamos os educandos a estudarem algoritmos alternativos da multiplicação, para depoiscompartilharem com familiares outras maneiras de fazer essa operação. Nossa aposta tinha por trás a assertiva de Freire, que é de domínio público, quando afirma que quem ensina aprende; e quem aprende ensina. Desse modo, levar os educandos a acreditarno próprio potencial de produzir e compartilharconhecimento, experimentando a sensação libertadora de serem protagonistas de sua história.

Tivemos dezmomentos de experiências de aprendizagem em abril de 2018, envolvendo algoritmos históricos da multiplicação, sempre com a duração de duas aulas de 50 minutos cada.Os exemplos que apresentamos são recortes de dois momentos de aulas, em dias consecutivos. O primeiro foi a preparação da oficina em que estudantes mostraram suas descobertas uns aos outros.Já o segundo foio desenvolvimento da oficina,quando a turma interagiu com a família partilhando saberes.

Durante a oficina, aconteceram momentos de interação de alunos com os respectivos familiares e com todos os presentes, inclusive com os próprios colegas. Esses momentosaparecerão na leitura que abaixo fazemos.As aulas foram gravadas e imagens foram feitas pela professora-pesquisadoraprincipal e pelos próprios familiares. Após a oficina, conversas com pais e professora-pesquisadora também foram registradas com a gravação de áudio. Os dados produzidos foram transcritos e analisados em um diálogo, com a base teórica, com as coautorasdeste texto e discutidos no GEEM-ES.Como exemplo, escolhemosdiálogos e imagens, da preparaçãoe da oficina,que melhor ilustram e representam argumentos e comportamento de alunos durante a pesquisa. Para fins éticos, os estudantes serão identificados com nomes fictícios, Jana, Sofy, Kissy, Ediandra, Wily, Diego,Edu e Mary. Em alguns momentos, trazemos relatos de familiares desses estudantes e/ou de outros, para validar os diálogos construídos.

4. Evidências

Como já trabalhávamos com os alunos o processo de elaboração de outros problemas, partimos de uma situação construída coletivamente, na qual uma das alunas,neta de comerciantes, teve maior participação.

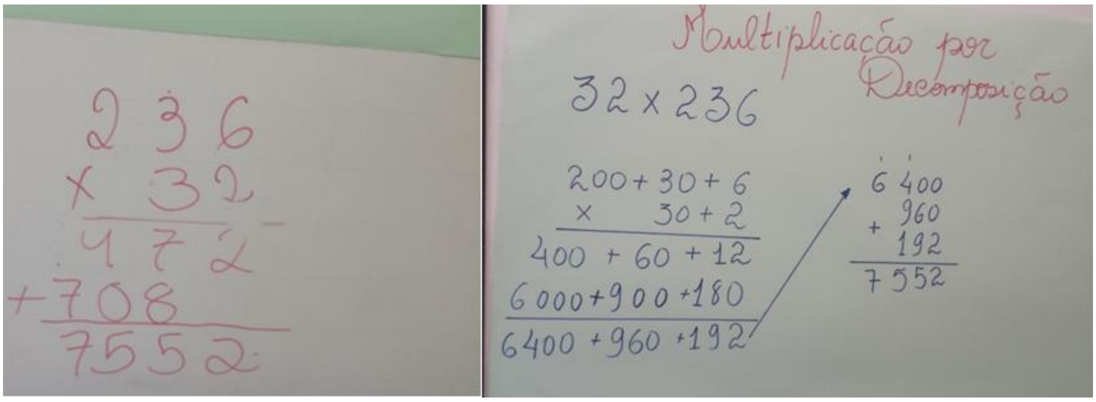
> Em um armarinho há 32 caixas de botões. Em cada caixa há 236 botões. Quantos botões há ao todo no armarinho?

A situação-problema foi transcrita no quadro, e os estudantes deveriam,por meio da resolução, exercitar o cálculo escrito de maneiras diferentes,para depois compararem resultados. Nessa aula, a turma foi dividida em grupos de três ou quatro alunos que aplicaram um diferente algoritmo (por decomposição, ou alternativo: gelosia ou árabe, russo e chinês). Deveriam efetuá-los colaborativamente e o apresentaram aos outros grupos,explicando sua maneira de pensar. Enquanto realizavam a tarefa, tiravam dúvidas conosco ou com os colegas e sepreparavampara a oficina do dia seguinte, em que ensinariam aos pais as novas formas de multiplicar que descobriram.A seguir comentamos os algoritmos explorados durante o processo de resolução na preparação e no desenvolvimento da oficina propriamente dita.

4.1 O algoritmo formal e por decomposição

Um dos grupos efetuou a multiplicação pelo algoritmo formal e depois utilizou o método por decomposição, como veremos nas Figuras 1 e 2. A forma usual de executar o algoritmo torna a multiplicação bastante sem sentido, uma vez que a criança multiplica 2x 6, que dá 12, mas somente registra 2, levando a dezena para a segunda ordem em que é adicionada. Ao multiplicar 2 x 3, que, na verdade, são 2 x 30, para depois adicionar 10, executa 2 x 3 + 1 e registra 7, sem compreender inicialmente que são 70. Pior ainda quando multiplica a centena e depois a dezena pela centena. Os “vai uns” soam automaticamente ou são esquecidos o tempo todo, quando o estudante realiza esse tipo de operação. São três ações em cadeia: multiplica, soma e registra na posição devida, sem compreender o que está fazendo por se esquecerem do sentido numérico. Para Loureiro (2004, p. 6), “não há qualquer apelo ao sentido numérico, nem controle ou avaliação dos vários cálculos intermediários que são realizados. A parcialidade dos registros dos resultados intermediários é uma dificuldade acrescida”.

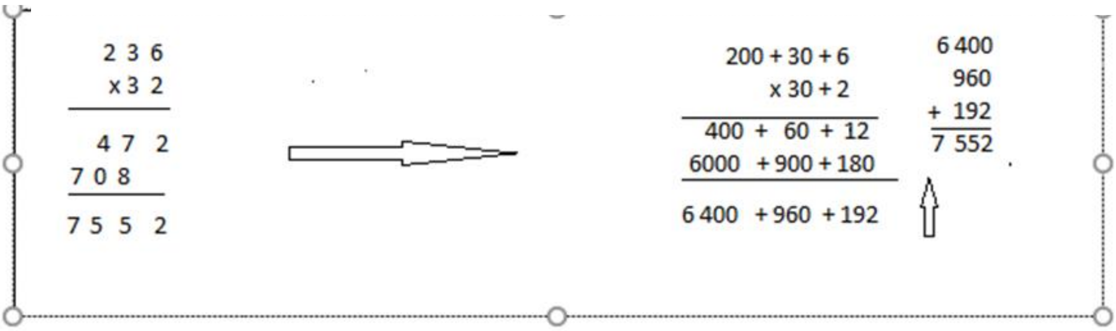
Figura 1:Cálculo usual e por decomposição



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Pelos algoritmos por decomposição, o aluno, ao efetuar, compreende o que está acontecendo, porque identifica o número mais concretamente e analisa os procedimentos. Ele visualiza que 2 unidades vezes 6 unidades são 12 unidades; 2 unidades vezes 3 dezenas são 6 dezenas ou 60 unidades; 2 unidades vezes 2 centenas são 4 centenas ou 40 dezenas ou 400 unidades; 3 dezenas vezes 6 unidades são 18 dezenas ou 180 unidades; 3 dezenas vezes 3 dezenas são 9 centenas ou 90 dezenas ou 900 unidades; 3 dezenas vezes 2 centenas são 60 centenas, 600 dezenas, 6 unidades de milhar ou 6000 unidades simples.

Figura 2: Transcrição da multiplicação pelo algoritmo formal e pela decomposição



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

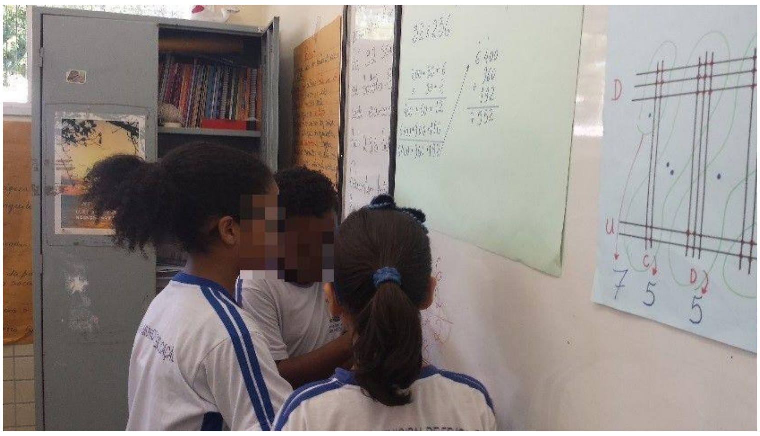
As duas operações realizadas lado a lado ajudam o estudante a compreender o famoso “vai um”. E, quando fazemos as devidas mediações para que as descobertas aconteçam, evitamos o arquivamento do professor e do aluno na acepção de Paulo Freire (1996). O educando não decora algoritmos, mas reflete sobre ele. Senão vejamos:

> educador e educandos se arquivam na medida em que, nesta destorcida visão da educação, não há criatividade, não há transformação, não há saber. Só existe saber na invenção, na reinvenção, na busca inquieta, impaciente, permanente, que os homens fazem no mundo, com o mundo e com os outros "[...]" (Freire, 1996, p. 33).

Na imagem que segue (ver Figura 3),alunos dialogam entre si e com a professora. Em grupo, examinam o processo enquanto mostram um ao outro a compreensão dos agrupamentos na realizaçãoda operação com o algoritmo formal:

> Sofy: Aqui não pode escrever é lugar da unidade (Sofy para Diego que errava as posições).
> Diego: É mesmo, tem que escrever aqui bem certinho um embaixo do outro, senão não dá certo.
> Sofy: E tem "vai um"...
> Professora: E onde escreve esse um? O que ele representa? (Interagindo enquanto registra a imagem.).
> Sofy: Escreve lá em cima, junto com a dezena.
> Kessy: Sim o outro é a centena...

Figura 3: Grupo dialogando entre si sobre algoritmo formal

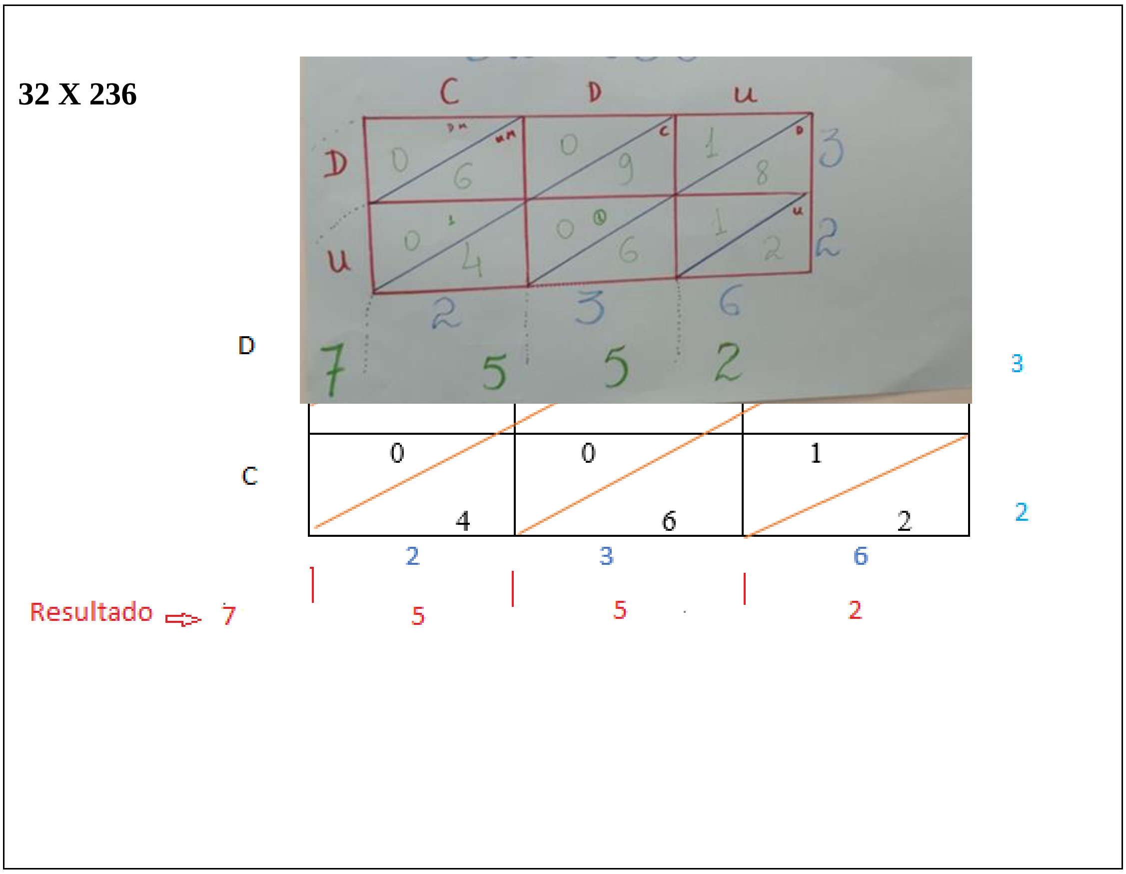


Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Revela-se, nesse diálogo, alguma compreensão do significado do algoritmo formal da multiplicação, quando lembram um ao outro o posicionamento dos algarismos de acordo com o valor relativo. O aluno Diego frequentemente esquecia as reservas na dezena e na centena, daí a nossa intervenção buscando a reflexão sobre seu significado.Isso motivou o diálogo entre eles, relembrando a sequência de passos que caracteriza o algoritmo formal. Era a busca da aprendizagem que ocorre de forma horizontalizada em que alunos compartilham saberes. Além disso, mostrou-nos, pesquisadores de nossa própria prática, que o estudante ainda não tinha consolidado o valor posicional e os agrupamentos de dez. Novas intervenções seriam necessárias com outros planejamentos.

4.2 O algoritmo da gelosia ou multiplicação árabe

Outro grupo efetuou a operação pelo método da gelosia ou árabe. Esse método éassim denominado por se parecer com grades de uma janela. Segundo Zonzini (2016), não é muito precisa a origem dessa forma de multiplicar, mas acredita-se que tenha sido



criada pelos indianos e levada para a Europa pelos árabes.

Figura 4: Multiplicação por gelosia ou árabe

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

A primeira tarefa foi fazer uma tabela de dupla entrada em que os fatores ficam dispostos em colunas e linhas em forma de grade. Cada linha e cada coluna correspondem a um fator, respeitando-se o valor posicional. As unidades, dezenas e centenas devem ser colocadas debaixo para cima e da direita para a esquerda, conforme se mostra na Figura 4.

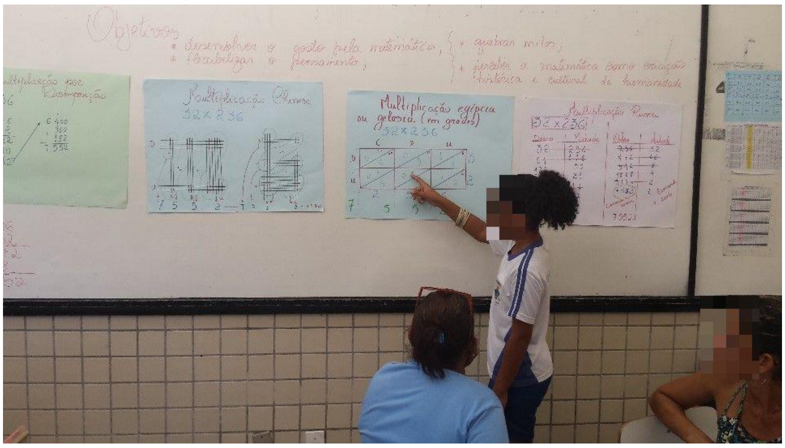
Cada retângulo formado é dividido por uma diagonal com base no vértice superior direito, determinando, assim, dois triângulos retângulos em que se colocam os produtos parciais. A multiplicação começa pelas unidades. Da direita para a esquerda, multiplica-se cada número da linha pelo número da respectiva coluna, escrevendo o resultado de forma a completar os dois triângulos de cada retângulo, como vemos acima: 2 unidades vezes 6 unidadeséigual a 12 unidades; escrevem-se os dois algarismos de forma que se complete o primeiro retângulo inferior direito, e cada algarismo deve ser escrito em um triângulo; 2 unidades vezes 3 dezenas é igual a6 dezenas, e escreve 0 6, de forma que se complete o segundo retângulo imediatamente à esquerda; 2 unidades vezes 2 centenas é igual a 4 centenas, e escreve-se 0 4, de forma que os triângulos todos sejam preenchidos. Em seguida, parte-se para a segunda linha, que é a das dezenas, e procede-se da mesma forma.

Aqui se elimina uma das dificuldades do algoritmo formal mencionada por Loureiro (2004), pois, durante a multiplicação dos fatores,o estudante não precisa preocupar-se com reagrupamentos, porque há duas casas (triângulos retângulos em que escrevem os resultados),o que facilita um dos passos na multiplicação por gelosia. Em seguida, é hora de somar os produtos parciais.Para isso, deve começar no primeiro triângulo da direita que ficará sozinho e representa a unidade. Depois, realiza as somas dos números posicionados nos triângulos em diagonal, que correspondem as dezenas, centenas e assim por diante. É recomendável que se usem cores diferentes para destacar as linhas. Isso delimitará melhor os espaços em que deverá somar. Nesta etapa da aplicação do algoritmo, faz-se necessário o reagrupamento, cujas dezenas e centenas são escritas no espaço em diagonal imediatamente à esquerda. Como os estudantes já tinham o hábito de usar a expressão "vai um", a experiência oportunizou uma forma lúdica de abordagem dos reagrupamentos da base 10.

O que essa multiplicação tem de mais interessante em relação ao algoritmo convencional? Primeiro, o aluno aprende na prática conceitos de geometria, tais como: retângulo, triângulo retângulo e diagonal. O professor pode ampliar a análise da grade para que perceba regularidades, por exemplo, todo retângulo pode serdecompostoem dois triângulos retângulos. E, ao compor toda a grade, perceberá visualmente trapézios e paralelogramos. Todavia, o que motiva o aluno é o jeito diferente de operar com a multiplicação.

Observemos como a aluna se expressa na seguinte transcrição,ao explicar o método aos pais no dia da oficina.Na ocasião, Kissy se expressou da seguinte maneira:

Figura 5: Kissy explica o método da gelosia



Fonte: Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

> [...] Você tem que começar a "somá" aqui no cantinho. Isso aqui virou um triângulo, e escreve aqui (mostra). Depois você vai aqui nesses outros triângulos, sempre tortinho seguindo essa linha que vai de um cantinho ao

> outro... Isso se chama diagonal (mostra novamente) e soma. Mas agora tem "vai um" ...

Com sua linguagem, expressaque diagonal é uma linha que une dois vértices opostos, ao explicar como efetuar a adição dos produtos parciais. Sobre os reagrupamentos, questionamos:

> Professora: E o que é esse tal de "vai um"?
> Kissy: É porque agora eu tô somando dezenas: 8 dezenas é 80, com mais 1emais 6, deixa eu ver, dá 15 dezenas e não pode ficar aqui quando passa de nove... Aí eu boto aqui com "numerozinho"pequeninho e somo depois...
> Mãe: E por que numerozinho?
> Kissy: É pra "num" "esquecê" [sic].

A interação da mãe também ajuda a reforçar a importância do reagrupamento, embora não soubesse explicar que, com 10 dezenas, formava mais uma centena, que deveria ser agrupada no espaço imediatamente à esquerda(Ver transcrição do diálogo que ocorreu na Figura 5.).Nessa apresentação, a estudante revela a construção do conceito de reagrupamento edemonstra apropriação dos termos "triângulo" e "diagonal".

As famílias observavam Kissy falando da multiplicação por gelosia e se admiravam por não terem sido apresentados"outros jeitos" de fazer matemática como diziam. Essa aluna dissera, no início do ano, que não gostava de matemática porque achava que não a compreendia. Em desenho metafórico, na avaliação diagnóstica sobre os afetos associados à disciplina, comparou-a a um bicho grande que não conseguiria dominarde forma similar ao citado por outros alunos emHoffman (2012). Nessa tarefa, fez questão de apresentar aos presentes o que aprendeu. Era preciso desconstruir a crença que tinha sobre si mesma (Gómez-Chacón, 2003) ou expulsar o pensamento opressor que, em algum momento, essa aluna introjetou (Freire, 1987). Pode ter sido na escola por meio de avaliações que só medem o conhecimento por provas; em casa, com comentários da família acerca de seu desempenho; ouvia professor que, sem perceber, hospeda o opressor, porque também foi vítima dessa colonização do pensamento que afirma que matemática não é para todos. Segundo Penna (2014, p. 7) comentando Freire, opressor e oprimidos encontram-se nos temas "depositados como verdades inquestionáveis e legitimados pela autoridade do educador contraposta à suposta ignorância do educando". A atuação da aluna é captada pela fala de uma das mães presentes, em conversa depois da oficina, e mostra que, de fato, o caminho para o ensino e aprendizagem da matemática precisa ser repensado:

> Eu nunca tinha visto fazer assim... É bom porque percebem que não há apenas um caminho para resolver uma operação. [...] tiveram que preparar-se para nos receber e isso trouxe motivação, pois gostam de mostrar o que sabem... E a gente aprende também (Depoimento de uma mãe feito na avaliação após a oficina.).

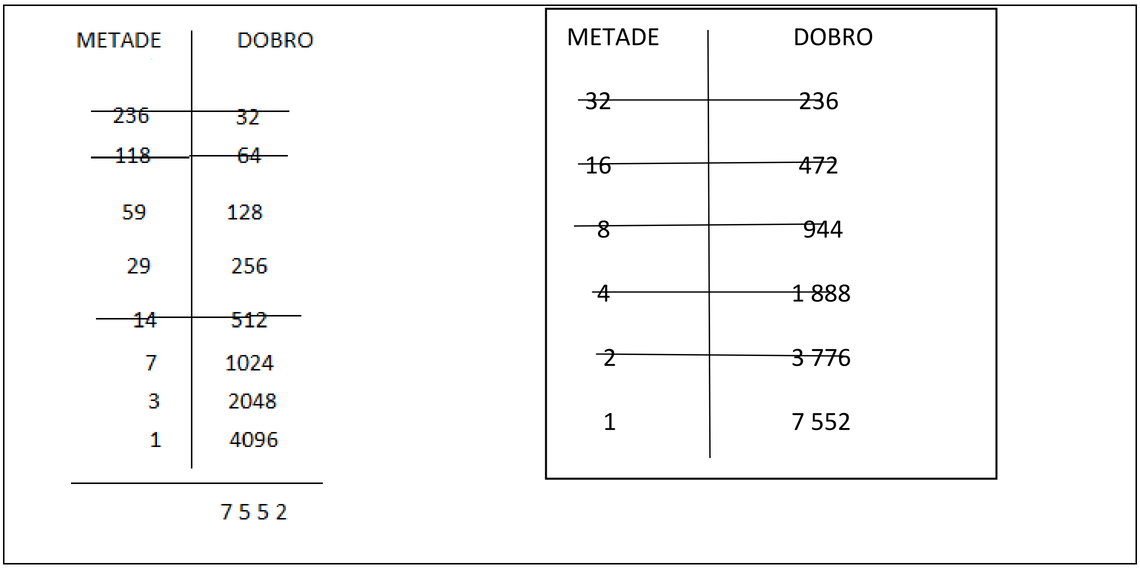
A fala da mãe confirma uma de nossas apostas de que "outros caminhos de resolver a operação" motivam a aprendizagem e que crianças "gostam de mostrar o que sabem". Em outras palavras, acontecia aí um pequeno círculo de cultura em que não se verticalizava o ensino.É possível nas microações desconstruir o mito de que matemática oprime e é um saber não acessível a todos.

4.3 O algoritmo da multiplicação russa

O algoritmo da multiplicação russa (Zonzini, 2016) era utilizado por camponeses. Foi mais um saber de outra cultura quedespertou grande interesse.Em nossa experiência, contribuiupara a construçãodos conceitos de metade e de dobro, que são importantes para o cálculo mental. Os alunos transitavam no campo multiplicativo e aditivo, efetuando operações mentais por composição e decomposição e desenvolvendo o sentido de número e estruturas mentais para a compreensão da base 2.

Nesse algoritmo, escrevemos os fatores lado a lado, dividindo o espaço com uma linha vertical. De um lado, calculamos a metade, sem considerarmos o resto, até chegarmos a 1; do outro, calculamos o dobro simultaneamente até alcançarmosa linha em que a metade é 1. Em seguida, cortamos a linha inteira em que aparecem números pares na coluna da metade. Por último, adicionamos os números que sobraram na coluna do dobro, conforme se mostra naFigura 6.

Figura 6: Multiplicação russa



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Vejamos,na transcrição do diálogo dosestudantesJana, Sofy, Edu e Alex,como explicaram o processo de cálculo uns para os outros na preparação da oficina:

> Sofy: Você escreve os dois números de cada lado de um traço
> Jana: É, assim...
> Sofy: E você calcula duas vezes esse número de um lado e do outro você bota a metade. E quando sobra resto você deixa fora...
> Jana: Sim e você vai fazendo até que dá um e do outro lado você bota o dobro, duas vezes...
> Edu: Você corta direto a linha que tem número par e você vai do outro lado e soma só o que sobrou (Explicando para seu colega, ele quer dizer que do lado em que registrou o dobro, agora precisa somar os números que sobraram.).
> Kissy: E olha como ficou fácil aqui quando você troca os números (Refere-se ao exemplo da direita em que se observa a aplicação da propriedade comutativa.).

Essa tarefa, em que o estudante trabalha simultaneamente com as ideias de dobro e metade,exercita o cálculo mental que ajuda na resolução de vários problemas escolares e do dia a dia. Contribui na compreensão da divisibilidade por 2, fixa o conceito de números pares e ímpares e facilita a percepção de números compostos e números primos. Tudo isso ocorrena perspectiva da recriação e em uma prática interativa entre os alunosque, na qualidade de ensinantes explicam os algoritmos aos presentesna oficina.Estávamos vendo germinar uma sementinha na construção da autonomia do aluno, tão necessária se quisermos construir uma nova racionalidade.

A maior conquista da exploração do algoritmo russo para o raciocínio multiplicativo verificou-se no exercício do cálculo mental. Ao multiplicarem duas vezes 236, faziam duas vezes 200 = 400, mais duas vezes 30 = 60, mais duas vezes 6 = 12 e depois juntavam 400 + 60 + 12 = 472. E assim o faziam sucessivamente, às vezes anotavam resultados parciais ou contavam dedos, o que caracteriza o que Nunes e colegas (2005) chamam de esquemas em ação.

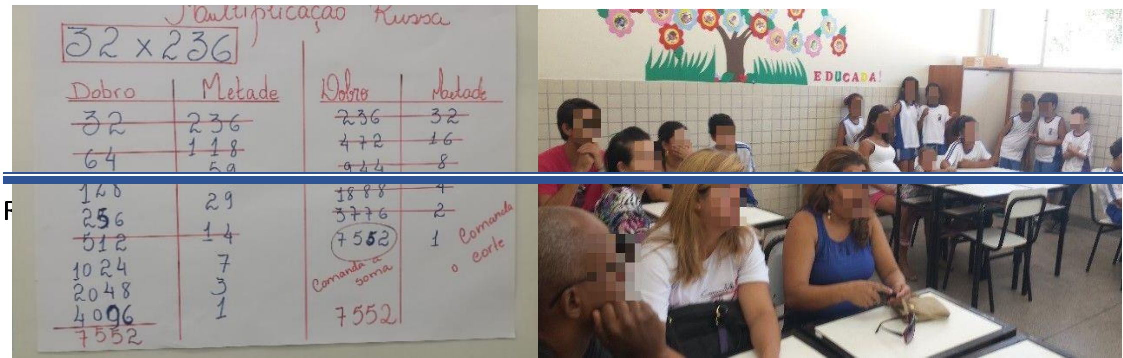
Figura 7: Alunos comparam e corrigem resultados

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Foi na demonstração da multiplicação russa que os familiares mais se surpreenderam ao ver a propriedade comutativa sendo demonstrada com tanta propriedade pelos alunos. Na Figura 8, vemos mães conferindo resultados com a calculadora, enquanto os estudantes observavam ou circulavam entre os visitantes explicando o método. Na mesma Figura, verificamos uma correção no dobro de 128, em que o estudante registrara 246, para depois compreender, com ajuda de outro colega, que esquecera o reagrupamento nas unidades, corrigindo o resultado para 256. O mesmo acontece na última linha. Isso nos mostrava que uma das maiores dificuldades na aplicação dos algoritmos eram os agrupamentos e a compreensão ainda frágil da base 10.

O que nos encantava nesse trabalho era que estávamos construindo a percepção da matemática como saber histórico edificado pela humanidade em diferentes tempos e espaços. Ficava muito claro nas expressões faciais das pessoas presentes que a concepção de matemática que elas possuíam era de um saber hierarquizado, saído das academias da Europa (Penna, 2014). Esclarecemos que ensinar não significa passar o conhecimento escolar tal qual a sociedade, em geral, o valoriza, mas questioná-lo, estabelecendo diálogos. Essa forma de estudo e compreensão que oferecíamos, menos verticalizada, errando e acertando, desconstruía mitos e humanizava o saber matemático.

Figura 8: Familiares diante dos métodos alternativos



RIPEM
International Journal for Research in Mathematics Education

Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Não trabalhamos com a lógica do método, poisera uma turma do 5º ano. O

	METADE	DOBRO
2^0	~~236~~	~~32~~
2^1	~~118~~	~~64~~
2^2	59	128
2^3	29	256
2^4	~~14~~	~~512~~
2^5	7	1024
2^6	3	2048
2^7	1	4096
		7 5 5 2

algoritmo foi utilizado porque agiliza o pensamento e segundo os participantes empolga porque "parece mágica", mas nos permite compreender como essa mágica acontece,reforça a compreensão da propriedade comutativa e prepara estruturas mentais para a compreensão da base 2 e da potenciação.Para compreendermosa multiplicação 32x236 e a lógica que subsidia o método russo, temos de pensar em potenciação. Quem é o 32? 2 x 2 x 2 x 2 x 2 = 2^5. E quem é o 236? 236 = $2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^3 + 2^2$= 128 + 64 + 32 + 8 + 4.Lançamos para os presentes o desafio de investigar porque o método funciona. Essa busca é que desconstruiria a ideia de "mágica". O pai de Kaike comentou: "Antes eu pensava: para que meu filho precisa saber multiplicação russa se não sabe nem a nossa?! Agora vejo que vale apena...". Explicamosque, quanto mais o estudante pensa em números, mais ágil se torna seu pensamento, escolhendo o algoritmo que lhe pareça mais apropriado e inclusive criando outro.

Figura 9: A lógica da multiplicação russa: potenciação

	METADE	DOBRO
2^0	~~236~~	~~32~~
2^1	~~118~~	~~64~~
2^2	59	128
2^3	29	256
2^4	~~14~~	~~512~~
2^5	7	1024
2^6	3	2048
2^7	1	4096
		7 5 5 2

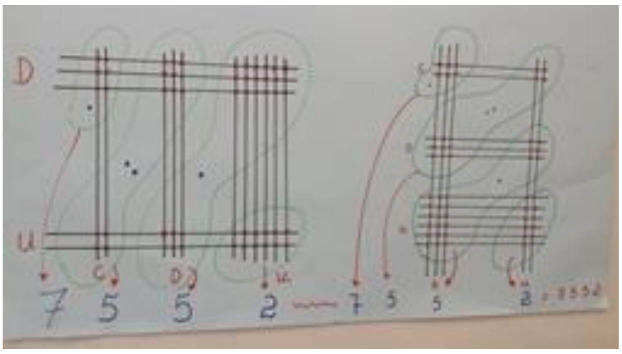
Fonte: Elaborado pela professora-pesquisadora, 2018

Quando outro pai sugeriu à turma ao se despedir –Agora vamos pesquisar sobre esse povo? Ainda se usa essa maneira de fazer contas nesses países? –, abrimos espaço para outros diálogos. Assim, lançamos a sementinha para o questionamento do "mito do eurocentrismo, através do paradigma da colonialidade/modernidade, como forma de produzir um conhecimento menos colonizado e excludente; daí seu caráter pedagógico".(Penna, 2014, p. 12). Isso não só para o campo das ciências sociais, como comenta aautora,mas para todas as áreas do saber, inclusive a matemática.

4.4 O algoritmo chinês

O outro algoritmo trabalhado foi o método chinês. Falar da China para a turma dois anos antes da pesquisa era ouvir sobre um povo que vende coisas por preço barato em cada esquina. Essa visão reducionistaera superada à medida que despertávamos a curiosidade sobre essa cultura milenar e distante da Europa. Segundo Zonzini (2016), os chineses usavam varetas de bambu cruzadas na posição vertical e horizontal, contando os pontos de intersecção. As varetas na posição vertical representam o multiplicador e as horizontais representam o multiplicando.

Figura 9: Multiplicação chinesa

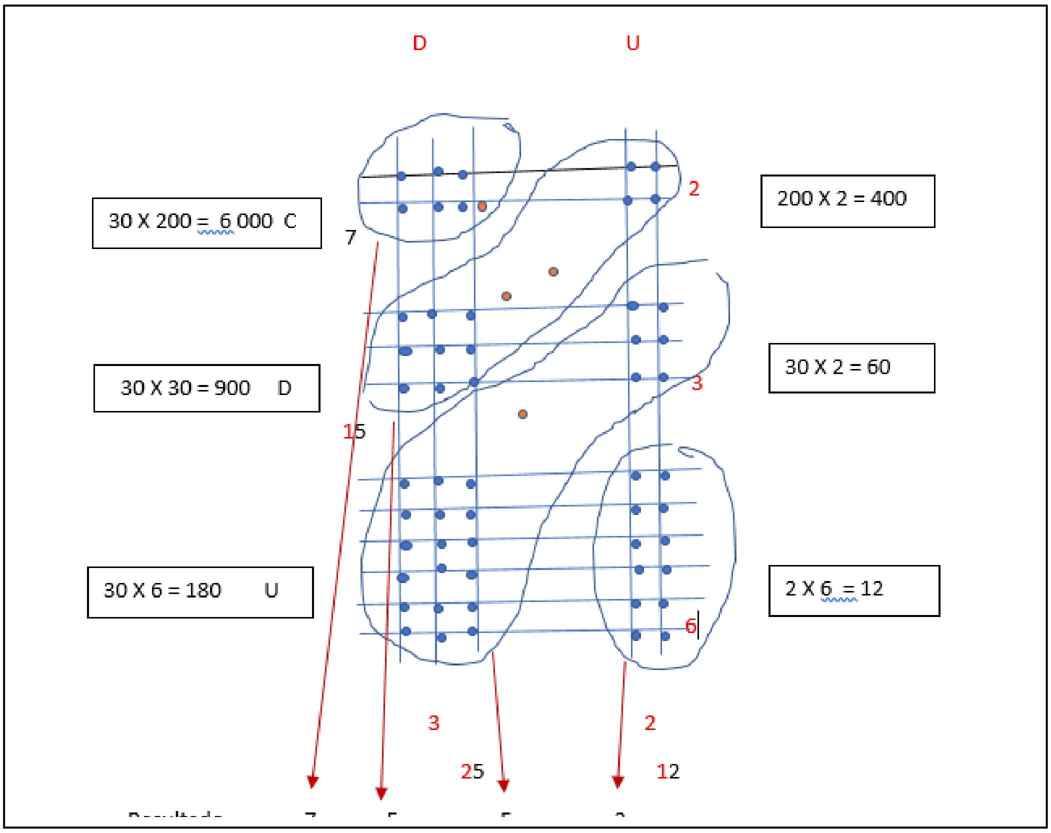


Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Nessa multiplicação, o estudante usou linhas horizontais e verticais que se entrecruzam. Essas linhas representam os fatores. A posição das linhas deveobedecer à ordem da unidade, dezena e centena da direita para a esquerda e da parte inferior para a superior, como mostramos na Figura 10. Em cada cruzamento ou intersecção das linhas, marca-se um ponto. Depois, agrupam-se esses pontos em posição diagonal, a começar pela ponta da direita. Os pontos representam unidades, dezenas ou centenas, conforme a sua posição nas diagonais, a exemplo do que se realiza no método da gelosia. Depois de reunidos, contamos e fazemos agrupamentos. A cada dez unidades deve-se acrescentar um ponto na diagonal dasdezenas; a cada dez pontos na diagonal da dezena formará uma centena e acrescentará um ponto no espaço da centena e assim por diante. Na Figura 10, representamos em vermelho essa situação.

Alguns presentes perguntaram: mas isso não é tão difícil ou mais do que fazer a operação no algoritmo usual?A princípio sim, mas ao cruzar duas linhas com seis linhas, o estudante compreenderá que terá 12 pontos de intersecção porque são 2 unidadesvezes 6 unidades; e, quando compreende o valor posicional dos números no sistema de numeração decimal, percebe que, ao cruzar três vezes as seis linhas imediatamente à esquerda da unidade, está cruzando 30 vezes 6,o que dá 180, porque cada linha agora vale 10. No segundo grupo de linhas que representam as dezenas debaixo para cima, constatará que são 3dezenas vezes 2 unidades, 30 x 2 = 60; ao lado, terá 3 dezenas vezes 6 unidades, 30 x 6 = 180; 3 dezenas vezes 30 dezenas, 30 x 30 = 900; acima onde estão as linhas da centena, terá200 x 2 = 400 em uma ponta e 200 x 30 = 6000 na outra. Em seguida, somam-se todos os produtos parciais.Essa percepção para a criança fica mais fácil quando inverte o olhar aplicando a propriedade comutativa.Éoutra forma de levar o estudante a compreender os agrupamentos e reagrupamentos na base dez. Aliamos o método à decomposição, pois se tornou mais visível o que acontecia ao interceptar as linhas.

Figura 11: Transcrição da multiplicação chinesa



Fonte: Transcrição da professora-pesquisadora

Nossa aposta era instigar a curiosidade do estudante a querer saber por que essas formas de efetuar funcionam, pois era uma compreensão ainda em processo. Até aqui tínhamos como objetivo levá-lo a pensar sobre números, pois a atividade favorece a contagem de dois em dois, três em três ou seis em seis. Logo é uma forma lúdica, em que a criança aprende brincando. Brinca com números, pensa sobre números ecria estratégias com números. E isso está na base da constituição do sentido de número.Esse algoritmo também possibilitou o diálogo com a geometria, contribuindo na formação do conceito de linhas paralelas e perpendiculares. Ademais, aguçou a curiosidade sobre a multiplicação por zeros, trazendo para o contexto a investigação e criatividade em matemática (Vale; Pimentel; Barbosa, 2015).

Ao compararem os diferentes algoritmos, especialmente o da gelosia e o chinês, ao usual,notaram que a necessidade de adicionar os produtos parciais pela ordem tinha relação com o sistema de numeração decimal e seus agrupamentos. E esta aliada ao domínio dos fatos fundamentais era uma das maiores dificuldades iniciais da turma. Diríamos que foi a maior conquista com a aplicação dos algoritmos alternativos.

5. Considerações finais

Trazemos aqui algumas respostas aos questionamentos que nortearam estetrabalho. Até o dia da oficina, parecia que 20 alunos já tinham compreendido o algoritmo da multiplicação por dezenas e centenas e apenas três ainda precisaram de novas intervenções. Durante a oficina, acompanhando os trabalhos, ainda percebemos fragilidades no desempenho desses três alunos.Após a oficina, a aplicação de prova escrita confirmou nossas observações. Nela tiveram de resolver um problema e aplicar o algoritmo formal, confrontando-o com o resultado de um dos métodos alternativos. Todos aplicaram pelo menos um método histórico,entre os quaissomente três não obtiveram o mesmo resultado da operação convencional. Novas intervenções foram realizadas, conforme recomenda Santos (1997), e, ao final do ano, todos avançaram.

5.1 Em que a exploração dos algoritmos históricos contribui para a compreensão do conceito da multiplicação e para a sua formalização?

Vimos familiares encantados chegarem à conclusão de que a matemática pode ser de “vários jeitos; se não vai de um, a gente procura outro” (Avó de Willy), ou perceberem que essa forma horizontalizada com o protagonismo do aluno é motivadora, como fica claro na afirmação dos pais de Ediandra: “A gente vê que eles gostam de matemática...”. Estava acontecendo aí uma forma de “descolonização”, do pensamento opressorna acepção de Penna (2014). Alguns pais sugeriram pesquisas sobre o povo árabe, russo e chinês, inclusive sobre outros saberes para além da matemática,o que foi realizado posteriormente. Despertou na turma a curiosidade por essas culturas diferentes,e trabalhamosde modo interdisciplinar, a ponto dediscutirmos, com propriedade, sobre socialismo e capitalismona turma.

No que se refere ao estímulo para a aprendizagem das estruturas multiplicativas, a perspectiva de inverter os papéis, fazendo o estudante ensinar o que aprendeu, conquistou-o para o efetivo domínio dessas operações. A experiência mostrou que pelo menos 20 alunos da turma aprenderam e conseguiram compartilhar com os outros e seus familiares as aprendizagens construídas.

5.2 Que aprendizagens sobre o processo de multiplicação são reveladas pela prática do estudante, ao efetuá-la pelos algoritmos históricos?

Os alunos sentiram-se felizes por estar no papel de professor. Vimos isso enquanto acompanhávamos o que externavam sobre o que sabiam e o que ainda não sabiam sobre os algoritmos da multiplicação (Santos, 1997) e como deveríamos provocar novas situações. Durante a preparação, procuravam-nos para sugerir: “Professora, eu ainda não aprendi a chinesa, pode me ajudar?”;ou “E para mim, preciso daquela da grade ainda não tô bom”. Essa busca com idas e vindas com objetivos claros deve motivar o ensino de matemática.

Os algoritmos históricos eram algo diferente e levavam naturalmente o aluno a realizar cálculos mentais e escritos, usando o raciocínio multiplicativo. As fragilidades na famosa tabuada puderam ser mediadas por nós com muito mais naturalidade e não constituíam um trabalho de simples memorização, mas sobretudo de compreensão dos fatos fundamentais.

5.3 Que motivação é percebida no estudante quando se envolve em atividades curiosas e investigativas em trabalhos partilhados?

Os momentos de interação em grupos e na oficina foram de grandes descobertas. Os pais do aluno Diego disseram-nos que se surpreenderam com o desempenho do filho, pois consideravam-no com “dificuldades na aprendizagem matemática”. E não era o que percebiam agora, quando ele se envolvia na tarefa de explicar algo. Outro aluno que vale aqui destacar é Wily, considerado pela escola como de comportamento desafiador, porque poucas vezesrealizavaas atividades do dia a dia. Neste trabalho, ajudou os colegas, interagiu com todos os grupos e visitantes e sentou-se ao lado de sua avó, ajudando-a a resolver as operações.

Jana também superou expectativas.Nas nossas aulas do dia a dia, raramente participava com perguntas e questionamentos. Durante a oficina, fez questão de interagir e explicar, surpreendendo-nos.

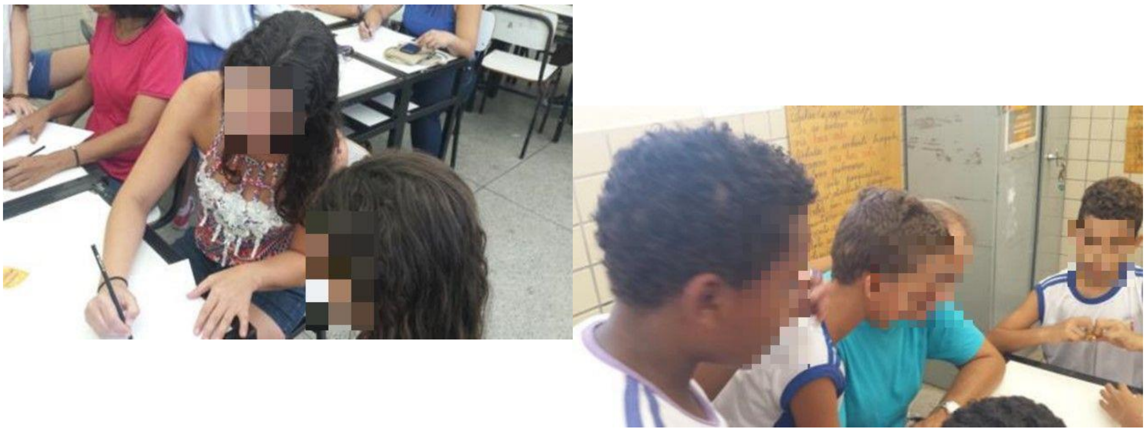
Figura 12: Momentos da oficina

Fonte: Arquivo daprofessora-pesquisadora, 2018

5.4 Em que contribui uma prática menos verticalizada para mudar concepções e crenças sobre aprendizagem matemática e sobre o sujeito aprendente?

Nas imagens da Figura 13, vemos momentos em quealunos e familiares desafiam e encantam, avaliam e refletem sobre a matemática.É desnecessário dizer que a tarefa despertava prazer e os levava adiante na busca de fazer a família compreender os novos algoritmos. Por outro lado, os pais percebiam que diferentes povos, em diferentes espaços, faziam matemática de forma diferente. Isso incentivou a busca por soluções, aguçou a curiosidade e estimulou estudantes a usar as próprias estratégias.

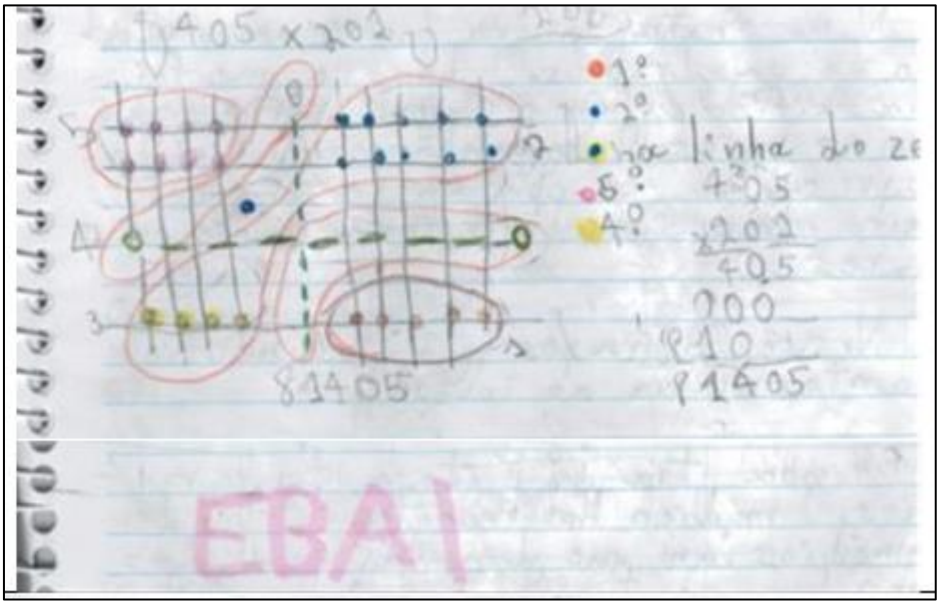
Figura 13: O prazer do desafio



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

E, para encerrarmos ainda,apresentamos a Figura 14, em que doisalunos criaram solução para a multiplicação com fatores em que havia zero intermediário. Para esses alunos, que tracejaram uma linha pontilhada que o representa a fim de não errar os agrupamentos na hora de somar os produtos parciais, está mais do que claro que precisam posicionar os números conforme o valor relativo no algoritmo da multiplicação. Esses alunos foram além de nossas expectativas. E observe o leitor a palavra "EBA", que expressa o prazer da descoberta, o que é defendido por vários pesquisadores que exploram a criatividade e inventividade na resolução de problemas (Vale, Pimentel, Barbosa,2014; Hoffman, 2012).

Figura 14: Solução criada para a multiplicação chinesa por fatores com zeros



Fonte: Arquivo da professora-pesquisadora, 2018

Em momentos subsequentes ao descrito no trabalho, em que as estruturas multiplicativas eram pré-requisitos, como a divisibilidade, múltiplos e divisores, frações e probabilidades, sentimos que havia mais facilidade na compreensão de conceitos. Isso nos permite dizer que ensinar não se esgota no "tratamento" do objeto ou do conteúdo, superficialmente feito,

> [...] mas se alonga à produção das condições em que aprender criticamente é possível. E essas condições implicam ou exigem a presença de educadores e de educandos criadores, instigadores, inquietos, rigorosamente curiosos, humildes e persistentes. Faz parte das condições em que aprender criticamente é possível e pressuposição por parte dos educandos de que o educador já teve ou continua tendo experiência da produção de certos saberes e que estes não podem a eles, os educandos, ser simplesmente transferidos (Freire, 1996, p.14).

Sabemos que o tema decolonialidade é muito amplo e envolve um pensar crítico ante o saber hegemônico, a invisibilidade de minorias, a forma como se compreende a democracia, a maneira de pensar o uso dos recursos naturais e tantos outros. Nosso enfoque foi uma pequena contribuição sobre como um professor-pesquisador de sua prática pode mediar a construção de conceitos matemáticos, primando pela ética e estética do conhecimento. Formar estudantes que pensem e se sintam capazes de aprender matemática e qualquer coisa a que se proponham pode ser um caminho para diminuir desigualdades sociais.E, quem sabe, ajudar a formar racionalidades em que todos os saberes produzidos em diferentes espaços passem a contribuir na formação matemática de nossos alunos e, por conseguinte, na conquista de mais valorização ante os problemas do mundo em que vivemos.

Referências

Arrais, U. B. (2006).*Expressões aritméticas:* crenças, concepções e competências no entendimento dos professores polivalentes. Dissertação de Mestrado em Educação Matemática – Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Barbier, R. (2007). *A pesquisa-ação na instituição educativa.* Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editora.

Bonner, W. (2020). *Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística mede o problema da evasão escolar*. Jornal Nacional. Recuperado em 25 de outubro de https://g1.globo.com/jornal-nacional/noticia/2020/07/15.

Brasil. (1997). Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais:* matemática. Brasília: MEC/SEF.

Caraça, B. de J. (1984). *Conceitos fundamentais da Matemática*. Lisboa: Livraria Sá da Costa Editora. (A obra original foi publicada em 1948.)

Freire, P. (1996).*Pedagogia da autonomia*: saberes necessários à prática educativa. São Paulo SP: Paz e Terra, (Coleção Leitura).

Freire, P. (1987). *Pedagogia do oprimido.* 17. ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra.

Giraldo, V.; Fernandes, F. S. (2019). Caravelas à vista: giros decoloniais e caminhos de resistência na formação de professoras e professores que ensinam matemática. *Perspectiva da Educação Matemática,* NIMA/UFMS, v. 12, n. 30, 467-501.

Gómez-Chacón, I. M. (2003).*Matemática emocional:* os afetos na aprendizagem matemática. Tradução de Daisy Vaz de Moraes. Porto Alegre: Artmed.

Hoffman, B. V. C. (2012). *O uso de diferentes formas de comunicação em aulas de matemática no ensino fundamental*. 290f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Lopes, R. C. (2003). *Uma reflexão sobre o processo do ensino/aprendizagem da operação de multiplicação implementado numa classe de alunos jovens e adultos*. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Loureiro, C. (2004).Algoritmos para as quatro operações. Adaptação do texto: Algoritmos com sentido numérico: em defesa da calculadora. *Educação e Matemática*, n. 77, 22-29. APM, Lisboa, Portugal. Recuperado em 20 de outubro de 2020, em construtor.aprendebrasil.com.br.

Nunes, T; Campos, T. M. M.; Magina, S.; Bryant, P. (2005).*Educação matemática1*: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez.

Penna, C. (2014). Paulo Freire no pensamento decolonial: um olhar pedagógico sobre a teoria pós-colonial latino-americana. *Revista de Estudos e Pesquisas sobreas Américas*. v. 8, n. 2, 181-199.

Santos, V. M. P. (1997). (Coord.).*Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática:*métodos alternativos. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro.

Silva, S. A. F. da. (2009). *Aprendizagens de professoras num grupo de estudos sobre matemática nas séries iniciais*. Tese (Doutorado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Vale, I.; Pimentel, T.; Barbosa, A. (2015). Ensinar matemática com resolução de problemas.*Quadrante*, v. XXIV, n. 2, 39-61.

Vergnaud, G. (2009).*A criança, a matemática e a realidade*: problemas do ensino da matemática na escola elementar. Tradução de Maria Lucia Faria Moro; revisão de Maria Teresa Carneiro Soares. Curitiba: Ed. da UFPR. (Originalmente publicado em 1981, sob o título: L`enfant, la mathématique e la réalité.).

Zibetti, T. M. L.; Souza, M. P. R. de. (2007). Apropriação e mobilização de saberes na prática pedagógica: contribuição para a formação de professores. *Revista Educação e Pesquisa*. v.33, n.2, maio/agosto, 247-262.

Zanon, T. X. D. (2011). *Formação continuada de professores que ensinam matemática*: o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação.300f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória.

Zonzini, C. dos S. F. (2016).*Algoritmos de multiplicação*: uma experiência no Ensino Fundamental. Dissertação - Mestrado Profissional em Matemática) - Universidade de Brasília, DF, Brasília.