

Universidad de Ciencias Pedagógicas
“JUAN MARINELLO” MATANZAS, CUBA
XIV Evento Internacional “MATECOMPU’2013”
“La Enseñanza de la Matemática, la Estadística y la Computación”

LA RESOLUCIÓN E INVENCION DE PROBLEMAS EN LA EDUCACIÓN
MATEMÁTICA

SOLVING AND POSING PROBLEMS IN MATHEMATICS EDUCATION

Johan Espinoza González¹. jespinoza@una.cr. Universidad Nacional, Costa Rica.

Resumen

Los Programas de Estudio de Matemática en Costa Rica, proponen la Resolución de Problemas en contextos reales como estrategia metodológica principal y el Planteamiento de Problemas como uno de los cinco procesos matemáticos. Así, este estudio analiza algunos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos matemáticos empleando dicha estrategia y el papel del planteamiento de problemas como actividad complementaria en dicho proceso. Los resultados muestran la importancia del trabajo del profesor como organizador y guía de la clase y del estudiante como responsable de resolver el problema; así como del gran valor educativo que tiene el planteamiento de problemas en el proceso de Resolución de Problemas.

Palabras clave: Resolución de problemas, planteamiento de problemas, Educación Matemática.

Abstract

Mathematics Study Programs in Costa Rica propose Problem Solving in real contexts as main methodological strategy and Problem posing as one of the five mathematical processes. Thus, in this study we analyze some elements involved in the teaching and learning of mathematical content using this strategy and the role of problem posing as complementary activity in this process. The results of the study show the importance of the work of the teacher as organizer and guide of the class and the student as responsible for solving the problem; well as the educational value that has the problem posing in the problem solving process.

Keywords: *Problem Solvin, problem posing, Mathematics Education*

¹ Profesor e investigador de la Universidad Nacional de Costa Rica en temas relacionados con la resolución e invención de problemas y el talento matemático.

INTRODUCCIÓN

En Costa Rica, al igual que en otros países, existe la necesidad de fortalecer la formación matemática de las nuevas generaciones. Los procesos de enseñanza y de aprendizaje juegan un papel fundamental en este reto, donde no sólo se pretende lograr la obtención de contenidos teóricos, sino también, fomentar destrezas, habilidades y recursos mentales, que son indispensables para hacerle frente a las exigencias de la sociedad presente y futura (Espinoza, Espinoza, González, Zumbado y Ramírez; 2008).

Esta visión de la enseñanza de las Matemáticas se contempla en el Programa de estudio de Matemática vigente del Ministerio de Educación Pública (MEP), el cual afirman que:

Los conocimientos matemáticos son la base de estos programas. No obstante se adopta un enfoque basado no solamente en contenidos matemáticos. Lo que se pretende es el desarrollo de mayores capacidades del ciudadano para enfrentarse a los retos del mundo del que forma parte (MEP, 2012, p.14).

Para ello, el MEP se ha propuestos reformular la enseñanza de la Matemática a nivel preuniversitario, al proponer la Resolución de Problemas en contextos reales como estrategia metodológica principal y el Planteamiento de Problemas como uno de los cinco procesos matemáticos centrales de esta actividad (MEP, 2012).

Esto porque en nuestro país la enseñanza y aprendizaje de esta disciplina se ha caracterizado, en general, por el uso de estrategias metodológicas de corte magistral o tradicional, donde el docente inicia la clase explicando los contenidos a enseñar, luego resuelve algunos ejercicios y por último propone una lista ejemplos similares para que sean resueltos por los estudiantes (Espinoza et al., 2008).

Esto ha provocado que se ponga mucho énfasis en el trabajo de ejercicios rutinarios a los cuales los estudiantes dan solución mecánica, debido al énfasis que los profesores han dado a los procedimientos, sin dar oportunidad para que el alumno reflexione sobre su aprendizaje (Gamboa, 2007).

La situación es similar, o inclusive más crítica, en cuanto a las actividades de Planteamiento o Invención como actividad de clase, ya que su empleo es prácticamente nulo (Espinoza, 2011).

Esto quizás se deba a que los docentes les resulte difícil de aplicarlas o porque ellos mismos no poseen las competencias necesarias para hacerlo (Leung y Silver, 1997).

A pesar de esto, algunos investigadores y educadores en Educación Matemática (Polya, 1961; Kilpatrick, 1987; Silver, 1994) y reportes curriculares como los “Estándares sobre el currículo y evaluación para las matemáticas escolares” (NCTM 1991, 2000), destacan el gran valor educativo que tiene la Resolución e Invención de Problemas dentro de la experiencia matemática de los estudiantes, ya que corresponden a estrategias metodológicas diferentes a la tradicional, que buscan un equilibrio entre distintos niveles de complejidad de los ejercicios matemáticos, con el propósito de fortalecer y trabajar aquellos que se escapan de lo rutinario (Espinoza, Espinoza y Chaves, 2009).

Además, mediante estas actividades, los docentes podrían abordar distintas dimensiones en la Educación Matemática, al integrar objetivos interdisciplinarios dentro de esta misma área. Por ejemplo, se podrían integrar los conceptos de la geometría, el álgebra y/o las funciones; así como multidisciplinarios, como las Matemáticas, Ciencias e Historia (Fonseca & Alfaro, 2010).

Por tanto, en este estudio se presentan algunos elementos que intervienen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos empleando la Resolución de Problemas como estrategia metodológica, entre ellos, el papel del estudiante, el rol del profesor, la importancia del saber (conocimiento) y la organización de la clase. Para ello se tomará como ejemplo algunas experiencias realizadas por el autor en aplicar este tipo de estrategias en clase. De igual forma, se analiza el papel central que juega la Invención o Planteamiento de problemas como rol complementario en los procesos de resolución de problemas, así como las bondades reconocidas de emplear este tipo de actividades en clases de matemáticas.

A continuación se presentan algunas ideas relacionadas con la Resolución de problemas como estrategia metodológica y el planteamiento de problemas como un proceso inmerso en este.

LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA METODOLÓGICA

La resolución de problemas matemáticos se ha convertido, desde hace algunas décadas, en una importante contribución a la Educación Matemática. Puede considerarse como pionera la obra *How to solve it* de Pólya escrita en 1945, la cual impulso significativamente el estudio de la Resolución de Problemas y la ubicó dentro de los temas a investigar por la comunidad de Educación Matemática. Pero qué se entiende por Problema y Resolución de Problemas matemáticos.

Al respecto Polya (1961), menciona que un problema implica buscar una acción apropiada para lograr un objetivo establecido, pero que el alcanzarlo no se da de manera inmediata. En este mismo sentido, Krulik y Rudnik (1980), consideran que un problema es una situación a la que se enfrenta un individuo o un grupo, que requiere solución, pero que el medio para hallarla no es obvio.

Un problema también es considerada como una situación que hace pensar al estudiante (Mancera, 2000) y que el profesor propone para hacerle adquirir un conocimiento nuevo, lo cual se comprueba cuando el estudiante es capaz de ponerlo en acción, por él mismo, en cualquier contexto de enseñanza y en ausencia de cualquier indicación intencional, denominada situación a-didáctica (Brousseau; 1986).

En cuanto a la resolución de problemas, existen concepciones erróneas sobre lo que significa resolver un problema. La mayor parte de las veces el alumno piensa que resolver un problema es equivalente a resolver ejercicios ya discutidos en clase, empleando los algoritmos y explicaciones brindadas por el profesor.

Sin embargo, la Resolución de Problemas implica otro tipo de actividad mental de mayor exigencia, que debe estar orientada hacia una mayor participación del alumno en la búsqueda de la solución (Espinoza, et al., 2008). Así, es considerada como una forma de pensar, donde el estudiante desarrolle y utilice diversas habilidades y estrategias en su aprendizaje de las Matemáticas (Santos, 2007).

También se concibe como el empleo de problemas o proyectos difíciles, por medio de los cuales los alumnos aprenden a pensar matemáticamente (Schoenfeld, 1985). Considerando que el término difícil se refiere a una situación en la que el estudiante desconoce un algoritmo que lo lleve inmediatamente a la solución, por lo cual el éxito depende de los conocimientos y habilidades que éste tenga.

Por último, Stanic y Kilpatrick (1988), plantean el uso de la resolución de problemas como vía para enseñar Matemáticas, la cual puede darse en tres direcciones:

- Como contexto, esto es, se hace uso de los problemas, más que para el aprendizaje de las Matemáticas, para servir a otros objetivos en torno a ella. Por ejemplo como motivación para lograr el aprendizaje de conceptos.
- Como una habilidad que se debe enseñar en el currículo, donde el resolver problemas se ve como una habilidad en sí misma, de modo que se enseñan técnicas de resolución de problemas como un contenido. Se proporcionan listas de problemas como práctica, o entrenamiento, de tal habilidad.

- Como el medio para “hacer matemática”, en la cual los problemas no se ven solamente como práctica, como un fin en sí mismos o simplemente como un adorno en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Matemáticas, sino que constituyen lo medular en el proceso y será lo que va a permitir al estudiante construir sus conocimientos matemáticos.

Para efectos de este trabajo, se considera un problema matemático como una situación que se le propone al estudiante para adquirir un conocimiento matemático nuevo, la cual requiere solución, pero que el método para hallarla no es tan obvia ni inmediata, por lo que hace pensar al estudiante. Así mismo, se adopta la visión de Resolución de Problemas dada por Stanic y Kilpatrick (1988), al considerarla como un medio “para hacer matemática”; tomando parte fundamental en el proceso de enseñanza y permitiendo a los estudiantes construir sus propios conocimientos.

Esta concepción de Problema y Resolución de Problemas es similar a lo planteado en los programas vigentes del MEP, ya que un problema es descrito como una situación que “debe poseer suficiente complejidad para provocar una acción cognitiva no simple. Si se trata de acciones rutinarias no se conceptuarán como problemas...en el caso que el individuo pueda identificar inmediatamente las acciones necesarias se trata de una tarea rutinaria” (MEP, 2012, p29).

En relación con la Resolución de Problemas, se considera como un conjunto de estrategias pedagógicas cuyo fundamento es el planteamiento y resolución de problemas, en la cual se identifican dos propósitos: el aprendizaje de los métodos o estrategias para plantear y resolver problemas y el aprendizaje de los contenidos matemáticos a través de la resolución de problemas (MEP, 2012).

LA INVENCIÓN O PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS

Como se mencionó anteriormente, el Planteamiento o Invención de problemas es considerado como uno de los cinco procesos fundamentales dentro de la propuesta de Resolución de Problemas. De hecho, en varias habilidades específicas o indicaciones puntuales dadas en el Programa de Estudio de Matemática, se menciona el que los estudiantes planteen problemas a partir alguna situación presentada de forma textual o gráfica (ilustración), o a partir de operaciones aritméticas.

Este hecho no es nuevo, ya que la invención de problemas ha sido parte de la resolución de problemas desde hace ya varios años; sin embargo, es hasta en las últimas décadas cuando los investigadores en Educación Matemática prestan atención a la invención de problemas como

una línea de investigación dentro de la resolución de problemas. Al respecto, Castro (2008), identifica la invención de problemas como un campo de indagación dentro de la investigación en resolución de problemas matemáticos, pero ¿en qué consiste este proceso? ¿Cuáles son las interpretaciones que se le ha dado?

El término invención de problemas, se ha empleado para referirse tanto a la generación de nuevos problemas o la reformulación de problemas dados (Silver, 1994; English, 1997; Silver y Cai, 1996). En este sentido, los estudiantes pueden inventar problemas durante la solución de un problema complejo (Silver, Mamona-Down, Leung y Kenny, 1996), realizando cambios al mismo. Así, podrían reformular el problema y personalizarlo (Silver, 1994), disminuyendo el tamaño de los números empleados o estudiar un caso particular de la situación dada, con el objetivo de comprender mejor el problema y así buscar una solución al mismo. Por ejemplo, en el trabajo de Polya (1979), aparece esta componente esencial de la actividad matemática, cuando se cuestiona ¿cómo podemos plantear el problema de manera diferente?, ¿cómo variar el problema descartando parte de la condición?

Sin embargo, la invención de problemas puede ocurrir antes de resolver un problema, cuando lo que se persigue no es la solución sino la creación de un problema a partir de una situación o experiencia (Silver, 1994). Por ejemplo, en la investigación de Espinoza (2011), los estudiantes debían inventar un problema aritmético que consideraran difícil de resolver, a partir de dos situaciones, una de ellas expresada mediante una ilustración y otra con base en una situación expuesta de forma escrita.

Esta actividad también puede suceder después de la solución de un problema, en el cual se modifica el objetivo, meta o condición de un problema ya resuelto con el fin de generar nuevos problemas (Silver, 1994). Este tipo de estrategia está relacionada con la fase “looking Back” de resolución de problemas citada por Polya (1979).

Esta concepción de invención de problemas posterior a la solución de un problema, es utilizada por Brown y Walter (1993) en su estrategia denominada “¿What if not?” la cual consiste en cambiar las condiciones y restricciones de un determinado problema, para así plantear nuevos e interesantes problemas que pueden llevar a resultados relevantes.

Por otra parte, Stoyanova (1998) identifica tres categorías de experiencia de planteamiento de problemas que permiten estudiar el conocimiento y habilidades matemáticas de los estudiantes para generar y resolver problemas matemáticos: situación libre, situación semi-estructurada y situación de planteamiento de problemas estructurada. En la primera situación

los estudiantes plantean problemas sin ninguna restricción, en la segunda y tercer actividad los estudiantes inventan problemas con base en alguna situación, experiencia o información cuantitativa. Lo que cambia en estos dos últimos tipos es el nivel de estructuración de la tarea propuesta.

Así, la invención o planteamiento de problemas es un proceso matemático que tiene lugar, bien, durante la resolución de un problema matemático, luego de resolver un problema o cuando el sujeto se enfrenta ante una situación conocida previamente, para la cual no hay una formulación matemática. Además, los estudiantes pueden inventar problemas a partir de una ilustración que presente o no información numérica, que se resuelvan con base operaciones aritméticas dadas, mediante alguna información presentada de forma textual, modificando la respuesta de un problema o mediante el planteamiento libre de un problema.

Una vez expuestas algunas ideas fundamentales relacionadas con los dos tópicos de interés de este estudio, se presentan algunos elementos que intervienen en los procesos de enseñanza y aprendizaje de contenidos empleando la Resolución de Problemas. Además, se exponen algunas formas en las que se pueden emplear las actividades de Invención de Problemas como rol complementario en este proceso.

ELEMENTOS A CONSIDERAR EN EL EMPLEO DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS COMO ESTRATEGIA DIDÁCTICA

La realización de una propuesta pedagógica basada en la Resolución de Problemas se lleva a cabo mediante varias etapas. El primer trabajo consiste en elaborar un problema matemático que se le presentará al estudiante al inicio de la lección. Esto porque el Programa de Estudio de Matemática del MEP, plantea que el proceso de enseñanza y aprendizaje de un concepto nuevo debe iniciar, siempre y cuando se pueda, presentando al estudiante un problema matemático que debe resolver.

Para ello, se deben estudiar los conceptos matemáticos incluidos en la propuesta, así como el nivel de complejidad que se pretenden alcanzar, según los objetivos planteados en el programa del curso. En esta fase también es necesario realizar una investigación histórica sobre los conceptos a enseñar, con el fin de tener un marco referencial de cómo los matemáticos de la época construyeron dichos conceptos; así como las posibles aplicaciones que el tema tiene en la vida cotidiana.

Como se mencionó anteriormente, el problema que se plantea a los estudiantes debe presentar ciertas características, entre ellas, debe ser una situación inmersa en alguna problemática que

sea de interés para los estudiantes y que su solución no sea tan obvia o inmediata. Además, el problema puede o no tener una pregunta dirigida.

El siguiente es un problema matemático, en el cual se emplearon las fases descritas anteriormente y que corresponde a una propuesta para enseñar Estadística a nivel preuniversitario.

“Para el próximo año, una institución de ayuda social quiere hacer una donación de paquetes de uniformes escolares y ayudas económicas mensuales a estudiantes destacados académicamente que actualmente cursen séptimo nivel de un colegio de la región educativa de Pérez Zeledón y que estén necesitados de este apoyo para solventar algunas carencias que pueden afectar directa o indirectamente su desempeño académico.

Las autoridades del liceo Jerusalén-Aeropuerto consideran que dicha institución cumple con las características necesarias para ser tomado en cuenta en la asignación de estos recursos. Las razones expuestas por las autoridades, se fundamentan en las limitaciones que tiene el liceo para apoyar a los jóvenes de escasos recursos, los cuales constituyen una mayoría dentro de la población estudiantil.

Para ser tomado en cuenta y recibir la donación, se requiere llevar a cabo una caracterización de la situación socioeconómica y del rendimiento académico de los estudiantes de séptimo del Liceo Jerusalén-Aeropuerto. Es necesario elaborar un documento, lo más detallado posible, con esta información, de manera que la institución de ayuda social pueda estudiar el caso y valorar si se cumplen las condiciones para brindar la ayuda al colegio.

Las autoridades del liceo Jerusalén-Aeropuerto consideran que los estudiantes de la sección 8-1 presentan las características idóneas para llevar a cabo este trabajo, ya que es un grupo que se ha destacado por el orden que mantienen en el aula y por realizar de forma exitosa los trabajos asignados por los docentes. Además, poseen el mejor rendimiento académico en la asignatura de matemática.” (Espinoza, et al., 2008, p147)

Para la elaboración de este problema, se construyeron diferentes situaciones problemáticas que formaran parte del contexto de los estudiantes y que para su solución fuera necesario recolectar información estadística y generar un análisis congruente con los objetivos de aprendizaje previamente establecidos. Al final se escogió aquella situación didáctica que se

considerara reunía las condiciones idóneas para lograr las metas propuestas (Espinoza, et al., 2009).

Una vez elaborado el problema matemático o situación didáctica (Brousseau, 1986), se pasa a la siguiente etapa de “organización de la clase”, la cual busca una participación activa de los estudiantes y una construcción unida de los aprendizajes que fomenten la competencia matemática (MEP, 2012).

En este sentido, la propuesta del MEP propone dos etapas que se pueden distinguir de acuerdo con los propósitos de la enseñanza y aprendizaje. La primera consisten en el aprendizaje de nuevos conocimientos y la segunda ocurre una vez realizada la primera y su fin es ampliar y reforzar el papel de los aprendizajes realizados.

En la primera etapa se propone seguir cuatro fases o momentos centrales. El primer momento consiste en la propuesta de un problema, en la cual se coloca como un punto de partida un problema, un desafío inicial o una actividad para provocar la indagación. Este problema tiene que ser atractivo para el estudiante, con un enunciado entendible y tener un nivel de dificultad adecuado para para que su solución no sea tan obvia o inmediata. Esta fase ya fue abordada anteriormente

En la segunda fase se da el trabajo estudiantil independiente, ya sea en parejas o en subgrupos. En este momento no hay una intervención directa por parte del docente, sino que los estudiantes se enfrentan al problema por sí mismos. Además, los estudiantes se apropian del problema, formulan estrategias, hipótesis y procedimientos y por último resuelven el problema.

En la propuesta pedagógica para la enseñanza de la Estadística ya presentada, se observó el trabajo del estudiante durante esta fase. Por ejemplo, para comprender el problema, los estudiantes se organizaron en subgrupos de dos o tres alumnos y discutieron entre ellos la redacción del problema. Al inicio se presentó resistencia por parte de varios estudiantes para realizar el trabajo, debido a que no comprendían la razón por la que se les cambiaba la estrategia tradicional de enseñanza. El docente debió intervenir para lograr un consenso con respecto a la importancia de la actividad que se iba a desplegar. Una vez asimilado el problema, la discusión se orientó a establecer estrategias de solución. Después de analizar la situación, llegaron a la conclusión que requerían de diferentes datos para poder llevar a cabo el trabajo encomendado (Espinoza et al., 2009)

La discusión interactiva y comunicativa ocurre en la tercera fase. En este momento y con la ayuda del docente, se permiten espacios para valorar y comparar los resultados, soluciones o

elaboraciones aportadas, tomando un papel protagónico la argumentación y comunicación. Siguiendo con el ejemplo anterior, una vez que los estudiantes resolvieron el problema, tuvieron la oportunidad de presentar al resto del grupo la estrategia que emplearon para resolverlo, argumentando y justificando la escogencia del mismo. Esta fase fue muy interesante porque estudiantes que normalmente no participaban en clase lo hicieron con fluidez (Espinoza et al, 2008).

Por último, en la cuarta fase denominada clausura o cierre se concluye pedagógicamente el tema o los contenidos trabajados, estableciendo un vínculo con el saber matemático construido por la comunidad profesional en matemática.

En la experiencia sobre la enseñanza de la Estadística ocurrió cuando el docente desarrolló los conceptos que pusieron en práctica los estudiantes durante el desarrollo de la propuesta. Así mismo, el profesor realizó una sesión donde se definió teóricamente dichos conceptos y la contraste con la empleada intuitivamente por los estudiantes. También se discutió sobre conceptos tales como población, muestra y unidad estadística, tipos de variables (cuantitativa o cualitativa), medidas de resumen (moda, media, mediana), construcción de cuadros y gráficos, entre otros (Espinoza et al, 2009).

Este mismo estudio se concluye que los estudiantes tuvieron gran protagonismo en esta fase, ya que relacionaron la materia que el profesor desarrollaba con la experiencia vivida al momento de enfrentar las diferentes etapas para resolver el problema. Además, pusieron en práctica estos conocimientos a otros ejercicios que se les planteó.

Otro aspecto importante a tomar en cuenta en este tipo de propuestas es el trabajo de tres elementos que son protagonistas en este proceso: el trabajo del estudiante, el papel del profesor y el saber matemático (contenido a enseñar)

Con respecto al primero, su trabajo no debe basarse solo en aprender definiciones y teoremas para reconocer su aplicación a ciertos ejercicios, sino que debe ser semejante al realizado por el investigador dentro de una comunidad científica (Brousseau, 1986). Así el estudiante es responsable de descubrir los resultados por sí mismo mediante la elaboración de hipótesis y procesos de comprobación y refutación.

Algunas de estas características se observaron en el trabajo de Espinoza y Zumbado (2010), ya que durante la actividad los estudiantes mostraron motivación y persistencia para resolver el problema. Aunque al inicio se notó frustración en los estudiantes porque el problema les pareció difícil y no vieron una solución inmediata, al finalizar manifestaron que cuando lo resolvieron quedaron satisfechos porque el esfuerzo que pusieron valió la pena.

De igual forma en el estudio de Espinoza et al, (2008), se observó que los estudiantes que regularmente mostraban una actitud pasiva durante el proceso de enseñanza tradicional, jugaron un rol importante en su interacción con el resto de compañeros. Esto se ratificó en las manifestaciones hechas por los estudiantes en las entrevistas, donde surgieron frases tales como “con este método uno participa más; además, trabajar en grupos es más bonito, porque todos aportan ideas”, “se comparte más con los compañeros y se puede opinar más”.

En cuanto al docente, su trabajo es guiar al estudiante hacia la aprehensión del conocimiento y conocer el saber a enseñar antes de ser presentado al alumno. Además, debe promover que en su lección los estudiantes conformen algo semejante a una sociedad científica, en donde descubran el conocimiento mediante las situaciones-problemas planteadas con este fin (Chevallard, 1991).

En la propuesta de Espinoza y Zumbado (2010), el docente tuvo que intervenir para motivar a los estudiantes cuando algunos hicieron comentarios como “no sé cómo empezar”. Además, producto de las respuestas a las preguntas de los estudiantes, promovió la discusión de estrategias en cada uno de los subgrupos sin decir directamente alguna de ellas.

Por último, el saber matemático es el conocimiento que ha sido presentado por la comunidad científico-matemática, el cual sufre una serie de cambios didácticos que lo convierten en un saber a enseñar (Brousseau, 1986).

EL PLANTEAMIENTO DE PROBLEMAS COMO ROL COMPLEMENTARIO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS.

Como se mencionó anteriormente, en la propuesta del MEP para la enseñanza de la Matemática se distinguen dos etapas. La primera, que fue descrita en el apartado anterior, está relacionada con el aprendizaje de nuevos conocimientos, mientras que la segunda ocurre una vez realizada la primera y su objetivo es reforzar y ampliar el papel de los aprendizajes obtenidos en la primera.

Consideramos que en esta segunda fase, los estudiantes pueden resolver tareas de planteamiento de problemas como complemento del trabajo realizado en la primera etapa. Por ejemplo, en el Programa de Estudio de Matemática se propone para el contenido de cálculo y estimaciones, la habilidad específica de “resolver y plantear problemas en los que se utilicen las operaciones suma, resta, multiplicación y división” (MEP, 2012, p. 98). Para ello se dan algunas indicaciones puntuales, como la resolución de problemas, pero también se cita la

siguiente “proponer al estudiante plantear un problema con las siguientes operaciones: $3 \times 1500 = 4500$ ” (MEP, 2012, p. 99).

De igual forma, para el contenido de cuerpos sólidos se propone como habilidad específica el “plantear problemas con base en imágenes de cuerpos sólidos” (MEP, 2012, p. 115) y como indicación puntual se menciona que “es importante que cada estudiante utilice los conocimientos adquiridos en el planteamiento de problemas. Se le debe proporcionar cierta información para que, de forma creativa, proponga algún problema o ejercicio que utilice la información dada” (MEP, 2012, p. 115). Por último menciona que con esto se activa el proceso de Plantear y resolver problemas.

Estos son dos ejemplos de cómo las actividades de planteamiento de problemas juegan un rol complementario dentro de la resolución de problemas, ya que los estudiantes además de resolver problemas, también inventan problemas a partir del problema propuesta u otra situación.

En este sentido, algunos autores mencionan el gran valor que tiene estas actividades dentro de la resolución de problemas. Por ejemplo, Osbon (1963; citado en Castro, 1991), menciona que se podría dividir el problema en subproblemas para facilitar la resolución del mismo; Rossman (1971; citado en Castro, 1991), sugiere en sus dos primeras etapas de resolución de problemas la necesidad reformular el problema para resolverlo y en la fase “looking Back” de resolución de problemas citada por Polya (1979) y el método IDEAL de Bransford y Stein (1986) aparece dicha componente.

De igual forma, las actividades de planteamiento de problemas permite al docente observar la comprensión de los conocimiento matemáticos adquiridos por los estudiantes (Silver, 1994; Pelczer y Gamboa, 2008) y el significado que tienen de ellos (Ayllón, 2012). Esto porque la experiencia de inventar problemas puede promover la participación de los estudiantes en una auténtica actividad matemática, permitiéndoles encontrar muchos problemas, métodos y soluciones, en lugar de una sola; promoviendo la creatividad de los estudiantes.

También se considera que tiene una influencia positiva en el desarrollo de estrategias de los estudiantes para resolver problemas matemáticos (Keil, 1965; Pérez, 1985; Winograd, 1991; citados en Leung y Silver (1997), así como para mejorar la disposición y actitudes hacia la matemática. Por ejemplo en el estudio de Akay y Boz (2008) se observó una atmósfera optimista dentro de la clase que estimuló a los estudiantes a concentrarse más sobre las

actividades de pensamiento crítico, alejándose de algunas conductas negativas y mostrando una mayor disposición a asistir a las lecciones de matemática.

CONCLUSIONES

En primera instancia se reconoce que la Resolución de Problemas es una estrategia metodológica que logra en el estudiante un aprendizaje más significativo de los contenidos matemáticos que mediante la clase tradicional. Además, fomenta el desarrollo de habilidades, destrezas y diversas competencias matemáticas que le serán útiles en su vida cotidiana.

Sin embargo, se considera que la preparación de este tipo de actividades no es tarea fácil, ya que requiere de la búsqueda y análisis de información previa para elaborar el problema matemático, el cual debe tener dos características fundamentales: poseer una intencionalidad didáctica, es decir, que el estudiante aprenda un conocimiento nuevo y que motive a los alumnos a resolverlo.

De igual forma, su trabajo durante el proceso de solución del problema es muy diferente al de una tradicional y no deja de ser sencillo. Esto porque tiene que ser ágil en el manejo de los tiempos, motivar a los estudiantes cuando no encuentran una estrategia para resolver el problema, no contestar preguntas que lleven al estudiante a resolver inmediatamente el mismo y poseer un conocimiento histórico matemático del concepto a enseñar. De igual forma debe prepararse con antelación todas las posibles soluciones del problema.

De esta forma, se coincide con Mancera (2000), al considerar que para implementar exitosamente la resolución de problemas, el docente requiere asimilar una serie de conceptos teóricos, así como adquirir la sensibilización necesaria para poder diseñar situaciones didácticas que le brinden al estudiante la oportunidad de interactuar con el problema, con el saber y con el resto de compañeros en la generación de la solución. De igual forma debe abstenerse de generar situaciones que tiendan a desequilibrar el proceso forzando la solución del problema.

En síntesis, este tipo de metodologías produce que los estudiantes construyan el conocimiento, despertando el interés, la motivación y la responsabilidad por resolver el problema. Además, propicia una mayor participación académica del estudiante, desarrolla habilidades de comprensión, análisis, trabajo en equipo, actitud de diálogo, toma de decisiones y convivencia.

Además, los estudiantes encuentran en esta actividad una forma interesante y diferente a la tradicional de ver los conceptos matemáticos y la manera en que estos son utilizados en la

vida cotidiana y reviven de alguna manera la construcción del saber cómo lo hicieron los matemáticos de la antigüedad.

En relación con el planteamiento de problemas, reconocemos que es una actividad central dentro de la experiencia matemática de los estudiantes y su importancia queda manifiesta en estudios realizados por relevantes investigadores y educadores en matemática y en reportes curriculares como el NCTM, quienes mencionan el gran valor educativo que tiene este tipo de actividades.

Los resultados de los reportes son generalmente muy alentadores incluyendo un efecto positivo sobre el rendimiento de los estudiantes en la resolución de problemas y sus actitudes hacia la matemática. Por esto, consideramos de vital importancia el complementar las actividades de planteamiento de problemas en los procesos de resolución de problemas ya que en este tipo de actividades los estudiantes pueden reconocer mejor las partes de un problema y establecer relaciones. Además, en los problemas generados quedan plasmado el significado que tienen de los conocimientos aprendidos, habilidades matemáticas, creatividad, profundización de los conceptos, patrones, uso de los números y cantidades, etc.

BIBLIOGRAFÍA

- Ayllón, M. (2012). *Invencción-Resolución de problemas por alumnos de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Akay, H. y Boz, N. (2010). The Effect of Problem Posing Oriented Analyses-II Course on the Attitudes toward Mathematics and Mathematics Self-Efficacy of Elementary Prospective Mathematics Teachers. *Australian Journal of Teacher Education*, 35(1), 59-75.
- Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2), 33-115.
- Brown, S. & Walter, M. (1993). *Problem posing*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa*. Memoria de Tercer Ciclo. Departamento de Didáctica de la Matemática. Universidad de Granada.
- Chevallard, Y. (1991). *La transposición didáctica, Del Saber Sabio al Saber Enseñado*. Aique Grupo Editor. Buenos Aires, Argentina.

- Castro, E. (2008). Resolución de problemas. Ideas, tendencias e influencias en España. En R. Luengo, B. Gómez, M. Camacho y L. Blanco (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XII. Actas del Duodécimo Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática* (pp. 113-140). Badajoz: Sociedad Extremeña de Educación Matemática “Ventura Reyes Prósper” y Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática.
- Espinoza, J., Espinoza, J., González, M., Zumbado, M. y Ramírez, C. (2008) La resolución de problemas en la Enseñanza de las matemáticas: una experiencia con la función exponencial, polígonos y estadística. Tesis de Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional, Heredia, Costa Rica.
- Espinoza J. & Zumbado M. (2008). Introducción al cálculo mediante resolución de problemas. *ALME*, 23, p. 621-630.
- Espinoza J., Espinoza J., & Chaves, E. (2009). La enseñanza de la Estadística por medio de la resolución de problemas. *ALME*, 22, p. 683-692.
- Espinoza, J. (2011). *Invencción de problemas aritméticos por estudiantes con talento matemático: Un estudio exploratorio*. Memoria de Tercer Ciclo. Universidad de Granada
- Fonseca, J. & Alfaro, C. (2010). Resolución de problemas como estrategia metodológica en la formación de docentes de matemática: una propuesta. *Cuadernos de investigación y Formación en Educación Matemática*, 6, 175-191.
- Gamboa, R. (2007). Uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 3, 11-44
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? En A. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (pp 123-148). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Krulik, S. & Rudnik, K. (1980). *Problem solving in school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics. Year Book, Reston, Virginia.
- Leung, S. y Silver, E (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24.
- Mancera, E. (2000). *Saber Matemáticas es saber resolver problemas*. Grupo Editorial

- Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (2012). Programa de Estudio Matemática I, II, III ciclo de la *Educación General Básica y Ciclo Diversificado*. MEP. San José, Costa Rica.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston, VA: Autor.
- Polya, G. (1979). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Silver, E. A. (1994). On Mathematical Problem Posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematics Problem Solving*. (NCTM). The National Council of Teachers of Mathematics. Orlando. Estados Unidos.
- Santos, L. (2007). *La resolución de problemas matemáticos. Fundamentos cognitivos*. México: Editorial Trillas.
- Silver, E. y Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 521-539.
- Silver, E., Mamona-Downs, J., Leung, S. y Kenney, P (1996). Posing mathematical problem: An exploratory study. *Journal for research in mathematics education*. 27(3), 293-309.
- Stanic, G. & Kilpatrick, J. (1989). Historical perspectives on problem solving in the mathematics curriculum. *The teaching and assesing of mathematical problem solving* (Charles & Silver, Eds.).pp.1-22. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.