

Aprender Matemática haciendo Matemática: modelo de enseñanza centrado en el estudiante

Ángel Homero Flores Samaniego

RESUMEN

En este artículo se presentan los fundamentos teóricos de un modelo de enseñanza centrado en el estudiante. El modelo tiene como objetivo desarrollar en el estudiante lo que se ha denominado una Cultura Básica que, en el contexto de la matemática escolar, consiste en un pensamiento matemático, especialmente en su aspecto deductivo; habilidades de resolución de problemas, esto mediante la modelación matemática; y el uso de tecnología, principalmente software de Geometría Dinámica, calculadoras analíticas e Internet. Otro aspecto importante del modelo es el fomento en los estudiantes de actitudes positivas, no sólo con respecto al quehacer matemático, sino ante situaciones cotidianas, y de valores humanos. Todo esto en un Medio Ambiente de Enseñanza adecuado. Se presentan ejemplos de actividades con *Sketchpad*.

Palabras clave: Modelo de Enseñanza. Cultura Básica. Pensamiento deductivo. Resolución de problemas. Geometría Dinámica.

Learning mathematics doing mathematics: a model of teaching centered on the student

ABSTRACT

In this paper theoretical foundations of a student centered teaching model are introduced. The main objective of the model is to develop in students a Basic Culture that, in School Mathematics, consists of a mathematical thinking, mainly in its deductive aspect; problem solving skills, through mathematical modeling; and the use of technology, mainly Dynamic Geometry software, CAS calculators, and Internet. Another relevant aspect of this model is the fostering in students of positive attitudes not only toward mathematics, but in daily life situations; and the fostering of positive human values. All this in a suitable Teaching Environment. Activity examples with *Sketchpad* are presented.

Key words: Teaching model. Basic Culture. Deductive thinking. Problem Solving. Dynamic Geometry.

FUNDAMENTOS

Aprender Matemática Haciendo Matemática es un modelo de enseñanza en el que los estudiantes son los personajes principales del proceso de aprendizaje. Está destinada a promover en ellos una Cultura Básica.

Ángel Homero Flores Samaniego – Profesor del Colegio de Ciencias y Humanidades. UNAM-México. E-mail: ahfs@servidor.unam.mx

Acta Scientiae	Canoas	v. 9	n.1	p. 28-40	jan./jun. 2007
----------------	--------	------	-----	----------	----------------

Uno de los objetivos pedagógicos en la escuela elemental (desde Kindergarten hasta Bachillerato; de 5 hasta 17 años) es la formación de ciudadanos con un pensamiento crítico y reflexivo.

Es posible desarrollar este tipo de pensamiento en nuestros estudiantes a través de la promoción de un razonamiento deductivo que será útil en la toma de decisiones; y la habilidad de resolver problemas. Todo esto con el uso de tecnología, especialmente software educativo, como la Geometría Dinámica, calculadoras analíticas e Internet.

Diremos que un individuo crítico y reflexivo es aquel que posee una Cultura Básica.

Pero, así mismo, una Cultura Básica comprende un conjunto de actitudes y valores humanos como la cooperación, la tolerancia, la equidad, la justicia y la libertad.

En un contexto de enseñanza y aprendizaje de la matemática, *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* descansa en la premisa de que la resolución de problemas matemáticos (a través de la modelación matemática), con énfasis en la validación y justificación de resultados, contribuye significativamente al desarrollo de un razonamiento deductivo. Al mismo tiempo, un razonamiento deductivo, junto con la modelación matemática, contribuye a enfrentar exitosamente problemas que provengan no sólo del ámbito matemático, sino de cualquier otro campo.

Los dos principales factores que influyen en la promoción de una Cultura Básica en los estudiantes son los programas de estudio, que caracterizan qué es y cómo se fomenta la Cultura Básica, y los profesores, que interpretan y ponen en práctica los programas de estudio.

En la mayoría de nuestras instituciones educativas existe una división entre aquellos que se encargan del diseño curricular y los profesores que deben enseñar lo que se establece en el currículo. La intención es que los profesores sigan las indicaciones y sugerencias de los programas para lograr los objetivos de enseñanza. Pero, debido a que la mayoría de los profesores no entienden los programas ni se apropian realmente de ellos, éstos enseñan de la misma manera en que fueron enseñados. Esto es, de acuerdo con sus creencias y sus percepciones personales sobre la enseñanza, el conocimiento disciplinario que intentan enseñar y la capacidad de los estudiantes de aprender dicho conocimiento.

La epistemología personal del profesor es un conjunto de creencias y concepciones sobre la naturaleza del conocimiento y su enseñanza. En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, se asume que todo profesor tiene un sistema de creencias y concepciones sobre qué es el conocimiento y cómo los individuos lo adquieren. Pueden estar conscientes o no de tal sistema; pero sus creencias tienen un efecto significativo en la manera en que el profesor entiende las cosas, controla dicho entendimiento, resuelve problemas y se enfrenta a tareas matemáticas. Estas creencias tienen un efecto en el razonamiento, el aprendizaje y la toma de decisiones; y, directa o indirectamente, afectan la forma de enseñanza.

Por tanto, el sistema de creencias del profesor o su epistemología personal afecta su comportamiento dentro y fuera del aula, y es un aspecto importante a tomar en cuenta en toda propuesta de enseñanza.

Además de la epistemología personal del profesor, que tiene que ver con la forma en que un individuo incorpora la información obtenida en su bagaje de conocimiento, existe un aspecto socio-cultural. Éste es una de las principales fuentes de información y de motivación conocidas. Nadie puede abstraerse de este contexto socio-cultural. En consecuencia, en *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* se considera que el conocimiento está situado y depende del contexto en que se adquiere. Por ello, el profesor debe ser capaz de crear un Medio Ambiente de Enseñanza (MAE) que propicie el conocimiento y permita la adquisición de una Cultura Básica.

Ahora bien, el conocimiento matemático se ha entendido como una colección de proposiciones válidas (un conjunto de teoremas junto con su demostración, basados en un conjunto de axiomas, postulados y definiciones). Pero no todo el conocimiento puede explicitarse de esta manera. Habría que tomar en cuenta lo que se conoce como conocimiento *tácito*, que se manifiesta principalmente en el *saber cómo*. Este tipo de conocimiento es importante en todas las áreas del pensamiento humano, incluyendo el matemático. El *saber cómo* hace uso del entendimiento, la acción y la experiencia para hacer matemática y validarla.

Por consiguiente, en la propuesta de enseñanza se asume que el conocimiento matemático tiene dos aspectos: uno proposicional y otro tácito. El primero consiste en el conocimiento que un individuo dice poseer y que puede justificar o validar a través de los métodos aceptados por la comunidad (por lo general, la validación se hace mediante la demostración); el segundo aspecto del conocimiento matemático se manifiesta en el *saber cómo* del individuo y su actitud hacia las situaciones problemáticas. La validación del conocimiento tácito estaría en la efectividad para resolver problemas.

El conocimiento matemático que posee un individuo debe ser validado por un *juez de competencia*. En el ámbito escolar, por lo general, el juez de competencia es el profesor: él decide si el alumno aprendió o no y que nota o calificación debe ponerle. En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* este juez es la comunidad que compone la clase, es decir, los estudiantes y el profesor. Así, la validación del conocimiento depende de la capacidad del estudiante de convencer a los demás integrantes de la clase de que realmente posee el conocimiento, y de la capacidad de sus interlocutores para entender lo que se quiere justificar. Es decir, la validación del conocimiento es un acto social.

En este proceso de validación, el profesor es el personaje principal. Con el fin de validar el conocimiento de sus estudiantes, es necesario que tome en cuenta los dos aspectos de su conocimiento. Proposicional y tácito. Así, es necesario evaluar su desempeño en tareas y actividades matemáticas; la forma en que resuelven problemas y cómo justifican su solución; cómo comunican sus resultados, tanto en forma oral como escrita; y cómo utilizan la tecnología que poseen.

Esta evaluación del conocimiento es la que el profesor debe llevar a cabo en sus actividades docentes cotidianas. De acuerdo con la taxonomía del conocimiento de Bloom, la evaluación es el nivel más alto que se puede adquirir, por encima de habilidades como las de análisis y de síntesis.

La evaluación es la habilidad de hacer consideraciones críticas sobre la producción del conocimiento propio y ajeno.

Según esta taxonomía, un individuo que esté en el nivel de evaluación debe ser capaz de:

- Comparar y diferenciar ideas;
- Considerar el valor de teorías y sus representaciones;
- Tomar decisiones sobre argumentaciones razonadas;
- Verificar el valor de las evidencias; y
- Reconocer la subjetividad.

Por consiguiente, un profesor de matemática, para poder evaluar el aprendizaje de sus estudiantes y convertirse en *juíz de competencia*, debería poseer estas capacidades de evaluación.

De las capacidades de evaluación citadas, *comparar y diferenciar ideas y considerar el valor de teorías y presentaciones* están ligadas con la resolución de problemas, mientras que el uso de argumentaciones razonadas y la verificación del valor de las evidencias tienen que ver con un pensamiento deductivo y, en matemáticas, con la demostración. Aspectos que deben formar parte de la Cultura Básica de los estudiantes. Consecuentemente, si un profesor se encuentra en el nivel de evaluación estaría en posesión de dos de los aspectos de la Cultura Básica que debe fomentar en sus estudiantes.

Otro aspecto que se toma en consideración en *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, es que el conocimiento está mediado por el uso de herramientas físicas (instrumentos) y psicológicas (signos). De acuerdo con este planteamiento, las herramientas tecnológicas son un elemento muy importante en la relación entre teoría y práctica. Las herramientas tienen un doble objetivo: llevar a cabo una acción y controlar dicha acción. El primero tiene una orientación externa (el uso de la herramienta como instrumento) y el segundo posee una orientación interna (el uso de la herramienta para obtener significados).

Instrumentos y signos son producto de la creación humana y forman parte crucial de su herencia cultural. Las herramientas físicas tienen el propósito de dominar y controlar la naturaleza, mientras que las psicológicas controlan y dominan al individuo mismo. Ambos objetivos están íntimamente ligados, pues la alteración de la naturaleza por el hombre cambia su propia naturaleza. Ambos tipos de herramientas servirían, también, para controlar el entorno social.

Mediante un proceso de internalización, una herramienta física puede convertirse en una herramienta psicológica que produzca nuevos significados. Por tanto, en *Aprender*

Matemática, Haciendo Matemática se toma en cuenta el uso de instrumentos y signos como mediadores del conocimiento; y se propone el uso de paquetes de Geometría Dinámica, particularmente *The Geometer's Sketchpad*, y de calculadoras analíticas.

Así mismo, se parte de la tesis de que el conocimiento está mediado por la acción. Según el estadounidense John Dewey, el pensamiento es un instrumento de la acción; la organización intelectual tiene su origen y parte de su desarrollo cuando el ser humano organiza las acciones necesarias destinadas a la consecución de un objetivo.

La naturaleza humana (y por consiguiente el conocimiento) se expresa a través de una actividad intencional, reflexiva y significativa, situada en contextos históricos y culturales dinámicos que modelan y limitan tal actividad. La acción que caracteriza la existencia humana está marcada por una interacción entre las formas en que la historia y la cultura modelan a las personas, incluso cuando las personas están en el proceso de crear dichas historia y cultura.

En este contexto de acción, Dewey define el pensamiento reflexivo como una concatenación de ideas en la cual cada idea es determinada por la anterior; esto, finalmente, conduce a una conclusión.

Poder hacer consideraciones críticas o tener una actitud crítica ante los avances de los estudiantes implica una búsqueda de la verdad, entendida como una conformidad de las cosas con el concepto que se tiene de ellas y que es evidente para un individuo. Una actitud crítica implica un buen dominio de la materia o el campo de conocimiento que se va a criticar, suponiendo que no se puede criticar lo que no se conoce.

Implica también un cuestionamiento permanente sobre la validez del conocimiento adquirido y sobre la legitimidad de los métodos para adquirir tal conocimiento. Este tipo de actitud cuestionaría el principio de autoridad: Es verdad por que lo dice el profesor, porque lo leí en una revista, por que lo vi en televisión.

MEDIO AMBIENTE DE ENSEÑANZA

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* el profesor debe desarrollar un Medio Ambiente de Enseñanza (MAE) que propicie el conocimiento y permita la adquisición de una Cultura Básica. El MAE está conformado por todas las cosas y situaciones que se dan en el aula y que influyen en el proceso de aprendizaje: desde el mobiliario y su disposición, hasta los materiales de aprendizaje, como libros de texto, y el tipo de actividades que se proponen. Incluye las relaciones entre estudiantes y entre estudiantes y maestro.

Dentro del aula, el alumno debe sentirse seguro y con confianza sobre lo que está haciendo. Debe haber respeto y tolerancia hacia lo que está haciendo y hacia el profesor y sus compañeros.

En un MAE en el cual el maestro es el personaje principal, el solo hecho de ser el maestro le confiere la máxima autoridad y el derecho de decidir si un estudiante ha

aprendido un tema y merece pasar a un nivel superior. Tradicionalmente, las materias escolares, y en particular la matemática, tienen un alto nivel de reprobación que contribuye al alto nivel de deserción escolar que tenemos en nuestros sistemas escolarizados; por tanto, la escuela ha servido como filtro que impide a muchos estudiantes tener una buena educación escolar. Así, en cierto modo, los profesores de matemáticas somos la máxima autoridad que decide sobre el futuro de un estudiante, su forma de vida y su destino.

Las clases de matemáticas deben proceder en el sentido contrario.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, se propone un MAE en el cual los estudiantes encuentran las condiciones adecuadas para trabajar y hacer matemáticas con la ayuda de su maestro y de sus compañeros de clase. La idea es eliminar los temores y la tensión que un alumno experimenta cuando entra a una clase de matemáticas. El estudiante sabe que llega a la clase a aprender matemáticas, y que va a trabajar de manera cooperativa con sus compañeros; de esta forma, la clase de matemáticas se convierte en un taller para hacer matemáticas.

De acuerdo con el pedagogo francés Guy Brousseau, en el aula el maestro transfiere o delega al estudiante la responsabilidad de resolver la actividad de enseñanza que les da, y los estudiantes toman esta responsabilidad como suya, debido a que saben que al asumirla van a aprender la matemática que necesitan aprender.

Al resolver una situación problemática o al llevar a cabo una actividad matemática, especialmente en equipo, los estudiantes ponen en juego tres patrones. Un patrón de acción que surge cuando los estudiantes saben cómo resolver la situación. Un patrón de comunicación que surge cuando uno de los estudiantes sabe cómo resolver el problema y comunica el procedimiento a los otros. Y un patrón de validación que se da cuando dos o más estudiantes tienen diferentes formas de solución para la misma situación y se tratan de convencer entre sí de la validez de las propuestas.

En el Medio Ambiente de Enseñanza que se propone en *Aprender Matemática, Haciendo Matemática* los estudiantes trabajan en parejas, pero no se prohíbe la comunicación entre parejas. Además, los estudiantes tienen la libertad de moverse libremente en el aula, si lo desean, y comunicarse con otros estudiantes y con el maestro. A su vez, el maestro siempre está monitoreando la actividad de los estudiantes y proporciona claves para obtener la solución del problema, si es el caso. En un momento dado, el maestro podría llamar la atención de los estudiantes y hacer algunos comentarios a toda la clase o propiciar algunas discusiones globales.

La idea general es que los estudiantes se sientan a gusto dentro del aula y con seguridad y confianza para plantear preguntas y dudas, y ofrecer argumentos y defenderlos. De modo que puedan aprender y propiciar el aprendizaje de otros estudiantes.

El maestro es sólo un guía.

LA PROMOCIÓN DE UNA CULTURA BÁSICA EN MATEMÁTICA

Como se dijo, un individuo con Cultura Básica es aquel que posee un pensamiento matemático (en particular un pensamiento deductivo), puede resolver problemas con éxito, dentro y fuera del contexto escolar, y utilizar la tecnología que tiene al alcance.

Desde el punto de vista de la enseñanza de la matemática, un pensamiento deductivo puede desarrollar habilidades de resolución de problemas no rutinarios; a su vez, la resolución de problemas no rutinarios promueve el desarrollo de un pensamiento deductivo. De esta forma se establece una especie de espiral que hace que el estudiante se desempeñe con una efectividad creciente cuando se enfrente a situaciones problemáticas dentro y fuera del ámbito escolar.

Este desempeño puede mejorarse aún más con el uso adecuado de la tecnología como *The Geometer's Sketchpad*, and CAS calculators.

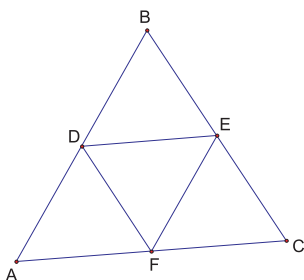
PENSAMIENTO DEDUCTIVO

Un pensamiento deductivo puede desarrollarse mejor cuando el estudiante resuelve tareas geométricas. Principalmente aquellas en las que debe realizar algunas construcciones, explorarlas con el fin de establecer conjeturas e intentar validarlas. O cuando se involucra en actividades en las que debe explicar por qué la construcción es correcta o por qué sus resultados son buenos.

Como ejemplo, veamos la siguiente actividad con *Sketchpad*, desarrollada en una clase de segundo semestre de bachillerato (alumnos con edades promedio de 15 años).

Actividad: Construye un triángulo y los puntos medios de sus lados. Une los puntos medios con segmentos. ¿Qué puedes decir sobre los triángulos internos que se forman?

Los estudiantes construyeron la siguiente figura y lo primero que hicieron fue arrastrar el triángulo para ver qué pueden averiguar sobre los triángulos interiores.



Después de un rato, una pareja de estudiantes le habla al profesor y le comunican que los triángulos internos son congruentes. Midieron los lados y los ángulos y se dieron cuenta de que los triángulos tienen lados y ángulos con medidas iguales.

El profesor les preguntó si podían explicar eso sin tener que medir. Tiempo después, lo llamaron de nuevo y dieron la siguiente respuesta.

“Muy bien, profesor, mire, los segmentos AD y DB (véase la figura) son iguales porque D es el punto medio, ¿no? Entonces, los ángulos BDE y DAF son iguales porque nos dimos cuenta que DE y AF son paralelos y estos ángulos son correspondientes, entonces son iguales. Y también son iguales los ángulos DBE y ADF , porque BE y DF son paralelos. Entonces, por el criterio de congruencia ALA podemos decir que los dos triángulos son iguales. ¿No? Y podemos decir lo mismo para estos otros triángulos, excepto para el triángulo del centro.”

Los estudiantes no fueron capaces de probar que los segmentos DE y AF son paralelos, mostraron el paralelismo arrastrando y mostrando que los dos segmentos coinciden.

La cuestión, aquí, es que con este tipo de actividades los estudiantes pasan de un esquema pragmático a uno deductivo en el cual utilizan su conocimiento geométrico. De este modo es posible promover un pensamiento deductivo.

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

En la enseñanza de las matemáticas podemos usar la modelación como la forma en que nuestros estudiantes *Aprenden matemática, Haciendo matemática*.

Un modelo es una estructura lógica o matemática que se utiliza en la ciencia para explicar un conjunto de fenómenos relacionados entre sí por ciertas relaciones; o se trata de una representación matemática de un fenómeno físico, económico, social o de otra índole, que se construye con el fin de estudiar y entender mejor tales fenómenos. Y la modelación matemática es el proceso de obtención de un modelo.

La modelación matemática tiene varias etapas:

- **Identificación.** Debemos establecer claramente las preguntas que se quieren responder. Debemos conocer lo mejor posible el mecanismo que produce el fenómeno a ser modelado. Debemos plantear el problema con palabras y documentar los datos relevantes.
- **Suposiciones.** Debemos analizar el problema con el fin de decidir qué factores son importantes y cuáles debemos ignorar, de modo que todas las suposiciones hechas sean lo más realistas posible.
- **Construcción.** Debemos traducir el problema a un lenguaje matemático que consiste, principalmente, en un conjunto de tablas, gráficas, ecuaciones o desigualdades obtenidas después de que hemos identificado las variables apropiadas.
- **Análisis.** Debemos resolver el problema matemático de tal modo que las variables estén expresadas en cantidades conocidas. El análisis se utiliza para obtener información sobre los parámetros relacionados con el problema.

- **Interpretación.** La solución debe compararse con el problema original para ver si tiene sentido en la situación real. Si no, debemos hacer suposiciones más realistas y construir otro modelo.
- **Validación.** Debemos verificar si la solución es coherente con los datos del problema real. Si la relación no es coherente, debemos regresar al problema original para analizar de nuevo los datos disponibles y las suposiciones hechas. Será necesario modificar las suposiciones y construir otro modelo.
- **Instrumentación.** Si la solución es satisfactoria y está de acuerdo con los datos reales, entonces podemos usar el modelo para predecir sucesos (tomando en cuenta la validez del intervalo de tiempo de las predicciones), o podemos llegar a conclusiones que nos ayuden a planear acciones futuras.

En el aula, dependiendo de los objetivos y del tiempo disponible, podemos poner énfasis en una o varias de las etapas de modelación y saltarnos otras. La modelación matemática adaptada al aula proporciona una buena motivación a los estudiantes.

Cuando enfrentamos a nuestros estudiantes con la modelación matemática, ellos deben pensar en un fenómeno, hacer suposiciones sobre el mismo y trabajar en la construcción de un modelo matemático que reproduzca los datos del fenómeno. De esta manera animamos a nuestros estudiantes a usar su conocimiento matemático y, si este conocimiento no es suficiente para obtener una solución satisfactoria, estarán motivados a adquirir nuevo conocimiento.

Veamos un ejemplo de una actividad de modelación matemática diseñada con fines de enseñanza en una clase de primero de bachillerato (14 a 15 años).

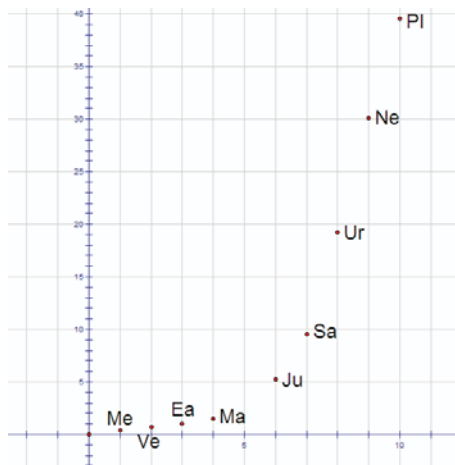
Actividad. Observa la tabla siguiente.

Planeta	Distancia (UA)	Revolución (años)
Mercurio	0.387	0.241
Venus	0.723	0.615
Tierra	1.00	1.000
Marte	1.523	1.881
Júpiter	5.203	11.861
Saturno	9.541	29.457
Urano	19.190	84.008
Neptuno	30.086	164.784
Plutón	39.507	248.350

Encuentra un modelo matemático que reproduzca lo más exactamente posible los datos relativos a los planetas y su distancia al Sol.

El primer paso es analizar la tabla. Parece que existe un salto entre Marte y Júpiter. Al notar esto, casi siempre hay un estudiante que menciona el cinturón de asteroides que se encuentra entre estos dos planetas. Así que la primera decisión es poner a Júpiter en la sexta posición, no en la quinta.

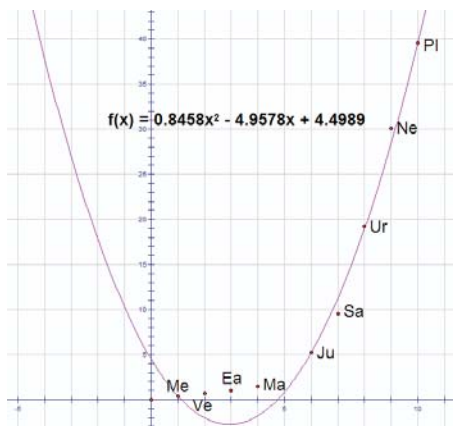
Después construyen una gráfica como la que se muestra.



A primera vista, la tendencia de los puntos parecen seguir una parábola, de modo que los estudiantes buscan una función polinomial de segundo grado, $y = ax^2 + bx + c$, como su modelo.

El primer intento consiste en escoger el primer punto, uno de la parte media y el último. Por ejemplo, con Mercurio, Júpiter y Plutón, los estudiantes obtienen la siguiente función

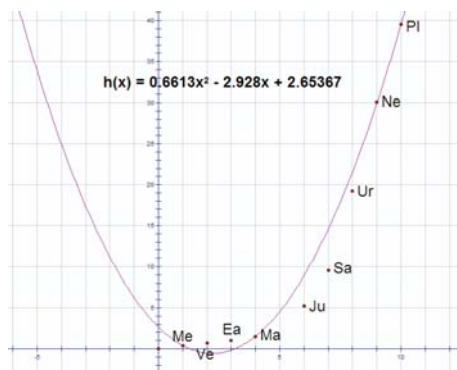
$$f(x) = 0.845x^2 - 4.957x + 4.498.$$



Esta función resulta ser un buen modelo para los planetas más alejados del Sol. Pero no es buen modelo para Venus, Tierra y Marte.

Así pues, algunos estudiantes buscan otra función que se ajuste mejor a los datos.

Si se toma, por ejemplo, Mercurio, Marte y Pluton es posible obtener un mejor modelo. En la figura de abajo se presenta la nueva función y su gráfica.



Parece ser que la parábola no es un buen modelo para esta situación. Sin embargo podemos plantear la pregunta, ¿cuál de los dos modelos cuadráticos es mejor?

Otra pregunta que se puede plantear es, Si sabemos que la distancia promedio del cinturón de asteroides es de 2.7 UA, ¿cuál de los dos modelos predice mejor la ubicación de los asteroides?

Dependiendo del tiempo disponible y de la motivación de los estudiantes, podemos buscar un mejor modelo o no.

Con este ejemplo se quiere poner énfasis en toda la matemática que los estudiantes deben poseer y aplicar para obtener el modelo; el tipo de pensamiento matemático (en su mayoría de carácter deductivo) que utilizan; y el proceso de toma de decisiones que deben poner en acción. Y cuando trabajan en parejas o analizan sus hallazgos, el ambiente de enseñanza se hace todavía más rico.

Este tipo de actividades abiertas, entre otras, son la base de *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*.

EVALUACIÓN

La evaluación es útil para determinar qué tan efectiva es nuestra docencia, qué tan apropiadas son las actividades de enseñanza y cómo es el desempeño de los estudiantes y del maestro.

Evaluar no es lo mismo que asignar una nota o una calificación. La asignación de una calificación es el proceso de cuantificar, en una escala dada, lo que el estudiante

ha aprendido. Esto con el único propósito de determinar si el estudiante merece pasar el curso o no.

Evaluar debe entenderse como el proceso de recobrar la información adecuada y relevante que le dé al profesor la retroalimentación necesaria para determinar si el curso está logrando sus objetivos. La evaluación debe dar al estudiante la información necesaria sobre la calidad de su desempeño y lo que ha avanzado en el estudio de la asignatura. Por último, una evaluación objetiva debe ser una señal de la efectividad del currículo, de sus fortalezas y sus debilidades; debe ser una guía para cambiar o reformar el currículo.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, se parte de la idea de que el objetivo principal de la enseñanza es el aprendizaje del estudiante. Así, la evaluación debe contribuir a dicho aprendizaje, dándole evidencia de qué tan bueno es el desempeño del profesor, y qué tanto avanza el estudiante en la adquisición del conocimiento.

El desempeño del maestro tiene que ver con el MAE que se tiene. Si éste no es apropiado para el aprendizaje de sus estudiantes, el maestro debe tomar las medidas necesarias para corregirlo. Así, el maestro debe monitorear y regular la interacción social entre los estudiantes y asegurar que la relación entre ellos sea positiva.

Con el fin de determinar si las actividades del maestro son adecuadas y si el aprendizaje de los estudiantes está avanzando, se propone que se lleven a cabo ciertas actividades, llamadas actividades de evaluación, en las que los estudiantes tienen que trabajar sin la ayuda ni la guía del maestro. El informe o la hoja de trabajo que entreguen al final de la actividad se escribirán en unas ocasiones de forma grupal y en otras de forma individual. También resulta útil pedirles una reflexión escrita sobre cómo se han sentido en clase, qué han aprendido y cómo consideran el desempeño del maestro.

Debe quedar claro para el estudiante que las actividades de evaluación tienen el único propósito de mejorar la enseñanza.

En *Aprender Matemática, Haciendo Matemática*, la responsabilidad de obtener una buena nota o calificación recae, en gran medida, en el estudiante. Éste debe convencer al profesor que ha aprendido lo que se pretende. Para lograrlo, debe preparar una especie de carpeta de trabajo o portafolios con una muestra de sus trabajos en clase. El estudiante debe escoger los trabajos y actividades que mejor reflejen lo que han aprendido. Y, si se da el caso, debe estar preparado para defender de manera oral su trabajo.

CONSIDERACIONES FINALES

Aprender Matemática, Haciendo Matemática, es un intento por mejorar la práctica docente tomando en cuenta los hallazgos de algunas investigaciones educativas y considerando algunos aspectos filosóficos y epistemológicos sobre el carácter social del conocimiento.

Aprender Matemática, Haciendo Matemática tiene la intención de aportar un granito de arena en la formación de buenos estudiantes y mejores ciudadanos: más críticos, más reflexivos y más libres.

REFERENCIAS

- BROUSSEAU, G. *Theory of Didactical Situations in Mathematics*. Mathematics Education Library, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- DEWEY, J. *Cómo pensamos: nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*, Paidós, Barcelona, España, 1999.
- ERNEST, Paul. Forms of Knowledge in Mathematics and Mathematics Education: Philisophical and Rhetorical Perspectives, *Educational Studies in Mathematics*, 38, 1999. pp.67-83.
- HEALY, L.; HOYLES, C. *Software Tools for Geometrical Problem Solving: Potentials and Pitfalls*, International Journal of Computers for Mathematical Learning, v.6, n.3, 2001. pp.235-256.
- HOYLES, C.; JONES, K. Proof in Dynamic Geometry Contexts, *Perspectives on the teaching for the 21th Century*, Estudio de ICMI, C. Mammana y V. Villani. 1998. pp.121-128.
- KITCHER, P. *The Nature of Mathematical Knowledge*. Oxford University Press, 1984.
- LEWIN, K. Action-Research and Minority Problems. *Journal of Social Issues*, 2, 1946. pp.34-46.
- THE GEOMETER'S Sketchpad v.4.0, paquete de Geometría Dinámica. Key Curriculum Press, Emeryville, CA, USA, 2003.
- VYGOTSKY, L. S. *Mind is Society, The development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press, 1978.