O TERMO *AXIOMA* DE PLATÃO À MODERNIDADE: REFLEXÕES INTERPRETATIVAS FUNDAMENTADAS NO PENSAMENTO SOBRE COMPLEMENTARIDADE OTTEANO

Jacqueline Borges de Paula[1]
jbcpaula@yahoo.com.br

Resumo
Este artigo apresenta resultados da pesquisa de doutoramento da autora na Universidade Federal do Mato Grosso que teve como questão norteadora saber por que o termo *axioma* até o século XIX era tomado como antônimo de hipótese e, nos dias atuais, é considerado como sinônimo, e quais foram as implicações dessa mudança nas relações entre a Filosofia e a Matemática, entre a Linguagem e a Matemática e na Educação Matemática. A pesquisa reflexivo-interpretativa e de caráter teórico-bibliográfico teve como fundamentação teórico-metodológica o *Pensamento sobre Complementaridade Otteano*, teoria em desenvolvimento por Michael Friedrich Otte, que utiliza abordagens históricas, filosóficas e semióticas. A pesquisa mostrou que quanto mais a Linguagem e a Matemática se aproximaram, mais o termo *axioma* tendeu a ser interpretado como sinônimo de hipótese, e que tal aproximação se desencadeou a partir do momento em que o pensamento filosófico se aproximou do pensamento matemático. A tese defendida foi que a mudança do significado do termo *axioma*, evidenciada na relação entre a Linguagem e a Matemática, se deslocou dos aspectos descritivo-contemplativos para os aspectos operativo-instrumentais, de modo que a objetividade da Matemática passou a revelar-se na atividade e nas aplicações futuras e não mais em termos de fundamentos *a priori*. O novo sentido desse termo passou a ser encontrado nas deduções formais e na teoria desenvolvida como uma entidade em si e o seu significado aparece nas aplicações dessa teoria. Em consequência, uma análise semântica de seus conceitos, como é costume nas Ciências Humanas, passou a não ser suficiente na Matemática e, neste campo, é preciso levar em conta os aspectos pragmáticos das representações. Este estudo, ao mesmo tempo em que oportuniza aos pesquisadores em Educação Matemática ampliarem suas reflexões sobre a gênese e historicidade do conhecimento matemático, apresenta a possibilidade de uma nova forma de abordagem didática: o Pensamento sobre Complementaridade Otteano.

Palavras-chaves: Filosofia da Matemática. Epistemologia. Semiótica. Complementaridade.

Introdução

Tomamos a liberdade de chamar de Pensamento sobre Complementaridade Otteano (PsCO), a teoria desenvolvida nos últimos 40 anos pelo pesquisador Michael

[1] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Federal do Mato Grosso (UFMT). Docente do Centro de Formação e Aperfeiçoamento dos Profissionais da Educação Básica de Mato Grosso (CEFAPRO) da Secretaria de Educação do Mato Grosso (SEDUC/MT).

Friedrich Otte, a qual é uma adaptação do *Princípio da Complementaridade* para os problemas de pesquisa da Educação Matemática.

Este artigo apresenta o resultado da pesquisa de doutoramento da autora, que, fundamentada no PsCO como ferramenta metodológica, procurou estudar a mudança interpretativa do termo *axioma* ao longo do tempo e, partir disso, investigar a relação entre a Filosofia e a Matemática na constituição do conhecimento matemático.

Do fato de que nosso conhecimento é expresso, fixado e comunicado pelo emprego da linguagem, podemos concluir a importância da linguagem para a atividade racional. Pressupomos que uma característica principal de nossa razão é a de poder exercer sua atividade por meio de conceitos. Quando nos deparamos com a configuração atual do conhecimento matemático e, em especial, o método *axiomático*, e, do nível de abstração atingida, evidenciamos a especial relevância e influência da linguagem em seu desenvolvimento, inclusive chegando ao ponto de muitos confundirem e minimizarem a atividade matemática, tomando-a exclusivamente como uma linguagem.

Dado o caráter conceitual do conhecimento científico e, em especial, para nós, do conhecimento matemático, da relação imbricada que envolve tanto o processo linguístico/comunicativo, como o processo representacional/descoberta e o desenvolvimento do nosso conhecimento matemático, foi que dedicamos e tomamos como nosso objeto de pesquisa e estudo a relação entre a Linguagem e a Matemática para buscar compreender sobre a relevância do relacionamento entre a Filosofia e a Matemática. Assim, elegemos o termo *axioma* e a mudança interpretativa do sentido de sinônimo de verdade, que parece existir desde a época de Platão até a Modernidade, para o sinônimo de hipóteses a partir de então, e, então investigar como se processa esse relacionamento entre Filosofia e Matemática na constituição do conhecimento matemático.

A questão norteadora deste estudo pretendeu investigar, em relação ao conhecimento matemático e sua constituição, *o que significa, de acordo com Otte (2011), o fato de que a palavra axioma ter sido tomada com antônimo de hipótese até o século XIX e, hoje em dia, axioma ser considerada como sinônimo de hipótese?*

Nossa tese aludiu que a mudança de significado do termo *axioma*, destacada na relação entre Linguagem e Matemática, deslocou-se, partir do século XIX, dos aspectos descritivos para os aspectos operativos e instrumentais. Tal fato sugere uma transformação do conhecimento matemático de uma visão de caráter descritivo e contemplativo para um caráter instrumental e operativo. Isso corresponde ao fato de que a objetividade da Matemática passa a se revelar na atividade e nas aplicações futuras e não mais em termos de fundamentos *a priori* (Otte, 2011). De forma que o sentido do termo *axioma* se encontra nas deduções formais e na teoria desenvolvida como uma entidade em si e o significado nas aplicações dessa teoria. Isto insinua que, dentre os resultados da filosofia da Matemática, destaca-se a descoberta de precisarmos reconhecer que uma análise semântica de seus conceitos, como é de costume nas Ciências Humanas, não é suficiente na Matemática e devemos levar em conta os aspectos pragmáticos das representações.

É assim que, esta pesquisa, procurou destacar a uma transformação conceitual ocorrida na Matemática ao empreender uma visão interpretativa, que agrega e apresenta o PsCO, para analisar aspectos relacionados ao conhecimento matemático, que eram tradicionalmente tratados de forma dicotômica.

1. Pressupostos teórico-metodológicos da pesquisa

O PsCO destaca três dimensões no desenvolvimento e constituição do conhecimento matemático: a dimensão histórica, a dimensão filosófica e a dimensão semiótica. Nesta pesquisa a dimensão histórica aparece quando buscamos apresentar evidências dispersas para que possamos exibir mais claramente uma distinção ou um movimento de oscilações na significação do termo *axioma.*

Entendemos ser de suma importância buscar o recurso da História seja na pesquisa, seja em sala de aula. Percebemos que ela tem um papel decisivo na organização do conteúdo matemático que se deseja trabalhar, de modo a reestruturá-lo com base no modo de um raciocínio próprio de um conhecimento que se deseja construir. Nossa compreensão de um recurso à História supera o sentido de mero acessório à pesquisa ou didático, mas a assume como um verdadeiro e potencial definidor de estratégias ao investigador e educador matemático.

Organizar e estruturar o conteúdo de Matemática a ser trabalhado em sala de aula, à luz de sua evolução histórica, torna-se mais significativo por atender ao ‘Princípio da Metamorfose’ que caracteriza a imagem do conhecimento como uma rede conceitual. Machado (1993, p.145) explica que: “o Princípio da Metamorfose explicita a ideia, suficientemente vivenciada por todos os que lidam diariamente com informações, de que a rede de significações que constitui o conhecimento está em permanente transformação".

Uma leitura referendada por diferentes pontos de vistas, contextos e épocas, ao nos proporcionar uma percepção sobre os diversos modos de compreensão sobre a natureza da Matemática, seu objeto e método, permite-nos identificar e destacar traços relacionados ao termo *axioma* que possam ser convergentes ou divergentes diante das especificações e usos feitos por esses filósofos e matemáticos. De modo que buscaremos interpretar tais forças potenciais e de inferências na significação desse termo que sinalizem sobre a influência e/ou implicações determinantes e determinadas pela/na relação entre a Linguagem e a Matemática neste processo de significação.

Da interpretação dessas forças potenciais é que emerge a perspectiva interpretativa-reflexiva de abordagem filosófica. Temos assumido que muitos dos problemas relacionados aos processos de ensino-aprendizagem em Matemática, vinculados a questões sobre os fundamentos do conhecimento matemático, sua gênese e historicidade, são decorrentes de legítimos problemas filosóficos, os quais se relacionam à própria Matemática, ou, de outro modo, sobre a natureza da própria Matemática.

Quando nos debruçamos sobre a questão, em relação ao conhecimento matemático e sua constituição, por exemplo, tentando compreender o significado do termo *axioma* e o fato de que a palavra a*xioma* foi tomada com antônimo de 'hipótese' até a Modernidade e, hoje em dia, *axioma* é considerado como sinônimo de 'hipótese', podemos observar que à esta questão perpassa, primeiramente, uma dimensão de fundo filosófico.

Se buscarmos, por exemplo, em Popper o conceito de *axioma*, encontramos que ele afirma que é "apenas o pressuposto mais elegante dentre outros possíveis, isto é, que resolve o maior número de problemas do modo mais interessante". Popper, além de retirar dos *axiomas* sua pretensão de obviedade e veracidade (Silva, 2007, p. 19-20), coloca-os no sentido aproximativo ao de hipóteses.

Desde a antiguidade, quanto em Popper, constatamos somente respostas filosóficas ao entendimento sobre o que seja um *axioma*. Não conseguimos encontrar na Matemática um teorema que nos diga o que é um *axioma* matemático. Assim, necessitamos investigar a própria atividade Matemática se quisermos obter uma resposta ao que seja um *axioma*. A Matemática se revela na atividade. Isso implica que o sentido de *axioma* se encontra no seu uso. Esse fato nos mostra que uma análise semântica de seus conceitos, como é de costume nas Ciências Humanas, não é suficiente na Matemática e devemos levar em conta os aspectos pragmáticos das representações.

Fica evidente que, embora algumas questões e problemas sejam especificamente da Matemática, não há como tratá-los sem uma abordagem filosófica. O PsCO destaca que, sobretudo, é fundamental que se estabeleça um diálogo entre a Matemática e a Filosofia para compreendermos as possíveis oscilações no significado do termo *axioma* e o desenvolvimento do conhecimento matemático.

Ainda é importante destacar de que a Filosofia em questão deve ser bem nutrida de conhecimento matemático e não deve ignorar, de forma alguma, a própria História da Matemática. Para Imre Lakatos (apud Silva, 2007, p.21), parafraseando Kant, dizia, coberto de razão, que "a Filosofia da Matemática sem História da Matemática é vazia, e esta, sem aquela, é cega".

Somadas a essas perspectivas histórica e filosófica, ressaltamos o caráter fundamentalmente linguístico do PsCO, isto é, o caráter semiótico. Uma vez que a atividade racional se expressa por meio da linguagem, nosso entendimento é que contextos racionais tratam de contextos linguísticos. Estabelecido como pressuposto metodológico, o PsCO aborda, analisa e interpreta a atividade racional não propriamente e em si mesma, mas, como um seu produto: o conhecimento matemático.

Um princípio básico e elementar do PsCO estabelece que o pensamento não ocorre na cabeça, mas, ocorre numa perspectiva semiótica com as representações, os signos, os símbolos. Dessa forma tem-se a possibilidade de se iniciar uma discussão sobre a gênese e a historicidade do conhecimento matemático e, também, sobre as implicações de uma abordagem semiótica da Matemática, dentro de uma perspectiva envolvendo o PsCO.

Assim pretendeu-se empreender uma abordagem semiótica, procurando identificar a continuidade ou a descontinuidade entre sentido e referência do termo *axioma*, através da análise do seu significado e do uso e modos de apropriação desse termo em estruturas e contextos linguísticos (que também são contextos matemáticos), principalmente, ao se tentar esclarecer o sentido real desse termo enquanto signo.

O pilar interpretativo, que orientou esta investigação e que compreendeu o caráter linguístico, tem o sentido da Filosofia da Linguagem, haja vista que: primeiro a nossa reflexão toma a Linguagem como objeto formal, como também busca interpretar etapas desta Linguagem na constituição de uma teoria da significação, do ponto de vista do conhecimento matemático; segundo, ambicionamos interrogar-nos sobre as condições de possibilidades dessa significação, de maneira que se faz presente a intenção de uma reflexão situada e crítica.

Otte encontrou os fundamentos semióticos do seu pensamento nas ideias de Charles Sanders Peirce, especialmente, por ele ter feito suas reflexões, baseadas no seu conhecimento matemático e ainda por considerar a Lógica como sendo baseada na Semiótica.

Ademais, por compreender que todo raciocínio matemático como constituindo o tipo de pensamento diagramático que prima pelo pensamento relacional-estruturalista, que elementarmente, segundo Peirce, envolve os signos básicos: ícones, índice e símbolos.

O PsCO nos direciona a entender que não há uma distinção nítida e/ou dicotômica que se possa estabelecer entre pensamento e representação no processo de desenvolvimento cognitivo humano, e especificamente o pensamento matemático se configura e formaliza-se 'na' e 'através da' simbolização. A Matemática constitui-se, essencialmente, numa atividade intelectual que envolve a construção de representações diagramáticas e no desenvolvimento de experimentos com diagramas de qualquer espécie em nível abstrativo.

Assumimos que nosso conhecimento é fruto de uma relação essencial entre mente e mundo, mediada por signos e representações. Sobretudo, qualquer representação não pode ser reduzida ao objeto representado, como também nenhum conceito pode ser diminuído à sua extensão, ou um conjunto não pode ser reduzido aos seus elementos. Também compreendemos que uma perspectiva genética ou evolutiva ao conhecimento e à verdade se torna inevitável, caso contrário (Otte, 2015) nenhuma das questões fundamentais da epistemologia da Matemática pode ser proveitosamente discutida.

O PsCO parte de pressupostos teóricos sobre a constituição do saber, fundamentados numa concepção *materialista filosófica*. É materialista (Pato, 2012), minimamente, por conceber que repousa na matéria a origem de nossas sensações e que o mundo não se resume a puras representações. Mas entendemos que, envolvendo a relação entre matéria e pensamento, a posição interpretativa do PsCO amplia a perspectiva, pois toma um posicionamento materialista, filosófico e dialético; pois, a dialética implica em que a cognoscibilidade do mundo e a prática, nossa atividade neste mundo, sejam entendidas como fazendo parte de um processo dinâmico e dialético.

Também, compreende e defende que, nesse movimento processual existe a possibilidade de uma realidade objetiva, de acordo com Lénine(Pato, 2012), está tratando dos conteúdos das representações humanas que não dependem do sujeito. E, neste sentido, designamos a Complementaridade como uma concepção Materialista Filosófico Dialético, pois esse pensamento concebe as sensações como fonte do nosso conhecimento e a realidade objetiva como fonte das nossas sensações.

Sobretudo, salientamos que, não devemos confundir 'verdade objetiva' com a questão do 'critério' da 'verdade objetiva', nem com a questão de saber se a verdade objetiva pode ser expressa integralmente ou apenas de forma aproximada.

Concordamos com Lénine (Pato, 2012) que o problema da verdade é uma das questões filosóficas mais importantes. O pensamento materialista filosófico, ao reconhecer a verdade objetiva, coloca-a como sendo o conteúdo para as representações humanas. Já as representações figuram um somatório de verdades que, no entanto, são relativas, mas é indiscutível que sempre nos aproximamos dessa verdade objetiva. Só que pensar dessa maneira, principalmente, não nos conduz a uma espécie de relativismo antes de tudo pelo fato de que, ao reconhecermos a verdade objetiva, implica reconhecermos a existência de uma 'verdade absoluta'.

Para nós, a questão de saber se o nosso pensamento humano seria capaz de exprimir essa 'verdade objetiva' de forma absoluta ou relativa (Pato, 2012), só é solucionada dialeticamente e partindo da prática como o 'critério' que nos permite distinguir as ilusões da 'verdade objetiva'. Dentro de pressupostos materialistas, o mundo é matéria em movimento e o movimento das nossas representações corresponde ao movimento da realidade objetiva, da matéria e também ao nosso próprio movimento, enquanto sujeito cognoscente. Neste sentido, entendemos que o PsCO é um instrumento e teoria inovadora ao interpretar sobre essas questões e sobre o desenvolvimento do pensamento Matemático em sua gênese e em sua historicidade. Especialmente situando o 'critério' da verdade objetiva na 'atividade' que permeia a relação entre sujeito e objeto do conhecimento e, quando assumimos uma perspectiva genética ou evolucionista.

Todos esses aspectos estão em jogo quando nos propomos à uma abordagem teórico-metodológica na perspectiva do PsCO à representação, ao desenvolvimento do nosso conhecimento matemático. Neste estudo empreendemos a busca por uma ou várias respostas que sejam satisfatórias sobre o que podemos evidenciar na/pela oscilação do significado do termo *axioma* do ponto de vista da relação entre a Linguagem e a Matemática, sobre uma dinâmica operacional entre a Filosofia e a Matemática.

Foi respeitando essas dimensões e assumindo essas diretrizes que o PsCO compareceu como fio condutor da construção metodológica e dínamo à nossa análise reflexivo-interpretativa que ora se configurou como sendo de caráter teórico-bibliográfico. De todo modo, consideramos estar apresentando mais um olhar interpretativo sobre essa relação, não mais que isso. Ambicionamos que, em certa medida, possamos estar oportunizando a ampliação do espaço às reflexões e ao diálogo com os educadores em Matemática sobre questões relacionadas aos fundamentos do conhecimento matemático e que, consequentemente, essas possam vir a gerar o sentido de contribuições efetivas a serem empreendidas ao tratamento didático desse conhecimento em sala de aula.

2. O Termo *Axioma* de Platão à Modernidade: Significados Assumidos

Na Antiguidade, era usualmente comum tomar o termo *axioma como* 'verdades inquestionáveis e indemonstráveis'. Da Antiguidade, na Idade Média até a Modernidade, prevalece o sentido de 'verdades', mas, por vezes, o termo *axioma* é assumido no sentido de *postulado*. Somente e efetivamente, a partir do século XIX, é promovido um sentido interpretativo mais fortemente ligado a hipóteses e que se consolidará no início do século XX.

Observamos que o termo *axioma* na antiguidade era usualmente utilizado somente na Filosofia, nem mesmo Platão utilizava essa terminologia. Mas, foi a partir de Platão que termos da Filosofia começaram a ser associados ao pensamento matemático. Isso devido a que, Platão foi um dos primeiros a promover um processo de simbiose entre a Filosofia (dialética) e a Matemática.

As leituras de Platão, nos conduziram a interpretar em seus diálogos que numa perspectiva ontológica o termo *axioma* toma o sinônimo de verdade e numa perspectiva epistemológica o sinônimo de hipótese. Entretanto, quando apropriado por Aristóteles o termo *axioma* começa a adquirir sentidos interpretativos bem diferentes do uso filosófico. O termo *axioma* às ciências objetivas – geometria, mecânica – de Aristóteles à Modernidade assume o sentido de 'verdades'. O famoso Euclides em "Os Elementos" não utilizou nomeadamente o termo *axioma*, ele fazia distinção entre *noções comuns* (gerais) e *postulados*, e, na maioria das interpretações de Euclides as *noções comuns* são tomadas como *axiomas*, sendo o sentido interpretativo sinônimo de verdades.

Será somente na Modernidade, com a efetivação do declínio do poder eclesiástico sobre o conhecimento, que esse termo mudará de sentido passando a ser interpretado definitivamente como sinônimo de 'hipóteses'. Entendemos que essa mudança é processada ao tempo em que se promove uma convergência do pensamento filosófico ao pensamento Matemático, promovida por um renascimento e releitura do pensamento platônico na matemática.

Tal renascimento se processa primeiramente no contexto educativo resultando numa mudança na semântica do nosso conhecimento. A prioridade no desenvolvimento do nosso conhecimento é transferida da dimensão da representação à dimensão comunicativa, para a argumentação. Ou seja, do contexto da descoberta, ao contexto da justificação, daí observamos passar a ter maior valor as provas formais no processo de desenvolvimento do conhecimento.

O processo de convergência entre filosofia e Matemática, que entendemos ser o movimento que promoveu esse renascimento do pensamento platônico à matemática que se iniciou no século XVIII teve como resultado o nascimento da análise. Neste sentido, especificamente relacionado ao pensamento matemático, a mudança no significado do termo *axioma* é operacionalizada fortemente pela convergência do pensamento filosófico Platônico (da dialética e da Lógica convergindo à matemática) ao pensamento matemático (geometria, cálculo-logística, ciência, técnica, a mecânica), que conduziu a uma releitura da dialética – a análise propriamente - no desenvolvimento do conhecimento matemático.

Outro aspecto importante, trata de que, por exemplo, quando olhamos para Euclides e seus *axiomas*, da antiguidade à Modernidade, o que está em primeiro plano é o contexto da descoberta, e, por isso o sentido de 'verdades' atribuído à eles. Principalmente quando no processo dessa descoberta o sujeito ontológico prevalece em relação ao sujeito epistemológico. Também observamos que, neste mesmo contexto, todo conhecimento é regido e regulado pelo objeto. Somente com a mudança de uma perspectiva epistemológica, que se opera com a Revolução Copernicana de Immanuel Kant (Kant, 2001), o sujeito epistemológico é trazido ao centro do processo, que antes era primazia somente do objeto. Tal aspecto reforçará uma mudança do sentido do termo *axioma*, e, a possibilidade de inserção de uma abordagem interpretativa semiótica ao processo cognitivo. Kant foi decisivo neste processo e nesse sentido, pois é somente dele que surge a possibilidade de se fazer uma Filosofia da Matemática, até Kant somente se filosofava a partir da matemática.

A somatória desses fatores conduzirá a um grande desenvolvimento da álgebra e do método axiomático-dedutivo. Também como reflexo da ênfase ao contexto comunicativo – argumentativo, das provas formais assistimos ao estreitamento decisivo na relação entre a Linguagem e a Matemática, e, ao desenvolvimento do conhecimento matemático à níveis cada vez maiores de abstração.

Podemos inferir que, na dimensão semântica da representação e da descoberta, os signos são relacionados com objetos. Na nova perspectiva semântica comunicativa, os signos tratam da relação entre signos tão somente. De forma que, num contexto argumentativo em Matemática, o que passa ter realmente valor para o matemático são as provas e argumentos formais e os resultados consequentes, e não mais os contextos de descoberta e de pesquisa como na semântica representacional. A intuição não é realmente o mais relevante neste contexto comunicativo, embora seja um instrumento útil no momento da pesquisa, da descoberta, ela não é relevante na resolução de um problema.

Esta reflexão pode explicar o fato de ter sido por isso que também em um primeiro momento a Matemática foi considerada sintética, e só com a Modernidade ela passa a ser considerada analítica. Sobretudo o PsCO, nos permite observar que o conhecimento matemático contempla ambos os aspectos.

Assim o nosso entendimento, numa perspectiva complementarista, é de que na Matemática o desenvolvimento do nosso conhecimento matemático contempla esses dois aspectos semânticos, tanto o linguístico relacionado à teoria da comunicação quanto o contexto semântico da teoria da ciência.

Todas essas mudanças tão significativas ao desenvolvimento da Matemática e à mudança do termo *axioma* se processou como consequência de uma mudança na visão de mundo, na visão do que seja conhecimento (e outros aspectos também). Com a mudança na visão de mundo, novas resposta para questões elementares são requeridas, o pensamento filosófico ganha força e é trazido ao primeiro plano para encontrá-las. Essa dimensão filosófica do pensamento, numa "nova" releitura é que promoveu a inserção da Linguagem de modo operativo à interpretação do desenvolvimento do nosso conhecimento. E, com o pressuposto de que é impossível a qualquer linguagem representar de fato um objeto, mas como ele trata somente de um modo de representá-lo (indica também uma releitura da grande disputa entre Platão e os sofistas) não tem mais sentido falar um tratamento de 'verdades' ao termo *axioma*, ele muda do sentido interpretativo de 'verdade', passando ao de 'hipótese'.

Com a nova visão de mundo, surgem novas áreas de conhecimento, assim assistimos no século XIX o nascimento das Ciências Humanas com elas um novo método interpretativo do conhecimento – o círculo hermenêutico. O círculo hermenêutico é o espelho do que compreendemos como Complementaridade. Ele representa a possibilidade interpretativa assumidamente como um movimento dialético (no sentido de movimento processual dinâmico) entre aspectos que até então eram tratados como dicotômicos, ou seja, entre: descoberta e justificação, provas formais e intuição particular, argumentação e construção, etc. Foi nesta direção que nasceu a Sociologia, e de repente surgiram novas maneiras de interpretação de textos.

Com um novo paradigma científico imposto pelas ciências humanas, surge uma perspectiva no sentido da complementaridade no século XIX. Com uma amplitude maior de possibilidades interpretativas surge a necessidade de se encontrar uma arte de interpretação. E a busca dessa arte é que nos conduz à complementaridade.

Entretanto a ênfase à uma epistemologia mais centrada no contexto comunicativo conduzirá ao entendimento de alguns a que a matemática se tratasse de somente uma linguagem formal. A matemática só passou a ser considerada analítica, porque o que importa é como apresentar uma prova, um argumento, como comunicar, ou seja como ensinar. Nós observamos que muito geralmente fala-se que os professores em sala de aula dão um tratamento extremamente formal ao conteúdo matemático, é interessante perceber que foi o contexto da necessidade educativa em matemática o que conduziu à este formalismo e a uma visão analítica da matemática.

Sobretudo, no PsCO é através do movimento dinâmico do desenvolvimento do conhecimento matemático, do relacionamento entre aspectos dicotômicos, por exemplo entre o contexto da descoberta e o da comunicação que destacamos a matemática não poder ser considerada como uma linguagem formal. E neste sentido a fundamentação semiótica do PsCO justifica e destaca sobre a relevância do caráter indicial no e do desenvolvimento do conhecimento matemático situando neste aspecto a diferença elementar que existe entre a Matemática e a Linguagem. A matemática é muito mais do que uma Linguagem. A matemática através dos seus índices cria-constrói, ao interpretar a realidade, os seus objetos, que trata de estruturas relacionais, segundo Peirce a matemática representa o pensamento diagramático.

Tal interpretação sobre os fundamentos e gênese do conhecimento matemático pode ser empreendido de Platão à modernidade. E, através do fundamento interpretativo semiótico do PsCO sujeito ontológico e epistemológico adquirem o mesmo status.

Resumimos a seguir três pontos gerais que se sobressaíram em nossa análise reflexiva no desenvolvimento da pesquisa:

1 – Este estudo nos revelou, sobretudo que, uma relação entre a Linguagem e a Matemática foi operacionalizada pelo relacionamento, aproximações e distanciamentos, entre o pensamento filosófico e o pensamento Matemático. E que, na medida em que a Filosofia adentra os campo e atividades da Matemática, a Linguagem começa a ganhar destaque, e neste sentido o termo *axioma* tende a ser assumido como sinônimo de hipóteses.

2- De mesmo modo, conforme se processa um movimento de distanciamento entre a Linguagem e a Matemática, consequentemente entre a Filosofia e a Matemática, observamos uma tendência a que o termo *axioma* seja tomado no sentido de 'verdades indemonstráveis e inquestionáveis'. E observamos que, geralmente, quando há esse distanciamento à essa determinação é relevante observar que, o sujeito ontológico se sobrepõe ao sujeito epistemológico.

3 – Também observamos que, até o século XIX, quando a Linguagem ganhava espaço e destaque no pensamento de filósofos ou matemáticos dois caminhos distintos eram tomados: ou existia uma tendência de tomar-se a Matemática como uma Linguagem, ou a Matemática é tomada como uma Atividade (construtiva). Em ambos os casos os sujeitos ontológicos e epistemológicos possuíam status distintos e os *axiomas* tendiam ou a serem assumidos com o sentido de regras ou Leis, ou como *postulados*. Somente com o processo de inserção à interpretação semiótica ao processo de nosso desenvolvimento cognitivo e do nosso conhecimento matemático – e a Matemática sendo um fenômeno que se revela na e pela atividade - é que observamos

ambos, sujeito ontológico e sujeito epistemológico passarem a adquirir o mesmo *status* e o termo *axioma* definitivamente passa ao sentido de hipótese, e isso se efetiva no século XIX. Somente durante o século XIX, tornou-se uma opinião generalizada que os *axiomas se* referem a *hipóteses*. As razões para explicar este fato sempre aparecem de formas muito desencontradas.

Por exemplo, John Stuart Mill (Mill, 1882, pp. 168-171) diz que os *axiomas* geométricos são hipóteses, porque todo o conhecimento deriva da experiência e o bom senso nos afirma que não existe absolutamente conhecimento certo, baseado na experiência. Já Pierre Duhem (1862-1916) escreve: “Se a física teórica é subordinada à metafísica, as divisões que separam os diversos sistemas metafísicos se estenderão para o domínio da física. A teoria física que tem a fama de ser satisfatória pelos sectários de uma escola metafísica será rejeitada pelos partidários de uma outra escola” (Duhem, 1954, p. 10).

A Ciência, para ser metafisicamente neutra, deve, portanto, tornar-se formal ou matemática e isso implica que os *axiomas* sejam hipóteses formais, como no caso de Hilbert. E Duhem novamente relata: "Uma teoria física não é uma explicação. É um sistema de proposições matemáticas, deduzida a partir de um pequeno número de princípios, que visam representar de forma simples e tão completa e exatamente quanto possível, um conjunto de leis experimentais" (Duhem, 1954, p. 19).

Para Mill, os *axiomas* são meras hipóteses, porque a Matemática é derivada da experiência empírica e não pode, portanto, estar absolutamente certa. Enquanto que para Duhem (e Hilbert) denota-se que *axiomas* são meras hipóteses, porque a Matemática deve estar livre de todas as opiniões (metafísica ou empírica). Mill apoia-se em uma teoria empirista da ciência e Duhem numa teoria instrumentista. É interessante observar que eles chegam a mesma conclusão por razões muito opostas.

Nós entendemos que uma abordagem interpretativa no sentido da Complementaridade ‘Otteana’ pode explicar melhor sobre essas conclusões tão díspares em concepções, principalmente, quando olhamos historicamente para o desenvolvimento do conhecimento matemático. E, mais especificamente, quando olhamos para o aspecto do nosso desenvolvimento cognitivo relacionado entre a Linguagem e a Matemática, destaca-se o aspecto como apontamos, de que, conforme existe um distanciamento da Linguagem ao processo cognitivo, por exemplo, ao desenvolvimento da Matemática, existe a tendência de atribuir o sentido de ‘verdade’ aos *axiomas*. De outro modo, quando se toma a direção de uma abordagem interpretativa epistemológica semiótica, operacionalizada ao desenvolvimento da Matemática e se operacionaliza uma aproximação entre a Linguagem e a Matemática ao processo cognitivo e ao desenvolvimento da Matemática – e, o termo *axioma* passa a assumir o sentido de *hipóteses.*

Também podemos observar que Mill e Duhem concebem o conhecimento matemático com o mesmo *status* ontológico, ou seja, no sentido de uma aproximação entre a Linguagem e a Matemática e isso nos conduz a entender por que duas explicações tão diferentes convergem para um mesmo entendimento do termo *axioma* e este sendo o de *hipóteses*.

Um aspecto relevante à mudança que se processa ao termo *axioma* na modernidade refere-se à especificidade de um novo status que ele adquiriu no desenvolvimento de uma teoria. A partir da modernidade ele passa a se configurar o ingrediente elementar de uma teoria, e , esta passa a ser chamada Teoria Axiomática. Uma teoria axiomática, por sua vez, trata de um caso particular de uma teoria formal. Surgem, deste modo, técnicas de axiomatização específicas e que utilizam de 'linguagens específicas' e formais, e, se referem sempre a situações especiais que satisfazem alguns critérios.

Dizemos Linguagem específica porque ela não é natural, podemos assim chamá-la de artificial, na qual os conceitos de 'expressão', 'expressão significativa' ou "*axioma*" são devidamente tornados precisos (Sant'Anna, 2003). A Matemática comumente lida com ideias abstratas e uma teoria *axiomática* busca expressar tais ideias. De modo que ela é formulada em Linguagens artificiais que tentam cumprir com esta finalidade.

Numa teoria *axiomática*, existe sempre um procedimento específico para distinguir *axiomas* de outras fórmulas bem constituídas que compõem esta teoria. Também, não há qualquer exigência de que haja consistência entre os *axiomas*, podemos ter *axiomas* que se contradizem entre si. E, não se exige que os *axiomas* sejam finitos.

Não se lida com qualquer noção de verdade numa teoria *axiomática*. De modo que, um *axioma* pode tanto ser verdadeiro, quanto pode ser falso. Assim, fica mais adequado atribuir-lhe o sentido sinônimo de *hipótese*. Também é incorreto dizer que os *axiomas* sejam sentenças aceitas sem demonstração, pois, em qualquer teoria formal, todos os *axiomas* são teoremas, independentemente de qualquer regra de inferência adotada.

Nesse novo status do termo *axioma u*m conceito muito importante que a ele se agrega enquanto método *axiomático* é o de noção de *estrutura* em Matemática. Podemos dizer que *axiomatizar* uma teoria é definir uma estrutura em termos de noções da teoria de conjuntos, utilizando-se, para este fim, uma Linguagem específica.

Assim, observamos que uma teoria científica "axiomatizada" parte sempre de um mínimo de pressupostos; daí, por meio de um sistema dedutivo, permite a inferência do máximo possível de consequências lógicas. E, uma teoria *axiomática* reflete uma síntese significativa do método científico, ao proporcionar o poder de síntese em um grau que oferece outra perspectiva.

O método *axiomático* é o que qualifica o discurso, de modo a nos permitir que questões de caráter filosófico em Ciência sejam respondidas "objetivamente". Funciona também como uma ferramenta didática muito interessante, ao representar uma economia de pensamento. E, além de tudo, é um excelente instrumento de pesquisa em Matemática. Segundo Sant'Anna (2003, p.131), "é como se estivéssemos olhando para o mesmo objeto no espaço, sob diferentes ângulos. Nesse sentido, o método axiomático é belo, pois sempre nos surpreende com novos aspectos quando o examinamos sob diferentes pontos de vista".

Concordamos que o método *axiomático* contribui, sobremaneira, para ajudar-nos a responder questões sobre os fundamentos lógico-matemáticos de qualquer disciplina científica. E, a metamatemática que ele viabiliza é o que justifica sua tão ampla utilização e aplicação em outras áreas, além da Matemática propriamente.

A vantagem do método *axiomático* tem-se revelado enormemente, uma vez que nos permite tornar explícitas as suposições e princípios que alicerçam qualquer disciplina, tornando mais nítida a sua estrutura. E, mesmo ele sendo utilizado de forma precária e não desempenhando papel tão fundamental em outras Ciências (Naturais e Humanas), nem por isso ele perde seu caráter de relevância e sempre que há possibilidade, procura-se empregá-lo.

A grande vantagem, por exemplo, da axiomatização de qualquer disciplina, está na obtenção de um sistema axiomático tal, do qual a disciplina seja uma possível realização, uma vez que sabemos que um sistema axiomático pode receber as mais variadas interpretações. Foi com a consolidação desse método que a objetividade do conhecimento definitivamente se deslocou dos fundamentos de uma teoria para suas aplicações no futuro.

A organização final de qualquer teoria lógico-matemática (Ciências Formais) ou das Ciências Reais tende, atualmente, a ser *axiomatizada* e, hoje o entendimento é o de que se utilizando do método *axiomático*, a razão como que se objetiva. “Daí a relevância da estruturação axiomática dos contextos científicos, advindo desse fato um de seus traços marcantes, eles são em princípio, hipotético-dedutivos” (COSTA, 2008, p.37).

Observamos nessa pesquisa que, desde Platão, já existia implicitamente a possibilidade interpretativa do termo *axioma* como sinônimo de hipótese. Mas esse significado só será definitivamente incorporado a ele no empreendimento científico, a partir da Modernidade, quando ocorre uma mudança radical na visão de mundo e, consequentemente, nos modos de se explicar, ou melhor, de se entender como podemos explicar esse mundo. Também interpretamos que o método axiomático incorpora e reflete o renascimento da dialética de Platão que se processa a partir da Modernidade.

A análise e reflexão histórica nos leva a compreender que muitos conceitos matemáticos, como também a evolução e oscilações de significados de termos como *axioma*, são ferramentas desenvolvidas pelo ser humano e não são frutos e resultados de elaborações de uma só pessoa, mas resultados dos esforços de muitos. Assim, também entendemos que existe, mesmo entre pensamentos contraditórios, entre teorias que se opõem, o sentido de uma Complementaridade. É a partir de um movimento tensional gerado, no “balançar do pêndulo” que envolve os aspectos polarizantes dos fenômenos, que assistimos emergir a potencialidade criativa da mente humana.

Defendemos que uma abordagem interpretativa de perspectiva semiótica e que agrega o PsCO figura como um caminho possível e frutífero para compreendermos aspectos da gênese e historicidade dos fundamentos da Matemática e respondermos coerentemente sobre eles, haja vista que, nem o platonismo, ou o construtivismo, como também nem o nominalismo têm conseguido responder. Inclusive, percebemos que esta abordagem interpretativa pode ser empreendida desde a Antiguidade até os dias atuais para compreendermos sobre o desenvolvimento do nosso conhecimento matemático.

A Matemática, diferentemente das outras Ciências, constrói, como fruto de um processo que entendemos ser semiótico, os seus objetos, figurando como o tipo de pensamento que chamaríamos de diagramático, relacional-estruturalista. De modo que a

Matemática não se baseia ou se fundamenta na possibilidade de existência de seus objetos, mas seus fundamentos encontram-se no movimento de sua própria constituição e suas aplicações futuras. E, seu grande potencial heurístico reside na dimensão metafórica que ela apresenta e representa do pensamento humano.

A Matemática, assumindo essa perspectiva de Ciência Formal, principalmente ao incorporar como empreendimento metodológico o Método *Axiomático*, promoveu, ao mesmo tempo, uma mudança no entendimento do que seja "verdade" e sobre o "critério da verdade". Dessa forma, acordamos com o pensamento de Newton da Costa (2008), que o conceito de verdade passa a não ter uma definição rigorosa, especialmente no tocante à Linguagem comum. O sentido de 'verdade', numa disciplina formal, englobará as dimensões sintática, semântica e pragmática da Linguagem usual e se refletirá em uma metalinguagem, ou seja, numa Linguagem formal, devidamente paramentada.

A verdade não mais toma como critério a evidência, tampouco apela para a coerência forte ou fraca, ou menos, sequer, a analiticidade. Segundo Costa (2008), dada a natureza da concepção dialética das Ciências Formais, podemos inferir que não existe critério de verdade em Matemática, pois as verdades lógicas e matemáticas não se impõem em virtude de critério de verdade. Ao contrário,

> [...] entram no domínio da ciência historicamente, pelos motivos mais variados, por exemplo, pela evidência, pela sua fecundidade ou pelo fato de se mostrarem essenciais em certos usos da razão. No entanto, a permanência dessas verdades como verdades dependentes da capacidade que demonstrarem de resistir à dialetização, às experiências de pensamento, intencionais ou não, que as testam (COSTA, 2008, p.260).

Por isso, o PsCO inova enquanto teoria interpretativa, especialmente ao trazer as perspectivas histórica, filosófica e semiótica.

O movimento histórico-filosófico do desenvolvimento do pensamento matemático na Humanidade que embalará o sentido da 'verdade'. No entanto, observamos, sobretudo, que a verdade em Ciências formais também esteve sempre, histórica e intimamente, relacionada com o rigor. "No entanto, o rigor não é critério de verdade, entre outros motivos porque não há critério absoluto de rigor" (NEWTON, 2008, p.260).

Assim, mesmo o rigor também é relativo às etapas da própria evolução histórica das Ciências formais, da própria Matemática. "O padrão de rigor da geometria de

Euclides não se admite mais hoje em dia [...]", e mesmo o rigor sendo a própria essência das disciplinas formais, inferimos que ele tem dimensão histórica, não é estático mesmo em seus fundamentos; também evolui e se transforma no decurso da história da Humanidade. E em toda a história da Matemática, buscam-se, consciente ou inconscientemente, maiores padrões de rigor.

Segundo Newton (2008), não existe critério absoluto de verdade em Ciências formais, existem são *quase-critérios* que utilizamos na falta de um critério próprio. Dentre esses escolhidos, podem ser destacados além do rigor, a evidência, a clareza e a resistência à dialetização.

Atualmente, o rigor em Matemática se identifica com o método *axiomático*, ou seja, com a perfeita aplicação desse método. Entendemos que o rigor se constitui em um elemento de progresso, porquanto ele fecunda e ajuda a intuição, e o método *axiomático*, neste sentido, satisfaz (pelo menos até o momento) a essa expectativa, principalmente porque o rigor figura como um traço nuclear desse método *axiomático* dedutivo. Sobretudo, estamos sempre cientes de que tanto 'rigor' como 'método', têm características históricas, estando intimamente relacionados com as específicas situações históricas, nos diversos períodos de sua evolução.

Estudar a mudança de significado do termo *axioma* de Platão à Modernidade foi extremamente relevante para compreendemos sobre o próprio desenvolvimento do método matemático enquanto estratégia humana a fim de entender sobre o mundo e seus fenômenos. Deixou evidente, pelo menos em nossa interpretação, que o conhecimento matemático pode se constituir tanto objeto como método de manifestação do nosso pensar matemático. E, é assim que, neste sentido, entendemos que a Matemática diferentemente de outras Ciências, não tenha um "objeto", mas tenha sim "objetividade".

Enumeramos a seguir aspectos e desdobramentos históricos mais específicos que entendemos terem sido significativos no direcionamento de nossa interpretação e que para nós influenciaram mudanças na relação entre a Linguagem e Matemática, consequentemente relacionado à mudança de significação do termo *axioma*, do direcionamento de sinônimo de 'verdade' para o sinônimo de 'hipótese'. Compreendemos que tais aspectos – que se relacionam tanto a fatores externos quanto internos ao desenvolvimento do conhecimento matemático - sejam elementares e indispensáveis na caracterização sobre como se processa a gênese e historicidade do conhecimento matemático. São eles:

1º - Queda do poder eclesiástico sobre o conhecimento humano. Em relação a questões ontológicas, observamos e destacamos um 'rompimento com Deus' que se intensifica à partir do pensamento Kantiano. Por exemplo, destaca-se na fala de Hilbert, a afirmação de que a Matemática para *a sua fundação não necessita de Deus [...]* (OLIVEIRA, 2003, p.274). Tal aspecto foi promotor e potencializador da aproximação da Linguagem ao processo de desenvolvimento cognitivo e na interpretação sobre o desenvolvimento do conhecimento matemático. Atuaram como dinamizadores desse fator as descobertas de Galileu, a Invenção da Imprensa e, seguidamente, a Revolução Industrial, bem como os movimentos sociopolíticos e culturais do Iluminismo e do Romantismo.

2º- Observamos uma proliferação histórica crescente das linguagens e códigos, que foi intensificada com a Invenção da Imprensa que por sua vez, incrementa de modo nunca visto a reprodução e a difusão de informações e mensagens, e, a isso veio somar-se o advento da Revolução Industrial. Podemos inferir que este aspecto foi fundamental e, gradativamente, fiz emergir, no pensamento filosófico e científico, uma 'consciência semiótica'.

3º - Como resposta às mudanças sociopolíticas, concomitantemente e consequentes, à Revolução Industrial, começou a existir a necessidade de se educar matematicamente, de se formar engenheiros, mão de obra qualificada, fato este que também irá impulsionar a nova relação entre a Linguagem e a Matemática, principalmente porque o pensamento filosófico passa a penetrar o domínio do pensamento matemático. Já que, na Educação, o professor tem que comunicar o conhecimento para o aluno, esse fato irá conduzir e produzir reflexões mais profundas sobre as bases e fundamentos do conhecimento matemático. O espaço educativo promove uma mudança no contexto semântico, e a dimensão comunicativa torna-se mais relevante do que a dimensão representacional, nasce um cenário onde *axiomas* não podem ser mais verdades.

4º - Também destacamos o processo de uma particular convergência entre a Linguagem e a Matemática, no século XVII, operacionalizada pela promoção e convergência entre a Lógica e a Matemática, sendo a Lógica entendida como um tipo de Linguagem. Entretanto num primeiro momento passando a aferir e conferir o caráter de verdade ao conhecimento matemático. Mas, como são as provas (calculações) que teriam ligação com a Lógica, consequentemente, a Linguagem começa a assumir, definitivamente, um *status* diferenciado no processo cognitivo. Como o paradigma de Ciência era a Matemática, sobretudo, em certo sentido, essa aproximação irá imprimir o caráter de 'postulados', regras ou leis aos *axiomas*. Esta perspectiva aproximativa conduzirá a uma interpretação no século XIX no sentido do nascimento de uma corrente de pensamento que toma a Matemática como uma Linguagem Formal.

5º - Um renascimento do pensamento platônico, ou seja, uma releitura desse pensamento é operacionalizada no início da Modernidade, e que, numa releitura contribui também efetivamente e num outro sentido de convergência da Lógica à Matemática. Segundo Engels, a Lógica formal é também, antes de tudo, um método de perscrutar novos resultados progressivos de conhecimento ao que não conhecemos. Esse autor observa que o mesmo opera esse sentido e que se torna mais evidente na dialética, além disso, rompendo os estreitos horizontes da lógica formal, representando por si mesma o germe de uma ampla concepção de mundo. Engels nos diz o que passa a ocorrer com as Matemáticas, as Matemáticas elementares, que operam com grandezas constantes, movem-se, pelo menos, em termos gerais, dentro das fronteiras da Lógica formal. As Matemáticas das grandezas variáveis, cujo setor mais importante é o Cálculo infinitesimal, nada mais são, em sua essência, do que a aplicação da dialética aos problemas matemáticos. Nestas, o aspecto puramente probatório fica relegado a segundo plano, substituído pela aplicação variada e constante do método a novas zonas de investigação.

6º - Com uma convergência entre a Lógica e Matemática observamos a que a Linguagem universal do conhecimento matemático passa a ser em certa medida a Lógica. Como na Aritmética temos os números, começa-se um movimento de aritmetização da Matemática em confluência com a Lógica.

7º - Do movimento de aritmetização da Matemática, inicia-se um processo no qual os matemáticos começam a se preocupar com os fundamentos da Aritmética, por exemplo, definir o que é um número. E, neste ponto, observamos ser promovido o sentido de uma nova interpretação, agora, o de *hipóteses* ao termo *axioma* nos filósofos e matemáticos que estudamos. Uma aplicação reflexiva dialética aos fundamentos faz com que o conceito de número, de acordo com Poincaré (OLIVEIRA, 2003, p.316), fosse tornado mais claro e preciso; ao mesmo tempo, foi generalizado em várias direções. Sendo que a mais valiosa dessas propagações foi a introdução dos *números imaginários*. Os objetos da Matemática passam a ser estruturas, elementarmente, estruturas algébricas (estruturas geométricas, Geometria não euclidiana).

8º - Interpretamos que essa convergência que se estabeleceu entre a Lógica e a Matemática figura como um dos fatores que conduziu e resultou na elaboração e estruturação do Método *Axiomático*. Resultado de uma convergência entre a Linguagem e a Matemática, entre a Filosofia e a Matemática. Com a formalização do Método *Axiomático* os *Axiomas* não são mais tomados como princípios a priori e intuitivos, mas passam a configurar proposições iniciais das quais ficamos deduzindo outras proposições e teoremas – assumindo o sentido de princípios de um sistema dedutivo lógico- hipotético.

9º - Identificamos que, conforme se processa a aproximação da Linguagem ao processo cognitivo e ao desenvolvimento do conhecimento matemático, de Platão à Modernidade, este movimento desenhará momentos de tensão na significação do termo *axioma*. De outro modo, a partir da Modernidade, essa aproximação intensifica e determina a possibilidade de um empreendimento à interpretação semiótica ao conhecimento matemático resultando uma tendência de interpretar o termo *axioma* como sinônimo de *hipótese*.

10º - Enquanto estivemos consubstanciados por pressupostos metafísicos e ontológicos, o termo *axioma* assumia o sentido interpretativo de 'verdades'; já quando o plano epistemológico começa a sobressair (e neste ponto o pensamento de Kant funciona como um ponto limítrofe), o termo *axioma* assume uma perspectiva interpretativa de postulados, mais no indicativo de sinônimo de *hipótese*. A mudança nesse processo de significação se processa, deste modo, com a aproximação e estreitamento da Linguagem aos fundamentos epistemológicos do desenvolvimento do conhecimento matemático, e nesta direção o sujeito ontológico e sujeito epistemológico adquirem o mesmo *status*.

11º - Um pensamento e teoria, em especial, que contribuiu sobremaneira à aproximação da Linguagem como perspectiva interpretativa ao nosso desenvolvimento cognitivo, foi o de Immanuel Kant. E o ponto fundamental do pensamento *kantiano* foi sua Revolução Copernicana. Observamos que, no século XIX, o termo *axioma* deixa de ser entendido como uma 'verdade' e passa a ser assimilado como sinônimo de *hipótese*; inclusive, com implicações no próprio entendimento da 'verdade'. Enquanto, desde a Antiguidade, o sentido de 'verdade' é garantido pelo 'divino' ou esteve ligado a um atributo do objeto – conhecer o objeto/fenômeno/essência, na Modernidade, o sentido de 'verdade' passa a ser embasado na condição da prova, da coerência da estrutura conceitual e proposicional.

12º - Destacou-se também em nossa pesquisa uma transformação do pensamento conceitual que deixou de ser em termos de substância e de suas características assumindo um tipo de pensamento conceitual em termos relacionais, revelando-se uma transformação profunda que se efetua no próprio entendimento do *conceito* de conceito. De acordo com Cassirer trata de uma mudança evidenciada na Modernidade no modo de conceber um *conceito* e sobre sua constituição, e segundo ele, quem nos mostra isto mais propriamente é a própria Matemática. Nesta nova configuração do pensamento conceitual, o termo *axioma* assume status diferenciado na constituição de um *conceito*, este deixa de ter um tratamento como que se referindo à verdade e passa a ser entendido no sentido interpretativo sinônimo de *hipóteses.*

13º - Consequentemente, entendemos que essa transformação no próprio desenvolvimento do *conceito* de conceito teve influência e esteve conectada à uma mudança interpretativa do termo *axioma*. No sentido operativo, os *axiomas* figuram como proposições que participam da elaboração de uma definição/conceito (p. e. do que é número real), estabelecendo relações entre os elementos constituintes e/ou *entes*. Como na configuração assumida no Método Axiomático.

14º - Foi também o processo de aritmetização da Matemática e o desenvolvimento da álgebra no século XVI que conduziu a novas reflexões sobre os fundamentos da Matemática, ao desenvolvimento e estabelecimento do método *axiomático.* Com o início do desenvolvimento do método *axiomático*, a Matemática passa a estar focada na construção de teorias e não mais somente em resolver problemas, destacando-se, deste modo, uma mudança do pensamento instrumental ao pensamento operacional. E, como afirmamos, nesse método *axiomático*, os *axiomas* assumem o lado operativo na constituição de uma teoria, deixando de ser meramente descritivos.

15º – A álgebra que se desenvolve à partir do século XVI e que se intensificará no século XVIII é essencialmente uma arte analítica e nos ajuda a entender a importância do método hipotético-dedutivo nas ciências e na Matemática, porque ela ensina-nos operar com um número desconhecido como se ele fosse conhecido. Ou seja, a álgebra é "também" uma fonte do novo entendimento do termo *axiomas*.

16º- Com a nova *axiomática*, observamos que ênfase à *epagoge* (indução) é resgatada e também se mantém realçada a *apagoge* (dedução). Isto caracteriza uma diferença essencial da *axiomática* de Euclides e da *axiomática* a partir da Modernidade, pois em Euclides a *epagoge* havia sido abolida.

17º- O próprio desenvolvimento do método *axiomático*, em nossa interpretação, ao se revelar como produto de um movimento de Complementaridade entre a Linguagem e a Matemática, entre a Filosofia e a Matemática, de acordo com Otte, nos faz inferir que haja também um sentido de Complementaridade entre a *axiomática* de Euclides e a *axiomática* Moderna. Pois "enquanto a nova axiomática, aquela que surgiu da álgebra do século XIX, pode somente ser vista como uma ferramenta – e muito poderosa – do pensamento da teoria dos conjuntos, a *axiomatização* de Euclides, isto é, a redução lógica, a análise e organização de noções inteligíveis e sentenças são ferramentas fundamentais e indispensáveis para pensá-lo" (Cesari apud Otte, 2012). E nós precisamos dessas duas instâncias e aspectos no processo de desenvolvimento do nosso conhecimento.

18º - De todo, identificamos no desenvolvimento da Humanidade, que pode ser espelhada na secção temporal desta pesquisa, como no desenvolvimento do nosso conhecimento matemático, o direcionamento ao aumento a níveis cada vez maiores de abstração do conhecimento matemático. E, tal fato ocorreu sempre na medida em que se torna mais e mais operacionalizado um estreitamento a Linguagem e a Matemática. Neste estudo evidenciados especialmente no século XVI e depois novamente mais intensamente no século XIX.

Ademais e sobretudo, ao observarmos sobre o processo de convergência entre a Linguagem e a Matemática, concluímos que este pode ser entendido como consequência de uma convergência do exercício do pensamento filosófico empreendido ao exercício do pensamento matemático. E, neste movimento e processo foi que no final do século XIX chegamos ao desenvolvimento do Método Axiomático Dedutivo.

O método axiomático configura-se como um tipo de estrutura, personificação e formalização da ênfase no pensamento relacional no/ao desenvolvimento de uma teoria. O significado de uma teoria surge assim em função da sua estrutura total – o estruturalismo. E, um estruturalismo representa, neste sentido, uma forma holística. E Levi-Strauss (1978, p.18-19) já observava sobre esse modo de proceder na/da Ciência:

> A Ciência apenas tem dois modos de proceder: ou é reducionista ou é estruturalista. É reducionista quando descobre que é possível reduzir fenômenos muito complexos, num determinado nível, a fenômenos mais

> simples, noutros níveis. Por exemplo, há muitas coisas na vida que podem ser reduzidas a processos físico-químicos, que explicam parcialmente essas coisas, mas não totalmente. E, quando somos confrontados com fenômenos demasiado complexos para serem reduzidos a fenômenos de ordem inferior, só os podemos abordar estudando as suas relações internas, isto é, tentando compreender que tipo de sistema original formam no seu conjunto. Isto é precisamente o que tentamos fazer na Linguística, na Antropologia e em muitos outros campos.

Levi-Strauss entendia ser deste modo que se procederia na Linguística, na antropologia e em muitos outros campos de estudos e pesquisa.

Como já indicamos, uma aproximação entre a Linguagem e a Matemática mais se intensificou como fruto de um movimento que se inicia com a Invenção da Imprensa (socialização do conhecimento – Iluminismo), vindo a somar-se com a Revolução Industrial (e o contraponto do movimento Romântico) e ao renascimento (releitura da dialética) do pensamento platônico, do empreendimento educativo à matemática. E isso culminará e se efetivará somente no século XIX, dois mil anos depois da *axiomatização* da Geometria assistimos à *axiomatização* da Aritmética. E, Otte nos chama a atenção neste ponto, pois é interessante observar porque a *axiomatização* da Aritmética surge quase dois mil após a *axiomatização* da Geometria. E ele ainda se pergunta: Como podemos explicar isso?

Ele mesmo responde dizendo que: primeiro, entendendo ter sido esse o tempo necessário para essa evolução Histórica e essa passagem que vai da contemplação, observação da realidade concreta à abstração, exigiu um grande esforço intelectual da Humanidade. Segundo, que o desenvolvimento formal da Matemática foi delineado e conduzido pela renúncia, uma renúncia de afirmações sobre realidade dos fatos ou sobre a objetividade. Assim, observamos as teorias matemáticas passando a configurar-se em funções formais e a serviço de hipóteses, uma renúncia às explicações de coisas objetivas.

Também, podemos inferir a que, para essa mudança ocorrer, a natureza do termo *axioma* teve que mudar do sentido de 'verdades' para o de hipóteses, uma mudança imbricada e promovida, porque muda o modo de, no pensamento humano, conceber-se o próprio homem e este, em relação ao mundo; e assim, também altera nosso entendimento sobre como se processa nossa compreensão do mundo.

Outro ponto a destacar é que a Modernidade começa a ser caracterizada pela reflexibilidade do pensamento (o renascimento do pensamento platônico) e, em relação ao conhecimento, ao invés de o considerarmos só uma atividade mais ou menos pragmática, assumimos uma atitude reflexiva, abrindo caminho ao que entendemos por metaconhecimento (contribui neste sentido o Movimento Iluminista e o Movimento Romântico).

A Matemática passa a fazer parte de um mundo 'de fora', ao tornar-se cada vez mais abstrata, onde a experiência cotidiana não tem mais acesso. E isso explica por que os *axiomas* mudam e não podem ser mais verdades fundamentais e só podem receber o tratamento de sinônimo de hipóteses. Só existem símbolos e proposições com suas consequências, onde a objetividade é guiada e direcionadas pelas atividades envolvidas, as aplicações.

Assim nos atrevemos, muito resumidamente, a inferir dizendo que, de Platão até a Modernidade, o nosso desenvolvimento cognitivo e, especificamente, o conhecimento matemático desenhou e destacou três dimensões: contemplativa/descritiva, relacional (análise de diferença e igualdade) e estruturalista. No processo que conduziu ao desenvolvimento do método *axiomático*, "foi Grassmann quem deu o último passo no desenvolvimento do conhecimento matemático e não é por acaso que ele foi o primeiro, em 1861, ao propor uma fundação axiomática para a aritmética, justamente porque ele tinha essa visão estruturalista". Infelizmente não nos foi possível abordar o pensamento de Grassmann neste trabalho.

A Humanidade quando chega ao desenvolvimento e destaque ao pensamento estruturalista é a generalização começa a cumprir papel de fundamental importância no desenvolvimento de uma teoria, do nosso conhecimento. Nesse sentido, a Matemática pode ser considerada como exemplo do pensamento metafórico, pois, as metáforas não são nada mais que representações entre símbolos, e, no sentido do pensamento estruturalista as generalizações, espelham estruturas inteligíveis. A Matemática pertence ao mundo das construções teóricas, não trata da realidade em si.

Interpretamos que é possível se estabelecer um sentido de Complementaridade entre esses dois modos, historicamente, destacados no entendimento do termo *axioma*. Ou seja, entre o modo que, da Antiguidade à Modernidade, colocava a objetividade do conhecimento em seus fundamentos iniciais e, neste caso, *axioma* seria entendido como uma verdade e o modo que, a partir da Modernidade, passamos a situar a objetividade do conhecimento em suas aplicações futuras e, assim, os *axiomas* passando a ser tomados como hipóteses.

Existem entre esses aspectos (intensões – extensões / verdade – hipótese) uma dependência 'circular' e dinâmica que não cessa, revelando-se na e como a força motriz do próprio desenvolvimento do nosso conhecimento. A Matemática é exemplarmente reveladora desse movimento. Devemos reconhecer que ela é uma parte essencial da nossa relação com a realidade objetiva, entendendo-a como uma Ciência que, diferentemente das outras, não possui objetos do tipo 'reais', mas que, sobretudo, possui objetividade. Não há verdade absoluta. A verdade tem de ser assim concebida como um princípio regulador a serviço da perfeição do homem e da adaptação mútua entre o sujeito e o objeto do conhecimento. A relatividade do conhecimento e da verdade faz com que o conhecimento se torne reflexivo.

Entendemos que existe uma complementaridade do mesmo modo na relação entre a Linguagem (pensamento descritivo, classificatório, informativo/comunicativo) e a Matemática (pensamento diagramático estruturalista-relacional). Comparamos, metaforicamente, esta relação como um movimento pendular. Assim, ora temos mais acentuada e destacada um lado do que outro (mas sempre um movimento dinâmico) e por isso, consequentemente, às vezes, alguns consideram a Matemática como sendo uma linguagem. Mas a Matemática não é uma linguagem, embora figure uma manifestação do pensamento humano que expressamos através da linguagem e que se desenvolve pela utilização de signos para ser formalizada, ou seja, sua materialidade. Sobretudo, a Matemática é um modo de expressão do raciocínio humano, interdependente e imbricado pela linguagem.

É interessante notar no desenvolvimento do nosso conhecimento que, quanto mais nos afastamos de um desses aspectos e privilegiamos ou enfatizamos o outro, alguns benefícios e ganhos se operam (de modo que não condenamos o 'movimento' em qualquer que seja o sentido e intensidade), mas, na mesma medida em que há uma estagnação (vê-se diminuindo) em relação à força motriz (que pode ser a atividade humana, ou o contexto sociocultural e político) promovendo e mantendo esse afastamento, inicia-se um movimento e força um sentido de aproximação (movimento de retorno do pêndulo) ao encontro do outro aspecto.

Entretanto, este mesmo movimento de aproximação entre os aspectos dicotômicos, digamos que, em seu ponto máximo de aproximação dessas polaridades, de outro modo, gera uma força promotora de desenvolvimento tão potencialmente significativo do conhecimento matemático que concomitantemente, a tensão intensificadora parece agir de outro modo que tende a empurrá-las no sentido de polarizá-las novamente (fomentando o movimento pendular). É assim, mesmo considerando problemática essa representação, que consideramos e entendemos ser o próprio movimento que mantém vivo esse processo. E, continuamente!

Tal movimento pode ser interpretado, por exemplo, quando observamos que os sistemas *axiomáticos,* no sentido de Hilbert ou Peano, de fato caracterizam conceitos, ao invés de objetos e, em relativa independência de características objetivas. Eles não são estabelecidos por abstrair, simplesmente, a partir de determinados dados ou objetos. A *axiomática* moderna surgiu do fato de que a Geometria não poderia definir seus objetos, algo que Pascal já havia observado. Isto levou à concepção de conceitos matemáticos em termos completamente operacionais ou instrumentais. De modo que, vemos surgir um novo movimento, e este de um novo sentido, exatamente quando se vê estagnada a força de um modo de pensar.

Mas um conceito deve ser definido, como Moritz Schlick disse, em relação à *axiomatização* da Geometria de Hilbert, pelo fato de que algumas conclusões podem ser tiradas dele (Schlick, 1925, p. 45). De modo que a Matemática parecia tornar-se intensional, como a Lógica. Em raciocínio matemático, o sentido e a Lógica são (ou tornam-se) mais importantes que significado ou referência.

Sobretudo, descrições *axiomáticas* pertencem ao metaconhecimento. A *axiomatização* (no sentido de estrutura linguística - perspectiva semiótica) e a aritmetização (no sentido de pensamento matemático) da Matemática, desta forma, figuram como complementares. A Matemática torna-se, pelo processo de abstração reflexiva, uma metamatemática, uma teoria da prática Matemática.

Assim, a Matemática tornou-se, por esse processo de abstração reflexiva meta-matemática, ou seja, transformou-se numa teoria da prática Matemática.

É deste modo que a reflexividade da Matemática se mostra mais importante no método *axiomático* e resulta numa complementaridade entre o definitivo e genuinamente matemático de um lado, e o não inteiramente determinado e meramente possível do outro lado.

Axiomas são proposições sobre conceitos, apenas de uma forma diferente. Por exemplo, um triângulo em geral é uma variável livre, como os termos em descrições *axiomáticas* e não uma coleção de triângulos determinados. O triângulo é uma ideia que governa e produz suas representações particulares. Hilbert disse que as variáveis livres ocorrem em declarações *axiomáticas* são deste tipo de generalidade: por exemplo, a afirmação de que, se A é um símbolo numérico, então A + 1 = 1 + A é uma verdade universal, e, de nossa perspectiva finitária, incapaz de negação. A afirmação anterior deve ser interpretada apenas como um juízo hipotético que afirma algo para o caso em que um símbolo numérico nos é dado.

Como resultado dessa discussão, percebemos que o quadro teórico cuja objetividade se encontra nos fundamentos e a abordagem *axiomática* são complementares entre si, no sentido da Complementaridade entre intenções (conceitos) e extensões (objetos) de símbolos.

Podemos concluir que a abordagem *axiomática* é essencial para o crescimento do conhecimento matemático, pois é adaptada ao desejo de cada nova área matematizada da realidade e experiência. Neste sentido, uma Complementaridade entre a Aritmética ou a abordagem teórica, por um lado e o método *axiomático*, por outro lado, representa uma interação entre o crescimento e a base de conhecimento matemático. Se isso parece uma ideia viável, *axiomas* não podem ser considerados como verdades absolutas e fundamentais, mas devem ser concebidos como meras hipóteses.

A organização final de qualquer teoria lógico-matemática (Ciências Formais) ou das Ciências reais tende atualmente a serem *axiomatizadas*. E, utilizando-se o método *axiomático*, a razão como que se objetiva. “Daí a relevância da estruturação axiomática dos contextos científicos, advindo desse fato um de seus traços marcantes eles são, em princípio, hipotético-dedutivos” (COSTA, 2008, p.37).

Considerações Finais

O significado e oscilações de significado do termo *axioma*, evidenciados em alguns filósofos e matemáticos do ponto de vista da relação entre a Linguagem e a Matemática, nesta pesquisa, constatou que, de Platão à Modernidade, mais especificamente até o ano de 1800, o significado do termo *axioma* esteve fortemente ligado à interpretação no sentido de 'verdades indemonstráveis', seja tanto numa perspectiva racionalista como numa perspectiva empirista. No entanto, um movimento tensional nesta significação pôde ser destacado sempre de modo mais ou menos intenso exercido na e pelo relacionamento histórico entre sujeito ontológico e o sujeito epistemológico, entre a Filosofia e a Matemática no processo de nosso desenvolvimento cognitivo e de nosso conhecimento matemático e essa relação desempenhou reflexos na relação entre a Linguagem e a Matemática.

Verificamos um grande avanço no sentido da generalização, e esta como consequência de uma aproximação entre a Linguagem e a Matemática, e a níveis mais altos de abstração, em dois momentos, o primeiro no século XVI e o segundo, trezentos anos depois, no século XIX. Mas não se tratando de um movimento cujo objetivo é o formalismo, a matemática e seu desenvolvimento sempre esteve ligadas às questões sociais, necessidades humanas e direcionadas às aplicações possíveis e aplicáveis desse conhecimento. Enquanto atividade a matemática não caminha à generalização somente para generalizar, mas sempre com uma preocupação centrada em suas aplicações. Historicamente os grandes matemáticos nunca pensavam em formalismo somente. O formalismo sempre se justificou pelas suas vantagens na investigação da natureza e em suas aplicações. Por exemplo, quando muda consideravelmente a nossa imagem e ideia de mundo (como ocorreu a partir das descobertas de Galileu), a matemática é trazida à cena, para iniciar um novo processo de matematização do mundo. É um instrumento fundamental da humanidade à interpretação e construção de um modelo interpretativo desse novo mundo. Daí o relacionamento entre a Linguagem e a Matemática, pois mudando nossa visão de mundo, muda nosso jeito de falar sobre este "novo" mundo.

Também identificamos que através desse grande movimento no século XVII seguidamente no século XVIII as aporias do pensamento antigo, gradualmente começam a ser substituídas por complementaridades. Os fatos e as teorias passam a ser tomados como elementos complementares do sistema de atividades humanas. Este período, que se consolidará por volta de 1800, é caracterizado como sendo o período na evolução matemática da apropriação da complementaridade.

A Matemática Pura é filha da atividade matemática.

Na Modernidade assumimos um ponto de vista relacional, isto é, adotamos uma 'visão de mundo' que fornecia aos objetos e as relações entre os objetos um estatuto ontológico igual. Em certo sentido, podemos dizer que a mudança começa a ser operacionalizada quando observamos uma mudança numa relação que dominava até a modernidade, e, assistimos na Modernidade uma mudança onde o sujeito epistemológico sobrepondo-se ao sujeito ontológico. De modo que conceitos são ressignificados (o de número é um exemplo deles) como também os fundamentos do objeto e do método da matemática. É destacável em nossos estudos que essas mudanças e uma virada à linguística, teve seu início com o pensamento epistemológico de Kant.

Foi assim que no início do século XIX, destacamos emergir a Matemática pura, com base na análise da prova e da criação de conceito cada vez mais abstratos. E, um dos resultados, ou seja, do produto dessas mudanças foi o termo *axioma* mudar seu *status* ontológico. O *axioma* deixa de ser caracterizado como uma proposição descritiva, expressão de verdades indemonstráveis e assume o caráter de proposições no sentido operativo, na constituição de um conceito, designando relações entre elementos de um conceito. Seu *status* ontológico como o epistemológico passa a ser compreendido dentro de uma nova ótica, tendo agora única base e esta possibilitada por uma abordagem que compreende a semiótica.

A Matemática é, essencialmente, uma atividade que opera com símbolos e diagramas. Dessa forma a Semiótica se torna um instrumento fundamental de pesquisa para se entender a cognição e a epistemologia matemática.

O conceito de função, por exemplo, espelha essa Complementaridade, como também o conceito de número, na abordagem *axiomática*. Mas essa compreensão exige-nos visão dinâmica ou genética na e da Matemática. Devemos tomar a Matemática não como um edifício lógico fixo, mas como um organismo vivo e em evolução e cada vez maior entre conhecimento e atividade.

A Matemática pura é um instrumento social, um instrumento da inteligência social. Já o sentido da Matemática pura é o de deixar nossa capacidade criativa fluir e se desenvolver. Segundo Barrow (1992, p.3), a Matemática pura age como uma linguagem de computador, isso porque é primeiramente uma linguagem que tem uma lógica embutida. E, grande parte do desenvolvimento da humanidade acontece quando agimos sem precisar pensar.

Diríamos que a problemática desta investigação nos revelou a possibilidade de compreender como se processa o próprio desenvolvimento e manifestação do pensamento matemático, embora, sobretudo, consideremos que esta se apresenta como mais uma forma de interpretação. De todo, temos a certeza de que é assim que avançamos, uma vez que mesmo este modo particular aqui exposto de interpretar o pensamento matemático humano, só pôde ser construído a partir de compreensão e interação com outros modos, historicamente construídos de interpretação. Assim, mínima e certamente, servirá como instrumento para novos e futuros modos interpretativos.

As especificidades desta interpretação sobre a relação entre a Linguagem e a Matemática, pode ser ampliada no sentido de uma relação entre a Filosofia e a Matemática e isso nós procuramos destacar neste trabalho. Sobretudo, entendemos que agregar o PsCO aos fundamentos do conhecimento matemático, traz uma nova luz a questões sobre a objetividade e fertilidade da Matemática, sobre como podemos chegar a novos conhecimentos e como também sobre as ideias que guiam e direcionam nossas construções.

Quando nos distanciamos e empreendemos uma visão macroscópica (bem numa perspectiva *kantiana*) para o processo histórico do desenvolvimento do conhecimento matemático – por exemplo, de Platão à Modernidade – podemos destacar e observar que a receptividade é o que caracterizava a Matemática (números são autênticos aos objetos); já na Modernidade temos uma Matemática caracterizada pela espontaneidade dos conceitos (temos números simbólicos). No primeiro caso a ênfase está contexto da descoberta, da teoria (*episteme*), e, no segundo caso a ênfase está no contexto da justificação, da prática (*techne*). Observamos realçado os dois lados do processo de aprendizagem: a atividade e a operatividade do pensamento, que têm como pressupostos a receptividade das impressões e a espontaneidade dos conceitos. Um processo de desenvolvimento genético em cujas etapas e fases revelam o próprio modo de nosso desenvolvimento cognitivo humano.

É deste modo que devemos olhar o nosso conhecimento, na forma de um progresso em movimento dinâmico, ou seja, de um ponto de vista genético ou evolutivo. Segundo (Arruda, 2014), por exemplo, “se eu sigo essa trajetória, todos os contrastes que surgem entre o pensamento algébrico e geométrico se resolvem, pois percebemos que no desenvolvimento da Matemática sempre há interação entre essas perspectivas. Em alguns momentos privilegia a Geometria e outro momento a Álgebra, mas a interação está no interior dessa transformação”.

Especialmente relacionado ao termo *axioma* mesmo na antiguidade, por exemplo na dialética dos sofistas, ou seja, na prática da argumentação, os *axiomas* assumiam um sentido diferente do dos fundamentos da matemática. Tal aspecto deve-se ao contexto que é privilegiado em cada um desses contexto – um o contexto argumentativo e outro o contexto da descoberta. Quando iniciamos nossa pesquisa nosso entendimento limitado nos conduzia a entender que *axioma* na Antiguidade se referia à verdade somente. Mas, observamos que, um sentido interpretativo de *axioma* enquanto hipótese sempre existiu.

Da época de Platão até a Modernidade sempre existiu uma ênfase interpretativa que promovia uma dicotomia entre aspectos como a Filosofia e a Matemática, a Linguagem e a Matemática, dentre outros, ao desenvolvimento do nosso conhecimento. Somente quando chegamos ao século XIX, com o pensamento de Kant, o renascimento do pensamento platônico, conduzindo à possibilidade de se fazer uma filosofia da Matemática, e, concomitantemente com nascimento das Ciências Humanas (com a perspectiva do círculo hermenêutico), é que temos possibilizado o nascimento de uma abordagem interpretativa no sentido da Complementaridade. Entendemos que consequentemente isso resultou de um movimento simbiótico frutífero entre Filosofia e Matemática. Dentro dessa nova perspectiva interpretativa não faz mais sentido tomarmos o termo *axiomas* como verdade (mesmo porque muda o próprio sentido de verdades, de objeto na Matemática, como também nem se faz mais sentido fazer uma distinção rígida entre método e objeto na matemática).

Foi assim que procuramos ressaltar e evidenciar o fenômeno da Complementaridade no PsCO e o quanto é inovador e importante esta teoria em desenvolvimento. A complementaridade não é um tipo de pensamento que coloca um contra o outro, como uma antítese. Ela aparece na possibilidade de capturar, dos aspectos polarizantes, as especificidades que contribuem para o crescimento intelectual na resolução de problemas tanto da própria Matemática como do mundo cotidiano, pois esses mundos se transformam numa relação de simetria e de assimetria (Arruda, 2014).

Historicamente, o pensamento linguístico – a Linguagem/contexto comunicativo - e o pensamento matemático – a Matemática/contexto da descoberta - operacionalizam um movimento dinâmico e vital, caracterizado por momentos de aproximações e distanciamentos (e em níveis diversos) na interpretação do nosso desenvolvimento do conhecimento matemático, que entendemos delineado por um relacionamento entre pensamento filosófico e pensamento matemático. Tanto as aproximações como os distanciamentos são necessários ao crescimento e consolidação do conhecimento.

Por exemplo, o formalismo do pensamento matemático que surge à partir do século XVI e que retorna com grande força no Século XIX, embora possa parecer conduzir à um esvaziamento, historicamente tem seu valor no desenvolvimento da humanidade, tanto como a perspectiva de Platônica e Aristotélica teve seu valor. Ao pensamento filosófico o idealismo platônico se justificou pela busca de uma postura e desenvolvimento ético, Aristóteles procurava as explicações das coisas, em encontrar a explicação das coisas. Na modernidade há uma mudança significativa de contexto, promovida pelo pensamento filosófico, pois se processou uma mudança enorme na humanidade em todos os sentidos. A perspectiva da descoberta, do conhecimento como conhecimento do mundo é abandonada, embora tenha produzido avanços em outros sentidos, mas que se esgotaram diante das novas necessidades. Agora é a perspectiva do pensamento relacional, e nesta direção o formalismo surge para suprir as novas necessidades de matematização do mundo. Houve uma convergência como nunca antes vista, entre pensamento filosófico e pensamento matemático.

Entendemos que devemos evitar manter polarizadas essas forças dinamizadoras da mente humana (e que entendemos sempre inseparáveis pela nossa própria natureza humana), e que nesta pesquisa numa visão macro dispomos delineada entre a Filosofia e a Matemática, e há que se buscar uma compreensão, no sentido de Complementaridade entre ambas. Neste sentido, o PsCO é, destacadamente, relevante, ao nos conduzir e embalar no e pelo movimento, mesmo porque, pelo menos em nossa interpretação, aprendemos isto ser elementar.

E, finalmente encerramos recordando que "um *axioma* básico e elementar do PsCO trata de que o pensamento não ocorre na cabeça, mas, numa perspectiva semiótica, ele ocorre no nível das representações, dos signos, dos símbolos. Se isso é verdade, então estudar as mudanças de significados das palavras vai nos dar informações sobre uma mudança na maneira sobre como um povo pensa" (Otte apud Paula, 2014, p.18).

Referências Bibliográficas

ARRUDA, E. J., 2013. *A Concepção de Jacob Klein sobre a Transição da Aritmética na Época do Renascimento e suas Implicações para Educação Matemática*. Tese de Doutorado. Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT.

DUHEM, P., 1954. *O Objetivo e a Estrutura da Teoria Física*. Princeton UP.

ENGELS, F., 1987. *Dialectics of Nature*. In.: Karl Marx-Frederick Engels Collected Works. New York, International Publishers, v. 25.

EUCLIDES, 2009. *Os Elementos.* Trad. Irineu Bicudo. São Paulo: Editora da UNESP.

KANT, I., 2001. *Crítica da Razão Pura.* 5ª Ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkein.

MACHADO, N. J., 1995. *Epistemologia e Didática*: As concepções do conhecimento e a prática docente. São Paulo: Cortez.

MILL, J. S., 1882. *A System of Logic.* London: Longman.

OTTE, M., 2011. Evolution, Learning and Semiotics from a Peircean Point of View. In: *Educational Studies in Mathematics,* Netherlands., v. 77, p. 313-329.

_________, 2012. *A Realidade das Ideias: uma perspectiva epistemológica para a Educação Matemática*. Cuiabá, MT: EDUFMT.

OTTE, M.; CAMPOS, T. M. M.; BARROS, L. G. X., 2015. Generalizing is necessary or even unavoidable. *Grupo de Investigación Didáctica de la Matemática: Pensamiento Numérico PNA*, 9(3), 143-164. [http://hdl.handle.net/10481/34987]

PATO, A. H., 2012. *Materialismo e idealismo na física do final do século XIX e início do século XX a partir de 'Materialismo e Empiriocriticismo' de Lénine. O caso exemplar da interpretação bohriana da Mecânica Quântica*. Lisboa, Portugal. Dissertação de Mestrado. Universidade de Lisboa, Faculdade de Ciências.

PAULA, J. B., 2014. *O Termo Axioma no Tempo Considerando a Relação entre a Filosofia e Matemática Alicerçada no Pensamento sobre Complementaridade "Otteano".* Tese de Doutorado. Cuiabá: Universidade Federal de Mato Grosso – UFMT.

PLATÃO., 1965. *A República*. V. 2. Trad. Robert Baccou. São Paulo: Difusão Europeia do Livro.

_________, 2001. *Menon*. Trad. Maura Iglesias. São Paulo: Edições Loyola.

SANT'ANNA, A. S., 2003. *O que é um Axioma?* Barueri, SP: Manole.

SILVA, J. J., 2007. *Filosofia(s) da Matemática*. São Paulo: Editora da UNESP.