

REFLEXÕES ACERCA DO IMPACTO DO CONHECIMENTO MATEMÁTICO DOS PROFESSORES NO ENSINO: A ÁLGEBRA DA EDUCAÇÃO BÁSICA

Etienne Lautenschlager¹

Secretaria Municipal de Educação de São Paulo / Universidade Federal do ABC

Alessandro Jacques Ribeiro²

Universidade Federal do ABC

RESUMO

O presente trabalho tem por objetivo apresentar reflexões sobre o impacto do conhecimento matemático do professor para o ensino da álgebra. Descrevemos parte de uma formação continuada destinada aos professores de Matemática da rede pública de ensino, a qual teve por objetivo discutir e analisar as questões que obtiveram baixo desempenho dos alunos em edições do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo (SARESP). Começaremos por discutir a formação do professor de Matemática; em seguida, apresentaremos alguns estudos sobre educação algébrica; e finalizaremos com a apresentação e a análise de questões que focalizam o conhecimento matemático do professor. As conclusões de nossa investigação apontam para a necessidade de promover e melhorar a formação do conhecimento específico matemático desses professores, uma vez que, sem dúvida, ninguém pode ensinar o que não sabe. Esperamos com este estudo chamar a atenção das políticas públicas para a necessidade de investimento na formação dos professores e na valorização da carreira docente.

Palavras-chave: Formação de professores. Conhecimento matemático para o ensino. Educação algébrica. Equação.

ABSTRACT

¹ elautens@yahoo.com.br

² alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br

The present study aims to present reflections on the impact of teacher's mathematical knowledge for teaching algebra. This paper describes part of an in-service mathematics education course of public schools, which aimed to discuss and analyze the issues that had lower scores of the students on issues of SARESP. We begin by discussing the training of mathematics teachers bringing the work of Ball and collaborators who, inspired by the work of Shulman proposed the notion of mathematical knowledge for teaching, highlighting this as something specific knowledge of the teaching profession. Then we began to present some studies on algebraic education and finalized with the presentation and analysis of issues focusing on the mathematical knowledge of the teacher. The findings of our research point to the need to promote and improve the training of specific mathematical knowledge these teachers, since undoubtedly no one can teach what you do not. We hope this study draw attention of public policies to the need for investment in teacher training and in appreciation of his teaching career.

Keywords: Teacher Education. Mathematical Knowledge for Teaching. Algebraic Education. Equation.

INTRODUÇÃO

Este artigo pretende promover uma reflexão sobre o conhecimento de base (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; SHULMAN, 1986, 1987) dos professores de Matemática, para o ofício do ensino da álgebra, bem como conjecturar sobre a possível influência desse conhecimento na aprendizagem do aluno.

Ao realizarmos uma breve pesquisa dos resultados das avaliações em Matemática do Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica (SAEB), do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e do SARESP, notamos melhorias nos indicativos de desempenho dos estudantes em Matemática. No caso de exames nacionais, como a Prova Brasil/SAEB (2011), por exemplo, ainda que os índices apontem para um crescimento no desempenho dos estudantes, os quais obtiveram notas de 250,6 e de 273,6 – numa escala que vai até 400 – ao final dos Ensinos Fundamental e Médio, respectivamente, identificamos uma grande lacuna na formação desses alunos em Matemática. No caso específico da álgebra, a partir dos resultados apresentados pelo Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), observamos que os estudantes não dominam competências como (1) identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; (2) resolver equações do 1º grau com uma incógnita; (3) resolver problemas que envolvam equação do 2º grau; (4) identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau; (5) identificar, em um gráfico de função, o comportamento de crescimento/decrescimento; (6) identificar o gráfico de uma reta, dada sua equação, além de outras.

Assim sendo, ainda que o crescimento no desempenho das notas possa ser considerado um avanço para a educação brasileira, muitas competências matemáticas ainda precisam ser desenvolvidas e construídas nos estudantes.

Por vezes, observamos que isso ocorre em razão da postura que o professor de Matemática assume, transformando suas aulas em um processo árduo de aprendizagem (e, conseqüentemente, de ensino), desprovido de significados tanto para o aluno quanto para o próprio professor. Sendo assim, todo o processo de ensino e aprendizagem de Matemática fica reduzido à mera reprodução dos passos ou das técnicas ensinadas pelo docente. Não nos podemos esquecer de que a forma como

o professor trabalha esses conceitos e procedimentos algébricos pode dificultar ainda mais a sua aprendizagem, fazendo com que o aluno tenha verdadeiro horror à Matemática (GIL, 2007).

O baixo rendimento dos alunos, como vimos nos indicativos das macroavaliações acima ilustrados, nos remete diretamente a pensar na prática de ensino desenvolvida pelos professores de Matemática em sala de aula e também no quanto o papel do professor é importante para que realmente a construção do conhecimento seja favorecida.

Pesquisas como as de Attorps (2003), Ball (1990), Barbosa (2009) e Ribeiro (2007), entre outras, indicam que muitos professores da disciplina não possuem a compreensão conceitual de muitos conteúdos de Matemática elementar e, por isso, acabam por privilegiar em suas aulas o desenvolvimento de habilidades algorítmicas e a memorização de regras, deixando para um segundo plano a atenção ao desenvolvimento do conhecimento conceitual.

Não pretendemos em nosso artigo atribuir o baixo desempenho dos estudantes em avaliações de Matemática, tais como SARESP, SAEB, PISA, ao trabalho do professor. Pelo contrário, pretendemos, sim, despertar um olhar sensível para o tema em foco e observar *se e como* o conhecimento profissional docente pode gerar impactos para o desenvolvimento de situações de aprendizagem do aluno, no que se refere aos conteúdos da álgebra. Em nosso entendimento, consideramos que *um dos caminhos* para melhorar a qualidade do ensino de Matemática no Brasil necessariamente passa pela formação adequada do professor.

Assim também considera Guimarães (2012), que destaca, em sua pesquisa, que a melhoria da qualidade da educação requer a compreensão dos meios para aprimorar a qualidade dos professores e a forma como estes podem ser eficazes na promoção da aprendizagem. Muitos outros pesquisadores da área da Educação (FONSECA, 2011; LADD, 2008; RIVKIN; HANUSHEK; KAIN, 2005) também ressaltam a importância (talvez seja o fator mais importante!) da qualidade da formação dos professores para a aprendizagem do aluno.

A realização deste estudo justifica-se ainda pela necessidade de investigações no que concerne ao conhecimento do professor e à prática de ensino de álgebra,

segundo apontam pesquisas como as de Araújo (1999), Artigue et al. (2001), Chazan e Yerushalmy (2003), Doerr (2004), e Ribeiro (2012), entre outras.

Como parte fundamental de nosso artigo, passaremos agora a discutir o papel profissional do professor de Matemática e seus conhecimentos. Em seguida, analisaremos o ensino de álgebra e sua importância na/para a Matemática. Dando continuidade, apresentaremos alguns resultados obtidos em atividades realizadas por professores de Matemática durante os encontros de uma formação continuada. Por fim, procuraremos apontar algumas relações entre nossas discussões e análises e os índices de desempenho dos alunos nas avaliações de Matemática do SARESP.

PROFISSÃO: PROFESSOR

Podemos perceber, nas palavras de André (2010), que há alguns anos o tema “formação de professores” vem ganhando destaque em pesquisas, congressos e eventos que discutem sobre educação.

Com o crescente interesse dos pesquisadores pelas questões relacionadas à formação e ao trabalho docente, interesse esse que se expressa no aumento da produção científica sobre o tema, na visibilidade adquirida pela temática na mídia, pelo recente surgimento de eventos e publicações especificamente dedicadas às questões de formação docente, torna-se cada vez mais premente uma discussão sobre como vem se configurando esse campo de estudos. (ANDRÉ, 2010, p. 174)

Se o professor, como profissional, expressa diferentes habilidades, conhecimentos, crenças, visões, modos de agir, atitudes, preocupações e interesses (POLETTINI, 1996), pretendemos, em nosso artigo, discutir se e como esses “conhecimentos” influenciam a aprendizagem dos alunos, em específico no que se refere à aprendizagem em álgebra.

Lee Shulman (1986) investigou, na década de 1980, as formas de comportamento do professor que promovem, de forma mais eficaz, a aprendizagem dos alunos. Sua investigação começou com a análise de testes de competência utilizados no século passado para selecionar professores de Massachusetts, Michigan, Nebraska, Colorado e Califórnia, nos Estados Unidos da América. Com tal investigação, Shulman comprovou que o foco dos testes estava no que os professores

precisavam saber para ensinar, isto é, envolvia apenas o assunto a ser ensinado, e concluiu ser o conhecimento do conteúdo a característica principal dos instrumentos que selecionavam os professores àquela época.

Ao analisar os modelos dos testes de professores publicados na década em que ocorreu o estudo, o autor verificou que havia um contraste com os anteriores, pois, nos mais recentes, era dada ênfase maior à capacidade de ensinar, em detrimento do conteúdo. A partir daí, Shulman começou a procurar resposta para a seguinte pergunta: *por que há uma distinção nítida entre o conteúdo e o processo pedagógico?*

Após desenvolver suas pesquisas, Shulman (1986) concluiu que essa distinção nítida entre o conhecimento e a pedagogia não representava uma tradição, mas um desenvolvimento mais recente, chamando essa ausência de foco no conteúdo de ensino "*missing paradigm*" (paradigma perdido). Assim, ele passou a investigar o que sabiam os professores sobre os conteúdos de ensino; onde e quando os adquiriram; como e por que tais conteúdos se transformavam no período de formação; e como eram utilizados na sala de aula.

Para isso, fez, de perto, o acompanhamento de um programa de formação de professores, no qual realizou entrevistas regulares, além de coletar dados. A partir daí, Shulman (2004, apud ALMEIDA; BIAJONE, 2007) afirmou que a primeira fonte do "*knowledge base*" (conhecimento base) é o conhecimento do conteúdo que será objeto de ensino. Para o autor, o *knowledge base* vai, além do conhecimento da disciplina por si mesma, para uma dimensão do conhecimento da disciplina para o ensino.

Os professores devem não apenas ser capazes de definir para os estudantes as verdades aceitas em um domínio. Eles devem também ser capazes de explicar por que uma proposição particular é considerada justificada, por que vale a pena conhecer, e como se relaciona com outras proposições, tanto no âmbito da disciplina ou fora dela, tanto na teoria quanto na prática. (SHULMAN, 1986, p. 13)

Shulman (1986, p. 9) também categoriza o conhecimento docente em "*subject knowledge matter*" (conhecimento específico do conteúdo); "*pedagogical knowledge*

matter” (conhecimento pedagógico do conteúdo); “*curricular knowledge matter*” (conhecimento curricular do conteúdo)³.

O conhecimento específico do conteúdo refere-se às compreensões do professor acerca da estrutura da disciplina, do modo como ele organiza cognitivamente o conhecimento da matéria que será objeto de ensino. Enquanto isso, o conhecimento pedagógico do conteúdo consiste nos modos de formular e apresentar o conteúdo, de forma a torná-lo compreensível aos alunos, incluindo analogias, ilustrações, exemplos, explanações e demonstrações. Este é o conhecimento que se refere à compreensão docente do que facilita ou dificulta o aprendizado discente de um conteúdo específico. Por fim, o conhecimento curricular do conteúdo dispõe-se a conhecer a entidade currículo como o conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos e tópicos específicos em um dado nível, bem como a variedade de materiais instrucionais disponíveis relacionados àqueles programas. Trata-se do “conjunto de programas elaborados para o ensino de assuntos específicos e tópicos em um nível dado, a variedade de materiais instrucionais disponíveis relacionados a estes programas” (SHULMAN, 1986, p. 9-10).

Shulman se refere ao conhecimento da experiência, por meio da classificação que ele faz dos conhecimentos necessários para os professores, denominando tal conhecimento dos professores de “*teacher knowledge*”. Esse conhecimento é criado pela experiência dos professores ou “das formas do saber dos professores”, as formas pelas quais os saberes dos conteúdos, os saberes curriculares e os saberes pedagógicos podem ser ou estar organizados para serem ensinados aos professores (SHULMAN, 1986, p. 10-11). São três as categorias de Shulman para este tipo de conhecimento.

O conhecimento proposicional, relativo à investigação didática, reúne três tipos de proposições: princípios, máximas e normas. Os princípios são oriundos de pesquisas empíricas; as máximas são provenientes da prática, contudo, não possuem confirmação científica (por exemplo: quebrar um pedaço de giz antes de escrever, para evitar que ele provoque ruídos no quadro); as normas referem-se aos valores, aos compromissos ideológicos e éticos de justiça, equidade etc.; eles não são teóricos

³ Há diversas formas de se traduzir, para a língua portuguesa, os termos identificados por Shulman (1986). Nós, nesse trabalho, optamos pelas formas acima indicadas.

nem práticos, mas normativos. Ocupam a essência do que o autor chama de “conhecer dos professores” e guiam o trabalho docente, porque são ética ou moralmente corretos. O conhecimento de casos relativos ao conhecimento de eventos específicos auxilia a compreensão da teoria. Tais casos podem ser de três tipos: protótipos – exemplificam os princípios teóricos; precedentes – expressam as máximas; e parábolas – expressam normas e valores. O conhecimento estratégico diz respeito a como agir em situações dilemáticas, contraditórias, nas quais os princípios contradizem máximas e/ou normas.

Finalmente, cabe destacar, na proposta de Shulman, uma contribuição importante quanto aos instrumentos oferecidos para a investigação da ação dos professores, ou seja, o domínio dos conhecimentos na ação.

Direcionando nossa discussão para a formação do professor que leciona Matemática, encontramos os trabalhos de Ball, Thames e Phelps (2008), que discutem a ideia de “conhecimento sobre matemática”, em contraste com o “conhecimento de matemática”, além de estudar a natureza do conhecimento matemático necessário para ensinar.

Nos trabalhos desenvolvidos por Deborah Ball e sua equipe, na Universidade de Michigan, são apresentadas ampliações às categorias definidas por Shulman (1986) e introduzidas por Ball, Thames e Phelps (2008). Nesse estudo, os autores discutem “o que mais os professores necessitam saber sobre Matemática e como e onde poderiam os professores usar tal conhecimento, na prática” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 4).

Nesse sentido, Ball e seus colaboradores propõem que o conhecimento do conteúdo, apresentado por Shulman (1986), seja subdividido em: “conhecimento comum do conteúdo (CCK)”; “conhecimento especializado do conteúdo (SCK)”; por sua vez, o conhecimento pedagógico do conteúdo pode ser dividido em “conhecimento do conteúdo e os estudantes (KCS)” e “conhecimento do conteúdo e o ensino (KCT)⁴”.

⁴ Common Content Knowledge, Specialized Content Knowledge, Content Knowledge and Students, Content Knowledge and Teaching, respectivamente.

Assim, o foco das pesquisas de Ball e sua equipe está no que os professores precisam saber especificamente de determinado conteúdo, para viabilizar o ato de ensinar. Seus estudos procuraram investigar: “o que os professores fazem ao ensinar Matemática e como fazer, o que eles fazem demanda raciocínio matemático, percepções, compreensão e habilidade?” (BALL; THAMES; PHELPS, 2008, p. 4)

Outros importantes resultados de investigações sobre formação de professores, desenvolvidas por diferentes pesquisadores, como D’Ambrosio (1996), Paiva (1997), Pires (2000), Ponte (1992), Smole (2000), entre outros, apontam para a necessidade de a formação do professor estar pautada na articulação entre teoria e prática, entre um saber específico vinculado a um saber pedagógico.

Dentre tais resultados, ainda sobre o conhecimento do professor de Matemática, destacamos o trabalho de Chazan e Yerushalmy (2003), no qual os autores apresentam os seguintes pressupostos: professores possuem algo chamado de conhecimento; esse conhecimento é adquirido tanto no ensino como nas experiências fora da sala de aula; ele influencia o modo como os professores atuam com os alunos e como os envolve no estudo da Matemática; as intervenções realizadas em sala de aula levam a uma maior realização dos estudantes, quando os professores possuem certo tipo de conhecimento, porém os professores sem esse tipo de conhecimento não seriam capazes de ensinar de maneira eficaz.

Os autores consideram necessário examinar a relação entre o conhecimento do professor e o desempenho dos alunos, pois acreditam existir uma conexão entre esses dois aspectos. No entanto, ressaltam que há poucos estudos sobre esse assunto: a maioria das pesquisas, frequentemente, busca somente avaliar os níveis de conhecimento dos professores.

Tal relação parece ser ratificada por Shulman (1987 apud ATTORPS, 2003, p. 55), ao afirmar que “o ensino para compreensão depende de professores com conhecimento matemático e habilidades pedagógicas”.

O debate em torno da pesquisa sobre formação de professores é preocupação também para os órgãos governamentais. Objetivando dar subsídios às redes estaduais e municipais para que elas possam aprimorar seus processos de seleção de professores e aumentar a periodicidade da sua contratação, o INEP/MEC está desenvolvendo o Exame Nacional de Ingresso na Carreira Docente e elaborando o

Referencial para o Exame Nacional de Ingresso na Carreira Docente, que aponta como bom professor aquele que: domina os conteúdos curriculares das disciplinas; tem consciência das características de desenvolvimento dos alunos; conhece as didáticas das disciplinas; domina as diretrizes curriculares das disciplinas; organiza os objetivos e os conteúdos de maneira coerente com o currículo, o desenvolvimento dos estudantes e seu nível de aprendizagem; seleciona recursos de aprendizagem de acordo com os objetivos de aprendizagem e as características de seus alunos; escolhe estratégias de avaliação coerentes com os objetivos de aprendizagem; aplica estratégias de ensino desafiantes; utiliza métodos e procedimentos que promovem o desenvolvimento do pensamento autônomo; avalia e monitora a compreensão dos conteúdos, além de buscar o aprimoramento de seu trabalho constantemente, com base na reflexão sistemática, na autoavaliação e no estudo.

De acordo com este documento:

Esses padrões ressaltam a importância da valorização da identidade do professor como alguém que necessita de conhecimentos e habilidades específicos para seu exercício profissional, os quais não podem ser substituídos por mera boa vontade ou pelo desejo de trabalhar com crianças. (BRASIL, 2010, p. 3)

Sendo assim, consideramos que a formação adequada para lecionar não consiste em mero treinamento de técnicas e métodos, mas, sim, trabalha e desenvolve aspectos indispensáveis para a construção da identidade, dos conhecimentos e das posturas necessárias ao exercício da profissão docente.

CONSIDERAÇÕES SOBRE O ENSINO DA ÁLGEBRA

Tanto pesquisas como documentos curriculares oficiais atribuem uma importância evidente ao ensino de álgebra, porém há uma considerável lacuna no desempenho de alunos e de professores e também nas pesquisas que discutem tais temáticas. Encontramos, nos *Parâmetros curriculares nacionais* (PCN), que “o estudo da álgebra constitui um espaço bastante significativo para que o aluno desenvolva e exercite sua capacidade de abstração e generalização” (BRASIL, 1998, p.115).

Por outro lado, em pesquisas como a de Yamada (1997 apud SANTOS, 2005) é ressaltado que o ensino de álgebra tem e terá uma destacada posição, devido à crescente matematização da sociedade, e é necessário tornar o ensino da Álgebra mais significativo e menos monótono. A autora também conclui – em sua pesquisa – que há uma urgente necessidade de revisão na formação do professor, atendendo às novas mudanças de valores da sociedade, e destaca a importância da formação continuada do professor em serviço.

Estudos como o de Araújo (1999, p. 1) afirmam que “repensar o ensino da álgebra consiste em um grande desafio”. Para a autora, tais mudanças somente ocorrerão, quando houver a conscientização dos professores de que a atividade algébrica e o pensamento algébrico não se constituem apenas como cálculos repetitivos com letras, mas ocorrem sempre que houver envolvimento em contextos nos quais se necessita generalizar, discernir e descrever estruturas ou modelos.

Ainda sobre o ensino da álgebra, notamos a complexidade do assunto nas palavras de Barbosa (2009):

Encontrar um modo de ensinar Álgebra de forma que os alunos realmente se apropriem de seus significados é um dos principais objetivos de todo pesquisador em Educação Algébrica, e certamente um dos objetivos de todo professor que ensina Matemática. (BARBOSA, 2009, p. 26)

Complementando essas ideias, Santos (2005) afirma que a construção de estruturas necessárias à compreensão de conceitos matemáticos deve ser o principal objetivo do ensino dos professores de Matemática.

Assim, baseados nestes e em outros resultados de pesquisas, acreditamos que os processos de ensino e de aprendizagem da álgebra não podem ser reduzidos ao mero procedimento de reprodução dos passos ou das técnicas ensinadas por nós, professores. As discussões propostas nos trabalhos acima analisados parecem nos apontar para a necessidade de propor aos estudantes atividades que contemplem as diferentes concepções de educação algébrica.

Retomando a pesquisa de Chazan e Yerushalmy (2003), em que os autores analisam a relação entre o conhecimento do professor e o desempenho do aluno, eles afirmam que um desafio para o ensino de álgebra são as abordagens múltiplas. Eles citam, por exemplo, que alguns livros “populares” de Matemática começam com

incógnitas e passam de expressões para equações lineares de uma variável; em seguida, passam para equações lineares com duas variáveis e vão para as equações não lineares com uma ou duas variáveis, que serão consideradas funções. Em contraste, os autores mostram que uma abordagem baseada em funções pode começar com expressões e equações explícitas, como representações de funções; em seguida, pode passar para equações em uma variável, como perguntas sobre funções ou comparações de duas funções de uma variável; e, finalmente, mais tarde, pode abordar equações implícitas com duas variáveis.

Diante dessas diferenças de abordagem da álgebra, os autores defendem a urgente necessidade de os professores compreenderem as diferentes formas pelas quais os currículos conceituam simples equações; de entenderem como equações podem ser consideradas em problemas para encontrar um número desconhecido; de saberem como gerar problemas sobre uma função, por exemplo, em que se procura a entrada para a qual a imagem seja igual a 12. Apesar de esses pontos de vista serem semelhantes, os autores defendem a ideia de que há entre eles diferenças fundamentais que podem passar despercebidas por aqueles cuja compreensão não esteja madura o suficiente. Na mesma pesquisa, os autores argumentam que os professores devem “descompactar⁵” seus entendimentos sobre equações, bem como descompactá-los quanto aos seus elementos constituintes, para serem capazes de reconhecer a abordagem do currículo pretendido; para tomar decisões sobre como ensinar, visando sanar as possíveis dificuldades dos alunos e apoiá-los em sua aprendizagem.

As análises e as reflexões acima discutidas nos levam a refletir sobre a necessidade de pensar numa formação do professor de Matemática que levante e discuta as diferentes formas de conceber a álgebra no processo de ensino da Matemática.

A FORMAÇÃO CONTINUADA: NOSSO CONTEXTO DE PESQUISA

⁵ No original, em inglês, *unpack*.

Com o intuito de contribuir para um repensar a formação dos professores, elaboramos e executamos um curso de formação continuada destinada aos professores da Educação Básica dos sistemas públicos de educação da região do Alto Tietê, no estado de São Paulo. O curso, ministrado numa Instituição de Ensino Superior privada da região, propôs atividades para reflexão a respeito da própria formação dos professores, do conhecimento específico do conteúdo e do conhecimento pedagógico do conteúdo, no que se refere aos processos de ensino e de aprendizagem de álgebra. Tal curso teve a carga horária de 20 horas, distribuídas em 4 dias, contando com a participação de um total de 72 professores de Matemática, dos quais 11% declararam possuir um curso de especialização (*lato sensu*). Ao indagarmos se os participantes conheciam ou estudaram os Parâmetros Curriculares Nacionais, 6% declararam desconhecer tal documento.

No primeiro dia, submetemos um questionário aos professores, objetivando angariar informações a respeito de suas crenças sobre formação profissional docente e ensino da Matemática.

O segundo encontro foi destinado à leitura e ao estudo do texto *O conhecimento profissional do docente*, de Imbernón (2000), em que foram discutidas as ideias a respeito desse conhecimento, que é de natureza polivalente, dinâmico, construído e reconstruído de forma permanente no percurso profissional dos(as) professores(as), na relação entre teoria e prática.

No terceiro encontro, solicitamos aos professores que resolvessem as questões⁶ do SARESP (2011) que obtiveram o menor índice de acertos e, depois, identificassem os conceitos matemáticos nelas compreendidos. Ao final do encontro, recolhemos a produção dos professores – os dados que serão analisados em nossa pesquisa – e, em seguida, passamos a uma análise conjunta, discutindo sobre a resolução e levantando hipóteses sobre o porquê de os alunos avaliados terem obtido resultados tão insatisfatórios.

No quarto e último encontro, os professores assistiram a uma palestra ministrada por um professor da IES sobre a informática nas aulas de Matemática e, logo em seguida, retomamos as questões trabalhadas no terceiro encontro e

⁶ As questões apresentadas para os professores, durante a Formação Continuada, sofreram algumas adaptações na forma como foram apresentadas aos alunos, na edição 2011 do SARESP.

analisamos as respostas dos professores. Apontamos nesse encontro a necessidade de o docente conhecer, com profundidade, os conceitos de sua disciplina e ser capaz de empregar várias estratégias para garantir a aprendizagem dos conteúdos matemáticos estudados durante as aulas, já que o papel do professor implica a responsabilidade de aperfeiçoamento constante, para uma ação pedagógica efetiva e eficaz.

Na seção seguinte, apresentaremos as questões analisadas pelos professores participantes da formação continuada, nas quais os alunos obtiveram baixo desempenho em edições do SARESP⁷; as resoluções dadas a elas pelos professores participantes; e nossas análises e discussões acerca da problemática construída inicialmente neste artigo.

O SARESP e alguns de seus resultados

De acordo com documentos oficiais, o Sistema de Avaliação do Rendimento Escolar de São Paulo (SARESP) é uma macroavaliação de desempenho dos alunos do Ensino Fundamental (EF) e do Ensino Médio (EM) do Estado de São Paulo. Ela subsidia a Secretaria de Estado da Educação de São Paulo (SEE/SP) nas tomadas de decisão quanto às políticas públicas voltadas à melhoria da educação paulista (SÃO PAULO, 2009). Sua importância é grande, pois seus resultados são utilizados também como referência ao Programa de Incentivo à Boa Gestão na Escola (Índice de Desenvolvimento da Educação do Estado de São Paulo), o qual prevê o estabelecimento de metas para a melhoria da qualidade do ensino por unidade escolar.

Vale ressaltar que o objetivo do SARESP não é penalizar ou premiar o aluno, mas, sim, avaliar de maneira global a rede pública de educação em que esse aluno está inserido. Em linhas gerais, as provas destinadas aos alunos são compostas de questões cognitivas que avaliam competências, habilidades e conteúdos nas áreas e nas séries/anos avaliados. A edição que utilizamos em nossa pesquisa foi a de 2011, a qual registrou a participação de 2.010.322 alunos.

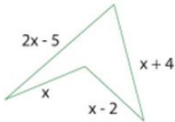
Passaremos a apresentar as questões por nós escolhidas e que utilizamos em nossa pesquisa, identificadas a partir das habilidades que contemplam, segundo os idealizadores da avaliação. Todas as questões/habilidades foram extraídas da edição 2011 do SARESP e, de maneira geral, são questões/habilidades nas quais os alunos tiveram baixo desempenho de aproveitamento.

Iniciamos pela habilidade H12, a qual “identifica a expressão algébrica que representa o cálculo de um perímetro” (Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p.148). Nessa questão/habilidade o índice de acertos foi de 32,1%.

Habilidade Avaliada

H12 Realizar operações simples com polinômios. (GII)

Observe a figura.



A expressão que representa o perímetro da figura é

(A) $5x + 3$.
 (B) $5x + 1$.
 (C) $2x$.
 (D) $5x - 3$.

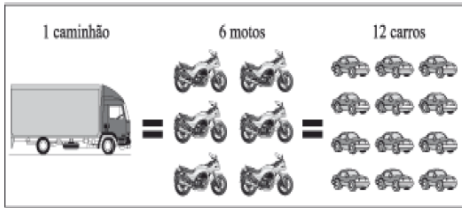
Figura 1 - Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p.148

A segunda habilidade selecionada foi a H20, qual seja, “resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau” (Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p.156). O índice de acertos obtidos nesta proposta foi de apenas 19,7%.

Habilidade Avaliada

H20 Resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de funções do 1º grau. (GIII)

Os veículos são as principais fontes de poluição por partículas finas nas grandes cidades. O quadro compara os níveis de emissão desses poluentes por parte de caminhões, motos e carros.



(Veja, 29.04.2009)

No caso específico das partículas finas, é correto afirmar, de acordo com o quadro, que

(A) carros são duas vezes mais poluentes do que motos.
 (B) dois carros juntos emitem $\frac{1}{6}$ das partículas emitidas por um caminhão.
 (C) motos são seis vezes menos poluentes que carros.
 (D) caminhões emitem $\frac{1}{6}$ das partículas emitidas por motos.

Figura 2 – Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p.156

Como terceira habilidade, selecionamos a H07, a qual tem por papel observar se o aluno é capaz de “resolver problemas envolvendo equações do 1º grau” (Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p. 201). Houve 27,0% de acertos.

Habilidade Avaliada

H07 Resolver problemas envolvendo equações do 1º grau. (GIII)

Um vagão de um trem de carga tem a seguinte capacidade: ou carrega 400 sacos de trigo, ou carrega 3 200 caixas de sapato. Se dentro desse vagão já estão 256 sacos de trigo, então ainda há espaço suficiente para uma quantidade de caixas de sapato igual a

(A) 990.
(B) 1080.
(C) **1152.**
(D) 1245.
(E) 1280.

Figura 3 – Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p. 201

A H08 foi a quarta habilidade selecionada: “resolver problemas envolvendo equações do 2º grau” (Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p. 206). Ela obteve 30,4% de acertos.

Habilidade Avaliada

H08 Resolver problemas envolvendo equações do 2º grau. (GIII)

Um pedreiro usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir 45 m² de parede. Qual é a medida, em cm, do lado de cada azulejo?

(A) 10.
(B) 13.
(C) **15.**
(D) 18.
(E) 20.

Figura 4 – Fonte: Relatório Pedagógico – SARESP 2011, p. 206

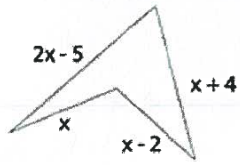
Como discutido no início dessa seção, as questões apresentadas acima foram utilizadas num curso de formação continuada, com o objetivo de analisar como os professores resolveriam tais questões e, além disso, observar se e como a discussão acerca dos erros e das dificuldades dos alunos poderia ser útil para proporcionar reflexões a respeito de como o professor tem compreendido e ensinado a álgebra. Propusemo-nos a compreender e discutir aqui as possíveis dificuldades apresentadas pelos professores ao trabalhar com as questões por nós selecionadas.

Metodologicamente, a proposta ocorreu da seguinte maneira: solicitamos aos professores que resolvessem as questões, para, posteriormente, identificar quais

conhecimentos matemáticos específicos foram mobilizados por eles para essa resolução. Iniciaremos com a análise da resolução da questão número 1, desenvolvida pelos professores de nosso grupo:

Resolva as questões a seguir:

1. Observe a figura:



Qual é o perímetro dessa figura? _____

$$2x - 5 + x + 4 + x - 2 + x$$

$$5x - 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Figura 5 – Protocolo A

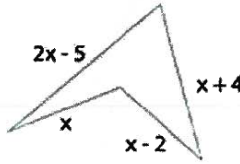
2. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

(prima) 4 operações, regras de sinais

Figura 6 – Protocolo B

Resolva as questões a seguir:

1. Observe a figura:



Qual é o perímetro dessa figura? ~~x+4~~ 5x-3

$$(2x - 5) + (x + 4) + (x - 2) + (x) = 0$$

$$2x - 5 + x + 4 + x - 2 + x = 0$$

$$2x + x + x + x = 5 - 4 + 2$$

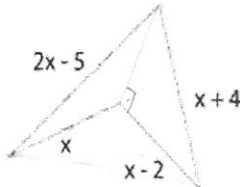
$$5x = 3$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Figura 7 – Protocolo C

Resolva as questões a seguir:

1. Observe a figura:



Qual é o perímetro dessa figura? $2x - 5 + x + x - 2 + x + 4 = 5x - 3$

$$2x - 5 + x + x - 2 + x + 4$$

$$5x - 3 = 0$$

$$x = \frac{3}{5}$$

Figura 8 – Protocolo D

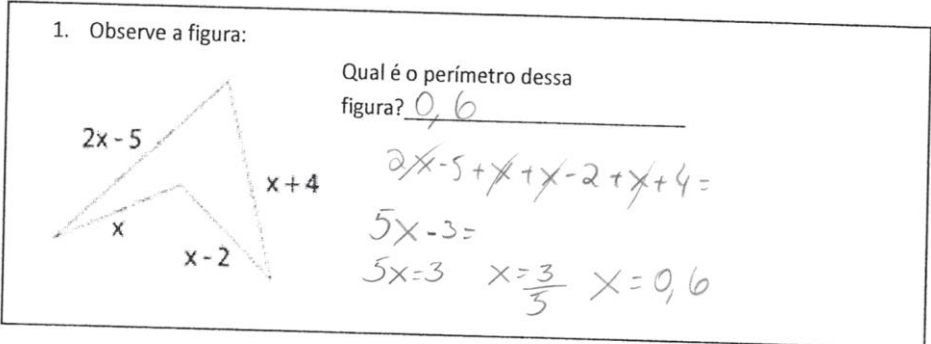
2. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

Saber as 4 operações e equação do 1º grau

Figura 9 – Protocolo E

Resolva as questões a seguir:

1. Observe a figura:



Qual é o perímetro dessa figura? 0,6

$$2x-5 + x + x-2 + x+4 =$$
$$5x-3 =$$
$$5x-3 = 3 \quad x = \frac{3}{5} \quad x = 0,6$$

Figura 10 – Protocolo F

2. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

Equação do 1º grau.

Figura 11 – Protocolo G

Nos protocolos A, C, D e F são apresentadas as resoluções de alguns dos professores a uma questão cujo objetivo era avaliar a habilidade de realizar operações simples com polinômios.

Ainda que seja relevante analisar os erros dos alunos e procurar explicar os motivos pelos quais a álgebra é uma área difícil de aprender e, muitas vezes, de ensinar (BOOTH, 1995), neste artigo, não pretendemos analisar os erros de alunos, mas, sim, compreender as dificuldades que os professores – que ensinam álgebra na Educação Básica – apresentaram. Buscamos entender se e como tais dificuldades se relacionam com o desempenho dos alunos em provas e macroavaliações, como por exemplo, o SARESP.

O aproveitamento desta questão pelos professores chegou a 57%. Consideramos esse percentual abaixo do esperado, por se tratar de professores de

Matemática em efetivo exercício na rede pública de ensino do estado de São Paulo. O erro cometido pelos professores na resolução dessa questão foi identificado por Booth (1995) em sua pesquisa. Segundo a autora, ao operar apenas com números, o foco é encontrar respostas particulares, enquanto na álgebra, ao operar também com letras, o foco é outro: nem sempre a resposta é única, as respostas podem expressar procedimentos e relações de maneira generalizada ou simplificada.

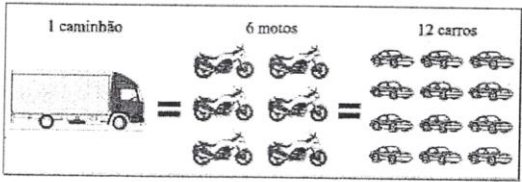
Em nossas análises, parece-nos evidente que uma grande dificuldade sentida pelos alunos, e também sentida pelos professores, é aceitar uma expressão algébrica do tipo $5x-3$ como resposta de uma problema, uma vez que, em aritmética, a resposta de uma operação reduz-se sempre a um único termo, numérico. Dessa forma, qualquer resposta algébrica que não se reduza a um único termo, numérico – por exemplo, quando o professor aponta como resposta o valor $3/5$ –, parece não ser acolhida como resposta por parte do professor. Outro ponto que nos chama a atenção, ainda no que se refere aos conhecimentos matemáticos específicos, é o fato de o professor igualar a zero a expressão algébrica que representa o perímetro da figura. Isso nos remete a pensar sobre até que ponto o conceito de perímetro – bem como as diferenças entre os conceitos de expressão algébrica e de equação – é entendido por esse professor.

É desejável que o professor consiga identificar os conhecimentos matemáticos envolvidos na resolução da questão, para que melhor possa elaborar estratégias de ensino. Afinal, como se pode ensinar algo que se desconhece? Porém percebemos, nos protocolos B, E e G, a dificuldade do professor na identificação dos conteúdos matemáticos necessários para sua resolução.

Passaremos a analisar, a seguir, a próxima questão proposta:

5. Os veículos são as principais fontes de poluição por partículas finas nas grandes cidades. O quadro compara os níveis de emissão desses poluentes por parte de caminhões, motos e carros. No caso específico das partículas finas, é correto afirmar, de acordo com a figura que:

(a) Carros são duas vezes mais poluentes do que motos.
(b) Dois carros juntos emitem $1/6$ das partículas emitidas por um caminhão.
(c) Motos são seis vezes menos poluentes que carros.
 (d) Caminhões emite $1/6$ das partículas emitidas por motos.



6. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

Raioxínio lógico

Figura 12 – Protocolo H

Nesta questão, cuja habilidade a ser avaliada é a de resolver problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta entre duas grandezas por meio de função do primeiro grau, houve um desempenho positivo de apenas de 34% entre os professores participantes de nossa pesquisa. Em nossas análises fica evidente, nos protocolos que utilizamos para ilustrar o desempenho dos professores, que esses também apresentaram dificuldades na identificação dos conceitos matemáticos mobilizados para a resolução dessa questão. No protocolo H, por exemplo, notamos que, ainda que nosso questionamento se refira a “conhecimentos matemáticos”, o professor julga que os conhecimentos matemáticos necessários para a resolução da situação seria o “raciocínio lógico”, sem fazer menção ao conceito de função e sem sequer deixar claro entre que elementos estão presentes ou o que seria “raciocínio lógico”.

O desempenho dos professores na resolução da questão, bem como as justificativas apresentadas por eles, nos parece um fator preocupante, pois revela professores com deficiências e lacunas em conhecimentos matemáticos específicos referentes ao conceito de função, essencial para a álgebra da Educação Básica,

presente – explícita ou implicitamente – praticamente em todo o Ensino Fundamental e Médio. Deixamos aqui, fundamentados principalmente nos trabalhos de Ball e sua equipe, o seguinte questionamento: será possível ensinar algo que não compreendemos?

Dando continuidade, passaremos às análises da próxima questão, na qual o desempenho dos professores foi de apenas 18%, ou seja, os professores não obtiveram êxito em nenhuma parte da situação posta. Um exemplo pode ser observado nas respostas indicadas nos protocolos a seguir. Lembramos que o foco desta questão está em avaliar a habilidade de resolver problemas envolvendo equações polinomiais do 1º grau. Vale a pena ressaltar o fato de esse professor não indicar a equação do primeiro grau como necessária para a resolução da questão.

9. Um vagão de um trem de carga tem a seguinte capacidade: ou carrega 400 sacos de trigo, ou carrega 3200 caixas de sapato. Se dentro desse vagão já estão 256 sacos de trigo, então ainda há espaço suficiente para uma quantidade de caixas de sapato igual a 720

$$400 = 3200$$

$$256 = x$$

$$819200 = 400x$$

$$x = 2480$$

$$\begin{array}{r} 3200 \\ - 2480 \\ \hline 720 \end{array}$$

10. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

regra de três e soma / subtração (análise lógica básica)

Figura 13 – Protocolo I

9. Um vagão de um trem de carga tem a seguinte capacidade: ou carrega 400 sacos de trigo, ou carrega 3200 caixas de sapato. Se dentro desse vagão já estão 256 sacos de trigo, então ainda há espaço suficiente para uma quantidade de caixas de sapato igual a 976

$$400 t = 3200 s$$

$$256 t = x s$$

$$\frac{3200}{400} = 8$$

$$\frac{400}{-256}$$

$$\frac{144}{144}$$

$$\frac{17}{174}$$

$$\frac{x}{8}$$

$$\frac{976}{976}$$

10. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

Raciocínio lógico, razão e proporção.

Figura 14 – Protocolo J

No protocolo I, por exemplo, o professor calcula que “1 saco de trigo equivale a 8 caixas de sapato”, porém não consegue determinar a resposta com êxito. Ele também não indica a equação de primeiro grau como necessária para a resolução da questão.

A próxima questão, que obteve 23% de acertos, busca averiguar a habilidade de resolver problemas envolvendo equações polinomiais do 2º grau. Mais uma vez, tal desempenho nos revela uma situação delicada, tendo em vista se tratar do estudo da equação polinomial do 2.º grau, um tema central para o estudo da álgebra escolar.

11. Um pedreiro usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir 45 m² de parede. Qual é a medida, em cm, do lado de cada azulejo?

$$\sqrt{2000} \sqrt{45}$$

$$\frac{180}{200}$$

$$\frac{200}{200}$$

$$44,4$$

$$45 \times 45$$

$$\frac{135}{135}$$

$$\frac{180}{180}$$

12. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

geometria e

Figura 15 – Protocolo K

No protocolo K, percebemos novamente o emprego de técnicas inapropriadas para a resolução do problema, uma vez que os conhecimentos matemáticos necessários para resolver a questão também não são identificados. Parece-nos que

passam despercebidas para os professores as diferentes unidades de medidas empregadas no problema e a necessidade de cálculos para a devida conversão. Evidenciamos, por meio da análise dessa resolução, que o professor incorre no erro, utilizando, indiscriminadamente, operações que nada têm a ver com a situação considerada.

11. Um pedreiro usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir 45 m^2 de parede. Qual é a medida, em cm, do lado de cada azulejo?

$45 \text{ m}^2 \rightarrow 4500 \text{ cm}$ $\frac{4500}{2000} = \sqrt{2.25} = 1,5$

12. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

unidades de medida / raiz quadrada

Figura 16 – Protocolo L

Ainda com relação à mesma situação matemática, observamos, no protocolo M, que o professor utiliza equação do segundo grau para resolver o problema, porém não indica tal conceito como conhecimento matemático necessário para a resolução; identifica-o apenas como uma expressão algébrica.

11. Um pedreiro usou 2000 azulejos quadrados e iguais para revestir 45 m^2 de parede. Qual é a medida, em cm, do lado de cada azulejo?

$450000 = 2000x^2$
 $x^2 = \frac{450000}{2000} \Rightarrow x^2 = 225$
 $x = 15 \text{ cm}$

12. Em sua opinião, quais conhecimentos matemáticos são mobilizados para solucionar a questão anterior?

A álgebra - interpretação e resolução de uma expressão algébrica.

Figura 17 – Protocolo M

Nas situações acima, identificamos dificuldades dos professores em mobilizar um tipo de conhecimento fundamental para aquele que vai ensinar, quer seja, o conhecimento especializado do conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008). Observamos, por exemplo, que o professor do protocolo M não diferencia, nem ao

menos de forma explícita, a diferença entre uma expressão algébrica e uma equação. Na verdade, precisaríamos entrevistá-lo para conhecer melhor suas concepções acerca de tais conceitos matemáticos.

CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, nossa proposta foi discutir aspectos que consideramos relevantes para a formação de professores, no que se refere à importância dos conhecimentos específicos do conteúdo (BALL; THAMES; PHELPS, 2008; SHULMAN, 1986) para a prática do professor que ensina na Educação Básica. Utilizamos, para isso, resultados de uma investigação desenvolvida com um grupo de professores de Matemática, em um processo de formação continuada, a partir da análise de questões de macroavaliações e de discussões e reflexões acerca dos conteúdos matemáticos e pedagógicos de tais questões e de suas resoluções.

Fundamentados em nossas análises, julgamos relevante reforçar a importância e a urgência da formação continuada com foco não somente nos conhecimentos pedagógicos, mas também nos conhecimentos específicos matemáticos. Tais evidências, identificadas por nós em nossa pesquisa, são ratificadas por outros pesquisadores, como é o caso das pesquisas apresentadas em Lo, Leatham e Zoest (2014).

Como discutido amplamente na seção anterior, os resultados obtidos com a análise das resoluções revelam professores que desconhecem conteúdos básicos de Matemática do Ensino Fundamental, por exemplo, o que também tem sido evidenciado em trabalhos como os de Araújo (1999). Em sua pesquisa, a autora aponta que os cursos de licenciatura em Matemática recebem muitos alunos com dificuldades para trabalhar os conteúdos matemáticos, e esse preparo insuficiente dos ingressantes impede-os de acompanhar satisfatoriamente as disciplinas do curso.

Apontamos, assim, a necessidade de serem investigados continuamente a formação do professor da Educação Básica, o desenvolvimento profissional para a docência, a formação pedagógica do professor e a avaliação dos processos de

formação, sem que se desconsidere os conhecimentos específicos matemáticos (BALL, THAMES e PHELPS, 2008).

Complementando essas considerações, no que se refere, por exemplo, a um conceito elementar para a álgebra da Educação Básica, a saber, o conceito de equação, Cury, Ribeiro e Müller (2011, p. 144) chamam atenção para o fato de que

as dificuldades apresentadas pelos docentes, em especial em conceitos como o de equação, que são ensinados na Educação Básica, constituem-se em entraves para os cursos de Licenciatura em Matemática, pois tais dificuldades podem acarretar conseqüentes problemas na compreensão de Matemática por parte de seus alunos.

Com isso, entendemos que seja emergente e relevante promover processos de formação continuada de professores de Matemática, tendo por foco o aprofundamento de seus conhecimentos específicos matemáticos, bem como possibilitar que sejam discutidas situações de ensino e de aprendizagem envolvendo tais conceitos, no intuito de propiciar a construção do conhecimento matemático para o ensino, no sentido apontado e defendido, por exemplo, por Deborah Ball e seus colaboradores. Eis uma agenda de pesquisa à qual não nos podemos furtar ...

REFERÊNCIAS

- ANDRÉ, M. Formação de professores: a constituição de um campo de estudos. *Educação*, Porto Alegre, v. 33, n. 3, p. 174-181, set./dez. 2010.
- ARAUJO, E. A. de Influências das habilidades e das atitudes em relação a matemática e a escolha profissional. Tese (Doutorado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas - Unicamp, Campinas, SP, 1999.
- ATTORPS, I. Teachers' images of the 'equation' concept. *European Research in Mathematics Education*, v. 3, 2003. Disponível em: <http://ermeweb.free.fr/cerme3/groups/tg1/tg1_list.html>. Acesso em: 15 dez. 2006.
- BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, New York, v. 59, n. 5, p. 389-407, nov./dez. 2008.
- BARBOSA, Y. O. *Multisignificados de equação*: uma investigação sobre as concepções de professores de Matemática. 2009, 196f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Bandeirante de São Paulo, São Paulo, 2009.
- BRASIL. Ministério da Educação. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Referenciais para o exame nacional de ingresso na carreira docente* – documento para consulta pública. Brasília: INEP/MEC, 2010.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros Curriculares Nacionais* – Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998.
- CHAZAN, D.; YERUSHALMY, M. On appreciating the cognitive complexity of school algebra: Research on algebra learning and directions of curricular change. In:

- KILPATRICK, J.; MARTIN, W. G.; SHIFTER, D. (Ed.). *A research companion to principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM, 2003. pp. 123-135.
- CURY, H. N.; RIBEIRO, A. J.; MÜLLER, T. J. Explorando erros na resolução de equações: um caminho para a formação do professor de Matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*. Montevideo, n. 28, p.143,- dic. 2011.
- DOERR, H. M. Teachers' knowledge and teaching of algebra. In: STANCEY, K.; CHICK, H.; KENDAL, M. (ed.). *The future of the teaching and learning of algebra: The 12th ICMI Study*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2004. p. 267-289.
- IMBERNÓN, F. *Formação docente e profissional – formar-se para a mudança e a incerteza*. São Paulo: Cortez, 2006.
- LO, J.; ZOEST, L. R. V.; LEATHAM, K. R. *Research trends in Mathematics teacher Education*. New York: Springer, 2014.
- MELO, G. F. A. “Saberes docentes de professores de matemática em um contexto de inovação curricular”. In: FIORENTINI, D.; NACARATO, A. M. (org.). *Cultura, formação e desenvolvimento profissional de professores que ensinam Matemática*. São Paulo: Musa, 2005.
- OLIVEIRA, R. J. *O bom professor de matemática segundo a percepção de alunos do ensino médio*. 2007. Trabalho de conclusão de curso (Matemática) – Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2007. Disponível em: <<http://www.ucb.br/sites/100/103/TCC/12007/RosieleJuvinodeOliveira.pdf>>. Acesso em: 04 fev. 2014.
- POLETTINI, A. de F. F. História da vida relacionada ao ensino da matemática no estudo dos processos de mudança e desenvolvimento de professores. *Zetetiké – Cempem – FE/Unicamp, Campinas*, v. 4, n. 5, 1996.
- PONTE, J. P. Professores de matemática: das concepções aos saberes profissionais. In: SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., Açores: *Actas...* Lisboa: APM, 1992. p. 59-80.
- RIBEIRO, A. J. *Equação e seus multisignificados no ensino de Matemática: contribuições de um estudo epistemológico*. Tese (Doutorado em Educação Matemática) — Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007. p. 141.
- RIBEIRO, A. J.; MACHADO, S. D. A. Equação e seus multisignificados: potencialidades para a construção do conhecimento matemático. *Zetetiké, Campinas*, v. 17, n. 31, p. 109-128, jan./jun. 2009.
- SANTOS, L. M. *Concepções do professor de Matemática sobre o ensino de Álgebra*. Tese (Doutorado) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, 2005.
- SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Teacher*, New York, v. 15, n. 2, p. 4-14, 1986.

Submetido: setembro de 2014

Aceito: novembro de 2014