REFLEXÃO ACERCA DA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA CONTEMPORÂNEA

Antônio Miguel
Faculdade de Educação - UNICAMP
Campinas - SP

1. O paradigma Hegemônico de Educação Matemática da Atualidade

Sinceramente, não vejo como iniciar uma reflexão acerca do ensino contemporâneo da matemática em nossas escolas de 1º e 2º graus sem referir-me, ainda que brevemente, às concepções relativas a quatro dimensões necessariamente subjacentes a essa prática pedagógica, que prevalecem entre os professores que nelas atuam.

No que se refere à dimensão epistemológica dessa prática, o que vem ocorrendo entre nós é uma espécie de institucionalização de uma concepção de matemática – a "ciência do logos" por excelência, como diria Michel Serres – que vem transformando essa forma de saber em ciência do anti-logos, com toda incongruência que a expressão "ciência da negação da razão" possa suscitar.

A ciência do anti-logos é aquela que não duvida. Aceita. É aquela que não argumenta. Impõe. É aquela que não põe problemas. Apenas os resolve. É aquela que não tem processo e nem produtores. Apenas produtos. É aquela que não tem história. Surgiu pronta do nada e predestina-se ao nada e a ninguém.

É aquela que não induz à curiosidade. Conforma-se com tudo igual. É vítima do hábito. É aquela que renunciou à capacidade de pensar e pensar-se. Que renunciou à condição de ciência.

No que diz respeito à dimensão teleológico-axiológica do ato educativo, isto é, àquela que se refere aos fins da educação matemática e dos valores a serem por ela promovidos, continuamos a conviver, sem qualquer perplexidade ou questionamentos com uma "concepção light" que se caracteriza pela neutralidade e descompromisso da educação matemática em relação aos problemas e anseios das sociedades humanas do passado e do presente. Essa concepção faz a apologia dos aspectos estritamente técnicos dos conteúdos. É o conteúdo pelo conteúdo. De um conteúdo abrindo caminho para outro, consolidando assim os elos de uma interminável e monótona corrente que vai do nada a lugar algum. Os conteúdos não são vistos como veículos para certos fins. Não são conscientemente vetorizados em função dos valores sociais subjascentes à construção e consolidação de uma vida social política baseada na convivência plural democrática que deveriam constituir-se em motores e motivos do ato educativo. A "concepção light" acaba, consciente ou inconscientemente, exterminando o significado e o sentido do conhecimento que busca transmitir, gerando nos estudantes a sensação de que o único sentido de um ato está no próprio ato. Mas é preciso fazer de imediato a advertência de que esses fins e valores direcionadores do ato educativo devem ser sempre sociais. Isso significa que a definição deles não se processa nem em função da psicologia, nem da epistemologia e nem em função de uma ética normativa abstrata, mas em relação ao preparo necessário do cidadão para a vida social e política baseada na convivência plural democrática.

Essa concepção faz a apologia dos aspectos estritamente técnicos dos conteúdos. É o conteúdo pelo conteúdo. De um conteúdo abrindo caminho para outro,...

No que se refere á dimensão psicológica do ato educativo, isto é, ao modo como encaramos a relação sujeito-objeto de conhecimento apreendida em seu aspecto psicológico, prevalece ainda entre nós a "concepção da mente-caixa registradora" segundo a qual, na relação cognitiva, o sujeito comporta-se de forma passiva, receptiva, contemplativa e cujo papel restringe-se a registrar, através de seu aparelho perceptivo, os estímulo vindos do exterior.

Para a "concepção da mente-caixa registradora" o professor é identificado com sua voz, isto é, com os sons que emite através da fala e os alunos reduzem-se a um conjunto de olhos e ouvidos. Ensinar é sinônimo de usar a palavra e aprender sinônimo de ver e ouvir. As palavras mágicas que estão na base do êxito das escolas são: associação, repetição e memorização. A "concepção da mente-caixa registradora" nada mais é que a antiga e persistente concepção psicológica do sensualismo-empirismo.

Finalmente, no que se refere à dimensão didático-metodológica, isto é, àquela que diz respeito ao método de ensino da matemática, convivemos ainda com concepção tecnicista segundo a qual o método ideal é aquele que "passa" ao aprendiz, do modo mais rápido a conciso possível, um conteúdo liso e limpo, isto é, livre de quaisquer contradições e desligado de qualquer problematização. A concepção mecanicista do método não ouve. Expõe. Não pergunta. Responde. Não dialoga, não levanta e analisa contradições, não acredita que o significado de uma idéia só nos seja acessível na medida em que aparece sobre um fundo de erros mais profundos, isto é, na medida em que essa idéia interage com outras que já participam dos diferentes campos semânticos construídos diferentemente por cada aprendiz. A concepção tecnicista do método age às cegas, pois não sabe onde quer chegar. O método não lhe aparece com um caminho para a obtenção de certos fins. Desvincula métodos de metas. Daí, o método lhe soa neutro e a eficácia do método mede-se em função da rapidez com que o aprendiz emite a resposta correta. A concepção tecnicista do método é a concepção pragmática do método.

Se imaginarmos uma composição dessas quatro concepções dominantes, referentes às quatro dimensões presentes na prática pedagógica em matemática, teremos uma idéia do paradigma de educação matemática que, no meu modo de entender, prevalece em nossas escolas de 1° e 2° graus na atualidade. Se a primeira parte deste artigo procurou caracterizá-lo em linhas bastante gerais, a segunda tentará mostrar que é possível desafiá-lo.

Esse desafio, no meu modo de entender, passa pela necessidade de estabelecimento de um diálogo entre a pedagogia, a matemática e a história.

Ainda que esse diálogo possa se efetivar de várias maneiras e com diferentes graus de amplitude, em face de interesses diversificados, o modo que talvez apresente uma contribuição mais direta para os professores que vem atuando no ensino de 1° e 2° seja aquele que procure mostrar como a história pode operar em níveis temáticos específicos da matemática, na tentativa de revelar todo o potencial cultural humano e educativo mais amplo desses temas. Portanto, a título de ilustração, a seção seguinte deste artigo tem o propósito de apresentar, de forma bastante esquemática, o motivo central de um estudo histórico-pedagógico sobre os números irracionais, tema que, geralmente, tem sido trabalhado nas sétimas e/ou oitavas séries do ensino de 1° grau.[1]

...tradicionalmente, as passagens dos livros didáticos para a escola secundária, referentes a eles, reduzirem-se, invariavelmente, a um amontoado de regras de operar com radicais.

2. Considerações Acerca do um Estudo Histórico-Pedagógico sobre Números Irracionais

A razão de nossa escolha ter recaído sobre os números irracionais deve-se ao fato de, tradicionalmente, as passagens dos livros didáticos para a escola secundária, referentes a eles, reduzirem-se, invariavelmente, a um amontoado de regras de operar com radicais que acabam por constituir-se, aos olhos dos estudantes, em conhecimento pouco úteis, pouco desafiadores e desligados dos demais temas presentes nos programas de matemática.

Esse modo já clássico, estéril e nunca questionado de se "transpor didaticamente" essas páginas do saber matemático contrasta, porém, com a elevada dosagem de imaginação, sutileza e ousadia que impregnaram a sua produção histórica.

O estudo toma como ponto de partida um elemento motivador que funciona como uma espécie de guia na construção do conhecimento, como um ponto de referência emblemático que tenta conferir um sentido, ainda que inicialmente difuso e misterioso, à trajetória obscura a ser percorrida pelo aprendiz em seu processo de busca. Entretanto, o emblema que se mostrou adequado para tal tarefa tem luz própria suficiente para iluminar os momentos de obscuridade. É uma estrela. A estrela de cinco pontas. O pentagrama ou pentáculo das bruxas. Isso porque, há grande probabilidade da descoberta de segmentos incomensuráveis[2] ter ocorrido através da comparação entre o lado e a diagonal de um pentágono e não através da comparação entre o lado e a diagonal de um quadrado como o supunha a antiga tradição. Esse ponto de vista passou a receber credibilidade a partir de meados da década de 40 de nosso século, quando foi defendido convincentemente pelo historiador alemão Kurt

(1) O leitor interessado por maiores detalhes a respeito desse estudo poderá consultar a referência (MIGUEL, 1993).

von Fritz (1945, pp. 242-264).

A problematização pedagógica da conjectura de Von Fritz, associada posteriormente à conjectura do quadrado constitui o núcleo central de nosso estudo histórico-pedagógico. O fato da descoberta da existência de segmentos incomensuráveis – tão avessa às características prático-empíricas tanto da matemática grega da época quanto da de outros povos matematicamente mais desenvolvidos, como o eram egípcios e babilônios – ter ocorrido no período da infância da matemática grega pode ser considerado um indicador de que algo "concreto", isto é, visual, estivesse em sua base, fato este que se constitui em reforço à hipótese do pentágono. Isso porque, os sucessivos pentágonos regulares que são gerados pelo traçado das diagonais do pentágono regular inicial e das dos demais que se formam a partir dele, ilustram visualmente a possibilidade de continuidade limitada do processo. Tendo em vista esse fato, ao longo do estudo histórico-pedagógico procuramos explorar a polissemia da conexão pentágono-pentagrama. Considerando ora uma ora outras figuras constituintes dessa conexão, o aprendiz acaba percorrendo a seguinte cadeia de significações atribuídas a cada uma delas: elemento identificador ou senha, símbolo de segregação, símbolo da boa saúde, símbolo da alianças entre os homens, símbolo da vida humana, um protetor físico, um protetor espiritual e, finalmente, símbolo da discórdia e da desagregação. E, através dessa rede de significações o emblema acaba revelando as suas propriedades políticas, místicas, tecnológicas e... geométricas.

Através dessa rede de significações o emblema acaba revelando as suas propriedades políticas, místicas, tecnológicas e... geométricas.

A exploração semântica de alguns elementos dessa rede não poderia se efetivar, é claro, sem se fazer referência à escola pitagórica, particularmente no que diz respeito a algumas de suas convicções políticas, filosóficas, místicas e matemáticas.

Mas a exploração das propriedades geométricas da conexão pentágono-pentagrama é bruscamente interrompida pela entrada em cena do anti-herói de nossa história: o apóstata Hipasus de Metapontum. A figura de Hipasus, desde o início, aparece envolvida em mistério e obscuridade, uma vez que tudo o que sabemos a seu respeito nos é fornecido pelas poucas considerações de comentadores que viveram há aproximadamente 700 anos após a época em que se estima ter vivido o próprio Hipasus, e por alguns historiadores da matemática de nosso século.

Dentre os comentadores antigos, Pappus, por exemplo, em seu comentário ao Livro X dos Elementos de Euclides, afirma que a teoria da incomensurabilidade teve origem na escola, pitagórica, sem atribuir uma autoria específica a ela. Mas acrescenta que o membro dessa escola que primeiro divulgou o segredo da incomensurabilidade, morreu por afogamento (cf. Knorr, 1975, p. 21 e p. 50). Esse comentário está de acordo com aquilo que nos conta Jâmblico, de que "a pessoa que descobriu o irracional afogou-se no mar, e que isso foi uma punição divina pelo fato dela ter tornado públicas as doutrinas matemáticas secretas dos pitagóricos". (cf. Von Fritz, 1945, p. 244).

O argumento que Pappus nos fornece em apoio ao estabelecimento de uma relação entre a descoberta da incomensurabilidade e a punição impingida ao seu divulgador (seria também o seu descobridor?) é a natureza lingüístico-etimológica, uma vez que, segundo ele, os gregos utilizavam dois termos referentes à palavra "incomensurabilidade": "alogos" e Gretos" que significavam , respectivamente, "ir-

NOTA 2 : Dizemos que dois segmentos de reta são incomensuráveis. Quando não existe um segmento de reta que caiba um número inteiro de vezes em ambos, isto é, quando não existe um segmento de reta que seja um divisor comum dos segmentos considerados. Isso implica que a razão entre dois segmentos incomensuráveis não pode ser expressa por um número racional. Exemplo de segmentos incomensuráveis são o lado e a diagonal de um quadrado ou o lado e a diagonal de um pentágono regular.

racional" e indizível, isto é, aquilo sobre o qual nada pode ser dito (cf., Knorr, 1975, p. 21). Mas, se historicamente a busca da verdadeira autoria de uma descoberta pode ser relevante, pedagogicamente o mesmo não ocorre. Principalmente quando – e este é o nosso caso – o propósito educativo é menos o de estabelecer uma série de considerações factuais desconexas, que o de buscar as significações conceituais e político-filosóficas que estiverem na base do desenvolvimento orgânico desses fatos. Decorre daí, o levantamento, no início desse estudo, das seguintes questões pedagogicamente cruciais: Qual o significado da descoberta de Hipasus? Como fez essa descoberta? Por que as lendas se referem aos irracionais como "indizíveis","inexprimíveis","informes"? Por que a ousadia de Hipasus provocou o ódio dos pitagóricos?

É claro que um tratamento pedagógico adequado dessas e de outras questões a ela relacionadas requer, em certo momento, a consideração do problema da determinação por parte dos alunos do maior segmento de reta que cabe simultaneamente em dois segmentos dados. Uma abordagem adequada da atividade a eles proposta com essa finalidade descarta a possibilidade de utilizarem eventuais processos algorítmicos de extração do maior divisor comum, uma vez que, geralmente, esses processos, quando aprendidos, limitaram-se ao domínio dos números naturais, isto é, a um domínio discreto. Entretanto, as grandezas a serem comparadas agora são contínuas e o único instrumento que lhes é permitido usar é o compasso, o que implica o surgimento de uma dissonância cognitiva uma vez que as ferramentas conceituais disponíveis por parte dos alunos não são adequadas para o enfrentamento do problema.

Ainda que eles tentem "subornar" o enunciado da atividade, utilizando uma régua graduada a fim de transformar o problema geométrico em aritmético,...

Ainda que eles tentem "subornar" o enunciado da atividade, utilizando uma régua graduada a fim de transformar o problema geométrico em aritmético, através da medição dos segmentos, a dissonância inicial persistiria uma vez que, propositalmente, as medidas dos segmentos dados são expressas por números racionais não-naturais.

É claro que essa dissonância cognitiva e o conjunto de atividades propostas aos alunos com o propósito de superá-la têm também um fundamento histórico.

Embora não se sabia qual o momento exato e quais circunstâncias levaram quais homens a se colocarem pela primeira vez o problema da determinação da maior medida comum entre duas ou mais grandezas contínuas, é indubitável que os artesãos gregos (e antes deles também outros povos?) não só se depararam com esse problema como também forneceram-lhe uma solução simples que estava ao alcance de suas mãos: criaram o que chamava de "regra do polegar" e que, posteriormente, recebeu outros nomes tais como "método das subtrações mútuas", método diminuição recíproca (antanires), "método das subtrações sucessivas", "método das divisões sucessivas", "algoritmo euclidiano da divisão" ou, usando o nome que os grego a lhe davam, "antyphairesis"[3] (cf. Von Fritz, 1945, p. 257; Becker, 1965, p.91; Knorr, 1975, p. 29).

NOTA 3
Para determinarmos o segmento de reta que é o maior divisor comum entre dois segmentos de retas, dados através do método das subtrações sucessivas, procedemos do seguinte modo:

1) subtraímos o segmento menor do segmento maior, o maior número possível de vezes, caso essa diferença seja zero, isto é, caso o segmento menor caiba um número inteiro de vezes no maior, então, o M.D.C. entre eles será o segmento menor;

2) caso a diferença anterior não seja zero, isto é, caso haja sobra subtraímos o segmento correspondente a essa dobra do segmento menor, o maior número possível de vezes. Caso o segmento correspondente a essa dobra caiba um número inteiro de vezes no segmento menor, então, o M.D.C. entre os segmentos dados será essa primeira sobra encontrada;

3) Caso isso não se verifique, repete-se o processo até encontrarmos uma diferença zero. É claro que se os segmentos dados forem incomensuráveis, a diferença zero jamais ocorrerá.

A continuidade do estudo histórico-pedagógico, passa pela possibilidade do estudante poder aplicar o método das subtrações sucessivas, geométrica e aritmeticamente, tanto a segmentos que são comensuráveis como também à magnitude incomensuráveis, como, por exemplo, o lado e a diagonal de um pentágono regular ou de um quadrado.

A reação prevista do aluno é que o fenômeno da incomensurabilidade, apesar da provocação, lhe passe despercebido. Isso porque, a forma como ordenamos os itens de uma atividade que lhe foi proposta com tal propósito, ao sugerir-lhe que o método das subtrações sucessivas "funciona" para a determinação do maior divisor comum entre números naturais, números racionais não-naturais e não periódicos e números racionais periódicos respectivamente, leva-o à fácil mas incorreta inferência de que tal método poderia ser estendido irrestritamente a quaisquer pares de segmentos de reta e, portanto, aplicado também com sucesso a pares de segmentos incomensuráveis. Essa falsa inferência não poderia, é claro, ser atribuída a uma suposta falta de aptidão do aluno ou a uma ausência de pré-requisitos conceituais para o enfrentamento do problema. Isso porque, o estudante está diante de um obstáculo de natureza epistemológica, só possível de ser superado através de sua reprodução pedagógica e análise dos procedimentos utilizados para o seu enfrentamento. Pois, do mesmo modo que historicamente a percepção da incomensurabilidade não ocorreu mediante as incontáveis aplicações do método das subtrações sucessivas da forma como o faziam, os artesãos gregos, isto é, medindo com paus ou cordas, também pedagogicamente o estudante da atualidade jamais poderia perceber esse fenômeno utilizando-se desses mesmos recursos, ainda que substitua os paus e as cordas por segmentos de reta, compasso e régua.

Em um dos textos que compõe o estudo, Hipasus ressurge da obscuridade para trazer à luz, ao campo de visibilidade, a desconcertante descoberta de segmentos incomensuráveis.

O "erro" previsto do estudante é, portanto, um "erro" construtivo. É a nossa vista que o torna uma resposta possível. E não somente possível, mas adequada. É uma ilusão provocada pela crença no poder da visão, na tomada de decisões sobre questões pertencentes ao domínio da razão. Mas a percepção da existência de segmentos incomensuráveis jamais poderia ter surgido no plano histórico como também no cognitivo se algo não viesse desafiar essa ilusão. É essa a "utilidade" pedagógica da ilusão. Ela presta-se, como dizia Bachelard, para ser destruída, pois é através dessa destruição que o novo conceito, até então inexistente, inicia o seu processo de formação.

No caso específico de nosso estudo, o conceito a ser aprendido é o de número irracional e o elemento fundamental que faz do campo semântico que envolve esse conceito é a percepção da possibilidade de existência de segmentos incomensuráveis. Mas a incorporação desse elemento à estrutura cognitiva do aluno implica que ele seja subtraído de um domínio inacessível à visão. A sua retirada desse campo de invisibilidade é a condição pedagógica para assegurar a sua existência, isto é, a sua inserção na estrutura cognitiva do aprendiz. Para isso, a provocação de uma nova dissonância cognitiva se faz necessária. Histórica e pedagogicamente, atribuímos essa tarefa à figura lendária de Hipasus. Em um dos textos que compõe o estudo, Hipasus ressurge da obscuridade para trazer à luz, ao campo de visibilidade, a desconcertante descoberta de segmentos incomensuráveis. Mas não basta evidenciar a transgressão que está na base de toda descoberta. Não basta contrariar o senso comum. É preciso também "mostrar" (tanto histórica quanto pedagogicamente) que a negação faz sentido. Mas esse "mostrar" que implica um "convencer" não poderia recorrer (nem histórica, nem pedagogicamente) a procedimentos dedutivos abstratos muito sofisticados, quer por não estarem eles disponíveis no conjunto de conhecimentos da época (e nem na estrutura cognitiva do aprendiz da atualidade), quer por não terem o poder de persuasão necessário para desafiar o senso comum (do grego de então e do aprendiz da atualidade). Esse "mostrar" deveria impor-se menos pelo rigor que pela sutileza. E nesse sentido, para que o poder da visão pudesse ser desafiada, e para que esse desafio pudesse receber alguma credibilidade por parte de um grego antigo – um tipo visual nato segundo Bacca–, esse "mostrar" não poderia romper radicalmente com o elemento visual. O poder da vista deveria ser destruído com algo visível. Aí reside a força da "prova" de Hipasus.

Além de ter que ser matematicamente aceitável, ela teria também que ser uma "prova" pedagógica. A punição de Hipasus é a prova do êxito pedagógico de sua prova. Daí a possibilidade do seu aproveitamento didático na atualidade. É por essa razão que uma das atividades do estudo tem como propósito fazer com que o estudante, através da aplicação do método das subtrações sucessivas à rede de pentágonos e pentagramas, chegue à conclusão, de um modo provavelmente análogo àquele empregado por Hipasus, da possibilidade de existência de segmentos incomensuráveis.(4)

O que nos interessa pedagogicamente é o produto da análise sócio-psico-epistemológica do desenvolvimento histórico de uma idéia e não, meramente, a reprodução linear das etapas.

A riqueza pedagógica gerada pela argumentação de Hipasus, quer quando aplicada do pentágono, quer quando aplicada ao quadrado, não reside, portanto, na equivocada obediência de reprodução pedagógica da ordem cronológica de qualquer um desses casos em relação ao outro. Isso porque, o que nos interessa pedagogicamente é o produto da análise sócio-psico-epistemológica do desenvolvimento histórico de uma idéia e não, meramente, a reprodução linear das etapas cronológicas desse desenvolvimento.

Nesse sentido, o estudo não apenas põe em destaque e aproveita-se da suposta prova fornecida por Hipasus, como também tenta explorar didaticamente o conjunto de cognições aparentemente contraditórias produzidas pela aceitação de sua legitimidade.

Modernamente, o raciocínio de Hipasus, quando aplicado pelos estudantes ao caso do quadrado, dá origem a uma dissonância cognitiva que se expressa através do fato de por um lado eles poderem visualizar a solução geométrica da equação $2x=2$ e, por outro lado, não disporem de método algum que lhes possibilite chegar a uma solução aritmética racional dessa equação. Muitas possibilidades de se contornar essa dissonância poderiam ser levantadas pelos alunos ou pelo professor, tais como:

1. renunciar à possibilidade de sempre podermos expressar a medida de um segmento através de um número;

2. admitir a possibilidade de existência de equações que só possam ser resolvidas por via geométrica e não aritmética;

3. buscar novos métodos na esperança de se achar um valor racional exato ou aproximado para a equação $2x=2$;

4. admitir a possibilidade de se aceitar contradições na matemática;

NOTA 4: Utilizando terminologia e notação atuais, a "prova" de Hipasus foi, provavelmente, semelhante à seguinte.

Considere a série de pentágonos e pentagramas abaixo.

Vamos chamar de D1 e L1, D2 e L2, D3 e L3,etc. As diagonais e os lados dos pentágonos SAUDE,HGFCB, PQRKZ, etc. Respectivamente aplicando o método das subtrações sucessivas a essa rede temos:

1) $D1 - L1 = D2$ (pois todos os triângulos da figura são isósceles)

2) $L1 - D2 = L2$ (pela mesma razão)

3) $D2 - L2 = D3$ (pela mesma razão)

4) Prosseguindo com o método das subtrações, observaremos que a diferença entre a diagonal e o lado de cada pentágono serão sempre iguais à diagonal do pentágono menor que lhe sucede na rede. Portanto , essa diferença jamais será nula. Portanto, o lado e a diagonal do pentágono SAUDE são segmentos incomensuráveis.

5. Manter a harmonia do edifício matemático e ampliar o conceito de número, isto é, aceitar a existência de novos números que não sejam racionais.

Discutir com os alunos os desdobramentos de cada uma dessas possibilidades de se contornar a dissonância, é uma tarefa didática altamente relevante.

É preciso assinalar finalmente que, ao longo do desenvolvimento do estudo histórico-pedagógico, são várias as oportunidades abertas ao professor para o trabalho de problematização de valores junto aos estudantes. Questões como as seguintes poderiam ser levantadas e discutidas, comparando-as com situações da atualidade:

– Como avaliar a pessoa de Hipasus? Seria ele um traidor por ter revelado um segredo?

– A segregação do conhecimento é uma atitude legítima?

– O conhecimento é um instrumento de poder? Por que razões?

– A atitude dos pitagóricos diante da descoberta de Hipasus é uma atitude condizente com o espírito científico?

– Existia algum núcleo de bom senso nas crenças dos pitagóricos?

– O clima social, político e cultural de um país exerce algum papel no tipo de conhecimento que é produzido? Que fatores poderiam acelerar ou retardar a produção de novos conhecimentos?

– Existem conhecimentos inúteis?

– O desenvolvimento da Ciência sempre traz benefícios às pessoas e melhorias de suas condições materiais e espirituais de existência? Etc.

Como avaliar a pessoa de Hipasus? Seria ele um traidor por ter revelado um segredo?

É claro que estaria fora de cogitação um tratamento maniqueísta dessas e de outras questões. Problematizá-las, junto aos estudantes, significa mostrar que a matemática pode contribuir não apenas para a formação de meros técnicos e ocupantes de postos no mercado de trabalho, mas também para a formação de pessoas que possam pensar de forma independente, criativa e crítica, aplicando esse pensamento para o aperfeiçoamento da democracia, para a preservação da vida, para a melhoria das condições materiais e espirituais de existências e para a restituição da dignidade de todos os seres humanos.

Ainda que no momento atual estejamos assistindo a um reavivamento de tendências pragmáticas em Educação Matemática, para as quais "o para que serve?" Constitui-se no critério exclusivo para a seleção de conteúdos de ensino, estamos convencidos de que nossa opção pelos irracionais não foi uma atitude irracional.

BIBLIOGRAFIA

BACCA, Juan David García. Introduccion filosofica a los elementos de Geometria de Euclides. Universidade Nacional Autonoma de México, 1944.

BECKER, O. O Pensamento Matemático: sua grandeza e seus limites. São Paulo: Editora Herder, 1965.

CARAÇA, B.J. Conceitos Fundamentais da Matemática. 7ª edição, Lisboa, 1978.

FESTINGER, L. Teoria da Dissonância Cognitiva. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1975.

FRITZ, K.V. The Discovery of Incomensurability by Hippasus of Metapontum. In: Annals Of Mathematics, vol. 46, nº 2, April, 1945.

GÓMEZ, D.S. El Educador y los Valores Sociales. In: Revista Española de Pedagogia, Ano XLV, nº 175, enero-marzo de 1987.

HEATH, T.L. The Thirteen Books of Euclid's Elements, 3 volume, New York: Dover, 1956.

KNORR, W.R. The Evolution of the Euclidean Elements: A study of the Theory of Incomensurable Magnitudes and its Significance for Early Greek Geometry. Boston, USA: D. Reidel Publishing Company, 1975.

LAKATOS, I. A lógica do Descobrimento Matemático: Provas e Refutações. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1978.

MIGUEL, A. Três estudos sobre história e educação matemática. Tese de Doutoramento. Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, 1993.

SEGURA, M.A.V. Reflexiones Acerca de dos Equivocos de la Epistemologia Pedagogica Contemporanea. In: Revista Españolka de Pedagogía, ano XXLVI, nº 180, mayo-agosto, 1988.

SERRES, M. Hermes: uma filosofia das ciências. Rio de Janeiro. Edições Graal Ltda. 1990.