La tacitud del modelo MADA no reduce su funcionamiento pragmático. Al contrario, éste trabaja como una teoría para organizar y enfrentar problemas de división y multiplicación como lo establecieron Fischbein, Deri, Nelo y Marino (1985). Ellos hallaron que la clase de la que los estudiantes generaron, generalizaron y desde la que luego trasladaron sus reglas a las nuevas situaciones enunciadas, era formada por situaciones de grupos iguales y sumandos iguales. La concepción de multiplicación y división que los estudiantes se formaron era consistente con la de suma repetida y sustraendo repetido, respectivamente. Estas concepciones llevan aparejada la conformación de una teoría implícita, de uso mediante la aplicación de reglas obtenidas y formadas tácitamente con el uso prolongado y frecuente, sobre la clase de situaciones arriba aludida.

Tabla 2. Reglas intuitivas asociadas con los tres modelos de Fischbein

Operación	Reglas intuitivas	
Multiplicación	El multiplicador debe ser un número entero	
	La Multiplicación Agranda	MA
División partitiva	El divisor debe ser un número entero	
	El divisor debe ser más pequeño que el dividendo	
	La D ivisión A chica	DA
División cuotitiva	El divisor debe ser más pequeño que el dividendo	

Referencias Bibliográficas

KLINE, M. (1992). El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días. Madrid: Alianza.

BOYER, C. (1992). Historia de la matemática. Madrid: Alianza.

EUCLIDES (2000). *Elementos*. (María Puertas, trad.) Madrid: Credos.

FISCHBEIN, E. (1987). Intuition in Science and mathematics. An educational approach. Dordrecht: Reidel.

FISCHBEIN, DERI, NELLO and MARINO (1985). The role of implicit models in solving verbal problems in multiplication and division. In: Journal for Research in Mathematics Education. 16 (1) pp 3-17. Citado por Harel et al. (1994).

GUILLINGS, R. (1972). Mathematics in the Time of the Pharaohs. Mineola: Dover.

HAREL, BEHR, POST and LESH (1994). The impact of the number type on the solution of multiplication and division problems: Further considerations. In: Harel and Confrey (Eds.) The development of multiplicative reasoning in the learning of matematics. New York: State University of New York. pp. 363-384.

KRUGLANSKY, A & AJZEN, I. (1983). Bias and error in human judgment. In: European Journal of Social Psychology. Feb. 1-43.

MORA, O. y ROMERO, J. (2004). ¿Multiplicación y división " o" cambio de unidad? En: Memorias del Sexto Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Bogotá: ASOCOLME. pp. 13-20

¿Por qué problematizar la evaluación en la clase de matemáticas?

Universidad Distrital Francisco José de Caldas

RODOLFO VERGEL CAUSADO

Introducción

En la actualidad se reconoce la confusión que viven los docentes frente a la práctica de la evaluación del aprendizaje de las matemáticas, entre muchos factores, debido a que se ha tomado de manera instrumental y en consecuencia no se problematiza, máxime si se acepta que dicha práctica guarda estrecha relación con la manera como se organizan los contenidos relativos a un concepto matemático.

El taller se inspira en los estudios e investigaciones que la comunidad de educadores matemáticos ha venido desarrollando en relación con la evaluación de las matemáticas en el aula, trabajos que ponen el acento en la evaluación como un enfoque de regulación y monitoreo del aprendizaje. En esta dirección, la evaluación en matemáticas se concibe en la intersección del contenido matemático, la práctica de la enseñanza y el aprendizaje (Romberg y Kilpatrick, citados por García, 2003), por lo que se puede afirmar que ésta se incardina en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

En las siguientes líneas se describe el objetivo del taller y el nivel educativo en el que se quiere generar la reflexión, se plantea los fundamentos teóricos desde donde se pretende sustentar el espíritu del taller, la metodología que incorpora algunas actividades a desarrollar con los profesores participantes y finalmente algunas referencias bibliográficas básicas.

¹Profesor asociado del grupo de Didáctica de las Matemáticas del proyecto curricular de Licenciatura en Educación Básica con Énfasis en Matemáticas, Universidad Distrital Francisco José de Caldas de Bogotá.

Objetivo: Propiciar un espacio de reflexión sobre la problemática de la evaluación de las matemáticas en el aula.

Nivel educativo: El taller está dirigido a profesores de matemáticas de la Educación Básica.

Fundamentos teóricos

Valoración, organizaciones didácticas y desarrollo de competencias. Los resultados de investigación cognitiva en torno a conceptos y procedimientos matemáticos muestran que los sujetos desarrollan acciones cognitivas específicas determinadas por este tipo de conocimiento. Estas características propias del conocimiento matemático junto
con los enfoques pedagógicos sobre la enseñanza
de las matemáticas permiten considerar técnicas
de valoración específicas en el área de las matemáticas, hecho que sustenta el que se debe estudiar la evaluación de las matemáticas como campo
diferenciado de estudio y de investigación.

Por valoración en matemáticas Webb (1992) entiende la consideración comprensiva del funcionamiento de un grupo o individuo en matemáticas o en la aplicación de las matemáticas, lo que implica aceptar la actuación del estudiante en una variedad de contextos y también obliga a ampliar las fuentes de información que permite hacer estimaciones sobre el desempeño de los escolares.

Un tipo de organización didáctica matemática² de los contenidos integrada al desarrollo cognitivo de los estudiantes es propuesto por Vergnaud (1990), quien plantea analizar en el conocimiento matemático nexos horizontales y verticales entre conceptos y procedimientos sobre el supuesto de conexidad lógica entre ellos, e identificar un conjunto de símbolos y proposiciones que los representan en diferentes situaciones y problemas, junto con los procesos de pensamiento matemático asociados para construir un campo conceptual.

Compartir estas exigencias como necesarias para una buena génesis de los conocimientos matemáticos en los niños y jóvenes, implica reconocer que los conceptos se forman a lo largo de un gran período de tiempo, y también que necesitamos como docentes lograr un aprendizaje continuo para orga-

nizar mejor las situaciones que permiten hacer funcionar el conocimiento, y a la vez asumir que el pensamiento, las competencias y la comprensión se desarrollan en largos períodos de tiempo. En este sentido, la teoría de Vergnaud es potente, pues desvirtúa la organización tradicional, secuencial y atomizada de los contenidos matemáticos, tal es el caso del campo conceptual multiplicativo (CCM) que relaciona los conceptos de multiplicación, división, razón, proporción, función lineal, entre otros, inmersos en una diversidad de situaciones.

La teoría de los campos conceptuales (Vergnaud, 1990) es una teoría cognoscitiva que proporciona un marco coherente y algunos principios de base para el estudio de competencias complejas, especialmente aquellas que estudian la ciencia y la técnica, la cual permite generar una clasificación de las tareas cognoscitivas y de los procedimientos que pone en juego un sujeto cuando se enfrenta a situaciones. Además, ofrece un marco de aprendizaje que ruptura la tradicional idea de la enseñanza de las matemáticas: la definición de un concepto es única y por consiguiente su aprendizaje tiene carácter terminal. La noción de campo conceptual complejiza esta idea, pues en tanto campo comporta una masa de situaciones para cuyo tratamiento resulta necesario utilizar variedad de procedimientos y representaciones de diferentes tipos estrechamente interconectados. De esta manera, el estudio por campos conceptuales y no de situaciones aisladas o conceptos aislados favorece y está en concordancia con las metas de las matemáticas escolares actuales. Esta posición de alguna manera coincide con la de Brousseau (1986) para quien una noción aprendida no es utilizable más que en la medida en que ella está relacionada a otras y estas relaciones constituyen su significación, su etiqueta, su método de activación. En esta misma dirección, Lamon (1982) señala que la investigación en didáctica de las matemáticas debe apuntar a la identificación de procesos matemáticos y a potenciar en los estudiantes estos procesos.

La propuesta de Vergnaud, pues, controvierte la idea de la competencia como producto puntual y terminado, pues el desarrollo de competencias es un proceso inmerso en relaciones entre organizaciones complejas de los conceptos matemáticos, mediada por una visión compleja de ellos, por lo que, como se señaló, se desarrollan en grandes períodos de tiempo. En este sentido, es necesario como señalan Amigues y Zerbato-Poudou (citados por García, Castiblanco y Vergel, 2005), modular

²Para ampliar la idea de organización didáctica matemática véase Vergel, R. (2004). Organizaciones didácticas matemáticas y criterios de evaluación en torno a la multiplicación. Tesis de maestría en Docencia de las Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Programa de Maestría en Docencia de las Matemáticas.

el tiempo de aprendizaje de los estudiantes, pues si éstos no logran todos los criterios para un campo de actuación en el tiempo fijado oficialmente deberá disponer de un tiempo más largo. Más específicamente, se quiere elaborar un juicio sobre las diversas actuaciones (exámenes escritos, ensayos, exposiciones orales, discusiones, etc) del estudiante, lo cual supone necesariamente una variedad de evidencias.

Vergnaud (2001) señala que la definición de la competencia está relacionada con la práctica y con las posibilidades de coordinar teoría matemática y estudios sobre los fenómenos de aprendizaje. De esta manera propone relacionar los siguientes criterios diferentes y complementarios para definir la competencia:

- Es más competente el que sabe tratar situaciones y resolver problemas, que aquellos que no los saben tratar.
- Es más competente el que resuelve problemas de una manera más económica, más fiable, más general o conceptualmente más elaborada.
- Es más competente el que dispone de una variedad de medios alternativos para resolver los problemas de una misma categoría y puede escoger el método mejor adaptado en función de los valores que toman ciertos parámetros de la situación (Vergnaud, 2001: 192).

La consideración de los anteriores criterios implica entender que la competencia relaciona la perspectiva teórica de la disciplina desde la cual el profesor interpreta las actuaciones de los estudiantes con la diversidad de situaciones relacionadas al dominio conceptual, y es en esta dirección que Vergnaud aporta al estudio de la evaluación en el aula pues relaciona la organización didáctica de los contenidos matemáticos, los tipos de tareas, el papel del profesor con el desarrollo y crecimiento continuo de competencias en un campo conceptual en relación, por un lado, con los procesos a corto plazo del aprendizaje y, por otro, con los procesos a largo plazo. En este sentido, la propuesta didáctica sobre los conceptos matemáticos muestra que éstos son dependientes de las representaciones y de las situaciones que los dotan de significado. Esta visión conduce necesariamente a seleccionar el tipo de tareas que establece el desarrollo de una competencia, por lo que la propuesta enfatiza la necesidad de asumirla como una capacidad que es me-

diada por los aspectos sociales y culturales de la clase de matemáticas. Puesto en estos términos, es claro que los conceptos matemáticos adquieren su significado a partir de una gran variedad de situaciones y cada situación usualmente no puede ser analizada con la ayuda de un solo concepto, más bien de varios³, pues:

- Una situación dada, no podría poner en juego, en general, todas las propiedades de un concepto..., se hace necesario la referencia a una diversidad de situaciones.
- La formación de un concepto, en particular si uno lo considera a través de la actividad de resolución de problemas, tarda en general un largo período de tiempo.
- La construcción y apropiación de las propiedades de un concepto o de los aspectos de una situación es un proceso de largo aliento que se extiende a lo largo de los años, con analogías y mal entendidos entre situaciones, entre conceptos, entre procedimientos, entre significantes.

Como consecuencia de lo anterior, se desenfatiza el estudio de adquisiciones de un concepto y se acoge la propuesta de que éstos se encuentran en relación con situaciones y problemas, cuya solución requiere de ideas interconectadas y de diversas representaciones matemáticas, lo que implica considerar criterios de evaluación, soportados por niveles de comprensión determinados en el CCM, lo cual conlleva a que la evaluación sea considerada como un proceso que de cuenta del avance conceptual de los estudiantes, respete sus diferentes planteamientos, reconozca diferentes niveles de aprendizaje de los conceptos en los distintos grados de escolaridad, entre otros.

El contrato didáctico y la evaluación del conocimiento matemático. El contrato didáctico se constituye en una herramienta analítica pues tal como lo señala Brousseau (1986, 1988) se refiere a las reglas que determinan explícitamente, pero sobre todo implícitamente, cada uno de los elementos de la relación didáctica. La idea de contrato didáctico contiene el conjunto de normas sociales y matemáticas, la mayoría de las cuales se mueven el terreno de los implícitos, pero son las que se

 $[\]overline{^{3}Vergnaud señala q}ue un concepto es una terna de tres conjuntos: C = (S, I, L), donde S$ es el conjunto de las situaciones que dan sentido al concepto (referencia): Les el conjunto de las invariantes sobre las que reposa la operacionalidad de los esquemas (el significado) y L corresponde al conjunto de las formas de lenguaje y de no lenguaje que permiten representar simbólicamente el concepto, sus propiedades, las situaciones y los procedimientos de tratamiento (el significante)

encargan de determinar las formas adecuadas de actuación tanto del profesor como de los estudiantes; ahora bien, los contenidos del contrato didáctico en concreto de cada aula determinan las actuaciones que están bien valoradas y las que no están en ella, es decir, el contenido del contrato fija cuáles son las maneras correctas de actuación ante una tarea matemática. En este sentido, investigadores como Cobb y Yackel (1995) y Planas y Gorgorió (2001), caracterizan la norma matemática como el conjunto de prácticas matemáticas en el aula y las diferentes trayectorias posibles en el comportamiento matemático de alumno y profesor ante una actividad propuesta.

De esta manera se entiende que los criterios de legitimación de procedimientos y soluciones matemáticas son una norma matemática que admite diferentes interpretaciones, por ejemplo, para los procedimientos se fijan como normas la eficiencia en el cálculo, la rapidez, la creatividad o el rigor. En otras palabras, la norma matemática establece lo que cuenta como válido matemáticamente, es decir lo que cuenta como aceptable, correcto o incorrecto. Así por ejemplo, las normas asociadas al contrato didáctico en lo que concierne a la multiplicación presentan características tales como establecer reglas donde lo importante es el algoritmo o algoritmos de la multiplicación, y donde el grado de complejidad de este aprendizaje se evidencia en la cantidad de cifras que se involucran en los algoritmos. Puesto en estos términos, la resolución de problemas relativos a la multiplicación se presenta como situaciones que pueden ser resueltas por la aplicación de uno o más algoritmos y la solución reside en encontrar la operación verdadera para dar con certeza el resultado y generalmente los problemas vienen después de la presentación de los algoritmos de la multiplicación.

Metodología. El taller se estructura de la siguiente manera:

En la primera sesión los profesores participantes desarrollarán las siguientes actividades:

- Diseño de una prueba que "evalúe" la noción de multiplicación.
- Socialización en pequeños grupos de las pruebas con el fin de elaborar, posiblemente, una sola propuesta.
- Socialización de las pruebas elaboradas por grupos ante los demás participantes.

En la segunda sesión se pretende, con los insumos anteriores, reflexionar, entre otros aspectos, sobre el siguiente hecho teórico: el problema de la calidad de los aprendizajes en matemáticas (García, Castiblanco y Vergel, 2005) requiere establecer relaciones entre las organizaciones didácticas matemáticas, estructura organizativa de comunicación de la clase de matemáticas y las actividades matemáticas que allí se realizan como una práctica social regida por criterios desde los que se establece lo que cuenta como válido en matemáticas y por criterios que legitiman y condicionan las formas de participación de los estudiantes en la clase para adquirir las competencias.

Referencias bibliográficas

Brousseau, G. (1986). Fundamentos y métodos de la Didáctica de las Matemáticas. En: Recherches en Didactique des Mathèmatiques, Vol 7, nº 2, pp. 33-115.

García, G., Castiblanco, M. y Vergel, R. (2005). Prácticas de evaluación en las clases de matemáticas en la Educación Básica. Universidad Pedagógica Nacional.

Lamon, S. (1982). Ratio and Proportion: Cognitive Foundations in Unitizing and Norming. Edit. Guershon Harel and Jerey Confrey, pp. 89-120. State University of New York Preess.

Vergel, R. (2004). Organizaciones didácticas matemáticas y criterios de evaluación en torno a la multiplicación. Tesis de maestría en Docencia de las Matemáticas. Universidad Pedagógica Nacional. Programa de Maestría en Docencia de las Matemáticas.

Vergnaud, G. (1990). La teoría de los campos conceptuales. En: Recherches en Didactique de Mathématiques. Traducción: CINVESTAV-IPN México.

Webb, N. (1992). Assessment of Students. Knowledge of Mathematics: Steps Toward a Theory in Handbook of Research on Mathematics. Teaching and Learning. Douglas A. Grauws Macmillan Publishing Company. New York.