A EXPERIÊNCIA MATEMÁTICA NA ESCOLA DE 1º GRAU

Jorge da Rocha Falcão
&
Luciano Meira
Depto. de Psicologia - UFPE - Recife - PE

1. O conhecimento matemático: Uma perspectiva psicológica.

Ao refletirmos acerca do ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, um dos primeiros aspectos a considerar diz respeito ao seguinte: o que é a matemática enquanto corpo de conhecimento? Para alguns, trata-se de um conjunto articulado de conceitos abstratos aos quais se ascende, apesar das particularidades do mundo que nos cerca, o que de fato reedita a concepção platônica acerca da natureza última do conhecimento. Segundo tal perspectiva, aprender matemática implica basicamente em ter acesso a princípios gerais, de que o sujeito poderá eventualmente se servir como ferramenta para manejar situações concretas, cotidianas. Essa parece ser a perspectiva dominante na escola e entre muitos psicólogos, notadamente aqueles que têm eleito como foco de interesse a transferência de aprendizagem.

Alguns psicólogos cognitivos referem-se à transferência de aprendizagem de uma tarefa A para outra tarefa B quando dos processos ou conhecimentos aprendidos para A podem ser transpostos para B, sendo condição fundamental para tal transferência a abstração de tais processos do contexto específico de cada tarefa. (Lave, 1988, p.24).

"Perfeitas e imutáveis, as idéias constituiriam os modelos ou paradigmas dos quais as coisas materiais seriam apenas cópias imperfeitas e transitórias. Seriam, pois, tipos ideais, a transcender o plano mutável dos objetos físicos." (Jowett, 1953).

Nessa mesma linha, ensinar matemática implica em transmitir princípios, algoritmos e conceitos gerais, cuja articulação caberá, em última instância, ao aprendiz. Usar matemática, por sua vez, implica em transferir tais princípios de sua moldura contextual escolar e genérica para as contingências da vida.

Mas existe uma perspectiva alternativa, essencialmente oposta à visão genérico-platônica esboçada acima. Trata-se da perspectiva segundo a qual ensinar matemática, ou qualquer corpo de conhecimento fundado em conceitos relacionais (Cassirer, 1977), implica em diversificar a oferta de situações semanticamente ricas, a partir das quais, o aprendiz possa gerar conceitos matemáticos, ou seja, abstrair determinados aspectos comuns, alguns princípios gerais que se aplicam a uma determinada classe de situações. Realizar tal abstração implica em detectar aqueles aspectos que se mostram invariantes de uma situação específica para outra, o que nos leva à idéia de invariantes operatórios. Mas é preciso, desde logo, esclarecer que não é o invariante em si, enquanto aspecto estrutural, que se constituirá em elemento chave da construção do conhecimento matemático.

> Um invariante operatório diz respeito a uma organização cognitiva que abrange uma classe de situações, diante das quais o indivíduo pode modular sua ação em função das especificidades de cada situação concreta (Vergnaud, 1990). Um exemplo típico de invariante matemático são as proposições do tipo CARDINAL $(A \cup B)$ = CARD (A) + CARD (B), desde que $A \cap B = \emptyset$

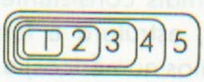
O invariante emerge do situacional, mas, em contrapartida, não é suficiente para explicar a força e as vicissitudes do conhecimento matemático em construção. O conhecimento matemático guarda a marca indelével do contexto gerador e do conteúdo específico a que se refere. Assim, o conhecimento que emerge do contexto escolar guarda especificidades notáveis em relação ao conhecimento matemático que surge da prática diária de manipulação de quantidades, medidas, sistemas de transformações e objetos geométricos (Carraher, Carraher, & Schliemann, 1988; Schliemann, Carraher, Spinillo, Meira, & Falcão, 1993). Enquanto conhecimento contextualizado já na sua origem, muito do poder instrumental desse conhecimento se explica em função da distância que separa o contexto de geração e o contexto de utilização de tais conceitos. Este é, por exemplo, o caso das crianças comerciantes que são capazes de realizar operações matemáticas embutidas em transações comerciais, mas falham "inexplicavelmente" (segundo uma perspectiva genérica e abstrata do conhecimento) quando são confrontadas com operações matematicamente isomórficas, mas tipicamente escolares e representadas no papel.

Aprender matemática não pode prescindir do fazer e do experienciar matemática

O que é então a matemática, para essa segunda perspectiva? Fundamentalmente, um corpo de conhecimentos que atinge patamares sucessivos de generalidade a partir de uma construção ativa de significados por parte do aprendiz em interação com a família, a escola, a cultura de forma geral. Conseqüentemente, tal conhecimento passa a ser necessariamente visto de forma distribuída, sócio-culturalmente situada (Vygotsky, 1991; Bruner, 1976). Ao invés de descer dos céus em forma de tábua genérica de leis a serem aplicadas num mundo empírico inferior, o conhecimento matemático pode eventualmente emergir das idiossincrasias de cada situação a partir da acumulação de experiências (Kitcher, 1984). Nesse sentido, um patamar de generalidade pode sempre vir a sobrepor outro, por acréscimo, modificação estrutural ou substituição de esquemas cognitivos (Vergnaud, 1990). Aprender matemática não pode prescindir do fazer e do experienciar matemática. Entretanto, esta afirmação merece ressalvas, pois é ingenuidade acreditar que a geometria plana e a composição vetorial, por exemplo, podem facilmente e diretamente brotar de um jogo de bilhar. O "fazer matemática" não é alternativo à escola (Meira, 1993), mas abrange-a obrigatoriamente, até porque muitos dos usos de determinados campos conceituais matemáticos são fortemente ligados à escola (e.g., a álgebra). Ensinar matemática implica em inventariar contextos de uso, o que necessariamente obriga a ultrapassar os muros da escola e admitir que tal corpo de conhecimentos não se restringe aos algoritmos tradicionalmente transmitidos em sala de aula; implica também em diversificar igualmente os suportes de representação, envidando esforços de engenharia didática (Artigue, 1988) no sentido de explicitar relações entre situações e representações, a partir das quais poderão emergir modelos, princípios e

Diversificando os suportes de representação para o cardinal 5:

5 ...1 2 3 4 5 6 7...



generalizações. Nessa perspectiva, a matemática representa um campo de conhecimentos freqüentemente ad hoc, dinâmico, fragmentário, multicontextual, dissolvido na realidade complexa e rica de significados em que se banha todo o restante das experiências humanas.

Tendo nesta seção apresentado posições próprias em relação à epistemologia e à psicologia da aprendizagem da matemática, a próxima seção passa a considerar brevemente algumas características julgadas essenciais em uma psicologia da educação matemática, capaz de ampliar os laços entre teorias da aprendizagem e modelos instrucionais para o ensino da matemática no primeiro grau.

A matemática representa um campo de conhecimentos freqüentemente ad hoc, dinâmico, fragmentário, multicontextual...

2. O ensino de matemática: Uma perspectiva da Educação Matemática.

A história das relações entre as ciências da cognição e a prática instrucional na escola tem sido, no mínimo, problemática.

De fato, não existe uma conexão trivial entre teorias da aprendizagem ou do desenvolvimento cognitivo, e modelos instrucionais para o ensino de disciplinas específicas.

Adicionalmente, existe ainda a dificuldade representada pela passagem do "saber dos sábios" (savoir-savant) ao "saber dos currículos" (savoir-enseigné) (Chevallard, 1985).

O trabalho de Piaget representa um exemplo clássico e atual da complexidade de transcendência da pesquisa científica em psicologia para a elaboração de uma teoria instrucional. Hoje, envolvida em terminologia distanciada de seu significado original (e.g., construtivismo, estágios, conflito), a escola e o ensino tornaram-se espelhos deturpados de noções potencialmente enriquecedoras da prática educacional. Por outro lado, as pesquisas Piagetianas e Vygotskianas dão apoio a noções fundamentais para qualquer reforma escolar, se salvaguardadas as diferenças em motivação, método e resultados entre teoria psicológica e prática educacional. Assim, uma psicologia da educação matemática pode ser desenvolvida a fim de contribuir para a compreensão do pensamento da criança em relação aos diversos contextos culturais que experiencia, fazendo emergir, daí, paradigmas instrucionais com vistas à reestruturação da escola.

Em relação a seus objetivos, a educação matemática, no primeiro grau, deveria promover nos alunos (1) uma compreensão do significado, estrutura e função de conceitos matemáticos; (2) uma competência mínima para construir abordagens matemáticas para problemas e situações; e (3) a apreciação da atividade matemática enquanto prática cultural (Meira, 1993). A fim de promover mudanças reais no ensino tradicional de matemática, reconhecidamente falho na realização destes objetivos, consideramos como absolutamente necessárias transformações profundas em pelo menos três áreas de estruturação do ensino básico: (1) a organização curricular; (2) as concepções epistemológicas, psicológicas e pedagógicas do professor; e (3) a prática diária de sala de aula.

2.1. A organização curricular

Assim como no Brasil, os currículos de matemática em países da Europa e nos Estados Unidos apresentam deficiências profundas no que diz respeito aos objetivos mais fundamentais da educação matemática.

Diferentemente da realidade brasileira, entretanto, a comunidade científica, naqueles países, tem se engajado em movimentos nacionais de longo prazo com o objetivo de promover amplas reformas curriculares. Nos Estados Unidos, por exemplo, várias entidades de apoio à pesquisa e ensino de matemática têm editado várias publicações que refletem a questão curricular e propõem reformas em larga escala (MSEB/NRC, 1990; NCTM, 1989a, NCTM, 1989b). Revisão curricular inclui para nós as seguintes tarefas: (1) a reorganização de conteúdos matemáticos em torno de domínios fundacionais desta disciplina; (2) o trabalho com o significado de conceitos matemáticos; (3) a atividade com situações problemáticas.

QUADRO 1

Tema: Quantidades e estimação.
Conteúdo: Quantidades discretas e contínuas (extensivas e intensivas).
Objetivos: Diferenciar grandezas discretas e contínuas; diferenciar quantidades extensivas e intensivas; estimar a grandeza de conjuntos com quantidades discretas finitas; estimar a magnitude de quantidades contínuas.
Exemplos: (1) Estimar o número de pessoas que poderiam ser colocadas em uma sala de aula de sua escola. (2) Estimar o volume em litros de uma caixa de dimensões equivalentes a um engradado de refrigerante.

Reorganizar conteúdos significa dar-lhes uma estrutura e função dentro do amplo espectro da matemática. A este respeito, uma recente publicação conjunta do Conselho de Educação em Ciências Matemáticas e do Conselho Nacional de Pesquisa dos Estados Unidos (MSEB/NRC, 1990) discute seis grandes temas que reúnem um cem número de conteúdos tradicionalmente trabalhados de forma caótica e desconexa pelos currículos modernos: padrões, dimensões, quantidades, incerteza, formas, e mudança.

Observamos, com freqüência, uma discrepância entre a análise realizada pelo professor, e sua prática diária na sala de aula.

Assim, por exemplo, teríamos na quinta série, não a atual salada de conceitos supostamente associados à teoria dos conjuntos, mas uma atividade curricular voltada a compreensão de quantidades (ou "number sense").

Neste sentido, atividades envolvendo a estimação de quantidades *largamente ausentes do currículo de primeiro grau no Brasil* seriam alçadas a lugar de destaque.

Por sua vez, muitas situações problemáticas poderiam ser criadas em torno deste tema, com o objetivo de conduzir professores e alunos a uma compreensão mais consistente e adequada do significado, estrutura e função de conceitos (e.g., conjuntos numéricos) e atividades (e.g., aritmética).

O Quadro 1 apresenta um resumo de sugestões, relativas ao trabalho com estimativas, que podem ser usadas em sala de aula, a partir da reformulação do currículo de primeiro grau como um todo.

2.2. As concepções do professor

A implementação de reformas curriculares depende também de mudanças na postura do professor, e em suas concepções epistemológicas, psicológicas e pedagógicas. Assim como a teoria psicológica pode não ter implicações óbvias para a prática educacional, o discurso do professor e sua prática efetiva de sala de aula não são necessariamente coerentes entre si. De fato, observamos, com freqüência, uma discrepância entre a análise realizada pelo professor, ao refletir sobre modelos instrucionais diversos, e sua prática diária na sala de aula. Entre outros problemas, este fenômeno aponta para a necessidade de repensar os cursos de magistério e licenciatura, responsáveis pela formação acadêmica do professor de primeiro grau. É claro que iniciativas isoladas, neste sentido, não garantem mudanças estruturais significativas[1], dadas a complexidade interdisciplinar e

(1) Ver relatório da Comission Inter-IREM/Université (1991), Pôle et objectifs d'une U.V. de sensibilisation à l'enseignement des mathématiques en formation initiale au niveau de la Licence. Paris.

a abrangência política do problema. Não obstante, tais iniciativas são fundamentais enquanto contribuição a este domínio de reflexão e pesquisa.

QUADRO 2

> *PROFESSOR 1*: Escola Particular, 8ª série. "O que interessa para mim é levar o aluno a pensar, questionar,a se organizar também.
>
> Eu acho necessário os alunos questionarem, não iniciar as coisas fazendo sem saber." "Eu não gosto de ensinar por aquela regrinha simples que a maioria dos livros traz o que deve existir é a compreensão."
>
> *PROFESSOR 2*: Escola Pública, 7ª série. "Os alunos chegam e resolvem, e dizem a resposta mas não sabem o porquê."
>
> "Então eu acho que se eu vou falar sobre um determinado conteúdo eu teria uma preparação prévia para que eu chame o aluno para uma discussão, uma participação em sala de aula."

Reproduzimos, no Quadro 2, trechos do discurso pedagógico de dois professores de primeiro grau, ao construírem modelos do aluno, da aprendizagem e de sua própria prática (Meira, em andamento).

Na seção que se segue, veremos um exemplo da atividade de sala de aula de um destes professores, e discutiremos formas de reduzir o abismo observado entre "racionalização da prática" e prática concreta.

2.3. A prática de sala de aula

Tão importante quanto reformas no currículo de primeiro grau e na formação acadêmica do professor, é o desenvolvimento de uma compreensão profunda e detalhada das práticas cotidianas na sala de aula de matemática. Com base numa análise microgenética de vídeos da sala de aula[2], podemos explorar diversas categorias de contradição entre o discurso pseudo-construtivista, exemplificado no Quadro 2, e as construções que efetivamente emergem na escola. O protocolo a seguir apresenta um episódio da atividade do Professor 2, ao trabalhar sistemas algébricos com uma turma de 7ª série, durante a resolução do problema: "No estacionamento de um supermercado há automóveis e bicicletas num total de 27 veículos e 84 rodas. Quantos veículos há de cada espécie?" (Meira, em andamento)

"Às vezes nas provas os alunos dizem que eu não ensinei nem a, nem b, e que eles só sabem o x e o y".

> P– Problemas são situações em que temos que armar o sistema e resolvê-lo. Esta é uma situação problema... Quero que vocês dêem sugestões; poderíamos ir ao supermercado e contar, mas eu quero resolver aqui... Vocês têm que armar um sistema de duas variáveis e resolver o sistema...
>
> A1– a mais b igual a 27.
>
> P– Por que? (Enquanto escreve "a+b=27" no quadro.)
>
> A1– Automóveis mais bicicletas tem 27.
>
> A2– Sabemos que bicicletas têm 2 rodas e carros têm 4... 4 c mais 2 d.
>
> P– Ele disse que... (Escreve no quadro:) "4a+2b=84". Perguntem e comparem entre vocês para chegar a uma conclusão. (Longa pausa.)
>
> *Observe que o professor modifica as incógnitas sugeridas pelo aluno –cuja hipótese inicial pode ser apenas de utilizar as letras como indicadores da ordem de registro dos termos do problema-e transforma sua expressão em uma equação. Entretanto, nenhuma destas transformações é discutida em sala.*

Este episódio ilustra as limitações do ensino tradicional de álgebra (Steen, 1990), no que diz respeito à ênfase em tarefas de manipulação simbólica e aprendizado de regras. Em particular, observamos como estas limitações podem ser agravadas quando as construções dos alunos não são explicitamente consideradas e discutidas pelo professor em sala de aula, apesar de sua retórica tentar enfatizar a participação dos alunos no processo de aprendizagem ("quero que vocês dêem sugestões"; "perguntem e comparem entre vocês"). Interessantemente, o mesmo professor, durante uma entrevista, havia considerado os efeitos deletérios da utilização de letras em álgebra sem o necessário suporte semântico: "às vezes nas provas os alunos dizem que eu não ensinei nem a, nem b, e que eles só sabem o x e o y."

(2) Ver Meira (submetido) para uma discussão do método microgenético como ferramenta de análise e interpretação de dados em psicologia cognitiva.

De acordo com a visão proposta na primeira parte deste artigo, é possível imaginar que um conhecimento matemático robusto e significativo não é um conjunto de conceitos genéricos a serem transferidos para situações específicas, mas um campo de conhecimentos contextualizados que, gradualmente, avança em abrangência semântica. Em termos dos contextos fundamentais à construção do conhecimento matemático, ressaltamos a necessidade da abertura para o sócio-cultural, onde reservamos lugar específico para a escola. Não obstante, chamamos a atenção para determinados aspectos fundamentais a fim de que a escola possa efetivamente desempenhar suas funções, enquanto espaço propiciador de construção de conhecimentos matemáticos. Em primeiro lugar, precisaríamos diversificar as situações e problemas tradicionalmente trabalhados na escola e, principalmente, prover um contexto experiencial e comunicativo com vistas à negociação de significados na sala de aula, no sentido de evoluir da aceitação tácita de "verdades", para um posicionamento de construção colaborativa e culturalmente situada de conhecimento. Em seguida, precisaríamos documentar estas mudanças através da reestruturação e ampliação dos conteúdos contemplados pela escola, no sentido de prover também um currículo duradouro e condizente com os domínios fundacionais da matemática. Ao mesmo tempo, precisaríamos cuidar para que os centros acadêmicos e de pesquisa pudessem fertilizar estas mudanças de base, reestruturando também seus cursos de formação de professores, no sentido de reduzir os abismos que separam teorias do conhecimento e da aprendizagem, teorias da aprendizagem e práticas de ensino, o abstrato e o concreto em matemática, o "know that" e o "know how".

... reduzir os abismos que separam teorias do conhecimento e da aprendizagem, ...

REFERÊNCIAS

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique. Recherches en Didactique des Mathématiques, 9(3): 281-308.

Bruner, J. (1976). Uma nova teoria da aprendizagem. Rio de Janeiro: Edições Bloch.

Carraher, T. N., Carraher, D., & Schliemann, A. (1988). Na vida dez, na escola zero. São Paulo: Cortez.

Cassirer, E. (1977). Substance et function: Éléments pour une théorie du concept. Paris: Les Editions du Minuit.

Chevallard, Y. (1985). La transposition didactique: Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage.

Jowett, B. (1953). The dialogues of Plato. Oxford.

Kitcher, P. (1984). The nature of mathematical knowledge. New York: Oxford University Press.

Lave, J. (1988). Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life. Cambridge: Cambridge University Press.

Meira, L. (1993). O "mundo-real" e o "dia-a-dia" no ensino de matemática. Educação Matemática em Revista, 1(1): 19-27.

Meira, L. (submetido). Análise microgenética e videografia: Ferramentas de pesquisa em psicologia em psicologia cognitiva. Temas em Psicologia.

Meira, L. (em andamento). Práticas e conceitos matemáticos na sala de aula. Projeto de pesquisa financiado pelo CNPq e FACEPE. Recife: Mestrado em Psicologia da UFPE.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989a). Research agenda for mathematics education (v. 3). Reston: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics. (1989b). Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. Reston: NCTM

Mathematical Sciences Education Board / National Research Council. (1990). On the shoulders of giants: New approaches to numeracy. Editado por L. A. Steen. Washington: National Academy Press.

Schliemann, A., Carraher, D., Spinillo, A., Meira, L., & Falcao, J. (1993). Estudos em psicologia da educação matemática. Recife: Editora Universitária da UFPE.

Steen, L. (1990). Pattern. Em L. Steen (Ed.), On the shoulders of giants: New approaches to numeracy. Washington: National Academy Press.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactique des Mathématiques, 10(23): 133-170.

Vygotsky, L. (1991). Pensamento e Linguagem. São Paulo: Martins Fontes.