MATEMÁTICA E LINGUAGEM

Michael Friedrich Otte[1]
michaelontra@aol.com
Luiz Gonzaga Xavier de Barros[2]
lgxbarros@hotmail.com

Resumo
Este artigo procura comparar as duas visões predominantes sobre a Matemática. A Matemática é uma linguagem? A Matemática é uma ciência? São discutidas três hipóteses: 1) *A Matemática é considerada uma linguagem, não pelos matemáticos de criação, mas nos contextos de suas aplicações nas ciências, na tecnologia, na Filosofia, na Lógica e na Educação Matemática.* 2) *A Revolução Industrial causou uma enorme transformação no sentido de quase todos os nossos conceitos e palavras, e, por consequência, houve uma profunda mudança do status dos conhecimentos humanos e, em particular, das ciências.* 3) *A própria Matemática se desenvolveu como ciência, instrumento e campo de aplicação.*

Palavras-chave: Educação Matemática. Filosofia da Matemática. Epistemologia. Complementaridade.

Introdução

Jean Piaget (Piaget, 1969) começa seu livro "Sabedoria e Ilusões da Filosofia" com a seguinte tese:

> "A filosofia, de acordo como o termo foi designado, constitui uma *sabedoria* indispensável aos seres racionais para coordenar as diversas atividades do homem, mas que não atinge um saber propriamente dito, provido das garantias e dos modos de controle que caracterizam o que se denomina *conhecimento.* "

Ora, a Educação Matemática, em seus melhores momentos, oscila entre uma filosofia neste sentido e um conhecimento mais específico, e, nos seus piores momentos, cai numa praticidade crua e grosseira.

Na sua maioria, os matemáticos puros são platonistas, não acreditam nas modalidades do conhecimento humano e, menos ainda, no valor dos símbolos e da linguagem. Eles crêem que a linguagem e a simbolização servem apenas para comunicar as ideias prontas e que não têm qualquer valor na criação da Matemática. Pierre Boutroux (1880-1922), sobrinho de Henri Poincaré (1854-1912), escreveu, em *O Ideal Científico dos Matemáticos* (1920), que o mundo das ideias e dos conceitos é mais

[1] Doutor em Matemática pela Universität Göttingen (UG) – Alemanha. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)
[2] Doutor em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP) - Brasil. Docente do Programa de Pós-graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo (UNIAN)

profundo que qualquer representação simbólica ou que qualquer definição lógica, que os matemáticos pensam dessa forma mesmo:

> O fato matemático é independente do vestuário lógico ou algébrico sobre o qual procuramos representá-lo. De fato, a ideia que temos é mais rica e mais plena que todas as definições que podemos dar, que todas as formas ou combinações de signos ou de proposições pelas quais nos é possível exprimi-la. (Boutroux, p.203, 1920).

Pode ser verdade, porém, também é verdadeiro que qualquer representação simbólica ou qualquer signo é mais rico, em termos de possíveis significados, que se possa imaginar. O signo é geral ou universal, não é particular como um objeto e, cada pessoa, traz suas próprias experiências e intuições ao usar e interpretar o signo. Para um platonista, o significado é objetivo e é uma ideia cristalizada colocada no céu, já para um pragmatista, o significado mostra-se no uso do signo e, por isso, depende de contextos.

Os platonistas e os pragmatistas interpretam a Ciência e a Matemática diferentemente. Os platonistas entendem que a Ciência é a busca da verdade como a atividade humana exemplar, e insistem que os pesquisadores descubram a verdade em vez de construí-la. As verdades matemáticas, em particular, refletem a ordem objetiva das ideias. Os pragmatistas, em contraste, consideram a Ciência e a Matemática como uma serva da tecnologia e do uso comum. A Matemática, em particular, nada mais é que uma língua para descrever as coisas com nitidez e precisão. Por isso, a Matemática era tradicionalmente conhecida simultaneamente como rainha e serva das ciências.

I. Primeira hipótese

A Matemática é considerada uma linguagem, não pelos matemáticos de criação, mas nos contextos de suas aplicações nas ciências, na tecnologia, na Filosofia, na Lógica e na Educação Matemática.

Isso é muito importante, considerando que o formalismo de que os educadores tanto reclamam é fruto da aplicação da Matemática na sala de aula. Não é por acaso que, no decorrer da Revolução Industrial dos séculos XIX e XX, a Matemática fora considerada uma parte da lógica, ou seja, uma língua formal que, até hoje, caracteriza nossa modernidade. A Álgebra e a Aritmética, fornecem a essência dessa língua formal (Bolzano, Cauchy, Dedekind, Weierstrass até Bourbaki).

Em 1959, Jean Dieudonné (1906-1992), porta voz do grupo Bourbaki, ganhou destaque num evento, em Royaumont, ao pronunciar "*Abaixo Euclides!* ", desejando substituir o ensino da Geometria pelo da Álgebra Linear.

No II Congresso Internacional de Educação Matemática (1972), em Exeter, o grande matemático francês René Thom (1923-2002), contrariamente a Dieudonné, sugeriu usar a Geometria como uma linguagem intermediária que propiciasse aos alunos uma transição natural da língua comum para a língua formal da Álgebra (Thom, 1972).

Para elaborar sua sugestão, Thom baseou-se em três questões:

1. O significado é um contínuo ou é bem delimitado?

2. A sintaxe é rica ou pobre e simples?
3. O sentido é intuitivamente claro ou não?

Suas conclusões foram as seguintes:

No contexto da Língua comum:

1. O significado é contínuo, “*fuzzy*” e pouco delimitado.
2. A sintaxe é pobre.
3. O sentido é intuitivamente claro.

No contexto da Geometria:

1. O significado é bem delimitado, sendo a congruência a relação que estabelece as classes de equivalências.
2. A sintaxe é rica.
3. O sentido é intuitivamente claro.

No contexto da Álgebra:

1. O significado é bem delimitado.
2. A sintaxe é rica.
3. O sentido não é intuitivamente claro, às vezes, sem qualquer relação semântica.

Quando olhamos a História da Matemática, percebemos que a primeira língua matemática aplicada foi realmente a Geometria. Por isso, *Os Elementos* de Euclides nada mais são do que um manual de como usar a Matemática, entre outros contextos, nos contextos educacionais.

Galileu (1564-1642), como se sabe, estudava o mundo, não para conhecê-lo metafisicamente, isto é, para colher as essências imutáveis das coisas, mas fisicamente, com intuito de colher fenômenos e suas leis. Para Galileu, essas leis seriam as leis matemáticas, pois o livro da natureza é escrito com caracteres como “triângulos, circunferências e outras figuras geométricas sem cujos meios seria impossível entender humanamente as palavras; sem eles, vagamos perdidos em um obscuro labirinto" (Galileu, 2000, p. 46).

Por volta dos anos de 1930, Jacob Klein (1899-1978), no início de sua famosa obra, comenta a respeito de assuntos sobre os quais Galileu se pronunciou:

> “The creation of a formal mathematical language was of decisive significance for the constitution of modern mathematical physics. If the mathematical presentation is regarded as a mere device, preferred on only because the insights of natural science can be expressed by symbols in the simplest and most exact manner possible, the meaning

> of the symbolism, as well as of the special methods of the physical disciplines in general will be misunderstood. True in the seventeenth and eighteenth centuries it was still possible to express and communicate discoveries concerning the natural relations of objects in nonmathematical terms, yet even then [...] it was the mathematical form, the *mos geometricus* which secured their dependability and trustworthiness" (Klein, 1992, p.1).
>
> (Tradução dos autores: A criação de uma linguagem matemática formal foi de importância decisiva para a constituição da Física Matemática moderna. Se a apresentação matemática é considerada como um dispositivo simples, preferido apenas porque as descobertas da ciência natural podem ser expressas por símbolos de maneira mais simples e mais exata possível, o significado do simbolismo, bem como dos métodos especiais das disciplinas da física, em geral, vão ser mal interpretados. É verdade que, nos séculos XVII e XVIII, ainda era possível expressar e comunicar descobertas sobre as relações naturais dos objetos em termos não matemáticos, mas mesmo nesta época [...] foi exatamente a forma matemática, o *mos geometricus* (sobre o qual Galileu falava), que garantiu a sua confiabilidade e dignidade de confiança).

Dessa forma, a Geometria foi ainda considerada como linguagem matemática para as novas ciências. A mesma crença se aplicava ao seu contemporâneo Thomas Hobbes (1588-1679), o primeiro importante filósofo político da modernidade, que desejou usar a linguagem geométrica neste contexto. Em 1629, em viagem à Genebra, Hobbes teve oportunidade de ler *Os Elementos* de Euclides. Esta obra foi fundamental para as ideias de Hobbes, principalmente no que concerne ao entendimento humano e ao tratamento da linguagem e suas relações com o método demonstrativo da Matemática para fins sociais e políticos.

Para Hobbes, a Geometria tinha muito mais valor que a Álgebra, um fato que o colocava em contraste com o desenvolvimento moderno da Matemática, tanto que escreveu em uma carta ao um amigo:

> "Symbols are poor unhandsome, though necessary, scaffolds of demonstration; and ought no more to appear in public, than the most deformed necessary business which you do in your chambers. [...]I shall also add, that symbols, though they shorten the writing, yet they do not make the reader understand it sooner than if it were written in words. For the conception of the lines and figures (without which a man learn eth nothing) must proceed from words either spoken or thought upon. So that there is a double labour of the mind, one to reduce your symbols to words, which are also symbols, another to attend to the ideas which they signify. Symbols [...] do not make the reader understand it sooner than if it were written in words. For the conception of the lines and figures (without which a man learns nothing) must proceed from words either spoken or thought upon" (Hobbes, 1839, vol. 7, p. 248).

Ou seja, o que valeu para Hobbes na Matemática, foram os mesmos aspectos destacados por Thom.

Posteriormente, Leibniz (1646-1716) desejou aplicar a Matemática na Física e na Lógica. Apareceu então, uma nova versão da linguagem matemática: a Álgebra. Como se sabe, houve uma controvérsia entre Newton (1643-1727) e Leibniz na forma de apresentar o Cálculo e as leis da Mecânica clássica. Neste contexto, os grandes mestres do século do Iluminismo seguiram Leibniz. O maior matemático e físico francês do século XVIII, D'Alembert (1717-1783), amigo íntimo de Condillac (1715-1780), também concebia a Matemática como uma língua, mas não geométrica, como a que vimos em Hobbes e Newton: era uma língua algébrica. O ideal de verdade matemática não era mais a Geometria, mas a Álgebra, concebida como uma Aritmética universal.

> "Entretanto, para D'Alembert, diferentemente de seu amigo Condillac, a Álgebra não era completamente uma língua, mas apenas uma espécie de língua. [...] As palavras estão ligadas a uma significação; uma língua não se reduz à sintaxe, mas se comporta também de maneira semântica. Ao contrário, o signo algébrico abstrai-se de todo conteúdo significante" (PATY, 2005, p. 146).

Essa visão foi influenciada por Condillac, pois normalmente a Álgebra sempre foi vista como uma aritmética generalizada, ou seja, a aritmética forneceu a semântica necessária, ou foi conectada com uma semântica geométrica, como em Descartes (1596-1650), que concebeu o mundo como um conjunto de grandezas extensas, ou ainda em Leibniz, que desejou construir uma "característica geométrica" como escreveu numa carta, em setembro de 1679, a Huygens (1629-1695). Leonhard Euler (1707-1783), o maior e mais produtivo matemático do século XVIII, escreveu no parágrafo 5 de sua Álgebra que "a base de todas as ciências matemáticas é a consideração profunda de todas as operações com números" e que isso se denomina "Analítica ou Álgebra". Nessa época, os matemáticos ainda não tinham clareza sobre essas operações numéricas, especialmente a respeito dos números negativos, irracionais e imaginários. Então, mesmo a semântica da Álgebra elementar pareceu insegura, ainda mais quando o infinito estava envolvido. Há um grau de verdade nessa visão de Condillac, pois foi realmente a simbolização que transformou tanto o conceito de número, em Simon Stevin (1548-1620) e Viète (1540-1603), como, mais tarde, a Geometria em Grassmann (1809-1877).

O primeiro que pensou na Álgebra como uma linguagem adequada, tanto para investigações psicológicas quanto para educação, foi Condillac (1715-1780), que deu início a uma nova concepção de linguagem de uma perspectiva anticartesiana. No *Essai sur l'origine dês connoissances humaines* (1746), Condillac apresentou uma explicação empirista do conhecimento numa perspectiva inovadora. A principal novidade estava na concepção semiótica do conhecimento. Segundo Otte (2008), enquanto as concepções predominantes de linguagem, anteriores a de Condillac, consideraram a função da linguagem somente secundária na comunicação de ideias que poderiam existir independentemente dela, Condillac insistiu que a função da linguagem era constitutiva em sua formação, isto é, as bases do conhecimento deveriam ser os signos e as linguagens, em vez de puras intuições. Esta alegação culminou na opinião de que o conhecimento é uma linguagem bem construída, tal como a Álgebra, seu mais importante exemplo. Tanto para Locke, como para Hobbes, a linguagem foi, acima de tudo, uma fonte de confusões. Como escreveu Locke, "A maioria das questões e querelas que causam perplexidade ao gênero humano depende do uso duvidoso e incerto das palavras ou de ideias indeterminadas que se designam com palavras" (Chapell, 2011, p. 144).

Condillac buscou resumir sua Teoria da Linguagem, e suas consequentes relações com o desenvolvimento da mente, em uma carta ao matemático suíço Gabriel Cramer (1704-1752), dizendo:

> "Isto é o que resume todo o meu sistema sobre este assunto. O relacionamento social origina ocasião (1) para transformar as expressões naturais em signos; (2) para inventar outro signo o qual nós chamamos arbitrário; e estes signos (o natural e o arbitrário) são os primeiros princípios do desenvolvimento e do progresso das operações mentais" (Condillac, apud Otte, 2008, p. 67).

Com a *Revolução Industrial* nos séculos XIX e XX, a Educação se transformou em um importante campo da aplicação da Matemática, ao lado dos novos campos científicos.

Há aqui uma bifurcação. Por um lado, a Álgebra permaneceu sendo considerada como uma aritmética generalizada, como foi o caso de D'Alembert e Euler (1707-1783), mas, por outro, ela se transformou numa "*Teoria Geral das Formas*" (Grassmann), que foi o berço do método axiomático no sentido moderno de Peano (1858-1932) e de Hilbert (1862-1943).

Esse ponto é muito importante, pois mostra que a aritmética dos números evoluiu junto e em interação com a álgebra simbólica. Não é verdade que estando pronta a Aritmética, se fazendo posteriormente a generalização, se produz a Álgebra. Às vezes, aconteceu o contrário. Até hoje, sabemos que, às vezes, é vantajoso introduzir novos números por meio de equações formais. Por exemplo, se representamos pelas equações $5 – 8 = x$ e $4 – 3 = y$, respectivamente, os números -3 e 1, a adição segue naturalmente de $x + y = (5 – 8) + (4 – 3) = 9 – 11$, isto é, $(-3) + 1 = -2$. Ou, se representamos pelas equações $4x = 3$ e $6y = 5$, respectivamente, os números racionais 3/4 e 5/6, a adição segue naturalmente de $12x = 9$ e $12y = 10$, o que implica que $12(x + y) = 19$, isto é, que $3/4 + 5/6 = 19/12$.

II. Segunda hipótese

A Revolução Industrial causou uma enorme transformação no sentido de quase todos os nossos conceitos e palavras, e, por consequência, houve uma profunda mudança do status dos conhecimentos humanos e, em particular, das ciências.

Raymond Williams (1921-1988) começa seu livro *Cultura e Sociedade* (Williams, 2011) com as seguintes palavras:

> "Nas últimas décadas do século XVIII e na primeira metade do século XIX, um número de palavras, que hoje são de importância capital e que adquiriram significados novos e importantes, surgiram pela primeira vez no inglês comum ou nos casos em que já tinham sido usadas normalmente no idioma. Há, no efeito, um padrão geral de mudança nessas palavras e isso pode ser utilizado como um tipo especial de mapa pelo qual é possível examinar uma vez aquelas

> mudanças mais amplas na vida e no pensamento, as quais, evidentemente, se referem às mudanças no idioma. ”

Ora, estamos interessados usar esta obra e o “padrão geral de mudança” de Williams para estimular nossas reflexões sobre o desenvolvimento da Matemática, especialmente como ela se mostra na transformação de conceitos chaves, como, *número, álgebra, axioma, função, espaço etc*.

No contexto de Williams, o que está sob consideração é a própria língua e o desenvolvimento dos significados. A direção dessa transformação vai do uso intuitivo da linguagem para o uso mais formal, ou, de maneira mais geral, a práxis ou atividade humana se transformando em objetos da tecnologia. “*Uma máquina para tecer sem mãos*”, é o que estava escrito no primeiro patente para um tear. Neste contexto, a própria Matemática se transformou num campo da aplicação matemática, pois Charles Babbage (1791-1871) tomou o exemplo do tear mecânico para construir seu “computador”.

Williams escreveu:

> “A primeira palavra importante é *indústria* e o período em que seu uso se modifica é o período que agora chamamos de *Revolução Industrial*. *Indústria*, antes dessa época, designava um atributo humano específico, que poderia ser parafraseado como “habilidade, assiduidade, perseverança, diligencia”. É claro que, esse uso da palavra *indústria* ainda subsiste. No entanto, nas últimas décadas do século XVIII, *indústria* passou também a significar outra coisa; tornou-se uma palavra coletiva para nossas instituições manufatureiras e produtivas e para suas atividades gerais. Adam Smith (1723-1790), em *A riqueza das nações* (1776), foi um dos primeiros autores a usar a palavra dessa maneira e, a partir da sua época, a expansão desse uso estava garantida. “

Quem apenas observou a transformação como mero processo histórico turbulento, poderia ser capturado pelo sentimento de uma profunda contingência e relatividade, mas, quem viu os efeitos da transformação, observou que as coisas ficaram mais objetivas e formais. Por exemplo, pela primeira vez, o estado de Napoleão aplicava-se concursos e provas gerais para recrutar funcionários e oficiais. Foi isso que Williams nos fez observar com a transformação do sentido das palavras.

Neste campo, mostra-se também a objetividade como a relatividade. Por exemplo, por um lado, axiomas que antes representaram verdades absolutas e comuns, agora se transformam em meras hipóteses do discurso e da teoria. Por outro lado, organizar e representar o conhecimento matemático em termos de teorias, em vez de afirmações desconectadas, representou um enorme avanço em termos da generalização e da profundidade.

Parece, no entanto, que a Matemática antecipou esta objetivação, por assim dizer, porque, na verdade, a revolução científica do século XVII consistiu, em primeiro lugar, no fato de que a mecânica, uma arte para Aristóteles, avançou para o status de uma ciência ou filosofia (Moscovici, 1968). Este fato contém uma mensagem essencial para a Matemática: ela estaria baseada não na abstração empírica, mas na “abstração reflexiva” (Piaget). A atividade como um processo tem que ser transformada num objeto da reflexão. Conceitos teóricos baseiam-se em abstrações reflexivas da ação ao invés de serem idealizados como imagens abstratas das coisas e são empregados, em primeiro lugar, como instrumentos operatórios.

Newton já tinha entendido isso e, dessa forma, optou por um conceito "metodológico" de matematização da filosofia natural em vez de um filosófico, isto é, um ontológico (Lenhard & Otte, 2010). Newton emprestou da geometria a ideia de espaço, e não só o conjunto das formas e figuras. Na geometria de Euclides, não existia a noção de espaço, caracterizando-a como uma geometria de figuras, não uma teoria do espaço. Isso foi uma novidade que Kant reconheceu e que, no século XIX, levou às ideias das geometrias não euclideanas.

Newton, no prefácio de sua obra *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*, escreveu:

> "A geometria não nos ensina a traçar essas linhas, mas exige que sejam traçadas, pois requer primeiro que se ensine o aprendiz a descrevê-las com exatidão para que ele possa penetrar na geometria e, depois, mostra como se podem resolver problemas por meio dessas operações. Descrever retas e círculos são problemas, mas não geométricos. A solução desses problemas é exigida da mecânica e, pela geometria, se mostra o uso deles quando assim solucionados; a glória da geometria é poder, a partir desses poucos princípios trazidos de fora, produzir tantas coisas" (Newton, 2002, p. 275).

O objetivo não é a simples idealização ou para aguçar a percepção do mundo dos objetos, mas para tentar imitar a Deus como "o mais perfeito artífice". Os axiomas dos números também estão baseados na atividade, ou seja, na recursão. Outro exemplo, um ponto em movimento traçando uma linha, a produz como objeto da reflexão. Descartes empenhou grande esforço para refletir sobre a exatidão desse processo de construção geométrica e inventou vários "compassos" para designar curvas algébricas, além da reta e do círculo.

Salomon Bochner (1899-1982), com toda razão, identificou a iteração da abstração como a característica distintiva da Matemática da revolução científica do século XVII. Bochner escreveu:

> "In Greek mathematics, whatever its originality and reputation, symbolization ... did not advance beyond a first stage, namely, beyond the process of idealization, which is a process of abstraction from direct actuality, ... However ... full-scale symbolization is much more than mere idealization. It involves, in particular, untrammeled escalation of abstraction, that is, abstraction from abstraction, abstraction from abstraction from abstraction, and so forth; and, all importantly, the general abstract objects thus arising, if viewed as instances of symbols, must be eligible for the exercise of certain productive manipulations and operations, if they are mathematically meaningful" (Bochner, 1966, 18).

No século XIX, com as exigências do social e da educação, o interesse pela linguagem e pela lógica reapareceu e o contraste entre filosofia e ciência foi redefinido de uma nova maneira, estabelecendo-se uma nova interrelação entre técnica e conhecimento.

Para entender melhor esta mudança, é preciso notar que ocorria uma revolução cultural ainda mais fundamental por trás disso. Antes da Revolução Industrial, a

Natureza foi a grande mestra do homem, e hoje, a objetividade do contexto humano está baseada mais nas relações sociais e econômicas. O homem da cidade poderia ser ecologista, enquanto o homem do campo apenas lutar contra a Natureza.

Existem antropólogos que acreditam que a geografia até hoje foi decisiva. Se colocarmos 500.000 pessoas no Brasil e 500.000 na Alemanha, elas vão se desenvolver de forma desigual, porque estarão em locais distintos e não porque brasileiros e alemães têm diferenças de natureza biológica ou sociológica.

Mesmo assim, o que influencia a cultura de imediato são as condições econômicas e sociais. A ciência moderna nasceu nas cidades europeias e não nos grandes impérios feudalistas, pois foi o novo individualismo dos mercados que surgiu nelas. Vejamos a primeira revolução burguesa na Inglaterra (Cromwell) e os países do Atlântico Norte, como Holanda e Inglaterra, que nos séculos XVII e XVIII tinham sociedades mais abertas, instituições mais livres e sistemas jurídicos de proteção da propriedade privada. O comércio e a riqueza privada precisavam das condições mais seguras e previsíveis para crescer.

Poder-se-ia perguntar por que as riquezas do México e do Brasil serviam para fomentar a Revolução Industrial na Inglaterra do século XVIII e não de um processo semelhante na Espanha ou em Portugal?

Agora como já foi dito, a Matemática da revolução científica dos séculos XVII e XVIII foi algorítmica e instrumental, enquanto a Matemática dos séculos XIX e XX foi lógica e teórica, tendo que controlar as atividades e os processos. Esta transformação é totalmente análoga com a mudança dos sentidos das palavras que Raymond Williams descreveu.

A nova lógica, no entanto, se desenvolveu de acordo com duas maneiras bastante diferentes, caracterizada por Heijenoort (1912-1986) em *Logic as Calculus and Logic as anguage*:

> "Answering Schröder's criticisms of *Begriffsschrift*, de Frege, o proprio Frege states that, unlike Boole's, his logic is not a calculus ratiocinator, or not merely a calculus ratiocinator, but a lingua characterica. […] The universality of logic expresses itself in an important feature of Frege's system. In that system the quantifiers binding individual variables range over all objects. As is well known, according to Frege, the ontological furniture of the universe divides into objects and functions. Boole has his universe class, and De Morgan his universe of discourse denoted by '1'. But these have hardly any ontological import. They can be changed at will. The universe of discourse comprehends only what we agree to consider at a certain time, in a certain context. For Frege it cannot be a question of changing universes. One could not even say that he restricts himself to one universe. His universe is the universe. Not necessarily the physical universe, of course, because for Frege some objects are not physical. Frege's universe consists of all that there is, and it is fixed" (Heijenoort, 1967, p. 324-325).

A diferença do nosso projeto (entender a Matemática como Matemática aplicada para ver seu status de uma linguagem) parece ser que para uns (Bolzano, Frege, Russell) consideraram a Lógica e a Matemática em referência a um único universo semântico real, ao nosso mundo empírico, enquanto outros (Grassmann, Boole, Peirce, Hilbert), trabalharam com modelos, com mundos variáveis, que, muitas vezes, foram descritos em termos de conceitos geométricos ou em termos da teoria dos conjuntos. No primeiro caso, a Matemática foi uma linguagem aritmetizada e fez parte de uma lógica universal, no segundo, a Matemática foi uma álgebra ou um sistema axiomático sem interpretações fixas.

Parece, então, que a geometria forneceu a heurística para a semântica da Matemática a ambos destes ramos. Por exemplo Cauchy (1789-1857), escreveu na introdução de seu "*Cours*", de 1821, uma obra clássica da nova "aritmetização" da Matemática: "Quanto aos métodos, eu tenho procurado dar-lhes todo o rigor que se exige de geometria, de modo que nunca se precise confiar em argumentos extraídos da generalidade da álgebra".

De Leibniz até Euler, se pensava exatamente o oposto, e agora, a dualidade da aritmética e da geometria reapareceu novamente aqui. Foi talvez uma verdadeira complementaridade, pois a aritmética não foi só a linguagem de toda Matemática, mas a relação com a geometria serviu também para generalizar o conceito de número e providenciar, por exemplo, interpretações objetivas para os números imaginários que até agora foram considerados meros instrumentos sem qualquer significado objetivo (Gauss, Argand, Grassmann, Hamilton).

Há ainda muitas dúvidas e problemas difusos. Portanto, uma coisa parece estar certa: O mentalismo da "época clássica" (Foucault), da modernidade de Descartes até Kant, foi substituído na sociedade como o dono do saber. Em lugar da Epistemologia, apareceram a Semiótica (Peirce, Saussure), a Lógica e a Sociologia do Conhecimento (Comte, Durkheim, Mannheim).

Isso enfatiza, mais uma vez, os principais aspectos da mudança que ocorreu desde o início do século XIX. O conhecimento "moderno" matematizado foi entendido como uma atividade com fins instrumentais. Com a Revolução Industrial, a técnica (do experimento, da construção ou de cálculos) se transformou em tecnologia, o que significa que foi necessário aprender como controlar todas as atividades (as atividades dos alunos, dos trabalhadores, das máquinas, dos processos industriais e sociais). Isso levou a uma logicização tanto da Matemática e das ciências em geral quanto dos processos sociais (foi Napoleão que introduziu o Código Civil na Europa continental). Poincaré, em contraste do seu sobrinho Boutroux, observou a transformação no pensamento matemático:

> "É impossível estudar as obras dos grandes matemáticos, e mesmo dos pequenos, sem notar e sem distinguir duas tendências opostas. [...] Uns estão antes de tudo preocupados com a lógica. [...] Outros se deixam guiar pela intuição e, na primeira investida, fazem conquistas rápidas, mas algumas vezes precárias [...] Curioso! Se relermos as obras dos antigos, seremos tentados a classificá-los todos entre os intuitivos. E contudo, a natureza é sempre a mesma e é pouco provável que ela tenha começando a criar neste século espíritos amigos da lógica. [...] Não foram os espíritos que mudaram, foram as ideias [...] Qual é a razão dessa evolução? [...] A intuição não pode nos dar o rigor, nem mesmo a certeza, percebemos isso cada vez mais" (Poincaré, 1998, 13-16).

Ou seja, a Matemática se transforma numa metaciência ou numa lógica que deveria controlar todas as atividades e todos os processos cognitivos, comunicativos e tecnológicos. O Romantismo e as novas formas do pensamento conceitual, como descrito pelo Boutroux, foram uma reação. Tomados em conjunto, isto implicou que novas ideias sobre a relação entre filosofia e ciência, *Episteme* e *Techne* terem sido procuradas.

Esta transformação ocupa toda a obra de Raymond Williams.

III. Terceira hipótese

A própria Matemática se desenvolveu como ciência, instrumento e campo de aplicação.

Para mostrar a impossibilidade da duplicação do cubo, por exemplo, usa-se a linguagem da Álgebra, descrevendo as condições do problema geométrico. Neste processo, os instrumentos, ou seja, os números, se desenvolvem com a aplicação. Pensemos no problema da incomensurabilidade da diagonal e lado do quadrado ou do pentágono, que levou a introduzir novos números: os irracionais. Na teoria dos números, eles mesmos formam objeto da consideração, enquanto na aplicação, eles fazem parte da linguagem. Por isso, um matemático puro, que trabalha na teoria dos números, jamais vai pensar que a Matemática poderia ser uma linguagem.

Desde o século XIX, a Geometria, ou seja, a ideia de espaço e a teoria de conjunto de Cantor, se transformaram num campo importante da semântica da linguagem matemática. Desde então, foi possível interpretar uma fórmula ou uma equação de três diferentes maneiras:

1. Em termos da sintaxe, ou seja, formalmente;
2. Em termos da Teoria dos Conjuntos de Cantor;
3. Como uma representação de fatos ou de relações científicas ou tecnológicas.

Temos então, uma complementaridade entre objeto e instrumento ou método. Cada um dos dois influencia o outro. Com cada uso, um conceito, ou uma palavra, ganha novo sentido. Cada ampliação do sentido, poderia facilitar novas aplicações, como aconteceu na interação entre geometria e aritmética.

Dessa maneira, significado e uso são complementares. A linguagem poderia ser aplicada em novos campos e em novas aplicações, levando a novos significados.

Bibliografia

BOCHNER, S., 1966. *The Role of Mathematics in the Rise of Science*. Princeton University Press.

BOUTROUX, P., 1920. *L'Idéal Scientifique des Mathématiciens*. Paris: Presses Universitaires de France.

CAUCHY, A. L., 1821. *Cours d'Analyse de L'École Royale Polytechnique*. Paris, 1821. (re-impresso em *Ouvres Completès*, série 2, v.3. Paris: Gauthier-Villars, 1899).

CHAPELL, V., 2011. *Locke*. São Paulo: Editora Ideias + Letras.

EFFROS, E.G., 1998. Mathematics as a Language. in: DALES H.G. ; OLIVERI, G., *Truth in Mathematics*, Oxford UP.

GALILEU, G., 1999. *O Ensaiador*. Tradução de Helda Barraco. São Paulo: Editora Nova Cultural.

HEIJENOORT, J. V., 1967. Logic as Calculus and Logic as Language, *Synthese* 17: 324-330.

HOBBES, T., 1839. *The English Works of Thomas Hobbes of Malmesbury*. Now First Collected and Edited by Sir William Molesworth, London: Bohn. 11 volumes.

KLEIN, J., 1992. *Greek Mathematical Thought and the Origin of Algebra*. New York: Dover.

LENHARD, J. & OTTE, M., 2010. Two Types of Mathematization. In: Bart Van Kerkhove; Jonas De Vuys; Jean Paul Van Bendegem. (Org.). *Philosophical Perspectives on Mathematical Practice.* London: College Publications. v. 12, p. 301-330.

MOSCOVICI, S., 1968. *Essai sur l'histoire humaine de la nature*. Paris : Flammarion.

NEWTON, I., 2002. *Newton: textos, antecedentes, comentários*. Org. Bernard Cohen & Richard S. Westfall, Tradução de Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: EDUERJ.

OTTE, M., 2001. Epistemologia Matemática de um Ponto de Vista Semiótico. *Educação Matemática Pesquisa*, PUC-SP, v. 4, 2001.

________, 2003. Complementarity, Sets and Numbers. *Ed. Studies in Mathematics*, Dordrecht, Netherlands, v. 53, p. 203-228.

________, 2006. Mathematical Epistemology from a Peircean Semiotic Point of View. *Educational Studies in Mathematics*, Dordrecht, Netherlands, v. 61, n. 1-2, p. 11-38, 2006.

________, 2008. Metaphor and Contingency. In: L. Radford, G. Schubring, and F. Seeger. (Org.). *Semiotics in Mathematics Education*: Epistemology, History, Classroom, and Culture. Rotterdam: Sense Publishers, v. 1, p. 63-82.

________, 2009. O que é um texto? (Parte 1). *Revista de Educação Pública*. Cuiabá: Editora da UFMT. v. 17.

________, 2009. O que é um texto? (Parte 2). *Revista de Educação Pública*. Cuiabá: Editora da UFMT. v. 18.

PATY, M., 2005. *D'Alembert*. São Paulo: Estação Liberdade.

PEIRCE, C. S., *Estudos coligidos*. Tradução: A. M. D'Oliveira. São Paulo: Abril Cultural, 1983.

PIAGET, J., 1969. *Sabedoria e Ilusões da Filosofia*. São Paulo: Difusão.

POINCARÉ, H., 1998. *O Valor da Ciência*. Rio de Janeiro: Contraponto, Rio de Janeiro.

THOM, R., 1972. Modern Mathematics: Does it Exist? . In: G. Howson (org.), *Developments in Mathematical Education*, Cambridge UP.

WILLIAMS, R. 2011, *Cultura e Sociedade*, Petrópolis: Editora Vozes.