RECM
REVISTA DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

SUBTRAÇÃO NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO: ESTRATÉGIAS DE CÁLCULO

SUBTRACTION IN THE LITERACY CYCLE: CALCULATION STRATEGIES

Gabriela dos Santos Barbosa[1]

Claudia Gomes Araujo[2]

Resumo

Neste artigo, temos como objetivo descrever e analisar as estratégias de cálculo, inclusive de cálculo mental, que antecedem o uso do algoritmo da subtração e que podem servir de base para se pensar o ensino do mesmo. Para tanto, desenvolvemos uma pesquisa qualitativa em que realizamos um estudo de caso com crianças do terceiro ano do ciclo de alfabetização de uma escola pública de Duque de Caxias. Nele propomos e discutimos situações-problema que emergem de um jogo de cartas adaptado chamado *rouba monte da subtração*. Fundamentamo-nos na Teoria dos Campos Conceituais e, entre os principais resultados, destacamos a subtração de dezenas inteiras com apoio na subtração de dígitos, a subtração por meio da decomposição decimal do minuendo, a complementação com base na sequência numérica decrescente e a subtração por meio de pré-algoritmo. Concluímos que o uso de atividades lúdicas que favoreçam o desenvolvimento de estratégias de cálculo pode contribuir para a compreensão de propriedades da adição e da subtração que são subjacentes aos algoritmos destas operações.

Palavras-chave: Subtração. Estruturas Aditivas. Teoria dos Campos Conceituais. Cálculo Mental. Ciclo de Alfabetização.

Abstract

In this article, we aim to describe and analyze the calculation strategies, including mental calculation, that precede the use of the algorithm of subtraction and that can serve as a basis for reflecting about the teaching of this subject. For that, we developed a qualitative research in which we carried out a case study with children of the third year of the literacy cycle of a public school in Duque de Caxias. In it, we proposed and discussed problem situations that emerged from an adaptation of the card game called "steals the subtraction". We focus on Conceptual Field Theory, and among the main results, we highlight the subtraction of whole tens with support in subtraction of digits, subtraction by means of the decimal decomposition of the minuend, complementation based on the decreasing numerical sequence and subtraction by pre-algorithm. We conclude that the use of ludic activities that favor the development of computational strategies can contribute to the understanding of addition and subtraction properties that underlie the algorithms of these operations.

Keywords: Subtraction. Aditive Structures. Conceptual Field Theory. Mental Calculation. Literacy Cycle.

[1] Doutora em Educação Matemática pela PUC-SP, coordenadora da licenciatura em matemática da FEBF e professora do Programa de Pós-Graduação em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas da FEBF.
[2] Mestre em Educação pela UERJ. Professora e formadora da professores da Secretaria Municipal de Educação de Duque de Caxias.

Introdução

Pretendemos neste artigo descrever e analisar as estratégias de cálculo que antecedem o uso do algoritmo da subtração e que podem contribuir para a discussão sobre o ensino do mesmo. Para tanto, optamos por vivenciar com as crianças do terceiro ano do ciclo de alfabetização situações-problema que emergem de um jogo de cartas adaptado, chamado *rouba monte da subtração*. As variações do jogo que apresentamos compõem uma longa intervenção de ensino utilizada numa investigação mais ampla que buscou compreender os procedimentos de resolução de problemas aditivos de 1ª e 2ª extensão, baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Participaram da pesquisa crianças do terceiro ano do ciclo de alfabetização de uma escola da rede municipal de Duque de Caxias.

Nosso interesse por essa investigação surgiu a partir do trabalho em educação matemática, desenvolvido há muitos anos com os alunos do ciclo inicial e com suas professoras nas redes de ensino público dos municípios de Duque de Caxias e do Rio de Janeiro. Frequentemente, os docentes do Ensino Fundamental nos relatavam que muitas crianças tinham dificuldades para resolver problemas. Em nosso trabalho de formação continuada, observamos que os professores do 1º e 2º ciclos têm muitas dúvidas no que se refere ao ensino e à aprendizagem da matemática. Confirmando nossas observações, pesquisas como as de Santana (2010), Justo (2012), Silva (2012) e Etcheverria (2014) destacam a necessidade de formação continuada para os professores que ensinam matemática e, mais especificamente, para o ensino do campo aditivo.

A investigação de Etcheverria (2014) teve como objetivo identificar e compreender, no contexto de um grupo de discussão, as contribuições de um estudo do campo conceitual aditivo nas aprendizagens matemáticas de professoras dos anos iniciais do ensino fundamental. A pesquisa teve abordagem qualitativa e os resultados revelam que, durante o estudo, as professoras ampliaram suas perspectivas sobre a natureza de problemas no campo aditivo, produzindo um equilíbrio na quantidade de problemas elaborados nas categorias composição, transformação e comparação. Já Silva (2012) apresentou uma possível (re) construção de conceitos acerca do campo aditivo por parte de professores inseridos em uma pesquisa sobre o conhecimento profissional docente no âmbito de um processo formativo. A pesquisa de natureza qualitativa foi desenvolvida nos encontros de um programa de formação continuada, que tratou do campo aditivo à luz da Teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud, para professores que atuavam nos anos iniciais da educação básica de São Paulo. Os resultados, obtidos a partir da análise qualitativa de relatórios reflexivos produzidos por esses sujeitos, sinalizam que eles realizaram uma reflexão na e sobre a ação depois de perceberem que as atividades desenvolvidas com suas turmas não estavam de acordo com os pressupostos apresentados no processo formativo. Os sujeitos identificaram, ainda, a necessidade de estimular os alunos a resolverem situações-problema por meio de estratégias próprias.

Nessa mesma direção, Justo (2012) apresenta dois estudos que indicam a importância da formação continuada em matemática para os professores polivalentes. No primeiro, ela apresenta uma investigação do desempenho de crianças na resolução de problemas aditivos e, no segundo, ela realiza uma investigação com professores estudantes de Pedagogia na resolução de problemas aditivos. Ao final, verificou que os erros dos professores e dos alunos não se diferenciam muito, e que muitos professores apresentam dificuldades de compreensão dos conceitos que se prontificam a ensinar.

Voltando-se para a aprendizagem das crianças, Santana (2010) procurou avaliar as contribuições que uma sequência de ensino baseada na classificação proposta pela Teoria dos Campos Conceituais traz para o domínio do campo aditivo por estudantes da 3ª série do Ensino Fundamental. O estudo concluiu que a utilização dessa sequência permite que os conceitos aditivos sejam trabalhados de maneira gradativa com os estudantes, isto é, os conceitos aditivos podem ser ensinados segundo o grau de dificuldade e complexidade. Acreditamos que, nossa pesquisa, assim como esta última, embora não tendo sido realizada diretamente com professores, possa contribuir com argumentos que permitam aprofundar as reflexões sobre o ensino do campo aditivo nos encontros e cursos de formação. Diferentemente de Santana (2010), que fez uma ampla pesquisa sobre a aquisição do campo aditivo, priorizamos nesse estudo as situações que requerem especificamente a subtração. Adição e subtração pertencem ao mesmo campo e estabelece-se uma reversibilidade entre elas, no entanto, o reconhecimento dessa reversibilidade por parte das crianças pode não ocorrer imediatamente. Além disso, sendo operações distintas e possuindo algoritmos distintos, inferimos que mesmo os procedimentos próprios dos estudantes variam para realizar uma e outra operação. Por isso, interessamo-nos por identificar as estratégias que os estudantes utilizam para efetuar subtrações.

Semelhantemente a todas as pesquisas que citamos, bebemos na fonte da chamada "escola francesa de didática da matemática" e encontramos apoio importante na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. O pesquisador estudou as aprendizagens matemáticas com base nas relações estabelecidas pelos problemas, e não se interessou apenas pelas operações que deveriam ser aplicadas ao problema proposto. Assim, ele classificou as questões que envolvem a adição e a subtração dentro do campo aditivo e as de multiplicação e divisão dentro do campo multiplicativo. Na escola, muitas vezes, a adição e a subtração são entendidas como operações opostas: ganhar e juntar correspondendo à adição e perder e tirar, à subtração. Assim como Vergnaud (1986, 1996) consideramos que uma mesma situação do campo aditivo pode ser proposta de diferentes formas que determinarão qual operação deve ser utilizada, se a adição ou a subtração. Além disso, ambas podem ser associadas a situações que envolvem às ações de comparar e medir.

Para cada um dos tipos de problemas, a escolha sobre a operação a ser usada depende do que é pedido no enunciado. A incógnita pode estar em qualquer parte do enunciado. Não precisamos dar importância ao uso de palavras chaves, como, por exemplo, 'ganhar' para operação de adição, 'perder' para subtração, e 'distribuir' para a divisão. As crianças devem analisar os dados do problema para decidir o melhor procedimento a ser usado. Com várias possibilidades de chegar ao valor final, o aluno tem mais autonomia e criatividade. Para resolver os problemas, eles analisam os dados e usam procedimentos próprios. O professor propõe discussões em grupo; o aluno aprende a argumentar para justificar o resultado obtido e mostra quais procedimentos foram utilizados. O percurso do raciocínio é valorizado, seja ele feito com algoritmos ou não, com desenhos ou com outra estratégia.

A Teoria dos Campos Conceituais e o campo aditivo

A Teoria dos Campos Conceituais foi desenvolvida na década de 1970, pelo psicólogo francês Gérard Vergnaud. Tem uma forte herança da teoria de Piaget, relacionando-se também com a teoria Vigotyskyana, quanto à importância atribuída à interação social, à linguagem e à simbolização no progressivo domínio de um campo conceitual pelas crianças. Vergnaud (1986, p. 75), chama de Campo Conceitual "a um conjunto de situações cujo tratamento implica esquemas, conceitos e teoremas em estreita relação, assim como representações linguísticas e simbólicas que podem utilizar-se para simbolizá-los." E, em relação à aquisição do conhecimento, Vergnaud (1996) entende que ela se dá, em geral, quando o estudante, defrontando-se com uma situação nova, usa conhecimentos adquiridos em experiências anteriores, que tem domínio de validade restrito, e tenta adaptá-lo à nova situação.

Para compreendermos essa teoria, é preciso esclarecermos o sentido atribuído ao termo *conceito*, que, para Vergnaud (1996), não pode ser reduzido a uma definição, sobretudo se estivermos interessados em seu ensino e em sua aprendizagem. É por meio das situações a resolver que um conceito adquire sentido para a criança. Frente a uma situação nova, o sujeito adapta seus conhecimentos prévios e desenvolve novas competências, cada vez mais complexas. Segundo Vergnaud (1986), a terna de sustentação de um conceito se apresenta em três conjuntos:
S - As situações que tornam os conceitos significativos (combinação de tarefas).
I - Os invariantes (objetos, propriedades e os conhecimentos contidos nos esquemas).

R - As representações simbólicas que podem ser usadas para pontuar e representar esses invariantes e, portanto, representar as situações e os procedimentos.

Vergnaud (1996) define situação no sentido de tarefa. Em cada campo conceitual, existe uma grande variedade de situações e os conhecimentos das crianças são, então, moldados pelas situações que encontram e progressivamente dominam. As situações é que dão sentido ao conceito. A compreensão de um conceito não surge apenas de um tipo de situação, e uma simples situação sempre abarca mais de um conceito. Como salientam Magina *et al* (2001), não é possível estudar os conceitos matemáticos isoladamente, mas sim como conjuntos de conceitos que se interrelacionam com conjuntos de situações.

Na sequência da terna de sustentação do conceito, temos os invariantes. De acordo com Magina *et al.* (2001, p. 12):

> Os invariantes são componentes cognitivos essenciais dos esquemas. Eles podem ser implícitos ou explícitos. São implícitos quando estão ligados aos esquemas de ação do aluno. Neste caso, embora o aluno não tenha consciência dos invariantes que está utilizando, esses podem ser reconhecidos em termos de objetos e propriedades (do problema) e relacionamentos e procedimentos (feitos pelo aluno). Os invariantes são explícitos quando estão ligados a uma concepção. Nesse caso, eles são expressos por palavras e/ou outras representações simbólicas.

Não há resolução de problemas sem que se coloquem em jogo os invariantes operatórios (que são a parte oculta da conceitualização) e as representações simbólicas que, com as situações, formam a tríade necessária que constitui os conceitos.

O conceito de esquema foi apresentado por Piaget, e posteriormente reforçado por Vergnaud (1996). Esquema é a maneira como a pessoa organiza esses invariantes. Nunes *et al* (2005, p. 46) assinalam que:

> O esquema é uma representação daquilo que é apenas essencial, os detalhes não aparecem. Um esquema de ação é constituído apenas por uma representação da ação em que apenas os aspectos essenciais da ação aparecem: não importam, por exemplo, os objetos sobre os quais a ação foi executada.

Quando pedimos a uma criança de 5 ou 6 anos para resolver o seguinte problema "Fabrício tem 3 bombons e sua mãe lhe deu mais 5. Com quantos bombons ele ficou?", provavelmente ela levantará três dedos de uma mão, cinco de outra e, contando todos os dedos, responderá que Fabrício tem 8 bombons. A criança deu a resposta representando os bombons com os dedos. Ela não precisou ter bombons na frente dela para contar. Ela não considerou os bombons e sim a ação de juntar.

Com esse exemplo, podemos entender que a criança compreendeu, de modo implícito, que deveria juntar. Em ações, ela demonstrou o conhecimento de juntar. Esse é um conhecimento matemático formado a partir da experiência cotidiana, que muitas vezes ainda não foi formalizado pela criança, o que Vergnaud (1990) nomeia *conhecimento-em-ação*. A criança pode resolver os problemas desenhando bolinhas no papel e/ou contando nos dedos. Isso é irrelevante, o importante é a ação e o resultado. Muitas vezes, na escola, resolver os problemas utilizando os dedos é mal visto, porém com essa atitude a criança demonstra claramente que já consegue abstrair, pois sabe que se tivesse contando bombons ou qualquer outro tipo de objeto, o resultado encontrado seria o mesmo.

A tarefa do professor consiste principalmente em ajudar a criança a desenvolver esse conjunto de esquemas e representações. Novos esquemas não podem ser ampliados sem novos invariantes operatórios. A linguagem e os símbolos são importantes nesse processo de acomodação e o professor pode fazer amplo uso deles no seu trabalho de mediador. Quando a criança faz uso do sistema de numeração coordenado com os esquemas-em-ação para resolver os problemas, ela está iniciando um processo de desenvolvimento matemático. Como afirmam Nunes *et al* (2005, p. 48):

> Uma das funções mais significativas da educação matemática é promover a coordenação dos esquemas de ação e de raciocínio que a criança desenvolve fora da sala de aula com as representações que fazem parte da cultura matemática. As aprendizagens matemáticas se baseiam nas relações estabelecidas pelos problemas, e não devem ser pensadas como a descoberta de que operação aplicar ao problema proposto.

Com relação ao campo conceitual das estruturas aditivas, campo que abarca as situações-problema vivenciadas pelos sujeitos de nossa pesquisa, Vergnaud (2011, p. 17), define:

> O campo conceitual das estruturas aditivas fornece numerosos exemplos de situações, nas quais a escolha de uma operação e a dos dados sobre os quais ela se aplica é delicada, exigindo um arranjo específico, uma ajuda significativa do adulto, eventualmente, uma representação simbólica original.

Como mencionamos anteriormente, na escola, muitas vezes, os professores restringem a adição e a subtração às ações de juntar e retirar, respectivamente. No entanto, das palavras de Vergnaud acima, concluímos que os processos de adição e subtração se associam às mesmas situações que dão sentido aos conceitos bem como a invariantes e a representações, não fazendo sentido o ensino isolado de cada operação. A análise das situações para seleção de dados e de estratégias para a sua resolução, por sua vez, em muitos casos, não ocorre espontaneamente e precisa ser favorecida pelo trabalho do professor junto aos estudantes. Fundamentados nestas ideias, Magina *et al* (2001) acrescentam que quanto mais complexo o problema, maior o grau de sofisticação dos esquemas necessários à sua solução e mais intenso deve ser o trabalho do professor para estimular o desenvolvimento de tais esquemas pelos estudantes. Os esquemas têm origem nas ações, inclusive físicas, dos estudantes quando vivenciam as situações e, gradativamente, vão sendo internalizados, tornando-se esquemas mentais. É nessa perspectiva que o cálculo mental pode representar os esquemas mobilizados pelas crianças para resolverem situações-problema que requerem cálculos relacionados às quatro operações fundamentais. Na próxima seção, apresentamos mais detalhadamente nossas considerações e quadro teórico sobre este tema.

O cálculo mental

Ao realizar cálculos mentais, a criança coloca em jogo conhecimentos relativos às propriedades comutativa, associativa e distributiva da adição e da multiplicação e a reversibilidade que existe entre os pares adição/subtração e multiplicação/divisão.

Da contagem ao cálculo mental ou ao algoritmo, a criança pode construir um repertório memorizado que será sua base de apoio para cálculos simples de adição e subtração. O ensino dos procedimentos de cálculo deve ser realizado concomitantemente com a construção desse repertório. A criança que tem um bom repertório de resultados de cálculos simples pode, por exemplo, responder com segurança e rapidez que 30 + 40 = 70, porque já sabe que 3 + 4 = 7.

Na sobrecontagem, pode-se recorrer à propriedade comutativa, quando para somar 5 + 13, por exemplo, a criança guarda o 13 na cabeça, e conta a partir dele, mais 5. Mas o que está em jogo não é exatamente o ensino da comutatividade e sim a criação de uma interação onde as crianças troquem informações a respeito de como contam, para que essas informações sejam socializadas. Por exemplo: Se as crianças, ao terem que resolver a subtração 11 – 5, estão em um nível no qual fazem onze tracinhos e riscam cinco, é importante que o professor realize atividades de descontar (de contar para trás). Para que esses procedimentos sejam colocados em ação é necessário que a criança tenha a capacidade de dizer imediatamente o número anterior e posterior a outro determinado número, que possa continuar a sequência numérica a partir de um determinado número, tanto decrescendo como crescendo, que saiba recitar os quatro números que vêm antes ou depois do número referido, ou ainda que possa dizer quais são os números que estão entre dois números (como, por exemplo: entre o 3 e o 9), e contar quantos números foram ditos. É importante que possa ainda contar de 2 em 2, de 5 em 5, de 10 em 10.

Com esse trabalho, o professor estará preparando terreno para desenvolver procedimentos mentais que permitam que as crianças desenvolvam os procedimentos escritos de cálculo mental. Ao contrário do que muitos pensam, o cálculo mental não exclui o registro e também não precisa estar associado ao cálculo rápido. Ele é um cálculo refletido, que exige da criança o uso das propriedades do nosso sistema de numeração e, por isso mesmo, amplia o seu conhecimento dos números.

Para chegar aos procedimentos escritos, as crianças têm que ser capazes de construir uma representação mental correta da situação e dispor da possibilidade de obter mentalmente determinados resultados. Parra (1996) sugere determinadas metas para um trabalho em cálculo mental:

1. Memorizar cálculos simples: Kamii e Livingston (1995) salientam, através de suas pesquisas, que há somas mais fáceis de memorizar do que outras, como a soma de parcelas pequenas (até 4) e dos dobros. Elas servem de apoio fundamental na organização do repertório.
2. Resolução de cálculos a partir da utilização dos cálculos mais simples: Quando a criança já domina os cálculos mais fáceis de memorizar, eles servem de apoio para outros diversos cálculos. Por exemplo: ele pode tratar cálculos mais complexos, como 7+8, de diferentes maneiras que estamos analisando.
   (7+7) +1 - reagrupamento em torno do dobro.
   (7+3) +5 - reagrupamento em torno de 10.
   (8+2) +6 - reagrupamento em torno de 10.
   (5+5) +2 +3 - reagrupamento em torno de 5.

A utilização de cálculos mais simples para resolver outros mais complexos se vincula de maneira imediata ao trabalho que se faz em relação à extensão da série numérica, à compreensão das regularidades de seu funcionamento, à interpretação e à codificação escrita. Parra (1996, p. 216) sugere uma organização de ensino que vincule o cálculo pensado com o cálculo automatizado:

> (...) um trabalho de memorização de repertórios e regras, à medida que é construído, e um trabalho coletivo, lento e detalhado, de aprendizagem do cálculo mental pensado, que se apoia na comparação de diversos procedimentos utilizados por diferentes crianças para tratar o mesmo problema.

Além disso, um trabalho efetivo com o cálculo mental faz com que a criança desenvolva cada vez mais o conceito de número. E um dos meios para desenvolver o conceito de número é tornar o cálculo mental uma prática escolar. O que constatamos, ao contrário, é que o algoritmo continua protagonizando o ensino da matemática e que os problemas são apenas pretextos para ensiná-los.

O termo algoritmo diz respeito às regras e técnicas operatórias convencionais, onde se constrói um único caminho para chegar à resposta. Essas técnicas são apresentadas muito cedo às crianças, sem lhes dar tempo para pensar em outros caminhos para resolver os problemas. Sobre este fato, Kamii e Livingston (1995, p. 55), apresentam ainda os efeitos nocivos do ensino precoce dos algoritmos.

> 1 Os algoritmos forçam o aluno a desistir de seu raciocínio numérico.
> 2 Eles "desensinam" o valor posicional e obstruem o desenvolvimento do senso numérico.
> 3 Tornam a criança dependente do arranjo espacial dos dígitos (ou de lápis ou papel) e de outras pessoas.

O professor pode ensinar algoritmos para as crianças, pode lhes explicar todas as regras, mas nada garante que ela faça conexões e estabeleça relações mentais imprescindíveis para compreender o que está fazendo. Se essas conexões não forem feitas, pode-se afirmar que não houve conhecimento lógico-matemático. Um fato importante sobre o conhecimento lógico-matemático é que ele não é arbitrário ou inato. Ele pode – e deve – ser desenvolvido na escola por meio de estímulos dados às crianças para resolver problemas utilizando cálculo mental. Ressaltamos que o cálculo mental facilita uma construção progressiva dos algoritmos, tanto que uma das estratégias de cálculo mental que podem ser utilizadas é o pré-algoritmo, que Kamii e Rabioglio (2012, p. 93) denominam como um procedimento intermediário entre o cálculo mental e o algoritmo e comentam:

> Podemos chamar essas formas de resolução de algoritmos intermediários, na medida em que trazem em seu bojo a reflexão sobre a soma de dígitos e soma de dezenas inteiras, que facilitarão a assimilação dos algoritmos convencionais. Para tanto, esse vai e vem de informações é fundamental. Ou seja, ao mesmo tempo em que o cálculo mental é uma via de acesso ao algoritmo, é também sua ferramenta de controle.

Não temos o objetivo de negar o ensino do algoritmo na escola, e sim ressaltar que ele deve acontecer quando a criança já tiver desenvolvido o conceito de número, tiver a compreensão do número, por meio de outros procedimentos de cálculo. Assim, pretendemos descrever e analisar as estratégias de cálculo que antecedem o uso do algoritmo da subtração e que podem basear o pensamento sobre o ensino do mesmo.

O método

Para contemplar nosso objetivo, optamos por um estudo de caso (GIL, 2008) em que discutimos com as crianças do terceiro ano do ciclo de alfabetização situações-problema que emergem de um jogo de cartas adaptado chamado *rouba monte da subtração*. O jogo como situação-problema pode ser um excelente recurso para incentivar a criança a construir um repertório de cálculo memorizado e oportunizar, ao mesmo tempo boas situações de cálculo pensado. Macedo (2000, p. 8) comenta que,

> Compreender melhor, fazer melhores antecipações, ser mais rápido, cometer menos erros ou errar por último, coordenar situações, ter condutas estratégicas etc, são chaves para o sucesso. Para ganhar é preciso ser habilidoso, estar

> atento, concentrado, ter boa memória, saber abstrair e relacionar as jogadas todo o tempo.

O uso do jogo permite que haja mais trabalho mental em aula, que o professor possa acompanhar o processo de pensamento das crianças para resolver determinada situação e, ao mesmo tempo, fazer intervenções para que as crianças alcancem um nível maior de conhecimento matemático.

Para jogar o *rouba monte da subtração*, cada grupo de quatro crianças dispõe de um baralho. Na sua vez de jogar, a criança retira do monte duas cartas sem ver previamente seus conteúdos. Ao vê-los, a criança deve subtrair o menor do maior. Ganha a rodada e recolhe para si as cartas dos demais jogadores a criança que tiver obtido o maior resultado. Ao final de 10 rodadas, ganha a partida a criança que tiver acumulado o maior número de cartas ao longo das rodadas. Em nossa experiência, o rouba monte da subtração provou ser um jogo bastante atrativo para crianças de nove anos, além de oportunizar várias intervenções por parte da pesquisadora com o objetivo de mobilizar os esquemas mentais dos alunos e fazer com que registrem seus procedimentos.

Realizamos três versões do jogo em uma intervenção de três encontros de 40 minutos. Na primeira utilizamos apenas o baralho de dezenas redondas. Na segunda utilizamos dois baralhos, um de dezenas redondas e um de dígitos. E na terceira utilizamos um baralho com cartas numeradas de 1 a 100. Cabe mencionar que chamamos de dezenas redondas os números 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 e 100. E dígitos correspondem aos algarismos indo arábicos que são usados no sistema de numeração decimal.

Ao longo deste texto, a pesquisadora que realizou a intervenção é identificada pela letra C e cada criança (sujeito da pesquisa), que pertencia ao grupo que acompanhamos durante o jogo, é citada pela primeira sílaba de seu nome: LA, VI, PE e CA. Em cada versão do jogo, as crianças apresentaram estratégias e procedimentos de cálculo diversificados e foi possível estabelecer vários diálogos com elas. As estratégias e procedimentos eram registrados num diário de bordo. Os diálogos eram gravados e, posteriormente, transcritos. Estes materiais eram levados para as reuniões semanais do Grupo de Estudo, Pesquisa e Aprendizagem em Educação Matemática (GEPAEM), grupo de pesquisa sediado na Universidade do Estado do Rio de Janeiro, e discutido com seus intergrantes à luz das ideias de Vergnaud, Parra, Kamii, que apresentamos anteriormente.

Descrição e análise dos resultados

Como mencionamos, cada encontro se caracterizou pelo uso de um tipo de baralho ou combinação de dois deles. Por isso, apresentamos nossa análise de acordo com os baralhos utilizados, ou seja, por encontro.

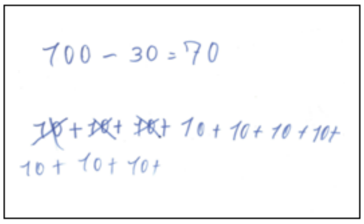
Baralho de dezenas

Aqui tratamos dos dados obtidos quando o rouba monte da subtração foi jogado com o baralho de dezenas. Numa situação do jogo, apareceu a carta 100 para fazer a subtração, dificultando as ações de cálculo. LA resolveu a questão fazendo a decomposição do 100. A interlocução a seguir evidencia uma dificuldade maior da criança para pensar a subtração. Ao tirar a conta 100-30, LA ficou pensativa e intervimos:

> **C**: Posso tirar 30 de 100?
> **Crianças**: Pode!
> **C**: Como?
> **Crianças**: Não respondem.
> **C**: Se pensarmos no 100, quantos grupos de 10 cabem no 100?
> **CA**: 100.
> **C**: Vamos ver. CA, vai colocando 10 no papel e vamos contando. (começa colocar o 10 e todo mundo vai contando)
> **Crianças**: Dez, vinte, trinta, quarenta, cinquenta, sessenta, setenta, oitenta, noventa, cem
> **C**: Vamos contar, quantos grupos de 10 colocamos no papel?
> **Crianças**: Dez.
> **C**: Então podemos dizer que 100, tem quantos grupos de dez?
> **Crianças**: Dez.
> **C**: Precisamos tirar trinta, como vamos fazer?
> **LA e CA**: A gente risca daqui (apontando para os grupos de 10) e riscam 3 números 10 e conta o que sobrou, dá 70.

Na Figura 1, apresentamos o registro de CA:

Figura 1 – Primeiro procedimento de decomposição decimal na subtração



Fonte: Araújo, 2014.

Como podemos perceber, sob influência da nossa intervenção, CA decompôs o subtraendo em dezenas. Dando sequência, buscando outros procedimentos, questionamos:

> **C**: Quem sabe fazer de outro jeito?

Essa pergunta favoreceu outra estratégia. A situação transcrita a seguir sugere a mesma ação mental empregada pelas crianças para subtração entre dígitos e entre dezenas redondas.

C: Agora vamos usar as mesmas cartas do baralho das dezenas, só que agora, ao invés de somarmos, vamos subtrair as cartas e continua ganhando quem tirar o maior resultado.
LA: 70 menos 80.
PE: 70 menos 60.
C: Posso fazer essa conta?
Crianças: Pode!
C: Eu posso tirar 80 de 70?
LA: Não! É 80 menos 70.
C: Por quê?
LA: Tem que ser um número grande pra tirar.
C: Então, 80 é maior que 70, certo? Qual o resultado?
LA: 10
C: E o seu, **PE**?
PE: Dá 10 também, empatamos.
C: Como vocês chegaram tão rápido ao resultado?
PE: É só fazer 8 menos 7. Dá 1, então 80 menos 70, dá 10.

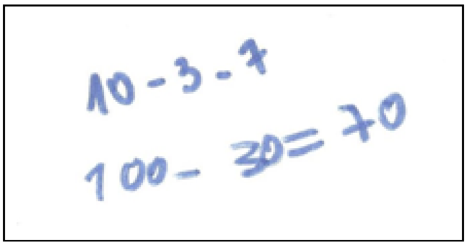
Ao estabelecer discussões deste tipo, o professor deve cuidar para não enfatizar uma preocupação com a ordem dos números na subtração que é válida apenas no domínio dos números naturais, afinal no domínio dos números inteiros relativos, qualquer que seja a ordem dos números, a subtração é possível. Contudo, constatamos nesta discussão que as crianças não tiveram dificuldades em fazer as subtrações porque seguiram a mesma lógica da subtração dos dígitos, 80 – 70 é 10, porque 8 – 7 é 1.

Nesse procedimento de subtração, a criança trata os números que ocupam a ordem da dezena como dígitos, que são subtraídos, e depois acrescentam o zero. Comparando este dado com os dados de atividades anteriores, obtidos principalmente quando as mesmas crianças jogaram o rouba monte da soma, percebemos que, tanto para somar como para subtrair, o procedimento foi o mesmo, não havendo nenhuma dificuldade a mais para a subtração, o que contraria a ideia de Kamii (2002) que considera subtrair um ato antinatural. A fala e o registro de PE ainda reforçam nossa constatação:

PE – Se 10-3, dá 7. 100-30 dá 70, é só tirar o zero.

Na Figura 2 apresentamos o registro de PE:

Figura 2 – Subtração de dezenas inteiras com apoio na subtração de dígitos



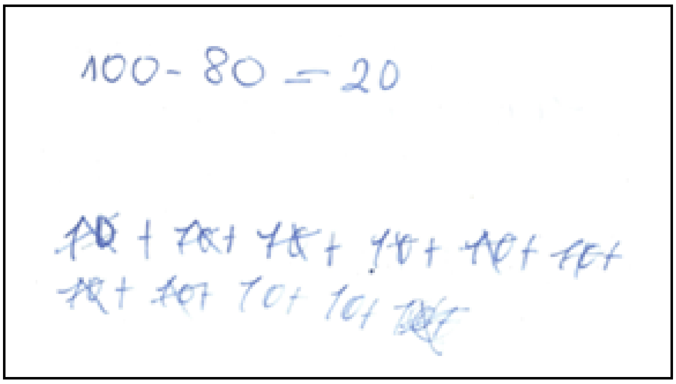
Fonte: Araújo, 2014.

Observamos por meio da estratégia de PE que ele compreende que subtrair 30 de 100 é o mesmo que subtrair, 3 de 10. Para observar se este era o procedimento empregado por todos, propusemos uma nova operação extraída do jogo:

> **C**– Vamos fazer 100 menos 80. Como podemos fazer?
> **LA**- Escrevo 10 grupos de 10, risco 8 "dezes". Dá 20.

Na Figura 3 apresentamos o registro de LA:

Figura 3 – Subtração de dezenas inteiras por decomposição decimal



Fonte: Araújo, 2014.

Neste caso, com base na fala e no registro de LA, inferimos que, embora tenha participado de toda a reflexão sobre o procedimento empregado por PE, ela não o utilizou. Sentindo-se mais segura com a decomposição decimal do 100, isto é, do minuendo.

Procuramos, em seguida, confrontar os dois procedimentos:

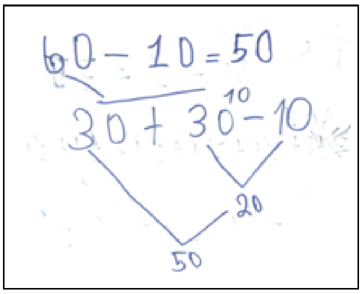
> **C**: E do jeito do PE?
> **CA**: Pode ser 10 – 8, que dá 2. Então 100 – 20 dá 80.

Nas situações retratadas pelas Figuras 2 e 4, as crianças utilizaram a decomposição dos números em grupos de 10. Podemos perceber que essa estratégia de subtração se apoia na adição, uma vez que a decomposição do minuendo é em parcelas. Isto reforça a ideia de Vergnaud (2011) de que um conceito não pode ser ensinado isoladamente, mas sim como conjuntos de conceitos que se interrelacionam com conjuntos de situações, como é o caso do campo aditivo, que abarca a adição e a subtração.

Os dados nos sugerem também que a resolução por meio da decomposição dos números em grupos de 10 teve uma relação direta com a intervenção que fizemos na subtração de dezenas redondas, onde propomos a decomposição do número 100 em grupos de 10. CA começou a compreender o procedimento de PE e foi utilizá-lo somente para fazer 100 – 80, mas fez mentalmente, sem registro. Inferimos que a mudança de estratégia que CA fez se deu por conta da socialização dos procedimentos. Parra (1996, p. 210) acredita que a socialização dos procedimentos é fundamental para a aprendizagem e declara: "Outra ferramenta fundamental de que dispõe o professor é organizar os intercâmbios e as discussões entre os alunos, assim como garantir a difusão das 'descobertas' dos alunos entre todos eles."

Vemos novamente por meio da Figura 4, que apresenta o registro de PE para efetuar 60 – 10, a interrelação da subtração com a adição, pois o aluno decompõe o 60 em dois grupos de 30, tirando 10 de um dos 30, porque acha mais fácil saber de cabeça 3 - 1, e soma este resultado acrescido de zero à direita com o 30 que havia sobrado.

Figura 4 – Decomposição em dezenas inteiras diferentes de 10



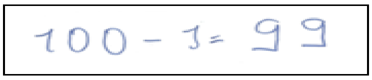
Fonte: Araújo, 2014.

Confirmando as ideias de Kamii (2002) e Verganaud (1986, 1996), as crianças constroem a subtração depois da adição e a partir dela.

Misturando o baralho de dígitos com o baralho de dezenas

Em outra modalidade do jogo misturamos o baralho de dígitos e o de dezenas redondas. A arrumação do jogo foram duas pilhas, uma com dezenas redondas e a outra com dígitos. Cada jogador deveria retirar uma carta de cada pilha e efetuar a subtração. Ao retirar cartas com os números 1 e 100, CA produziu o registro apresentado na Figura 5:

Figura 5 – Subtraindo 1 de 100



Fonte: Araújo, 2014.

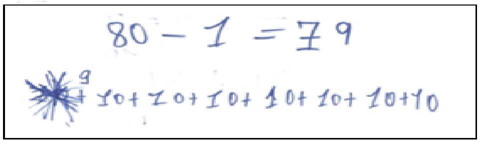
E comentou:

CA: 100-1, dá 1, ando pra trás, dá 99.

Como podemos verificar na Figura 5, CA percebeu que subtrair 1, nada mais é do que buscar o antecessor do número, no caso o antecessor de 100 é 99. Trata-se da complementação com base na sequência numérica decrescente.

Na situação a seguir, representada pela Figura 6, LA demonstra que não se apropriou da estratégia de CA e, para tirar 1, decompôs 80 em 8 grupos de 10.

Figura 6 – Outro procedimento de subtração por decomposição decimal

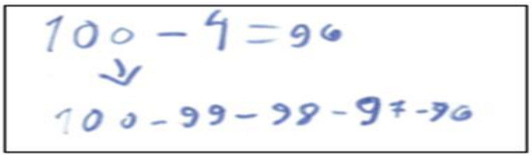


Fonte: Araújo, 2014.

A criança não percebeu que era só buscar o antecessor do número 80 e o decompôs em 8 grupos de 10, tirando 1 de um dos "dez" e somando o que sobrou. Esse procedimento utilizado foi muito mais longo e pouco prático. O grupo percebeu e disse: "lembra, é só andar pra trás!, 80, 79...."

Outras situações foram surgindo, como quando CA novamente utiliza o decréscimo como estratégia e faz o registro apresentado na Figura 7.

Figura 7 – Subtração de 4 unidades por meio da sequência numérica decrescente



Fonte: Araújo, 2014.

A aluna CA, como mostra a Figura 7, registra o número 100 e faz a sequência numérica decrescente. Essa estratégia aparentemente é simples, mas requer duas ações: Fazer a sequência numérica decrescente e ao mesmo tempo controlar a quantidade de números que vão entrar na sequência numérica. Assim, fica evidente que, como Vergnaud (1996) bem sinalizou, há implícita na ação das crianças uma gama de conhecimentos matemáticos, os chamados conhecimentos-em-ação. É função do professor (e foi uma preocupação nossa) criar condições para que estes conhecimentos se tornem explícitos, isto é, sigam um caminho de generalizações a fim de serem utilizados em novas situações e contextos.

Baralho com cartas numeradas de 1 a 100

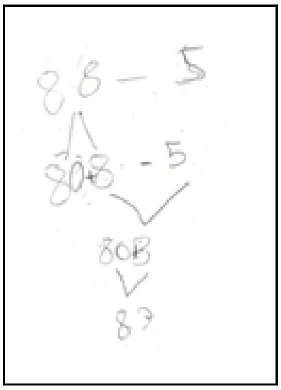
Nessa variante do jogo *rouba monte* utilizamos o baralho com cartas numeradas de 1 a 100 e tivemos como objetivo o avanço das crianças na subtração e a utilização de outras estratégias que não fossem a decomposição em grupos de 10. A transcrição seguinte relata uma situação em que as crianças decompuseram os números em dezenas e unidades, mesmo sem nomeá-las.

LA: 99- 46.
CA: 88-5.
C: Como vocês podem fazer essas contas? (Cada um registra o seu cálculo e fala)

> **CA**: Separo 88 em 80 e 8 e tiro 5 do 8, fica 3, 80+3 dá 83.

A seguir, apresentamos na Figura 8, o registro de CA:

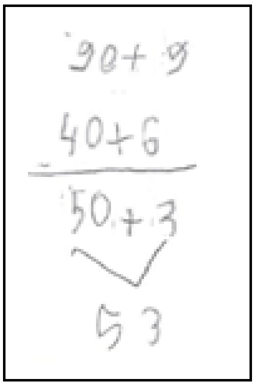
Figura 8 – Primeiro pré-algoritmo da subtração



Fonte: Araújo, 2014.

Suspeitamos ainda, pelo registro de LA, apresentado na Figura 9, que ela utilizou o mesmo procedimento de CA, fazendo apenas um arranjo diferente.

Figura 9 – Segundo pré-algoritmo da subtração



Fonte: Araújo, 2014.

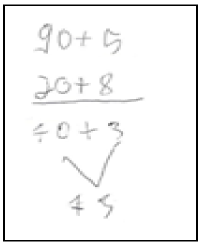
Questionada sobre seu procedimento, LA confirmou nossas suspeitas afirmando:

> **LA:** Separo o 99 em 90 e 9, o 46 em 40 e 6. Tiro 40 do 90, dá 50. Tiro 6 do 9, dá 3, 50 mais 3 dá 53.

Como já mencionamos, nos procedimentos representados nas Figuras 8 e 9, as crianças decompuseram os números em dezenas e unidades, subtraíram as unidades, depois as dezenas e somaram os restos destas subtrações. Como já indicamos anteriormente ao citarmos Kamii e Rabioglio (2012), isto caracteriza a utilização de pré-algoritmos, mas desta vez, para efetuar subtrações.

Durante a jogada apareceram outras situações em que LA pode empregar novamente o pré-algoritmo. Ela tirou as cartas 95 e 28 e utilizou a mesma estratégia que havia utilizado anteriormente. A Figura 10 representa o esquema que a criança fez enquanto afirmava: *"95, separo em 90 e 5, 28, em 20 e 8, 90 – 20 dá 70, 8 – 5 dá 3."*

Figura 10 – Terceiro pré-algoritmo da subtração



Fonte: Araújo, 2014.

C: Você tirou o 20 do 90, certo? Agora você vai tirar o 8 do 5?
LA: Ih, mas não dá.
C: E agora o que podemos fazer?

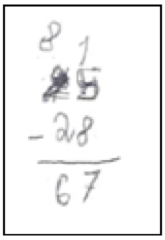
A criança usou o mesmo procedimento, mas agora o contexto muda um pouco, não podendo subtrair 8 de 5, nos fazendo concordar com Parra (1996, p. 210) que declara: "É preciso aceitar também que, para situações aparentemente análogas, algumas crianças dão a impressão de retroceder. A aprendizagem está cheia de dúvidas, de retrocessos, de aparentes paralisações até que as aquisições se estabilizem."

A partir da impossibilidade de resolver a conta por meio dessa estratégia, o aluno PE sugere a LA que faça um algoritmo.

PE: Faz a conta!
C: Qual conta?
PE: Tiro 1 do 9, fica 8, coloco no 5, fica 15, 15 – 8 dá 7, 8 – 2, dá 6. Fica 67.

Na Figura 11 apresentamos o esquema que o aluno fez:

Figura 11 – Primeiro algoritmo da subtração



Fonte: Araújo, 2014.

C: Entenderam?
CA: Eu não!

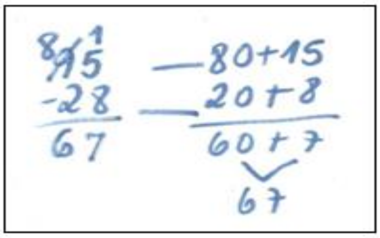
O aluno PE faz o algoritmo da subtração, mas a aluna CA não compreende a explicação, então intervimos:

C: Vamos lá! PE, quando você disse que tirou 1 de 9, o 9 representa que número?
PE: 90

C: Sim, e você tirou quanto de 90? Esse 1 é o que?
PE: 10!
C: Ok, então você tirou 10 de 90, certo?
PE – Isso! Ficou 80 e mandei o 10 pro 5 que ficou 15. 15 tira 8, fica 7. 8 menos 2 fica 6.
C: O 8 e o 6, na verdade valem...
PE: 80 e 60, 80 – 60 dá 20, mas eu coloco o 2 e fica 67.
C: Vamos registrar no papel, o esquema para todos entenderem. Quando tiramos 1 para mandarmos pro 5, estamos na verdade tirando 10 do 90 e juntando o 10 com o 5, então estamos decompondo o 95 em 80 + 15, certo? Agora decompomos 28 em 20 e 8. Subtraímos 8 de 15, que dá...
Crianças: 7.
C: Subtraímos 20 de 80 que dá...
Crianças: 60.
C: E agora?
Crianças: Somamos 60 com 7, dá 67.

A Figura 12 representa o esquema que foi feito para explicar o algoritmo:

Figura 12 – Esquema de explicação do algoritmo da subtração

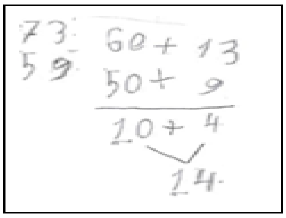


Fonte: Araújo, 2014.

Como podemos ver na Figura 11, PE fez o cálculo por meio do algoritmo e deixou LA confusa, pois, no algoritmo, os números são vistos isoladamente, independentemente de seus valores posicionais. Devido a essa questão optamos por explicá-lo através da decomposição, como mostra a Figura 12, para que as crianças pudessem entender melhor.

Outras situações surgiram e as crianças puderam experimentar esse procedimento mais de uma vez, como mostramos a seguir o procedimento de CA, representado pela Figura 13:

Figura 13 – Mais um pré-algoritmo de subtração



Fonte: Araújo, 2014.

Como mostra a Figura 13, CA decompôs o número 73 em 60+13 e 59 em 50 + 9, subtraindo 9 de 13 e 50 de 60, oferecendo indícios de que compreendeu a estratégia do pré-algoritmo.

Vale ressaltar que as crianças não usaram esse procedimento nas atividades decorrentes, o que nos permite concordar com Vergnaud (2011), que um novo conceito ou competência é adquirido a longo prazo, sendo necessário proporcionar às crianças a vivência de novas situações desta mesma classe.

Considerações finais

Realizamos em 2014 um estudo amplo que investigou aspectos relativos aos procedimentos de resolução de problemas aditivos de 1ª e 2ª extensão, baseada na Teoria dos Campos Conceituais de Gérard Vergnaud. Participaram da pesquisa crianças do terceiro ano do ciclo de alfabetização de uma escola da rede municipal de Duque de Caxias, RJ. Nosso objetivo neste artigo foi apresentar e analisar as estratégias empregadas por um grupo de quatro dessas crianças em situações associadas especificamente à subtração, que junto com outros conceitos e situações compõem o campo aditivo.

Nas atividades que compuseram a intervenção, observamos que o uso do jogo *rouba monte* como meio para desenvolver a compreensão dos problemas aditivos e do cálculo mental, favoreceu o desenvolvimento da construção numérica assim como produziu um efeito motivador e aumentou a confiança das crianças em relação aos seus procedimentos.

As atividades foram realizadas em grupo, havendo uma troca intensa de informações entre as crianças, principalmente nas estratégias de cálculo mental, o que pode ter contribuído para o desenvolvimento do sentido numérico delas. A articulação entre as várias formas de representação foi feita de tal maneira que as crianças iam adquirindo mais confiança para expressar seus procedimentos e estratégias, tornando esse processo mais eficiente.

Durante a intervenção, percebemos ainda uma série de conhecimentos matemáticos na ação das crianças, os conhecimentos-em-ação. Procuramos organizá-los ao final da análise de cada atividade. Nessa organização, constatamos, mais uma vez, que os fenômenos observados, relacionados à construção de conceitos, não se dão de forma linear. Não se trata de estabelecer relações exatas de causa e efeito. Muitos fatores se inter-relacionam durante a construção de conceitos, oportunizando avanços e retrocessos. As mesmas atividades que favorecem a compreensão de certos conceitos podem conduzir a generalizações equivocadas.

Referências

ARAÚJO, C. G. **Vamos jogar?** As contribuições do jogo rouba monte na aprendizagem dos problemas aditivos. 2015. 160f. Dissertação (Mestrado em Educação, Cultura e Comunicação em Periferias Urbanas) – Faculdade de Educação da Baixada Fluminense, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Duque de Caxias, 2015.

ETCHEVERRIA, T. C. **O Ensino das Estruturas Aditivas junto a Professoras dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. 2014. 252 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Universidade Anhanguera de São Paulo, São Paulo, 2014.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

JUSTO, J. C. R. **Resolução de problemas matemáticos aditivos: possibilidades da ação docente**. Tese (Doutorado em Educação), Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul. Porto Alegre: UFRGS, 2009.

KAMII, C.G; LIVINGSTON. S - **Desvendando aritmética**: Implicações da teoria de Piaget, Campinas, SP: Papirus,1995

KAMII, C. **Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget Porto Alegre, RS Artmed, 2002.

KAMII, C.; RABIOGLIO, M. **Os efeitos nocivos do ensino precoce dos algoritmos**. In: MANTOVANI de ASSIS, O. Z. (org.). Jogar e Aprender Matemática. São Paulo: LP Books, 2012. p. 39-47.

MACEDO, L. **Aprender com jogos e situações-problema**. Porto Alegre, RS: Artmed, 2000.

MAGINA, S.; CAMPOS, T; NUNES,T., GITIRANA,V. **Repensando adição e subtração**: Contribuições da Teoria dos Campos Conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES, T.; CAMPOS, T. M. M.; MAGINA, S.; BRYANT, P. **Educação matemática**: **números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA.C,; SAIZ, P. (org). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre, RS: Artes Médicas, 1996. p. 186-235.

SANTANA, E. **Estruturas Aditivas: o suporte didático influencia a aprendizagem do estudante?** 343p. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – São Paulo: PUC/SP, 2010.

SILVA, V. A. **Conhecimento profissional docente sobre o campo conceitual aditivo: uma investigação em um processo formativo**. 2012. 157 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo.

VERGNAUD, G. Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didática das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. **Revista Análise Psicológica**, Lisboa, [S.l.], v. 1, n. 5, p.75-90, 1986.

VERGNAUD, G. A Teoria dos Campos Conceituais. In: BRUN, J (Org.). **Didáctica das matemáticas**. Lisboa: Instituto Piaget, 1996, 280 p., cap. 3, 155-191.

VERGNAUD, G. O longo e o curto prazo na aprendizagem da matemática **Educar em Revista**. Curitiba, n. Especial 1/2011, p. 15-27, 2011.