Uma tarefa matemática e algumas produções escritas de alunos: discussões e possibilidades para professores que ensinam Matemática

João Ricardo Viola dos Santos
Regina Luzia Corio de Buriasco
Pamela Emanueli Alves Ferreira

RESUMO

O objetivo deste trabalho é analisar o enunciado de uma tarefa matemática e as produções escritas de alunos que resolveram esta tarefa. Em relação ao enunciado da tarefa, analisamos suas potencialidades, que demandas cognitivas ela podem oportunizar aos alunos. Em relação às produções escritas dos alunos, investigamos como eles resolvem a tarefa, quais suas estratégias, seus modos de lidar. Por meio de uma análise qualitativa de pesquisa, analisamos dois conjuntos de 42 produções escritas de alunos do 3º ano do Ensino Médio que resolveram a tarefa. São apresentados alguns resultados a respeito do enunciado da tarefa e uma caracterização de suas produções. Uma intenção subjacente é que este trabalho sirva como um recurso para professores que ensinam matemática, na busca de conhecer as tarefas de matemática e potencializar sua utilização em um contexto de aprendizagem.

Palavras-chaves: Educação Matemática. Tarefas de matemática. Análise da produção escrita.

A mathematical task and some students' written work: Discussions and possibilities to Mathematics teachers

ABSTRACT

The aim of this paper is to analyze a mathematical task and students' written works. In regards a math task, we analyze their potentialities and cognitive demands. Regarding the statement of the task, we analyze their potential, cognitive demands that it can provide opportunities to students. In regards to students' written works, we analyze students' strategies and their ways to deal with the task. Using a qualitative research, we investigate 42 high school students' written works. We show some results about students' strategies and proceedings and one characterization

João Ricardo Viola dos Santos é Doutor em Educação Matemática. Atualmente, é docente do Instituto de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática da Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Endereço para correspondência: Cidade Universitária, s/n – 79070-900 – Campo Grande, MS. E-mail: joao.santos@ufms.br

Regina Luzia Corio de Buriasco é Doutora em Educação. Atualmente, é docente do Depto. de Matemática e do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) – PR. Bolsista do CNPq. Endereço para correspondência: R. Eduardo Benjamin Hosken, 173, apto. 501, 86020-440 – Londrina – PR. E-mail: reginaburiasco@gmail.com

Pamela Emanueli Alves Ferreira é Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Atualmente, é docente do Depto. de Matemática da Universidade Estadual de Londrina (UEL) – PR. Endereço para correspondência: Rua Prof. Couto da Costa, 303, 86182-490 – Cambé-PR. E-mail: pamelauel@gmail.com

Recebido para publicação em 13/2/2015. Aceito, após revisão, em 4/12/2015.

of their written productions. An underlying intention of this work is to suggest that mathematics teachers analyze tasks enunciate and students' written work, aiming to know math tasks and use it in learning contexts.

Keywords: Mathematics Education. Math Tasks. Analysis of written production.

INTRODUÇÃO

A atividade matemática dos alunos é um tema a ser investigado em relação aos vários contextos que a circunscrevem. A partir das tarefas propostas, é possível investigar as oportunidades que promovem, as competências que os diferentes problemas permitem desenvolver, as interpretações dos enunciados realizadas pelos alunos, as concepções que as configuram, elementos esses geradores de reflexão para a prática diária do professor.

Faz parte de o senso comum acreditar que a prática de matemática desenvolve o raciocínio lógico dos alunos. A ideia de que por meio dessa matemática os alunos desenvolvem seu raciocínio tendo por base a repetição de operações mecânicas e exercícios de memorização, é ainda muito presente, tanto no imaginário de pessoas distantes dos contextos escolares, como também no dos professores. Entretanto, quando buscamos respostas para perguntas tais como – *O que é o raciocínio lógico? Como a matemática pode desenvolvê-lo? Em quais aspectos relativos ao dia a dia das atividades matemáticas nas salas de aula isso acontece?* – elas parecem não estar disponíveis. Com isso, acreditamos que esse senso comum, sobre o desenvolvimento do raciocínio lógico por meio da "matemática", está mais atrelado a uma tradição política e pedagógica do que às possibilidades que a "matemática", da forma que vem sendo trabalhada na escola, pode oferecer.

Se tomarmos a matemática como um conjunto de símbolos, no qual o importante é saber, por exemplo, operar bem, ou na linguagem dos alunos "*saber fazer continhas*", então as perguntas do parágrafo anterior terão poucas respostas. Entretanto, se pensarmos na matemática como fruto da atividade humana que nos permite conhecer e elaborar estratégias, procedimentos, modos de lidar com a realidade, tendo o professor como um *oportunizador* de tarefas, a partir das quais seja permitido aos alunos, levantar hipóteses, testar conjecturas, fazer refutações, propor "novos" modos de resolução, então poderemos ter várias respostas para as mesmas perguntas.

Com isso, é necessário analisar as potencialidades das tarefas matemáticas, que demandas cognitivas elas podem oportunizar aos nossos alunos e o que a produção escrita dos alunos pode fornecer de subsídios para caracterizações e interpretações dos processos de aprendizagens, como mote para gerar intervenção por parte do professor que ensina matemática.

Tomando as tarefas como um dos eixos do cotidiano da sala de aula, o objetivo desse trabalho é analisar o enunciado de uma tarefa matemática e as produções escritas de alunos que resolveram esta tarefa. Em relação ao enunciado da tarefa, analisamos suas potencialidades, que demandas cognitivas ela podem oportunizar aos alunos. Em relação as produções escritas dos alunos, investigamos como eles resolvem a tarefa, quais suas estratégias, seus modos de lidar. A tarefa matemática e as produções escritas serão analisadas segundo um quadro de referência, e, alguns resultados a respeito do desempenho dos alunos serão apresentados, bem como indicações para o trabalho do professor que ensina matemática na Educação Básica.

A RESPEITO DE TAREFAS DE MATEMÁTICA

A natureza das tarefas que professores utilizam nas salas de aula, bem como suas implementações constituem aspectos fundamentais para, por um lado, possibilitar aprendizagem para os alunos e, por outro, servir de apoio para reflexão crítica do professor. Assim, caracterizações das tarefas tanto nos aspectos sintáticos, quanto naqueles relativos às interações e intervenções dos professores com os alunos, podem ajudar o professor no desenvolvimento e gerenciamento das suas aulas. Um conhecimento detalhado das demandas cognitivas e características das tarefas pode originar configurações e olhares diferenciados para a dinâmica que se estabelece nos processos de ensino e de aprendizagem. Apresentamos três modos de caracterizar tarefas matemáticas e tecemos algumas considerações a respeito delas.

Nesse sentido, consideramos importante para o professor conhecer os benefícios das tarefas, os possíveis métodos de solução, a pertinência das múltiplas respostas, os conceitos envolvidos, a familiaridade do estudante com a tarefa e/ou o que lhe é solicitado em relação ao conteúdo ou às competências.

Consideramos que a escolha das tarefas, seja em uma situação de aula ou de avaliação, deva estar fortemente associada aos objetivos didáticos, que determinarão quais são potenciais tarefas para atingi-los.

O papel dos contextos nas tarefas é um assunto complexo que vai muito além de simplesmente motivar os estudantes a lidar com elas. Para Shannon (2007), a importância atribuída aos contextos das tarefas está associada mais à oportunidade de possibilitar a abstração matemática por meio de situações diversas e diferentes representações, do que tornar o contexto matemático familiar aos estudantes.

O contexto de uma tarefa pode apresentar situações realísticas, fantasiosas, fatídicas, ou até mesmo ser circunscrito estritamente por uma linguagem matemática (VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, 2005). O contexto é apenas um potencializador para a oportunidade de matematizar. O fato de um contexto embutir uma situação do cotidiano não é suficiente para que o estudante possa aprender algo ao lidar com ele. Com isso não é possível dizer *a priori* quais seriam bons problemas de contexto, visto que essa caracterização depende da relação que o “resolvedor” em potencial estabelece com o enunciado. Todavia, a hipótese é de que a proximidade do contexto com o repertório do estudante aumenta a possibilidade de matematização.

Butts (1997, p.33) apresenta uma caracterização para diferentes tipos de problemas matemáticos. Segundo sua classificação os problemas podem ser: a) Exercícios de

Reconhecimento; b) Exercícios Algorítmicos; c) Problemas de Aplicação; d) Problemas de Pesquisa Aberta; e, e) Situações Problemas.

Os *exercícios de reconhecimento* (a) são aqueles nos quais é solicitado para o aluno reconhecer ou recordar uma ideia, conceito ou definição matemática para resolvê-lo. Como exemplo Butts (1997), apresenta um exercício no qual é pedido para o aluno identificar entre as expressões apresentadas aquela que é um polinômio.

Os *exercícios algorítmicos*(b) se caracterizam por serem passíveis de uma resolução via um procedimento passo a passo ou a aplicação de um algoritmo apresentado em sala. Infelizmente, por diversos motivos, esses são ainda os problemas mais utilizados por professores nas aulas de matemática e apresentados nos livros didáticos. Por exemplo, os famosos "arme e efetue", as infindáveis listas de exercícios com as quatro operações que são apresentados nos livros didáticos a seguir da explanação de uma temática matemática, buscam promover a fixação, uma competência que apesar de necessária, quando isolada de outras, pode gerar passividade, submissão, alienação.

Os *problemas de aplicação* (c) são os que para sua resolução é exigido dos alunos que formulem simbolicamente o enunciado do problema, ou seja, traduzam a linguagem escrita com palavras para uma linguagem matemática adequada de modo que se possam utilizar os algoritmos apropriados (BUTTS, 1997). Segundo o autor

> [...] o traço característico desses problemas é que seu enunciado contém uma estratégia para resolvê-los. O obstáculo a vencer, então, é traduzir a palavra escrita para uma forma matemática apropriada, de maneira que os algoritmos adequados possam ser aplicados. (BUTTS, 1997, p.35)

Os *problemas de pesquisa aberta* (d) são aqueles em que seu enunciado não há uma estratégia para resolvê-los e que o aluno terá que elaborar uma estratégia de resolução. Vale ressaltar, como afirma Butts (1997) em seu artigo, que esses problemas não, necessariamente, estão vinculados a ideias sofisticadas da matemática e que, portanto, podem sim ser trabalhados desde os primeiros anos do Ensino Fundamental. As temáticas a serem exploradas nos primeiros anos de escolaridades dos alunos oferecem inúmeras possibilidades para o trabalho por meio de problemas de pesquisa aberta.

Por fim, Butts (1997), apresenta *as situações problema* (e) nas quais a característica principal é não ter um problema explicitamente formulado e por isso a primeira coisa a fazer é identificar o problema inerente, cuja solução vai ajudar a lidar com as próprias situações. Essas situações problemas se assemelham com as situações da modelagem matemática na perspectiva da Educação Matemática.

A caracterização de Butts, começa com reconhecimento de ideias e utilização de procedimentos, passando pela mobilização de ideias matemáticas institucionalizadas para resolução de problemas de aplicação chegando a situações em que se possam formular problemas para serem resolvidos.

Outro ponto a ser discutido é que uma tarefa matemática não pode ser necessariamente caracterizada independente de quem a resolve. Desse modo, como Butts (1997) alerta, há zonas nebulosas em relação a caracterizar um problema. Provavelmente, um problema que pode ser de aplicação para aluno do Ensino Médio, pode se caracterizar como problema de pesquisa aberta para os alunos dos primeiros anos do Ensino Fundamental. Para nós, essas considerações, indicam que a intenção não é rotular os problemas em seus tipos para trabalhar em sala de aula, mas sim oferecer aos professores conhecimentos detalhados das oportunidades que cada tarefa matemática pode oferecer para a aprendizagem. É desejável que os professores também possam modificar alguns problemas e com isso, transitar entre os vários tipos de problemas apresentados por Butts (1997).

Ferreira (2013) apresenta um estudo a respeito de enunciados de tarefas matemáticas, buscando elaborar um quadro de referência com a intenção de analisá-los. Ao longo de seu trabalho, a autora apresenta várias caracterizações de tarefas matemáticas, como por exemplo, as de Borasi (1986), De Lange (1987), Butts (1997), Van den Heuvel-Panhuizen (1996, 2005) e Díaz e Poblete (2005), e constrói e apresenta um esquema no qual entrelaça as caracterizações desses autores em um único quadro de referência.

Entre outras considerações, o estudo de Ferreira (2013) apresenta algumas caracterizações para ideias que comumente circulam nas salas de aula em relação às tarefas matemáticas, mas que pouco são discutidas, problematizadas e sistematizadas. A autora apresenta uma definição para tarefa, enunciado, contexto, questão, situação, problema, resolução, solução. Apresentamos algumas definições, como as que seguem:

> **Enunciado**: conjunto de elementos que formam a exposição de uma tarefa. Composto de itens escritos ou gráficos. Enunciados dos livros didáticos que estão “postos” e são independentes do sujeito “resolvedor”. **Questão**: pergunta, interrogação, proposta ou matéria a examinar que suscita ou provoca alguma discussão ou ação do sujeito. Nem sempre a questão precisa ser uma pergunta. **Problema**: a proposição que o sujeito internaliza, aquela que toma para si ao estabelecer relações entre o que conhece e o que interpreta do enunciado. Um problema é uma situação em que “resolvedor” não tem um procedimento ou algoritmo que conduzirá certamente a uma solução (KANTOWSKI, 1981, apud BORASI, 1986). **Tarefa matemática**: qualquer proposição oral, textual e/ou gráfica formada por enunciado que suscite um desenvolvimento matemático. A questão pode ser dada explicitamente no texto ou pode ser inferida, “realizada” pelo sujeito. (FERREIRA, 2013, p.63)

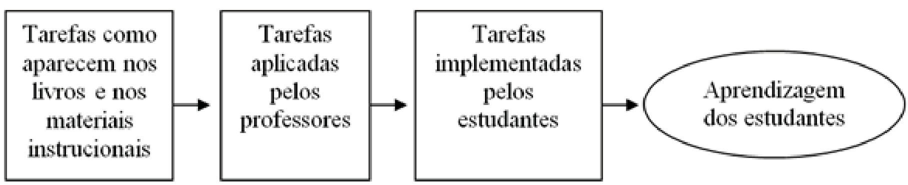
No que diz respeito à análise realizada, Ferreira (2013) conclui as tarefas apresentadas em uma seção do livro didático que analisou se limitam a apenas dois grupos de contextos segundo por Díaz e Poblete (2005): aqueles pautados em simulações da realidade e exercícios puramente matemáticos. Observa que há pouca variedade entre os tipos de tarefas, segundo a classificação de Butts (1997), e que, apesar de a publicação de

Butts (1997) ter mais de 15 anos, a afirmação do autor de que a maioria dos problemas contidos dos livros didáticos, de qualquer nível, pertencia aos 3 primeiros agrupamentos, aparentemente, não mudou.

Na década de 90 foram desenvolvidas pesquisas no projeto QUASAR[1] que apresentaram algumas respostas para questões tais como: quais características da aula de matemática realmente fazem diferença na maneira de os alunos verem a matemática e o que eles aprendem? Qual a natureza das tarefas que são utilizadas com os estudantes? Como podemos caracterizar as tarefas de matemáticas e quais se constituiriam em um alto nível de demanda cognitiva?[2] (STEIN; GROVER; HENNINGSEN, 1996; HENNINGSEN; STEIN, 1997; SMITH; STEIN, 1998).

Smith e Stein (1998) apresentam uma estrutura para as tarefas de matemática e dividem os processos que as envolvem desde a escolha das tarefas até a possível aprendizagem dos alunos. Na figura 1, a seguir, podemos ver um esquema das fases que englobam as tarefas.

FIGURA 1 – Esquema das fases das tarefas.



Fonte: Smith e Stein (1998, p.270, tradução nossa).

Nos estudos realizados pelos participantes desse projeto encontramos vários aspectos relativos tanto à prática do professor quanto ao conhecimento prévio dos alunos que interferem no decorrer dessas fases. Uma tarefa pode demandar um baixo nível cognitivo dos alunos, mas a partir de uma pequena alteração na pergunta que o professor lança a seus alunos ela pode se transformar em uma tarefa de alto nível cognitivo, e o contrário também pode acontecer.

De acordo com Henningsen e Stein (1997) as tarefas podem ser caracterizadas em duas dimensões: 1) das características e, 2) das demandas cognitivas. As características, da primeira dimensão, incluem múltiplas estratégias de solução, múltiplas representações e a comunicação matemática. Essas são importantes considerações a respeito de aspectos relativos ao desenvolvimento do entendimento, raciocínio e do fazer sentido matemático

[1] QUASAR (Quantitative Understanding: Aplifying Student Achivement and Reasoning) é um projeto de reforma nacional que teve por objetivo previsões e estudos do desenvolvimento e a implementação da melhora de programas instrucionais de matemática em seis escolas relativas ao Ensino Médio. Este projeto se realizou nos Estados Unidos durante 1990 até 1995 e vários artigos foram produzidos com resultados dessas investigações.

[2] As respostas a essas perguntas podem ser encontradas nos artigos produzidos pelos pesquisadores desse projeto

(HENNINGSEN; STEIN, 1997). As características da segunda dimensão das tarefas dizem respeito aos processos de pensamentos envolvidos na resolução das tarefas. Esses processos podem estar relacionados à memorização, à utilização de procedimentos e algoritmos – com ou sem conexão com os conceitos – ou às estratégias de raciocínio típicas do “fazer-matemático”, que envolve levantamento de hipóteses, teste de conjecturas e tomadas de decisão (HENNINGSEN; STEIN, 1997).

Em relação à segunda dimensão das tarefas, demandas cognitivas, temos uma caracterização em quatro níveis: (1) memorização; (2) procedimentos sem conexão; (3) procedimentos com conexão e (4) o fazer-matemático. Podemos classificar os dois primeiros como *baixo nível* de demanda cognitiva e os dois últimos em *alto nível* (SMITH; STEIN, 1998).

A *memorização*, primeiro nível de demanda cognitiva, está envolvida em tarefas que exigem apenas a reprodução de regras e fórmulas ou a definição ou comunicação de fatos previamente memorizados. Grande parte das tarefas utilizadas nas aulas de matemática se pauta nesse nível de demanda.

O segundo nível de demanda, *procedimento sem conexão*, envolve o uso dos procedimentos algoritmos que se apresentam evidentes no enunciado das tarefas. Eles são focados na produção de respostas corretas e únicas e não requerem explicações da resolução. Não necessariamente o aluno precisa entender as questões estruturais dos procedimentos para utilizá-los na resolução das tarefas desse tipo de demanda cognitiva (SMITH; STEIN, 1998).

Os *procedimentos com conexão*, terceiro nível de demanda cognitiva, envolvem a atenção dos estudantes no uso dos procedimentos no propósito de um nível de entendimento dos conceitos e ideias matemáticas que neles estão envolvidos. Os alunos precisam se engajar nas ideias conceituais que sustentam os procedimentos para completar as tarefas. Geralmente, elas são representadas em múltiplas maneiras e exigem uma relação conceitual entre essas diversas formas. Os alunos necessitam ter conhecimentos detalhados das questões semânticas dos procedimentos e saber aplicá-los em variados contextos nas tarefas que envolvem esse nível cognitivo (SMITH; STEIN, 1998).

O último e quarto nível das demandas cognitivas diz respeito ao *fazer-matemático*. Esse nível requer um pensamento complexo e não algoritmo dos procedimentos e estratégias nas resoluções das tarefas. Os alunos precisam compreender a natureza das tarefas matemáticas, bem como avaliar suas experiências relevantes para a construção de estratégias de resolução. Nesse nível os alunos precisam refletir sobre seu próprio processo de resolução sendo que este raramente é estabelecido *a priori*.

Assim, um conhecimento detalhado tanto da natureza das tarefas quanto da sua aplicação e implementação deve compor a formação do professor. Analisar trabalhos escritos dos alunos em relação aos tipos de demanda cognitiva pode oferecer uma alternativa de caracterização dos processos de aprendizagem dos alunos e, por conseguinte, possibilitara ampliação de repertórios de interações e intervenções na prática de sala de aula.

ESTRATÉGIA METODOLÓGICA

O procedimento metodológico adotado, neste trabalho, foi desenvolvido segundo uma perspectiva qualitativa na qual se buscou tecer compreensões da atividade matemática dos alunos de uma 3ª série do Ensino Médio, por meio de suas produções escritas. Garnica (2004) sinaliza alguns aspectos deste tipo de pesquisa, tais como:

> [...] a transitoriedade dos resultados, a impossibilidade de uma se obter uma hipótese a priori, cujo objetivo da pesquisa será comprovar ou refutar, a não neutralidade do pesquisador /.../ e a impossibilidade de estabelecer regulamentações, em procedimentos sistemáticos, prévios, estáticos e generalistas. (GARNICA, 2004, p.86)

Para esse trabalho consideramos dois conjuntos de provas de alunos da 3ª série do Ensino Médio da Rede Pública do Paraná os quais resolveram uma questão que se enquadra em um nível de alta demanda cognitiva (3 e 4), segundo a caracterização de Henningsen e Stein (1997). No primeiro conjunto de provas, a do grupo A, temos um total de 42 alunos que resolveram a questão com uma "dica" colocada na prova, sendo que 6 deixaram a prova em branco. Já no grupo B, temos 42 alunos que resolveram a questão, sendo que 4 deixaram a prova em branco.Os alunos resolveram o problema individualmente sem a intervenção do professor. Todos os alunos tiveram o tempo que acharam necessário para resolver a questão. Não é comum esses alunos terem questões que necessitam explicitar uma explicação, assim ela pôde ser considerada como não rotineira.

ANÁLISE E RESULTADOS

Nossa tarefa tem o seguinte enunciado:

> Esta questão requer que você mostre seu trabalho e explique seu raciocínio. Você pode usar desenhos, palavras e números na sua explicação. Sua resposta deve ser suficientemente clara para que outra pessoa possa ler e entender seu pensamento. É importante que você mostre todo o seu trabalho.
>
> 152 = 225
>
> 252 = 625
>
> 352 =1225
>
> Os exemplos acima sugerem a seguinte informação: *Quando um número inteiro positivo que acaba em 5 é elevado ao quadrado, o resultado é um número inteiro que termina em 25*. Explique por que esse resultado é sempre verdadeiro. Dica: (10n + 5)2 = ?

Uma análise da tarefa

A Tarefa proposta se enquadra, a nosso ver, no quarto agrupamento de Butts (1997): *Problemas de Pesquisa Aberta*. São aquelas em cujo enunciado não há indicação alguma de uma estratégia para resolvê-las. Esse tipo de tarefa, segundo a pesquisa de Ferreira (2013) não é tão frequente nos livros didáticos, por isso a caracterizamos como não rotineira de acordo com definição de Buriasco (1999).

Segundo a classificação de Díaz e Poblete (2005) a tarefa proposta é caracterizada como de *contexto matemático* e, segundo Borasi (1986) como de *Prova de Uma Conjectura*, na qual a análise e a reflexão são fundamentais.

No que diz respeito ao **contexto** para a realização da tarefa são necessárias informações extras (não presentes no enunciado), o levantamento de hipóteses, sondagens. No caso da turma B, alguma teoria é sugerida pela "dica" apresentada. Relativo à **formulação,** é única e explícita. A **solução** não necessariamente é única ou padronizada. As estratégias, ou **métodos de abordagem**: podem envolver o sistematizar equações e resolvê-las, segundo procedimentos conhecidos para desenvolvimento de binômios, elaborar algoritmos de resolução que contenham procedimentos simples de adicionar, multiplicar, dividir, aplicar propriedades de potência, realizar tentativa simulando resultados.

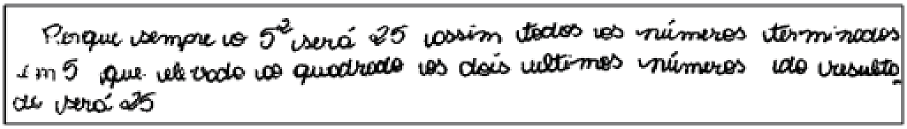
Na sala A a tarefa foi apresentada com a "dica" e com isso foi considerada do terceiro nível de demanda cognitiva, pois se os alunos desenvolvessem o binômio e o relacionassem com os exemplos, encontrariam uma justificativa para a afirmação ser sempre verdadeira. Entretanto, se os alunos ignorassem a "dica" e construíssem outra estratégia, esse tarefa poderia se enquadrar no quarto nível de demanda cognitiva, o fazer-matemático. Já para a sala B, a tarefa foi apresentada sem a "dica" e consequentemente foi enquadrada no quarto nível.

Uma análise das produções escritas dos alunos que realizaram a tarefa

Nas 74 provas analisadas, visto que 10 foram deixadas em branco, não encontramos uma resolução correta, ou seja, uma que justificasse a afirmação utilizando o reconhecimento de um padrão na construção dos números terminados em cinco, 15, 25, 35,... , e uma generalização para todos os outros. Este já é um fato que merece atenção, pois esses alunos estão terminando o Ensino Médio e nenhum apresentou uma resposta considerada correta. Entretanto, nossa análise focar-se-á no que os alunos fizeram e não no que deixaram de fazer. Com isso, ela se pautará nas resoluções, e em como podemos categorizá-las segundo os níveis de demanda cognitiva.

Na sala A, conseguimos agrupar as provas em 4 grupos. No primeiro (Grupo q da sala A, GA1) temos onze produções escritas dos alunos que apenas apresentaram respostas como essa: "*O resultado é sempre verdadeiro, pois, 52 = 25 e como os números* *terminados em 5 e elevados ao quadrado, todos vão dar 25"* Esses alunos apenas reproduzem a afirmação e de fato o que deve ser justificado, com outras palavras. Eles usam como explicação o que é para ser explicado e assim não justificam a afirmação. Segue a produção escrita de um aluno do Grupo GA1.

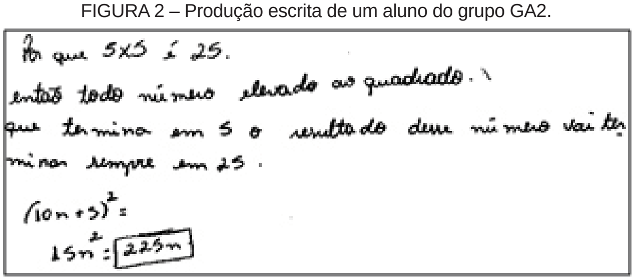
FIGURA 1 – Produção escrita de um aluno do grupo GA1.


Porque sempre o 5^2 será 25 assim todos os números terminados em 5 que elevado ao quadrado os dois ultimos números do resultado será 25

Fonte: os autores.

No grupo 2 (GA2), temos os alunos (17) que primeiramente usam o mesmo procedimento daqueles do primeiro grupo, mas usam também a "dica", incorretamente, para confirmar suas respostas. Nesse grupo 7 dos alunos identificam o binômio, mas tratam-no como uma equação, resolvem-na, corretamente ou incorretamente, e utilizam esses procedimentos para justificar suas resposta. Segue a produção escrita de um aluno do Grupo GA2.

FIGURA 2 – Produção escrita de um aluno do grupo GA2.


Por que 5x5 é 25.
então todo número elevado ao quadrado.
que termina em 5 o resultado deste número vai terminar sempre em 25.

$(10n+5)^2 =$

$15n^2 = \boxed{225n}$

Fonte: os autores.

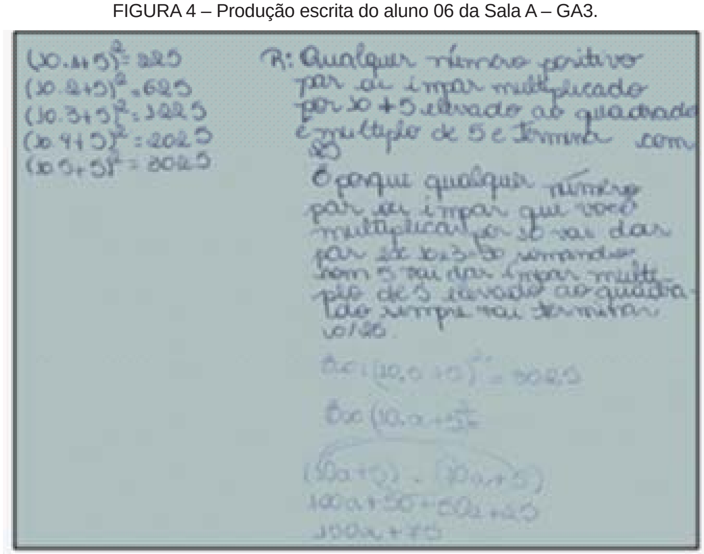
No grupo 3 (GA3) temos os alunos (6) que em suas produções apresentam exemplos para justificar a afirmação, usando ou não a "dica", apenas substituindo valores na incógnita. Parece que para esses alunos o fato de usar exemplos já é a justificativa da questão. Assim, como esperar uma resposta mais elaborada desses alunos, se, possivelmente, sua concepção de uma justificação reside na apresentação de exemplos? Segue uma produção escrita de um aluno desse grupo.

FIGURA 3 – Produção escrita de um aluno do grupo GA3.

Fonte: os autores.

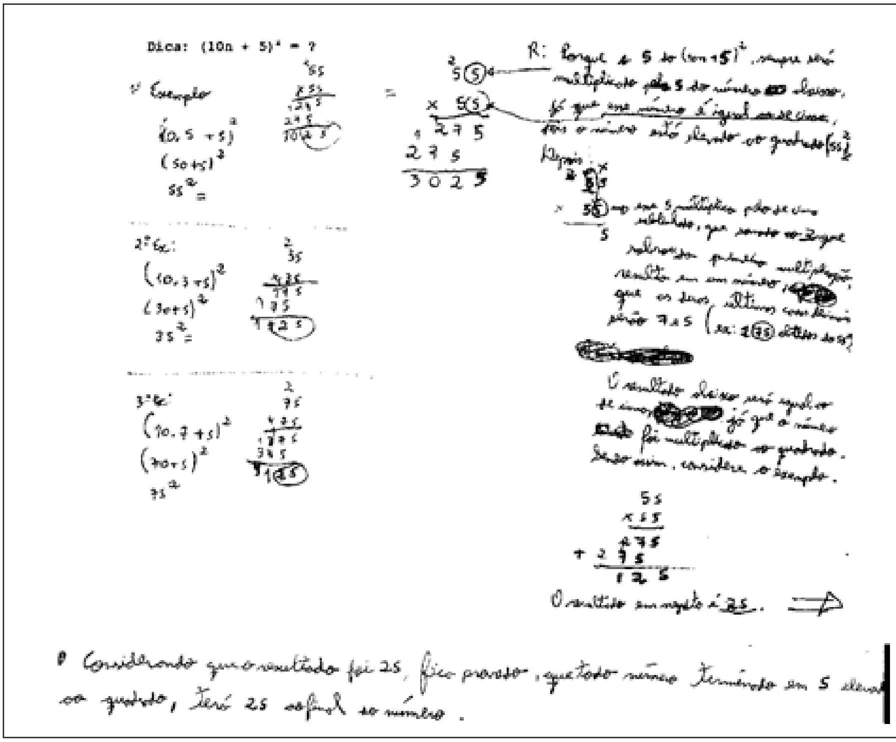
Temos uma única prova (PA06) na qual o aluno também apresenta exemplos, mas vai um pouco além, identificando neles um padrão. Porém, ele não usa esse padrão para justificar sua resposta. Na sala A, temos apenas um aluno (PA23) que encontra um padrão numérico no algoritmo da multiplicação e o utiliza para justificar a afirmação. Seguem as produções escritas dos alunos citados:

FIGURA 4 – Produção escrita do aluno 06 da Sala A – GA3.



Fonte: os autores.

FIGURA 5 – Produção escrita do aluno 23 da Sala A – GA3.

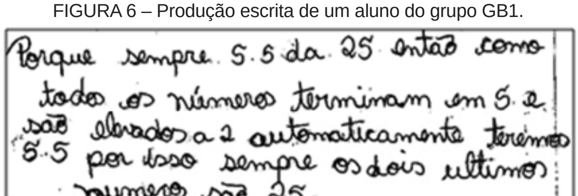


Fonte: os autores.

Notamos que para a maioria dos alunos, da sala A, a “dica” não foi um artifício “facilitador” para encontrarem uma justificativa para a questão. Visto que grande parte dos alunos não desenvolveu o binômio corretamente e com isso não conseguiu estabelecer uma relação entre ele e os exemplos apresentados.

Na sala B, temos a questão que os alunos resolveram sem a “dica” e que foram separadas em cinco grupos. No primeiro grupo (Grupo 1 da sala B, GB1) temos onze produções de alunos que afirmam que pelo fato de 5 ao quadrado ser 25, todos os números terminarão em 25, analogamente ao GA1. Segue a produção escrita de um aluno.

FIGURA 6 – Produção escrita de um aluno do grupo GB1.

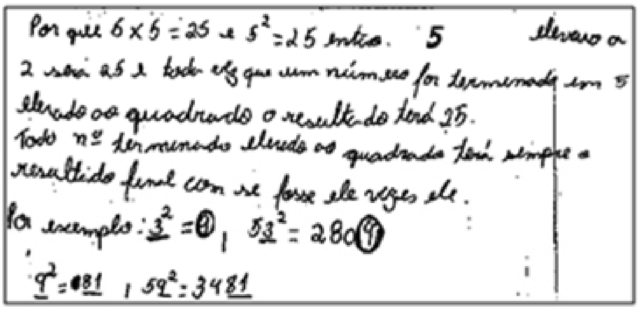

Porque sempre 5.5 da 25 então como todos os números terminam em 5 e são elevados a 2 automaticamente teremos 5.5 por isso sempre os dois ultimos numeros são 25.

Fonte: os autores.

No segundo grupo (GB2) temos nove produções nas quais os alunos justificam a afirmação apresentando alguns exemplos, novamente da mesma maneira das produções do Grupo 2 da sala A.

O GB3 é formado pelas produções nas quais os alunos (10) utilizam exemplos com números terminados em 5, mas que também apresentam exemplos com outros números, sendo eles 2,4,6,7,9 para justificar suas respostas. Segue uma produção escrita:

FIGURA 7 – Produção escrita de um aluno do grupo GB3.

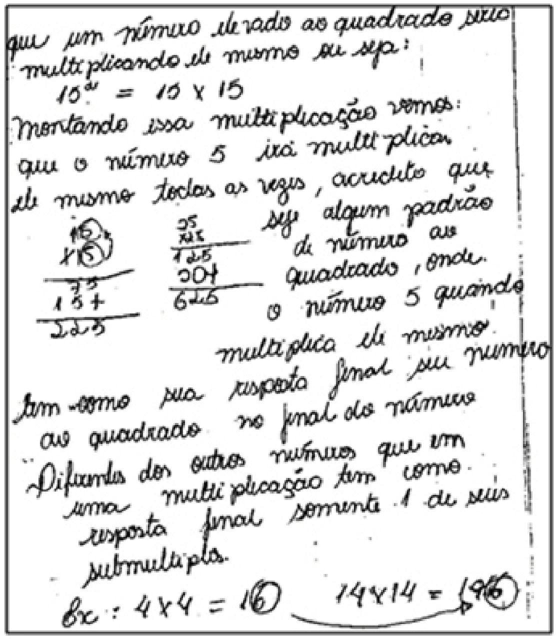

Por que 6 x 5 = 25 e 5^2 = 25 então. 5 elevado a
2 será 25 e toda vez que um número for terminado em 5
elevado ao quadrado o resultado terá 25.
Todo nº terminado elevado ao quadrado terá sempre o
resultado final com se fosse ele vezes ele.
Por exemplo: 3^2 = 9, 53^2 = 2809
9^2 = 81, 59^2 = 3481

Fonte: os autores.

Já no quarto grupo da sala B temos as quatro produções dos alunos que também justificam com exemplos, mas que encontram neles algumas regularidades, porém, não as utilizam para justificar suas respostas. Essas provas são semelhantes à prova 6A da sala A.

No último grupo da sala B (GB5), temos três provas dos alunos que encontraram um padrão numérico na multiplicação dos números e o utilizam para justificar sua resposta. Esses alunos apresentaram a multiplicação de alguns números e explicaram por essas multiplicações o padrão que encontraram. Segue uma produção escrita:

FIGURA 8 – Produção escrita de um aluno do grupo GB5.


que um número elevado ao quadrado seria
multiplicando ele mesmo ou seja:
$15^2 = 15 \times 15$
Montando essa multiplicação vemos:
que o número 5 irá multiplicar
ele mesmo todas as vezes, acredito que
seja algum padrão de número ao quadrado, onde o número 5 quando multiplica ele mesmo
tem como sua resposta final seu número
ao quadrado no final do número
Diferente dos outros números que um
uma multiplicação tem como
resposta final somente 1 de seus
submultiplos.
Ex: $4 \times 4 = 16$ $14 \times 14 = 196$

Fonte: os autores.

Temos uma única prova da sala B (PB23)[3] na qual o aluno levanta algumas hipóteses para possíveis justificativas para a afirmação, testa-as e toma algumas decisões apresentando uma estratégia totalmente elaborada e consciente de quais procedimentos estava elaborando.

Em relação às duas salas percebemos que os alunos utilizaram muito a estratégia de apresentar exemplos, usando ou não outros procedimentos, para justificar a afirmação ou apenas reescreveram com outras palavras o que de fato era pra ser justificado. Das 70 provas analisadas, 57, ou seja, 81% das provas apresentam essas estratégias.

Encontramos vários erros de linguagem algébrica nas produções dos alunos, relativos ao desenvolvimento do binômio. Alguns alunos multiplicaram 10n por 2 e 5 por 2, ignorando os parênteses e a as propriedades de potência, da seguinte forma:

$$(10n + 5)^2 = 10n \text{ x } 2 + 5 \text{ x } 2$$

Usando a caracterização dos níveis das demandas cognitivas, podemos agrupar as provas das duas salas de acordo com a atividade matemática que os alunos apresentaram ao resolver a tarefa. Com esses agrupamentos, analisamos em quais níveis de demanda cognitiva a resolução dos alunos se enquadraram.

[3] Mais à adiante apresentamos essa produção escrita.

TABELA 1 – Provas agrupadas segundo os níveis de demanda cognitiva.

Níveis / Provas	Memorização	Procedimentos sem conexão	Procedimentos com conexão	Fazer matemático
SALA A (com a "dica")	GA1	GA2, GA3, PA06	PA23;	
SALA B (sem a "dica")	GB1	GB2, GB3, GB4	GB5	Prova PB23
TOTAL	22	47	4	1
PORCENTAGEM	30%	64%	5%	1%

Fonte: os autores.

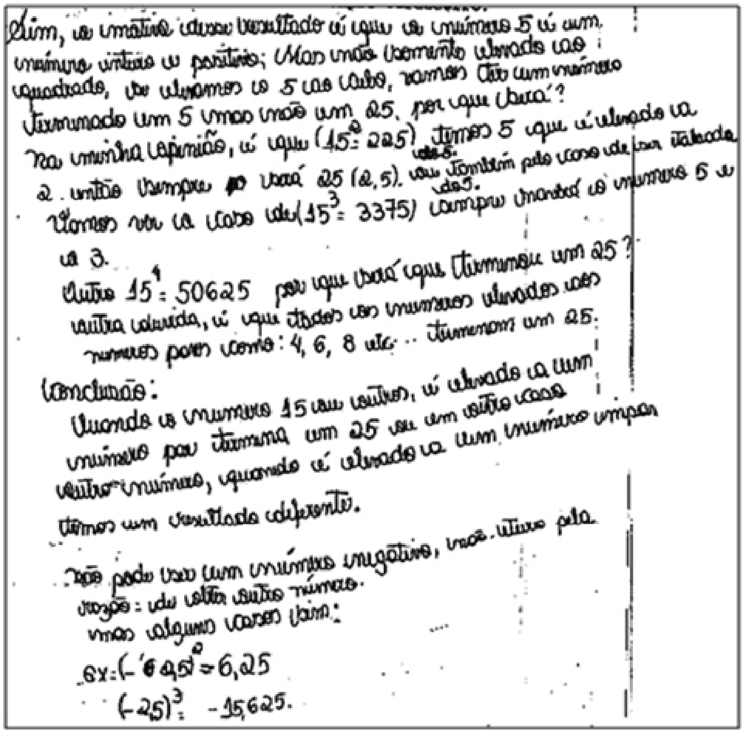
Consideramos que as provas do primeiro grupo das duas salas estão no primeiro nível de demanda cognitiva, *a memorização*, visto que os alunos não lançam mão de procedimento algum nas suas estratégias, apenas reescrevem o que é para ser justificado com outras palavras.

Temos 47 provas agrupadas ao segundo nível, *procedimentos sem conexão*, visto que elas apresentam uso de alguns procedimentos e as estratégias desses alunos estão pautadas apenas na apresentação de exemplos, na substituição de valores no binômio, na resolução de uma "equação" oriunda dele, com justificativas pouco plausíveis para o problema. Percebemos que esses alunos usam alguns procedimentos sem relação a uma justificação do problema.

Apenas 4 provas foram agrupadas no terceiro nível *–procedimento com conexão.* Esses alunos engendraram uma estratégia de resolução e apresentaram a justificativa oriunda dessa estratégia, mesmo não estando de acordo com a considerada correta. Encontram padrões na multiplicação dos números e explicam por que eles estão acontecendo.

Uma única prova foi agrupada no ultimo nível de demanda cognitiva, *o fazer-matemático*. Nessa prova, o aluno foi levantando e testando hipóteses sobre a veracidade da afirmação, com isso apresentou alguns resultados. Sua estratégia estava sendo construída de acordo com as hipóteses que estava produzindo não tendo *a priori* um procedimento pronto. Segue a Produção Escrita desse aluno.

FIGURA 9 – Produção escrita do aluno 23 da Sala B.



Fonte: os autores.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Apesar de a ação de classificar tarefas ser um tanto subjetiva, devido ao caráter interpretativo da análise e ao fato de ser relativo ao "lidar" de cada sujeito com uma determinada tarefa, consideramos que conhecê-las (as tarefas) é importante para obter compreensão dos modos como os alunos a interpretam, lidam com ela, ou até mesmo, a rejeitam.

De uma tarefa que se apresenta em um alto nível de demanda cognitiva – *procedimentos com conexão e fazer-matemático* – visto suas características, tivemos 94% da resolução dos alunos nos baixos níveis – *memorização e procedimentos sem conexão*. Uma das causas desses resultados pode ser atribuída a pouca experiência dos alunos com esse tipo de tarefa e a falta de problemas no seu dia a dia que exigem explicações e justificações da sua atividade matemática e não apenas operações mecânicas de alguns resultados.

Para muitos alunos a justificativa da afirmação se pauta na apresentação de exemplos, oriundos da substituição de números no binômio, ou mesmo na repetição daqueles apresentados no enunciado da questão. Este fato sinaliza que a falta de conhecimentos relativos à demonstração de alguns resultados e uma reflexão sobre como se podem construir essas demonstrações, interferem na atividade matemática dos alunos.

Se buscarmos apenas que nossos alunos sejam reprodutores de procedimentos memorizados, por meio do manuseio de regras e fórmulas em um "jogo de linguagem" no qual os objetivos e os meios de se "jogar" pouco interessam, podemos continuar com a dinâmica usual das aulas de matemática. Mudança não é necessária. Entretanto, se buscarmos a constituição de sujeitos construtores de conhecimentos tanto dentro quanto fora da escola, mudar a dinâmica das aulas de matemática é necessário e urgente.

Um dos caminhos para isso é conhecer as possibilidades que as tarefas dão aos alunos, empenhados na aventura de aprender, para que possam tirar delas, melhor proveito. Com isso, a análise da produção escrita dos alunos se apresenta como uma alternativa promissora para compreender os processos nos quais os alunos se envolvem ao lidar com determinadas tarefas, bem como os significados e importância que dão aos enunciados das tarefas propostas, visto que, muitos deles são ignorados, não por um ato de rebeldia, mas por uma ação de passividade.

Uma intenção subjacente é que este trabalho sirva como um recurso para professores que ensinam matemática, na busca de conhecer as tarefas de matemática e potencializar sua utilização em um contexto de aprendizagem.

REFERÊNCIAS

BORASI, R. On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, v.17, n.2, p.125-141, 1986.

BURIASCO, R. L. C. de. *Avaliação em Matemática*: um estudo das respostas de alunos e professores. 1999. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual Paulista, Marília, 1999. Disponível em: <http://www.uel.br/grupo-estudo/gepema/Disserta%E7%F5es/Tese%20-%20Buriasco.pdf>. Acesso em 16 out. 2014.

BUTTS, T. Formulando problemas adequadamente. In: KRULIK, S.; REYS, R. E. *A Resolução de Problemas na Matemática Escolar.* São Paulo: Atual, 1997. p.32-48.

DE LANGE, J. *Mathematics, Insight and Meaning*. Utrecht: OW &OC, 1987.

DÍAZ, V.; POBLETE, A. Competencias en Matemáticas y Tipos de problemas. In: CIBEM – Proccedings V Congreso Iberoamericano de Educación Matemática, n.5, 2005, Portugal. *Anais...* Portugal: Publicaciones con Comité Editorial, 2005.

FERREIRA, Pamela Emanueli Alves. *Enunciados de Tarefas de Matemática*: um estudo sob a perspectiva da Educação Matemática Realística. 2013. 121f. Tese (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2013. Disponível em: <http://bit.ly/teseferreira2013>. Acesso em 16 out. 2014.

GARNICA, A. V. M. História Oral e Educação Matemática. In: BORBA, M. C.; ARAUJO, J. L. (orgs.) *Pesquisa Qualitativa em Educação Matemática.* Belo Horizonte: Autêntica, 2004.

HENNINGSEN, M; STEIN, K., M. Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom- Based Factors that Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning. *JRME*. v.28, n 5 524-549, 1997.

SHANNON, A. Task Context and Assessment. In: SCHOENFELD, A. H. (Ed.). *Assessing Mathematical Proficiency*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. Disponível em: <http://www.msri.org/people/staff/levy/files/Book53/book53-all.pdf >. Acesso em: 01 nov. 2014.

SMITH, M. S; STEIN, K., M Selecting and Creating Mathematical Tasks: From Research to Practice. *Mathematics Teacher in the Middle School.* 1998. v.3, n.5, 344-350.

STEIN, K., M.,; GROVER, B., W.; HENNINGSEN, M; Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used Reform Classrooms. *American Educational Research Journal*. *Summer* 1996, v.33, n.2, p.455-488.

VAN DEN HEUVEL-PANHUIZEN, M. V. D. *Assessment and Realistic Mathematics Education.* Utrecht: CD-ß Press/Freudenthal Institute, Utrecht University. 1996.

______. The role of contexts in assessment problems in mathematics. *For the Learning Mathematics*, Alberta-Canada, v.25, n.2, p.2-9, 2005.Disponívelem: <http://www.fi.uu.nl/~marjah/documents/01-Heuvel.pdf>. Acesso em: 01 nov. 2014.