FUNÇÃO AFIM E QUADRÁTICA: REPRESENTAÇÕES MOBILIZADAS NAS ATIVIDADES PROPOSTAS NO LIVRO DIDÁTICO MATEMÁTICA: CONTEXTO E APLICAÇÕES

Leonel Ricardo Machado Meneses
meneses.leonel@gmail.com (UFS)[1]

Rita de Cássia Pistóia Mariani
rcpmariani@yahoo.com.br (UFSM) [2]

Resumo
Esta pesquisa investiga as representações semióticas mobilizadas nas atividades das funções afim e quadrática propostas no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante (2010). Para tanto, o estudo embasa-se na teoria dos registros de representação semiótica de Duval (2003, 2009, 2011) bem como nos parâmetros e orientações curriculares nacionais publicadas em Brasil (2002, 2012). Com base nos dados coletados e seguindo os princípios da análise de conteúdo de Bardin (2010), conclui-se que a conversão é a transformação semiótica mais adotada nas atividades do livro didático e que ocorre a mobilização em larga escala do registro algébrico, principalmente utilizando-o como registro de partida. Além disso, constata-se que o registro gráfico foi pouco mobilizado nas atividades e que praticamente elas não priorizavam as conversões nos dois sentidos o que, segundo Duval (2003, 2009, 2011), pode prejudicar a aquisição do conceito de função.

Palavras-chave: Registros de Representação Semiótica. Livros Didáticos. Função Afim e Quadrática.

Apresentação

Este trabalho originou-se de uma das etapas que integra uma pesquisa de mestrado[3] realizada com finalidade de investigar as representações semióticas mobilizadas nas atividades propostas no livro didático (LD) *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante (2010), nos cadernos dos alunos do 1º ano do ensino médio do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe e em uma sequência de atividades didáticas que enfatizam funções afim e quadrática, com alunos dessa mesma instituição de ensino.

Contudo, neste texto apresentaremos apenas a análise do livro didático supracitado que tinha como objetivo investigar as representações semióticas

---

[1] Mestre em Ensino de Ciências e Matemática pela Universidade Federal de Sergipe (UFS).
[2] Professora Doutora em Educação Matemática pela PUC/SP e Professora adjunta da Universidade Federal de Santa Maria.
[3] De Leonel Ricardo Machado Meneses, intitulada por “Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática” (MENESES, 2014), defendida na UFS em 2014 e orientada pela Profa. Dra. Rita de Cassia Pistóia Mariani.

mobilizadas nas atividades das funções afim e quadrática propostas no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações* de Dante (2010).

A pesquisa fundamentou-se na teoria dos registros de representação semiótica de Raymond Duval bem como n os Parâmetros Curriculares Nacionais de Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias – PCN + (BRASIL, 2002) e no Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLDEM (BRASIL, 2012).

Para Duval (2003), a Matemática é uma área do conhecimento constituída por objetos abstratos e, dessa forma, não são diretamente acessíveis pela percepção, necessitando para sua compreensão do uso de uma representação. Para isso, o sujeito constrói o conhecimento em sua mente a partir de um processo mental. Assim, a representação de signos, símbolos, tabelas, gráficos e outros – representação semiótica – devem promover a comunicação entre os sujeitos envolvidos num processo de ensino/aprendizagem. Segundo Duval (1993 *apud* SANTOS, 2011) representações semióticas são:

> (...) produções constituídas pelo emprego de signos [sinais] pertencentes a um sistema de representação que têm suas dificuldades próprias de significância e de funcionamento. Uma figura, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um gráfico, são representações semióticas que salientam sistemas semióticos diferentes. Considerando-se geralmente as representações semióticas como um simples meio de exteriorização das representações mentais para fins de comunicação, ou seja, para deixá-las visíveis ou acessíveis a outrem. Ora, esse ponto de vista é enganoso. As representações não são somente necessárias para fins de comunicação, elas são igualmente essenciais para a atividade cognitiva do pensamento (p. 5-6).

Dessa maneira, de acordo com Duval (2003, 2009, 2011), a diferença entre a atividade cognitiva exigida pela Matemática, inclusive no ensino de funções, e aquela exigida em outras áreas do conhecimento como na Geografia, Física, Química e Biologia, por exemplo, não deve ser procurada nos conceitos, mas no fato de que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis com a ajuda de instrumentos; isto é, por serem abstratos, eles dependem das representações semióticas, para comunicação e realização das funções de objetivação e de tratamento.

Dessa forma, Duval (2003, 2009, 2011) afirma ainda que na Matemática encontra-se a maior quantidade de representações semióticas. Algumas destas podem ser encontradas em diferentes áreas do conhecimento como, por exemplo, à linguagem natural. Já outras, como a linguagem algébrica e as notações, são específicas do domínio matemático. Assim sendo, em decorrência do número significativo de registros para um mesmo objeto matemático, a apreensão do conceito, das propriedades e das relações que o envolvem tornam-se mais complexas.

Duval (2003) chama de *semiósis* a apreensão ou produção de uma representação semiótica e *noésis*, os atos cognitivos, como a apreensão conceitual de um objeto. Dessa maneira, para o autor, para a apreensão de um objeto matemático é necessário que a *noésis* (conceitualização) ocorra através de significativas *semiósis* (representação) e, dessa forma, não há *noésis* sem *semiósis*.

Logo, quanto maior for sua capacidade de articular diferentes registros de representação do mesmo objeto matemático, maior será o seu entendimento sobre o objeto. Por outro lado, o fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo função na representação algébrica ou qualquer outra representação (*semiósis*) não garante que ele tenha o conceito de função (*noésis*).

Nessa perspectiva, Duval (2003, 2009, 2011) organizou a teoria dos registros de representação semiótica, e passou a considerar os diferentes sistemas semióticos que produzem as representações matemáticas e procurou determinar o funcionamento cognitivo implicado na atividade matemática, com o intuito de explicar os problemas que surgem na compreensão dos seus processos e na sua aprendizagem, no que tange a maneira de raciocinar, abstrair e visualizar, chamando a atenção para a importância do trabalho com as diversas representações semióticas no ensino.

Duval (2003, 2009, 2011) faz uso do termo registro de representação semiótica, para mencionar os diferentes tipos de representação semiótica utilizados em matemática. Desse modo, só é considerado um registro de representação, um sistema semiótico que potencialize a comunicação, a objetivação e o tratamento; além disso, que possa ser transformado em outros sistemas semióticos, o que não acontece com os códigos. A função destes é somente de comunicação e não há a possibilidade de transformá-los em outros elementos sem perder a caracterização do objeto. Isso fica claro se analisarmos, por exemplo,

> (...) as placas de trânsito das estradas são significantes (triângulo → perigo, vermelho → proibição, ...) e não podem se caracterizar como um registro no sentido de Duval, já que não existe possibilidade de transformar um elemento em outro, diferente do que ocorre com todo

> elemento de um registro, que pode transformar-se em outra representação no mesmo registro (tratamento) ou em uma representação de outro registro (conversão) (MARIANI, 2006, p. 10).

É importante destacar que Duval (2003, 2009, 2011) deixa claro que para uma representação funcionar verdadeiramente como tal, é preciso duas condições: que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações e que eles possam também ser reconhecidos em cada uma de suas representações possíveis.

Levando em consideração os diferentes tipos de registros de representação utilizados na Matemática, adotamos nessa pesquisa oito deles: língua natural, os sistemas de escritas (numérico, algébrico, simbólico e tabular), geométrico, figural e gráfico, de acordo com a seguinte terminologia: Registro Algébrico (RAl), Registro Numérico (RNm), Registro em Língua Natural (RLN), Registro Gráfico (RGr), Registro Geométrico (RGe), Registro Figural (RFg), Registro Tabular (RTb) e Registro Simbólico (RSb) com a competência de mobilizar tratamento (T) ou conversão (C), nas transformações semióticas.

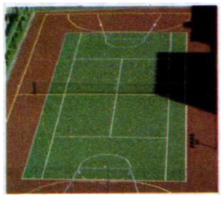
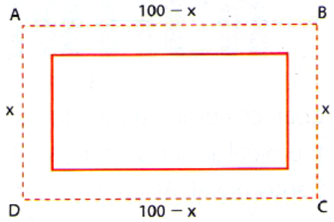
Dessa forma, diante da diversidade de registros de representação semiótica, Duval (2003, 2009, 2011) classificou-os em registros multifuncionais (não algoritmizáveis) e registros monofuncionais (algoritmizáveis) e em representação discursiva e não discursiva.

Nos registros multifuncionais as representações discursivas caracterizam-se por apresentar os objetos matemáticos através da língua natural, das associações verbais (conceituais) e através de teoremas ou definições. Já nos registros monofuncionais, essas representações são definidas através dos cálculos e dos sistemas de escritas: numéricas, algébricas, simbólicas.

Por outro lado, as representações não discursivas permitem visualizar conceitos e propriedades nos gráficos cartesianos (nos registros monofuncionais) e nas figuras geométricas (nos registros multifuncionais).

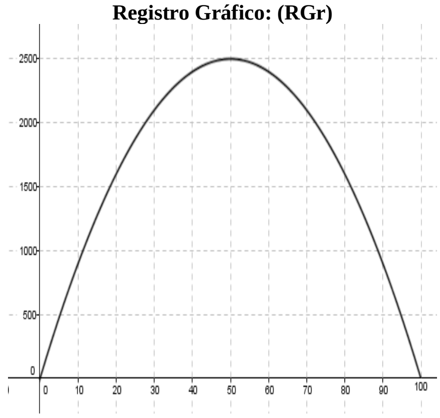
Na perspectiva de apresentar e para melhor exemplificar os diversos registros de representação semiótica mobilizados no ensino de função, explicitamos (Quadro 01) a classificação estabelecida por Duval (2003, 2009, 2011), como segue:

Quadro 01: Classificação dos diferentes registros mobilizáveis no ensino de função.

<table>
<tr><th colspan="3">Registros de Representação Semiótica e a função</th></tr>
<tr><th></th><th>Representações Discursivas</th><th>Representações Não Discursivas</th></tr>
<tr>
<td>Registros Multifuncionais:
Os tratamentos não são algoritmizáveis.</td>
<td>Registro na Língua Natural (RLN)
Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra de basquete retangular. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível.</td>
<td>Registro Figural (RAl)

Registro Geométrico: (RGe)
</td>
</tr>
<tr>
<td>Registros Monofuncionais:
Os tratamentos são principalmente algoritmos.</td>
<td>Registro Algébrico (RAl)
$f:\mathbb{R}_+ \longrightarrow \mathbb{R}_+$
$f(x) = (100 - x)\cdot x$
$f(x) = 100x - x^2$
$f(x) = -x^2 + 100x$

Registro Numérico (RNm)
Dimensão do terreno (abscissa do vértice):
$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2\cdot(-1)} = \frac{-100}{-2} = 50$
Área máxima (ordenada do vértice):
$f(50) = -50^2 + 100\cdot 50 = -2500 + 5000 = 2500$

Registro Simbólico (RSb)
$\{(0,0),(1,99),$
$(2,196)\cdots\}$
$f(0) = 0$
$f(1) = 99$
$f(2) = 196$
…
$\{x \in \mathbb{R} / 0 \leq x \leq 100\}$

Registro Tabular (RTb)
<table>
<tr><th>X</th><th>f(x)</th></tr>
<tr><td>0</td><td>0</td></tr>
<tr><td>1</td><td>99</td></tr>
<tr><td>2</td><td>196</td></tr>
<tr><td>…</td><td>…</td></tr>
</table>
</td>
<td>Registro Gráfico: (RGr)
</td>
</tr>
</table>

FONTE: De nossa autoria baseado em Duval (2003, 2009, 2011) e Dante (2010).

Neste Quadro 01, temos uma função quadrática representada de oito (8) formas diferentes: língua natural, algébrica, numérica, simbólica, tabular, figural, geométrica e gráfica. O fato de o aluno saber resolver uma atividade envolvendo função em qualquer uma dessas representações (*semiósis*) não garante que ele apresente o conceito de função (*noésis*). Ou seja, não significa que ele tenha compreendido a necessidade de uma correspondência (unívoca) no sentido de *x* para *f(x)*, visto que não é possível que um terreno de uma certa dimensão, obtenha duas áreas diferentes.

Um aspecto que demonstra o caráter paradoxal da atividade matemática, segundo Duval (2003), é o fato de que um objeto matemático não pode ser confundido com seu registro de representação. No entanto, se o acesso a um objeto matemático ocorre por representações semióticas, como não confundir ele com o seu registro de representação? O autor afirma que apenas os alunos que conseguem realizar mudanças de registros de representação não confundem o objeto com sua representação. Pois, o trabalho com um objeto matemático em um único registro de representação leva ao fechamento deste para os alunos, tornando difícil o reconhecimento dos mesmos objetos em representações semióticas diferentes, assim como, a transferência dos conhecimentos em outros contextos diferentes daqueles do ensino. Por exemplo, $f(x) = -x^2 + 100x$ é uma representação da função quadrática e não o objeto matemático.

No entanto, para que um sistema semiótico seja considerado um registro de representação, ele deve permitir três atividades cognitivas ligadas a *semiósis*:

- ✓ **A formação de uma representação identificável como uma representação de um registro dado**: estabelecida na elaboração de um enunciado compreensível numa determinada língua natural, na composição de um texto ou de um esquema, na construção de um gráfico ou de uma figura geométrica. Tal formação se faz em função de unidades e regras que são próprias do registro semiótico que a representação é produzida. Essas regras já estão estabelecidas na sociedade, não sendo competências do sujeito criá-las, mas sim utilizá-las para reconhecer as representações.

- ✓ O **tratamento** de uma representação é a transformação permanecendo no mesmo registro que foi formada. Nem todo tratamento pode ser efetuado em qualquer registro e cada registro favorece um tipo de tratamento. No estudo da função, são exemplos de tratamento: completar uma figura usando critérios de simetria; resolver um cálculo permanecendo no mesmo sistema de escrita numérica ou uma equação numérica (ver Figura 01).

Figura 01. **Atividade que exemplifica tratamento RAl**.
Registro Algébrico (RAl)

$$f : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$$
$$f(x) = (100 - x) \cdot x$$
$$f(x) = 100x - x^2$$
$$f(x) = -x^2 + 100x$$

FONTE: De nossa autoria.

Nesta figura, o RAl passou por transformações de tratamento que são internas ao sistema representacional de origem, uma vez que a expressão $f(x) = (100 - x) \cdot x$ foi simplificada para $f(x) = -x^2 + 100x$ por meio do emprego da propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtração.

Assim, os tratamentos não estão relacionados ao conteúdo do objeto matemático e sim a forma. Nessa perspectiva, por exemplo, quando um aluno trabalha no RSb a partir da escrita numérica, um tratamento pode ser realizado na forma racional $f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 100 \cdot \frac{1}{2}$ ou na forma decimal $f(0{,}5) = -(0{,}5)^2 + 100 \cdot 0{,}5$, o que não significa ter o mesmo empenho cognitivo, ou ainda, esse aluno pode não reconhecer que ambas as representações correspondem ao mesmo objeto matemático.

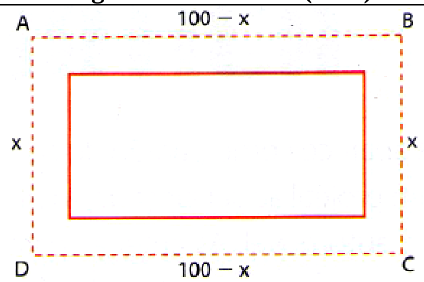
Portanto, para Duval (2003), o tratamento deve ser pensado, levando-se em conta a contenção dos procedimentos e a limitação que cada registro impõe aos tratamentos e a sua conceitualização. Estas, para o autor, são fundamentais para a compreensão de um determinado registro de representação semiótica.

✓ A **conversão** de uma representação é uma transformação com mudança de sistema, porém conservando a totalidade ou uma parte do conteúdo da representação inicial. É importante salientar que converter implica em coordenar registros mobilizados. Os alunos têm muitas dificuldades de realizar tal transformação, porque a mudança de registros prevê o reconhecimento do mesmo objeto em duas representações cujas propriedades destacadas são distintas. Por exemplo, no caso da função quadrática, a expressão algébrica nem sempre deixa evidente as coordenadas do vértice, enquanto o gráfico sim. Pela manipulação pura e simples da expressão algébrica, podemos não "enxergar" que o gráfico tem um formato parecido com o de uma parábola, porém o gráfico dá essa ideia.

Vale destacar que um sujeito só aprende a fazer conversão se for “estimulado a aprender” as regras que permitem fazer tal passagem. Assim, a representação do objeto no registro de chegada não terá o mesmo significado que a representação no registro de partida.

Dentro do estudo de funções podemos exemplificar conversão: passar da forma algébrica à sua representação gráfica (RAl→RGr) ou ao contrário (RGr→RAl); da algébrica para numérica (RAl→RNm) ou simbólica (RAl→RSb); da simbólica para tabular (RSb→RTb); da tabular para a representação gráfica (RTb→RGr); da língua natural para geométrica (RLN→RGe) – ver Quadro 02, entre outras.

Quadro 02. **Atividade que exemplifica conversão RLN→RGe**

Registro na Língua Natural (RLN)	**Registro Geométrico (RGe)**
Os diretores de um centro esportivo desejam cercar com tela de alambrado o espaço em volta de uma quadra de basquete retangular. Tendo recebido 200 m de tela, os diretores desejam saber quais devem ser as dimensões do terreno a cercar com a tela para que a área seja a maior possível, bem como o tamanho desta área.	

FONTE: De nossa autoria.

Como a conversão é aliada à mobilização de conceitos próprios a cada sistema representacional, na conversão supracitada (RLN→RGe), os termos retângulo, área, dimensões e cercar (dando ideia de perímetro) foram empregados para construir tais representações.

De acordo com Duval (2003, p. 14) “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar a todo momento de registro de representação”. Dessa forma, o autor conclui que, em uma atividade, um registro pode aparecer privilegiado, mas sempre deve existir a possibilidade da conversão de um registro a outro, assim, pode-se presumir que a compreensão em matemática depende da coordenação de ao menos dois registros de representação semiótica.

Retomando o exemplo do Quadro 01, o RGr representa o modelo das possíveis áreas da quadra de basquete (ordenadas) com suas respectivas dimensões (abscissas). No entanto, foi realizada a conversão RAl→RGr e se considerarmos essa construção simplesmente pela substituição dos valores, determinando os pares ordenados na função, por meio do RTb, estaremos diante de uma resolução pontual, que não promove a apreensão global dos conceitos, propriedades e características próprias da representação gráfica. No entanto, de acordo com Mariani (2006),

> A complexidade deste tipo de conversão está no fato de nem sempre essa leitura pontual ser suficiente para obter a equação correspondente ao gráfico. Independente do sentido, estas conversões possuem um cunho quantitativo e não permitem a coordenação desses dois registros de representação, simbólico (algébrico) e gráfico. (MARIANI, 2006, p. 18)

Por outro lado, a conversão entre os registros gráfico e algébrico ocorre por meio de uma apreensão global quando são identificadas as variáveis visuais pertinentes. Isto é, quando são interpretadas as implicações dos valores escalares pertinentes aos RAl nas representações gráficas assim como, os valores visuais RGr no RAl. Por essa razão, Duval (2003) defende que estas variáveis visuais pertinentes são de suma importância ao processo de ensino-aprendizagem das representações gráficas.

Assim sendo, a coordenação de registros de representação deve ser realizada nas conversões com suas variáveis cognitivas e não nos tratamentos. De acordo com este ponto de vista, Duval (1996 *apud* MARIANI, 2006) conclui que:

> Tal abordagem ultrapassa o simples domínio das representações gráficas e não se limita apenas ao registro das representações gráficas, ela concerne à compreensão do procedimento matemático, e mais geralmente de um procedimento intelectual. Esta compreensão exige não somente que não se confunda um objeto e sua representação, mas também que se possa facilmente mudar o registro de representação (p. 20).

Com base nesse referencial teórico realizamos, a seguir, a análise do livro didático *Matemática: contexto e aplicações*, de autoria de Luiz Roberto Dante, publicado pela editora Ática, ISBN 978 85 08 12910-2, 2010.

Os registros no livro didático *Matemática: contexto & aplicações*

A análise do livro didático *Matemática: contexto & aplicações* (DANTE, 2010) tem como finalidade apontar quais representações da função afim e função quadrática são privilegiadas e mostrar quais transformações são propostas, bem como, identificar quais das mobilizações caracterizam um tratamento ou conversão. Para isso, a análise do LD considerou os princípios da análise de conteúdo, elaborada por Bardin (2010), que prevê a análise de documentos por meio de uma organização composta por três polos cronológicos, a saber: a pré-análise; a exploração do material; e, o tratamento dos resultados, a inferência e a interpretação.

a) A pré-análise do livro didático

Com o objetivo de operacionalizar e de sistematizar as ideias iniciais, a pré-análise é a etapa da organização, da escolha dos documentos a serem submetidos à análise, da formulação de hipóteses e dos objetivos, além da elaboração de indicadores que motivam a interpretação (BARDIN, 2010).

Conforme o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLDEM (BRASIL, 2012), que serve de suporte para a escolha do livro adotado nas escolas públicas de todo o país, essa coleção, de um modo geral, apresenta uma boa conexão entre os vários campos da Matemática e entre outras áreas do conhecimento e articula os conhecimentos recém-adquiridos com os já abordados. Por outro lado, há um excesso de conteúdos e de atividades, um "exagero em procedimentos e no uso de terminologias" (BRASIL, 2012, p. 61). Boa parte das atividades e situações-problema são seguidas de um enfoque técnico ou teórico, o que pode tornar a abordagem dos conteúdos desinteressante ou de difícil entendimento.

O livro já mencionado é composto por doze (12) capítulos[4], distribuídos em 504 páginas. Na abertura dos capítulos encontram-se informações gerais sobre o assunto que será abordado, com o intuito de preparar o aluno e despertar o interesse sobre o tema. "Em seguida, vêm as explicações teóricas, acompanhadas de exemplos, problemas resolvidos e entremeadas por Exercícios Propostos" (BRASIL, 2012, p. 61).

Além dos exercícios propostos, Brasil (2012, p. 61 e 62) afirma que alguns capítulos apresentam algumas seções, a saber:

- *Tim-tim por Tim-tim,* exemplos comentados, explicitando detalhadamente as fases da resolução de um problema;

[4] Segue intitulações dos capítulos: 1 – Revisão: produtos notáveis e fatoração; 2 – Conjuntos e conjuntos numéricos; 3 – Funções; 4 – Função afim; 5 – Função quadrática; 6 – Função modular; 7 – Função exponencial; 8 – Logaritmo e função logarítmica; 9 – Progressões; 10 – Matemática financeira; 11 – Trigonometria no triângulo retângulo e 12 – Geometria plana.

- *A Matemática e as práticas sociais*, com situações-problema relacionados à participação do cidadão na sociedade;
- *Atividades adicionais,* composta por questões de vestibulares de todas as regiões do país.

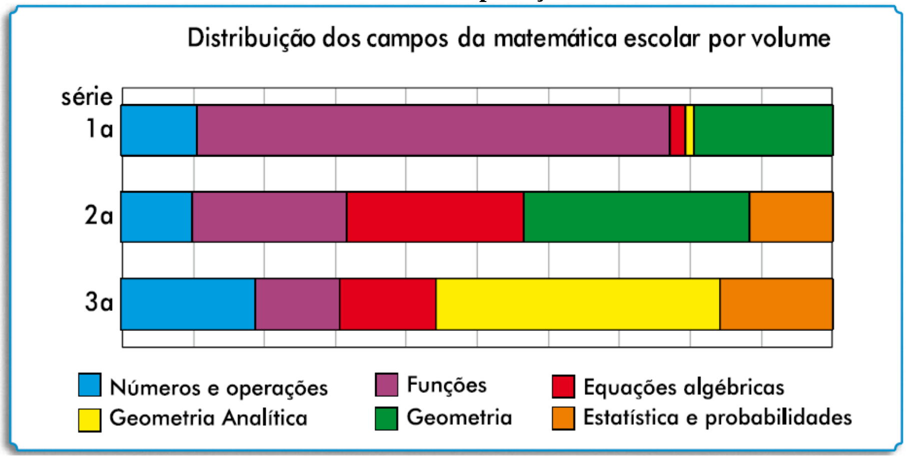
Cabe ainda destacar que, após todos os capítulos e antes das *Respostas* das atividades, encontra-se: *Questões do Enem; Glossário*, que apresenta um resumo de conceitos expostos no decorrer do livro, com exemplos que caracterizam melhor tais definições; *Sugestões de leituras complementares; Significado das siglas de vestibulares* e *Referências bibliográficas,* utilizadas para elaboração desse LD (BRASIL, 2012, p. 61 e 62).

A fim de realizar uma análise da abordagem dos conteúdos, no guia do Plano Nacional do Livro Didático do Ensino Médio – PNLDEM (BRASIL, 2012) dividiu os tópicos da Matemática do ensino médio em seis (6) campos: Números e operações; Funções; Equações algébricas; Geometria analítica; Geometria; Estatística e probabilidades[5]. Vale ressaltar que essa divisão distingue-se do que propõe os PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais ao classificar em temas: Álgebra: números e funções; Geometria e medidas; Análise de dados (BRASIL, 2002).

A Figura 02 mostra a distribuição percentual desses campos da matemática em Brasil (2012) com relação ao LD "Matemática: contexto & aplicações" nos três anos do ensino médio, indicando como e quais são os conceitos matemáticos trabalhados em cada ano. Vale frisar que embora haja algumas citações do objeto matemático função no 2º e 3º ano, sua abordagem está focada no 1º ano.

[5] O campo de números e operações inclui os tópicos: conjuntos; conjuntos numéricos; números reais; números e grandezas; números complexos; e análise combinatória. Em funções consideramos: o conceito de função; sequências; funções afins e afins por partes; funções quadráticas; funções exponencial e logarítmica; funções trigonométricas; matemática financeira; e cálculo diferencial. Em equações algébricas: polinômios; matrizes; determinantes; e sistemas lineares. Em geometria analítica: retas, circunferências e cônicas no plano cartesiano; vetores; e transformações geométricas. No campo da geometria: geometria plana (incluindo trigonometria); geometria espacial de posição; poliedros; e as grandezas geométricas. Já em estatística e probabilidades estão contidos: o conceito clássico de probabilidade; probabilidade condicional; coleta, organização, representação e interpretação de dados; medidas de posição e de dispersão de um conjunto de dados; e relações entre estatística e probabilidades. (BRASIL, 2012, p. 18-19).

Figura 02. **Distribuição dos campos da Matemática escolar por volume do livro Matemática – Contexto & Aplicações**



FONTE: Guia de Livros Didáticos – PNLDEM/2012 (BRASIL, 2012, p. 64).

Esta figura, segundo Brasil (2012), revela uma atenção excessiva ao campo de função no livro da 1ª série, praticamente 70% das 504 páginas do volume. Dentre outras razões, tal excesso decorre:

> (...) de um tratamento fragmentado e repetitivo, com estudo de muitos casos particulares. Além do mais, a concentração leva a que, em praticamente todas as obras, sejam excluídos os conteúdos relativos a outros campos. (BRASIL, 2012, p. 20).

Ainda de acordo com Brasil (2012), antes da sistematização do assunto, são apresentados problemas contextualizados de função. Foi observado ainda que embora o conceito de função seja discutido adequadamente foi detectado algumas falhas em sua explanação, visto que "(...) há uma subdivisão excessiva em casos, o que torna esta apresentação fragmentada" (BRASIL, 2012, p. 64-65).

Destacamos que não idealizamos que o LD deva ser a única ferramenta de subsídio ao planejamento e execução das orientações didáticos do professor. Contudo, não podemos desconhecer a importância desse recurso. "O LD é tido por muitos docentes como principal, se não o único instrumento de apoio pedagógico em sala de aula" (PASSOS, 2012, p. 38).

Vale ressaltar que dos doze (12) capítulos que compõem esse livro, analisamos os capítulos 04 e 05, intitulados, respectivamente Função afim e Função quadrática, os quais fazem parte de nossa análise.

Partindo dessa pré-análise, elencamos os indicadores que nos permitiram buscar os indícios sobre as funções afim e quadrática, fundamentando na teoria dos registros de representação semiótica, no que tange a aprendizagem da Matemática e a mobilização de várias representações dos objetos matemáticos pesquisados no LD. De acordo com Bardin (2010), passamos então para a apreciação do LD.

b) Apreciação do livro didático.

Nesse item, de acordo com Bardin (2010), ocorre a exploração do material. Por conta disso, realizamos uma identificação do quantitativo geral de atividades, computando todos os itens e subitens propostos nos Capítulos 4 e 5 do livro didático, para então selecionar as atividades que foram categorizadas, excluindo aquelas que já continham resolução. Além destas, outras questões não foram apreciadas por solicitar ao aluno ações como “formule”, “invente”, “crie”, “elabore”, “pesquise”, “use suas próprias palavras”, “o que você pode observar”, “em sua opinião”, entre outras, pois, apesar de explorar os registros de representação, não possibilitam categorizá-las, por abordar respostas em aberto.

Também não foram categorizadas as atividades de inequações do 1º e 2º grau que não faziam menção ao conceito de função (Figura 03), por não serem possível classificá-las em um registro de representação de função.

Figura 03. **Atividade não categorizada: Questões de inequações**

99. Resolva as seguintes inequações do 2º grau:

a) $3x^2 - 10x + 7 < 0$
b) $-2x^2 - x + 1 \leq 0$
c) $x^2 - 10x + 25 > 0$
d) $x^2 - 5x + 10 < 0$
e) $-4x^2 + 9 \geq 0$
f) $-x^2 - 8x - 16 < 0$
g) $3x^2 + x + 1 > 0$
h) $-x^2 - 2x + 3 > 0$
i) $x^2 - 4x \geq 0$

FONTE: Dante (2010, p.185).

De acordo com o PNLDEM (BRASIL, 2012) trabalhar equações do 1º e 2º grau de forma isolada não é adequado, visto que

> Desperdiça-se, dessa maneira, a oportunidade de enfeixar estes tópicos como subtópicos de conceitos unificadores. Em particular, não vemos justificativa para separar em dois itens distintos “inequações” e “estudo do sinal de uma função”. De fato, para uma dada função real de variável real, $y = f(x)$ “estudar o sinal da função” nada mais é do que “resolvera inequação” $f(x) \leq 0$. Resolver tal inequação equivale a encontrar valores de *x* para os quais $f(x) = 0$ ou $f(x) < 0$. Isso nos fornece, como consequência, os valores de *x*, para os quais $f(x) > 0$ (p. 22).

Desse modo, as questões envolvendo função afim ou quadrática que recaiam em inequações a partir do estudo do sinal foram categorizadas, pois são atividades que podem ser classificadas como de função.

Em relação ao quantitativo de atividades do livro didático, optamos por contabilizar todas as seções do Capítulo 4 e 5 em dois grandes grupos (ver tabela 01). O primeiro recebeu a denominação de *Atividades Propostas*, composto pelos blocos Atividade (AT) e Exercícios propostos. Já o segundo foi nomeado de *Atividades Complementares* por reunir as questões disponíveis em Atividades adicionais (AA), A matemática e as práticas sociais (AMPS), Desafio em equipe (ADE) e tim-tim por tim-tim (ATT).

Tabela 01. **Quantitativo de atividades presentes no LD**

Atividades	Total de atividades para resolver	Total de exercícios resolvidos	Total de atividades categorizadas
Atividades Propostas- Capítulo 4	197	96	173
Atividades Complementares- Capítulo 4	25	01	20
Atividades Propostas- Capítulo 5	312	112	261
Atividades Complementares- Capítulo 5	51	01	45
Total	**585**	**210**	**499**

FONTE: De nossa autoria baseado na análise do livro didático, Dante, 2010.

Cabe frisar que nas *Atividades Propostas* são apresentadas as questões mais elementares, geralmente, acompanhadas por vários subitens, fazendo com que o quantitativo seja sempre em maior número. Por outro lado, as atividades contempladas nas *Atividades Complementares* são mais complexas e contextualizadas, além disso, em menor quantidade em comparação às *Atividades Propostas*, por não existir muitos subitens.

Sob a ótica dos registros de representação semiótica, apresentaremos a partir de agora uma análise de alguns registros mobilizados nas atividades do livro didático.

Em relação as transformações semióticas internas ao registro (tratamentos), observamos nas atividades a presença dos seguintes tratamentos: Algébrico, Língua Natural e Numérico, ver Quadro 03.

Quadro 03. **Atividades que exemplificam tratamento**

Registro Algébrico	
14. (FGV-SP) Os gastos de consumo (**C**) de uma família e sua renda (**x**) são tais que C = 2 000 + 0,8x. Podemos então afirmar que: a) se a renda aumenta em 500, o consumo aumenta em 500. b) se a renda diminui em 500, o consumo diminui em 500. c) se a renda aumenta em 1 000, o consumo aumenta em 800. d) se a renda diminui em 1 000, o consumo diminui em 2 800. e) se a renda dobra, o consumo dobra.	**14.** $C_1 = 2000 + 0{,}8x \Rightarrow$ renda: x renda: $x + 1000 \Rightarrow C_2 = 2000 + 0{,}8(1000 + x) =$ $= 2000 + 800 + 0{,}8x \Rightarrow C_2 = C_1 + 800$ **Resposta**: alternativa **c**.
Registro em Língua Natural	
73. Se **x** é o volume e **y** é o peso de uma porção de um líquido homogêneo, a correspondência $x \to y$ é uma proporcionalidade? Justifique.	Sim; dobrando, triplicando, etc. o volume de um líquido homogêneo, seu peso correspondente dobra, triplica, etc.
Registro Numérico (26a,c)	
26. Dada a progressão aritmética −2, 3, 8, 13, 18, 23, ... e a função afim f(x) = 3x − 1: a) determine a razão dessa progressão aritmética; b) verifique que f(−2), f(3), f(8), f(13), f(18), f(23), ... é também uma progressão aritmética (PA); c) determine a razão dessa nova progressão aritmética.	**26.** a) r = 5 b) $f(-2) = 3(-2) - 1 = -6 - 1 = -7$ $f(3) = 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$ $f(8) = 3 \cdot 8 - 1 = 24 - 1 = 23$ $f(13) = 3 \cdot 13 - 1 = 39 - 1 = 38$ $f(18) = 3 \cdot 18 - 1 = 54 - 1 = 53$ $f(23) = 3 \cdot 23 - 1 = 69 - 1 = 68$ Portanto, −7, 8, 23, 38, 53, 68 é uma PA. c) $r = 15 (3 \cdot 5)$

FONTE: De nossa autoria com base em Duval (2010)

Na atividade que destaca o RAl, observamos que para analisar o que o corre com os gastos de consumo (C) de uma família, se sua renda sofrer um aumento ou decréscimo de 500 ou 1000, ou até mesmo se ela dobrar, é necessário apenas fazer um tratamento algébrico. Desta forma, por exemplo, ao substituir *"x"* por "*x* + 1000" a função continuará no mesmo registro, sendo necessário apenas realizar conceitos inerentes a ele.

Por outro lado, no item que retrata o RLN é preciso realizar um tratamento que evidencie conceitos e definições para que seja possível identificar que o peso (y) de uma porção está em função do seu volume (x), caracterizando assim uma função linear e dessa forma identificando a existência de proporcionalidade.

No Quadro 03, os itens *a* e *c* mobilizam o tratamento do registro numérico (questão 26), pois sua resolução necessita apenas do emprego da subtração dos valores expostos no problema, para o item *a*, e dos já determinados no item *b*, para o item *c*.

Ao realizar a análise do LD, também observamos que algumas atividades requerem as transformações semióticas por meio de conversões que mobilizam o RAl, RFg, RGr, RLN, RNm, RSb ou RTb, como registro de partida e RAl, RGr, RLN, RNm, RSb ou RTb, como o de chegada.

Quadro 04. **Atividades que exemplificam conversão utilizando apenas o registro distintos** (de partida e de chegada)

RAl→RNm	

18. Dada a função f: IR → IR tal que
$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x, \text{ para } x < 5 \\ 3x - 20, \text{ para } 5 \leqslant x < 9 \\ -x^2 + 4x - 2, \text{ para } x \geqslant 9 \end{cases}$,
determine:
a) f(6); e) f(5);
b) f(−1); f) f(0);
c) f(10); g) f(4).
d) f(9);
	18. a) $f(6) = 3 \cdot 6 - 20 = -2$
	b) $f(-1) = (-1)^2 - 2(-1) = 1 + 2 = 3$
	c) $f(10) = -100 + 40 - 2 = -62$
	d) $f(9) = -81 + 36 - 2 = -47$
	e) $f(5) = 3 \cdot 5 - 20 = 15 - 20 = -5$
	f) $f(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$
	g) $f(4) = 4^2 - 2 \cdot 4 = 16 - 8 = 8$

RLN→RAl	
15. (Fuvest-SP) A função que representa o valor a ser pago após um desconto de 3% sobre o valor **x** de uma mercadoria é: a) f(x) = x − 3. d) f(x) = −3x. b) f(x) = 0,97x. e) f(x) = 1,03x. c) f(x) = 1,3x.	**15.** f(x) = x Após o desconto de 3% $\Rightarrow f(x) = x - \frac{3}{100}x = \frac{97}{100}x = 0{,}97x$ **Resposta**: alternativa **b**.

FONTE: De nossa autoria com base em Duval (2010).

No Quadro 04, vemos um exemplo de transformação semiótica por meio de conversão do RAl→ RNm. Note que em cada item basta substituir o valor da abscissa na representação algébrica da função correspondente para encontrar a ordenada.

Na análise das atividades que realizam conversões do RLN→ RAl, observamos que a maior parte está relacionada a problemas de cálculo financeiro e que representam 4,01% das atividades categorizadas, sendo a grande maioria de função afim. Isso deve ter ocorrido pelo fato dessa conversão ser bem mais simples nesse tipo de função que por muitas vezes serve de modelo matemático para situações que envolvam porcentagem, lucro, prejuízo, entre outros, como podemos ver no Quadro 04.

Entretanto, na maioria das atividades em que é preciso mobilizar o RAl para se chegar ao RGr, o autor fez uso dos RNm, RSb e/ou RTb com os intermediários. Esse procedimento é muito usual na educação básica, envolvendo processos algoritmizados por meio de sequências pontuais, sem a preensão de particularidades essenciais aos registros mobilizados.

É importante destacar que de acordo com Duval (2003, 2009, 2011), se considerarmos essa construção simplesmente pela substituição dos valores, determinando os pares ordenados na função, por meio do RTb, estaremos diante de uma resolução pontual, que não promove a apreensão global dos conceitos, propriedades e características próprias da representação gráfica. Além de não contribuir para a identificação das variáveis visuais pertinentes desse registro, que permitem determinar a conversão no sentido contrário, ou seja, RGr→RAl, tomando ou não como representação intermediária o RTb. Esse fato foi evidenciado por Mariani e Soares (2008) e comprovado no livro didático *Matemática: Contexto & Aplicações*, uma vez que apenas uma (01) atividade foi categorizada com essa conversão, dos quatrocentos e noventa e nove (499) subitens classificados.

Esse problema também foi apontado em Brasil (2012), uma vez que em sua análise do LD foi constatado que não foram tomados os cuidados necessários para construção dos gráficos de funções. Ele afirma ainda que:

> (...) com um número reduzido de valores da variável independente, induz-se o aluno a considerar que é possível construir o gráfico cartesiano de uma função. É comum encontrar nos livros didáticos, uma tabela com três ou quatro valores de *x*, associada ao desenho de uma parábola, sem explicações adicionais. (BRASIL, 2012, p. 30)

c) O tratamento, a inferência e a interpretação dos resultados do livro didático

De acordo com os três polos cronológicos da análise de conteúdo, na terceira fase devemos apresentar “resultados significativos e fiéis, podendo então propor inferências e adiantar interpretações a propósito dos objetivos previstos”. Nessa fase, também ocorre o tratamento e a interpretação dos resultados obtidos por meio do estabelecimento de “quadros de resultados, diagramas, figuras e modelos, os quais condensam e põem em relevo as informações fornecidas pela análise” (BARDIN, 2010, p. 127).

Posteriormente, a categorização de aproximadamente 85,30% das atividades que envolvem função afim ou função quadrática em sua resolução, conforme apresentamos na Tabela 01, passamos a classificá-las de acordo com os registros mobilizados e o tipo de transformação das representações semióticas.

Dessa forma, a seguir, apresentamos a Tabela 02[6] que resume os registros mobilizados na resolução das atividades propostas e atividades complementares. Essa tabela contém os percentuais correspondentes a cada registro envolvido no decorrer dos Capítulos 04 e 05 do livro didático. Vale salientar que as linhas que possuem uma tonalidade acinzentada referem-se às questões pertencentes as *Atividades Complementares* e que todas as atividades foram contabilizadas em itens e subitens.

Tabela 02. **Caminhos para a resolução das atividades de função afim e quadrática propostas no LD**

	Caminho	**Nº de atividades**	**Total (%)**
Tratamento	RAl	42	8,42
	RAl	01	0,20
	RLN	07	1,40
	RNm	03	0,60
Conversões	RAl, RFg – RAl	01	0,20
	RAl – RGr	04	0,80
	RAl,RGr – RLN	05	1,00
	RAl – RGr – RLN	01	0,20
	RAl – RGr – RSb	03	0,60
	RAl – RLN	19	3,82
	RAl – RLN – RNm	03	0,60
	RAl – RLN – RSb	02	0,40
	RAl – RNm	124	24,86
	RAl – RNm – RAl	11	2,20
	RAl – RNm – RAl – RNm	03	0,60
	RAl – RNm – RAl – RSb	04	0,80
	RAl – RNm – RGr	03	0,60
	RAl – RNm – RGr – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RSb	30	6,02
	RAl – RNm – RSb – RGr	03	0,60
	RAl – RNm – RSb – RGr – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RSb – RLN	03	0,60
	RAl – RNm – RTb – RLN	01	0,20
	RAl – RSb	21	4,21
	RAl – RSb – RGr	03	0,60
	RAl – RSb – RNm	02	0,40
	RAl,RSb – RNm	05	1,00
	RAl – RTb – RGr	16	3,21
	RFg – RNm	01	0,20
	RFg – RNm – RAl	01	0,20
	RGr – RAl	01	0,20
	RGr – RLN	02	0,40
	RGr – RNm	07	1,40

[6]Tabela construída a partir de duas outras tabelas, uma correspondendo ao capítulo de função afim e outra ao de função quadrática, organizadas de modo a conter colunas apresentando: o tipo de função: afim ou quadrática; o tipo de transformação das representações semióticas: tratamento ou conversão; o número e a sigla da seção que pertence a atividade, como se encontra no LD; os registros mobilizados; e a quantidade de atividades de cada registro mobilizado. Devido ao tamanho das tabelas, estas não foram apresentadas no corpo deste texto, mas encontram-se disponível em Meneses (2014), na Tabela 05 e Anexo I.

	RGr – RSb	04	0,80
	RGr – RSb – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RNm	01	0,20
	RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	01	0,20
	RGr – RTb – RSb – RAl	02	0,40
	RLN – RAl	16	3,21
	RLN – RAl – RLN	02	0,40
	RLN – RAl – RNm	30	6,02
	RLN – RFg – RAl	01	0,20
	RLN – RFg – RAl – RLN	01	0,20
	RLN – RFg – RAL – RNm	01	0,20
	RLN,RFg – RAl – RNm	01	0,20
	RLN – RNm	01	0,20
	RLN – RNm – RAl – RNm	02	0,40
	RLN – RSb – RAl	03	0,60
	RLN – RTb – RAl	01	0,20
	RLN – RTb – RLN	01	0,20
	RNm – RTb	01	0,20
	RSb – RAl	13	2,61
	RSb – RAl – RNm	02	0,40
	RSb – (RAl,RFg) – RNm	02	0,40
	RSb – RGr	03	0,60
	RSb – RGr – RAl	01	0,20
	RSb – RLN	01	0,20
	RSb – RNm	01	0,20
	RSb – RNm – RAl	01	0,20
	RSb – RTb – RAl	01	0,20
	RTb – RAl	02	0,40
	RTb – RAl – RNm	01	0,20
	RTb,RGr – RNm	01	0,20
	RTb – RSb – RAl – RNm	01	0,20
	RAl – RGr – RNm – RSb – RNm	01	0,20
	RAl – RGr – RNm – RSb	01	0,20
	RAl – RNm	24	4,82
	RAl – RNm – RGr – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RLN	01	0,20
	RAl – RNm – RSb	01	0,20
	RAl – RNm – RSb – RNm	01	0,20
	RAl – RSb – RAl – RNm - RSb	01	0,20
	RAl - RSb – RGr	01	0,20
	RAl,RSb – RNm	01	0,20
	RFg – RGr – RSb – RNm – RAl – RSb	01	0,20
	RGr – RNm – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RAl	01	0,20
	RGr – RSb – RAl – RNm	01	0,20
	RGr – RSb – RNm – RAl – RNm	01	0,20
	RLN – RAl	04	0,80
	RLN – RAl – RNm	12	2,40
	RLN – RAl – RNm – RSb – RGr	01	0,20
	RLN – RFg – RAl – RNm – RGr	01	0,20
	RLN – RNm	01	0,20
	RLN – RNm – RAl – RNm	01	0,20
	RLN – RSb – RAl	02	0,40
	RLN – RSb – RAl – RNm	02	0,40
	RNm – RAl	01	0,20
	RSb – RAl	01	0,20
Total		**499**	**100**

Fonte: De nossa autoria, baseada em Dante (2010).

"No estudo de função, é importante representá-las de diferentes modos – tabelas, gráficos, representações analíticas (algébricas) – estabelecendo relações entre eles" (BRASIL, 2012, p. 30). Diante da Tabela 02, fica claro essa diversidade de representações, pois ela revela o quantitativo das diferentes transformações semióticas por meio de tratamento ou conversão presentes em todas as atividades categorizadas do LD.

Dessa forma, fazendo uma análise da Tabela 02, fica evidente que a conversão foi a transformação semiótica mais adotada na resolução das atividades, perfazendo um total de quatrocentos e quarenta e seis (446), das quatrocentos e noventa e nove (499) atividades categorizadas, equivalendo a 89,38% delas.

Essa larga variedade de conversão, proporciona ao aluno contato com as diferentes representações semióticas do objeto matemático função. Contudo, essa mobilização de registros deve ser feita de maneira consciente de modo a identificar as variáveis visuais pertinentes; caso contrário, a conversão será apenas um processo de algoritimização da resolução.

A partir da tabela 2 podemos observar que o RAl foi usado em larga escala, uma vez que ele encontra-se presente em quatrocentas e quatorze (414) das quatrocentas e noventa e nove (499) atividades categorizadas, correspondendo a 82,97% delas, sendo que duzentas e noventa e sete (297) o utilizaram como registro de partida, sessenta e quatro (64) como intermediário e cinquenta e três (53) como chegada. Nota-se, também que a conversão RAl→ RNm foi a mais adotada nas atividades categorizadas do LD, perfazendo um percentual de 29,66%, totalizando 148 itens ou subitens.

Embora a presença de gráficos, bem como sua leitura e interpretação, seja importante e bastante presente no dia-a-dia, principalmente em jornais, revistas, entre outros, reparamos uma baixa abordagem em atividades que exigissem a sua presença na resolução, visto que apenas 15,03% dos quatrocentos e noventa e nove itens categorizados (499) mobilizaram esse registro, seja como partida, chegada, ou simplesmente como intermediário.

Vale destacar que, praticamente, o autor em suas resoluções não mobilizou conversões do RAl→ RGr (apenas 2% das atividades categorizadas) e nem RGr→ RAl (0,2%). A ausência dessas conversões, segundo PNLDEM (BRASIL, 2012), pode caracterizar uma grande perda no processo de aquisição do conceito de função, pois

> Frequentemente, um problema inicialmente formulado de maneira algébrica pode ser mais facilmente resolvido ou compreendido se o interpretarmos graficamente, e vice-versa. Por exemplo, a simetria axial presente nas funções quadráticas é facilmente perceptível no gráfico e, no entanto, pode exigir esforço de cálculo quando se trabalha com sua representação algébrica. (BRASIL, 2012, p. 30)

Portanto, nas atividades dos capítulos que tratavam de função afim e quadrática, a saber Capitulo 4 e 5, respectivamente, Dante (2010) priorizou em suas resoluções a conversão, perpassando pelos vários registros de representação semiótica do objeto matemático função, proporcionando que os alunos tivessem contato com todos os registros. Por outro lado, o autor não se preocupou em realizar a ida e a volta entre as conversões, fato que, segundo Duval (2003, 2009, 2011), prejudica o processo de aquisição do conceito de função.

Referências Bibliográficas

BARDIN, L. **Análise de conteúdo**. Lisboa, Portugal: Edições 70, Lda, 2010.

BRASIL, Secretaria de Educação Básica. **PCN+ Ensino Médio**: orientações educacionais complementares aos parâmetros curriculares nacionais - Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

BRASIL. Secretaria de Educação Básica**. Guia de livros didáticos**: PNLDEM 2012: Matemática. Brasília: MEC/SEB/FNDE, 2012.

DANTE, L. R. **Matemática**: contexto e aplicações. São Paulo: Ática, 2010.

DUVAL, R. Registros de representação semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, S. D. A (org). **Aprendizagem em Matemática**. São Paulo: Papirus, p. 11-33, 2003.

DUVAL, R. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009. 120 p.

DUVAL, R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Tânia M. M. Campos (org.) e Marlene Alves Dias (tradução). São Paulo: PROEM, 2011.

MARIANI, R. de C. P. **Transição da educação básica para o ensino superior**: a coordenação de registros de representação e os conhecimentos mobilizados pelos alunos no curso de Cálculo. Tese (Doutorado em Educação Matemática). São Paulo: PUC, 2006. 220 f.

MARIANI, R. de C. P.; SOARES, M. A. da S. Uma análise dos conceitos físicos e matemáticos envolvidos na mecânica dos movimentos sob a ótica das representações semióticas. In: Anais do **I Congresso Nacional de Educação Matemática, VIII Encontro Regional de Educação Matemática**/Ijuí e III Encontro Regional de Ensino de Física. 2008.

MENESES. L. R. M. **Representações mobilizadas nas turmas de 1º ano do Colégio de Aplicação da Universidade Federal de Sergipe no ensino de função afim e quadrática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvão: UFS, 2014. 134 f.

PASSOS, D. S. **A Educação Algébrica no 8º ano do Ensino Fundamental das escolas públicas de Ribeirópolis/SE:** Entendimentos dos professores de Matemática. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática). São Cristóvão: UFS, 2012. 176 f.

SANTOS, C. A. B. dos; CURI, E. Os Registros de representação semiótica como ferramenta didática no ensino da disciplina de Física. IN **REVEMAT - Revista Eletrônica de Educação Matemática**. v.06, n. 1, p. 1-14, Florianópolis: UFSC, 2011. Disponível em https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/viewFile/10.5007-1981-1322.2011v6n1p1/21131 Acesso em 04 de março de 2014.