A Regra de Ouro nos Livros Didáticos para Escolas Alemãs-Brasileiras

Circe Mary Silva da Silva

RESUMO

A presente investigação tem por objetivo apresentar como os problemas de regra de três simples estão representados em livros didáticos de aritmética produzidos para escolas alemã-brasileiras no período de 1900 a 1935. Foram selecionados, para análise, três livros didáticos, de autoria de Matthäus Grimm, Otto Büchler, Wilhelm Nast e Leonhard Tochtrop, os quais foram comparados com os livros *Segunda Aritmética e Primeira Aritmética* de José Theodoro de Souza Lobo. Nas três obras analisadas, foram encontrados vestígios de uma prática pedagógica em uso na Alemanha à época.

Palavras-chave: Regra de Três. Livro Didático. Escolas Alemãs-Brasileiras.

The Golden Rule in Textbooks for German-Brazilian Schools

ABSTRACT

This paper investigates how the simple rule-of-three problems are represented in textbooks of arithmetic produced for the German-Brazilian schools in the period of 1900-1935. Texts by Matthäus Grimm, Otto Büchler and Wilhelm Nast and Leonhard Tochtrop were analyzed and compared to the arithmetic books of José Theodoro de Souza Lobo *Second Arithmetic and First Arithmetic*. Traces of a pedagogical practice in use in Germany were found in the three analyzed books.

Keywords: Rule of three. Textbooks. German-Brazilian Schools.

INTRODUÇÃO

> "Quem sabe a regra de três talvez não saiba tudo, mas sem dúvida, aquele que a domina, sabe muito".
>
> (ALMEIDA, 1992)

Livros para o ensino primário destinados ao estudo da língua materna e da matemática desempenharam, ao longo dos séculos, papel crucial como fonte de aquisição de conhecimentos para a vida. Assim, livros de cálculos [*Rechenbuch*] difundiam-se nas escolas elementares tanto em países de língua germânica quanto naqueles lugares com forte imigração de origem alemã, como o caso brasileiro.

Circe Mary Silva da Silva é Doutora em Pedagogia pela Faculdade de Matemática da Universidade de Bielefeld. Atualmente, é Professora do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Espírito Santo. Endereço para correspondência: Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Av. Fernando Ferrari, 514, CEP 29075-910, Vitória (ES). E-mail: cmdynnikov@gmail.com

Serviam não apenas para um primeiro contato com a aritmética – o universo dos números – como também transmitiam um saber que podia ser aplicado às atividades comerciais, de medições de terra, de pagamento de impostos, de cálculos de câmbios, de questões de herança, entre outros. Há, pois, que se ter em conta o importante papel desempenhado por esses livros como instrumentos de comunicação e suporte da ação dos indivíduos na sociedade. A autoridade do livro impresso transparece em muitas ilustrações e pinturas, retratando cenas de professores e alunos portando este instrumento de saber. Como diz Chartier (1999, p.84), "O livro indicava autoridade, uma autoridade que decorria, até na esfera política, do saber que ele carregava". Mestre ou aluno com livro nas mãos significava *status*, era sinônimo de ingresso num mundo em que a oralidade já não bastava como meio de aprendizagem.

O livro didático é parte da cultura escolar e ocupa um lugar específico – aquele que define conhecimentos e inculca práticas. Cultura escolar, aqui, está sendo entendida nos termos em que Julia (2001, p.9) a define, como "um conjunto de normas que definem conhecimentos a ensinar e condutas a inculcar, e um conjunto de *práticas* que permitem a transmissão desses conhecimentos e a incorporação desses comportamentos [...]".

Um estudo dos livros didáticos de Aritmética destinados às escolas alemã-brasileiras envolve a compreensão da sociedade formada nos núcleos de imigração, a dinâmica da vida cotidiana nessa sociedade: nos núcleos de imigração denominados "colônias", as famílias viviam e se relacionavam entre si, produziam para sua subsistência e comercializavam os produtos agrícolas e de pecuária excedentes, comunicavam-se em língua alemã, mas necessitavam, também, da língua portuguesa para interlocução com funcionários públicos, autoridades locais, outros comerciantes e prestadores de serviço que não falavam o alemão. No século XIX, no Rio Grande do Sul, existiram intérpretes[1] que serviram como agentes de comunicação entre os "colonos" e as autoridades locais. Pouco a pouco, este personagem iria desaparecer e a necessidade de conhecer a língua local, a moeda corrente, os pesos e medidas usados no comércio, e adotados no Estado, tornaram-se uma necessidade.

Os livros didáticos, conforme David Smith (1917, p.221), nos permitem conhecer as condições de vida do passado, fornecendo uma quantidade de informações sobre a história econômica e comercial. Os enunciados dos problemas matemáticos nos contam tanto sobre os luxos, como sobre as necessidades da vida. Eles revelam situações interessantes de câmbio e troca e mostram a relação da matemática com a vida cotidiana.

Não apenas os livros didáticos são portadores de informações sobre a educação nas comunidades alemã-brasileiras, mas também os periódicos. No Rio Grande do Sul, em 1900, começou a circular o *Lehrerzeitung: Vereinblatt des Deutschbrasilianischen*

[1] Nos relatórios dos presidentes da Província de São Pedro do Rio Grande do Sul, há referência a um agente oficial de colonização ou às vezes agente intérprete.

Katholischen Lehrervereins in Rio Grande do Sul[2], abreviadamente ALZ. Segundo Arendt (2008, p.31):

> No ALZ são construídas, nesse período histórico, representações sobre germanidade, escola e professor, com o intuito de fundamentar práticas sociais de um público leitor delimitado por uma identidade étnica [...]

Em 1909, no Jornal do Professor, destacamos um artigo que visa enaltecer a importância do ensino de aritmética nas escolas alemã-brasileiras, colocando essa disciplina, juntamente com a religião e língua alemã, como as três mais importantes do ensino primário. O autor justificava sua importância para a vida:

> Vamos olhar primeiro para a importância prática que a Aritmética (ou os cálculos) tem na vida. Todos devem admitir que, em nosso tempo, ninguém pode deixar de fazer contas certas, se ele não quiser passar por constrangimento e desejar se tornar uma vítima de fraude. Além disso, as lições de aritmética com números determinados, muitas vezes, fornece uma oportunidade para ensinar as crianças sobre as condições de negócio, a compra, a venda, a troca, os empréstimos, etc., também ensinar sobre as moedas, pesos, medidas, são necessárias para a preparação dos estudantes para a vida. (VOM RECHENUNTERRICHT, 1909, p.54)

Um ensino prático, nos termos em que foi definido pelo autor, incluía a compreensão da regra de três. Aliás, os problemas de regra de três refletem exemplarmente sua importância nas práticas, pois abrem caminho para entendermos a complexidade das transações comerciais, do mundo real. Os portugueses Guiral e Pacheco (1624) chamavam-na de regra áurea: "assim como o ouro é o mais estimado metal, e de maior valor que outro nenhum, assim esta regra é, entre todas da Aritmética, estimada em ser tão necessária" (apud ALMEIDA, 1992, vol. 1, p.136).

Segundo esse autor, a regra mercantil de três parece ter surgido com os hindus. Ela foi assim denominada por Bramagupta (c. 628), por Bhaskara (c. 1150) e o mesmo nome é encontrado entre os árabes e latinos. Bramagupta estabeleceu a regra de três da seguinte maneira: "Na regra de três, Argumento, Fruto e Requisição são os nomes dos termos. O primeiro e último devem ser similares. A Requisição multiplicada pelo Fruto e dividida pelo Argumento é o produto" (SMITH, 1958, p.483). Todavia, surgiram outros nomes para a mesma regra. Recorde (c. 1542) chamou-a de regra das proporções, a qual, por sua excelência é chamada de Regra de Ouro. Ela também é conhecida como a "chave dos mercadores" ou a regra dos mercadores. Köbel, em 1514, a chamava de Regel di Tri e os

[2] Jornal do Professor: Folha da Associação de Professores Alemães-Brasileiros Católicos.

alemães, em geral, usavam a denominação *Schlussrechnung*[3]. Essa foi a denominação que encontramos no livro de Matthäus Grimm (1902).

O pedagogo Egger, em seu livro *Methodish-pratisches Rechnenbuch für schwerische Volkschulen und Seminarien* (1874)[4], traz à discussão a polêmica sobre a melhor maneira de apresentar a regra de três no ensino fundamental, através da regra de dedução ou através das proporções, valendo-se, para tal, da opinião de pedagogos que defendem cada um dos dois métodos, respectivamente: Friedrich Bartholomäi[5], que defende *a regra de dedução*, via na teoria das proporções um método que, embora não prejudicial, era inútil (EGGER, 1874, p.363); por sua vez, os pedagogos Diesterweg e Heuser[6] defendiam o método das proporções, argumentando que, embora a regra possa ser resolvida através da aplicação da multiplicação e divisão, provavelmente, seria mais fácil e rápido atingir o alvo mediante o uso das proporções. Por outro lado, ressalvam, este método seria, em síntese, limitado e difícil de recomendar para alunos que frequentam a escola apenas por um curto período de tempo. Egger (1874, p.365) considerava a regra de três extremamente relevante para o ensino nas séries iniciais, justificando assim essa sua posição:

> A regra de três é, juntamente com a aplicação das quatro operações fundamentais, o tipo de cálculo mais importante para o ensino fundamental, porque, em primeiro lugar ele está na vida ordinária, ele conduz também a muitas resoluções versáteis, e, finalmente, é um instrumento muito importante para a resolução de todos os outros tipos de cálculos. A regra de três ocorre em todas áreas de vida possíveis e, especialmente, muitas vezes em comércio de compras e venda de qualquer natureza e, portanto, de não pouca importância prática. Além disso, conduz a resolução da maioria dos cálculos de juros, desconto, sociedade, etc, os quais podem ser resolvidos por regra de três ou proporções.

Segundo o autor, os problemas de regra de três podem ser resolvidos por dois métodos: a conhecida regra de dedução e a aplicação das proporções. Sobre elas diz: o tipo de resolução através da regra de dedução é mais simples, enquanto a resolução por meio das proporções é mais bonita e engenhosa, mas mais erudita e abstrata.

Vejamos qual destas orientações seguirão os autores germânicos nos livros publicados no Brasil.

---

[3] Regra de dedução.

[4] Livro de Arithmetica metódica e prática para escolas elementares suíças e seminários.

[5] Friedrich Bartholomäi (1817-1878) estudou filosofia e matemática na Universidade de Jena, foi membro do Seminário Pedagógico de Jena e escreveu obras variadas sobre a pedagogia, incluindo a matemática. Defendia um ensino baseado na intuição.

[6] Egger (1874) não apresenta referências precisas, portanto, não conseguimos descobrir com certeza a qual obra está a se referir. Tivemos acesso a versão digital do livro *Die schwierigsten Aufgaben im zweiten übungsbuch des Diesterweg-Heuser'chen Rechnebuches auf möglichst verschiedene Weise erklärend aufgelöst von Langenberg*, Gütersloh: Verlag Bertelsmann, 1863. Nele, encontramos a regra de três apresentada com base na teoria das proporções.

A REGRA DE TRÊS PARA GRIMM, BÜCHLER E NAST E TOCHTROP

Para análise, selecionamos três livros didáticos, cujos autores são Matthäus Grimm (1901), Otto Büchler[7] (1917) e Wilhelm Nast e Leonhard Tochtrop (s/d). O critério de escolha baseou-se em: circulação, abrangência temporal, acesso à obra. Em 1900, Matthäus Grimm (1864-1943) iniciou a publicação de livros de aritmética em dois volumes. Por abranger o conteúdo regra de três, escolhemos o segundo volume, intitulado *Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasilien, 2. Heft*,[8] com primeira edição em 1901 e que teve mais quatro edições. O autor Otto Büchler alcançou grande popularidade com sua coleção: *Praktische Rechenschule in vier Heften für deutsche Schulen in Brasilien*[9]. Para análise, foi escolhido o terceiro volume, intitulado *Die bürgerlichen Rechnungsarten in ihrer einfachen Form*.[10] Em língua alemã, esse livro teve a primeira edição em 1915 e chegou à nona edição na década de 1930. Além disso, essa obra foi traduzida para o português e, em 1932, alcançou a sexta edição. A terceira obra selecionada foi a dos autores Nast e Tochtrop, que iniciaram, na década 1930, a publicação do *Mein Rechenbuch*,[11] em quatro volumes, obra que foi reeditada e traduzida entre 1936 e 1952 e que chegou à sexta edição.

Embora estes não tenham sido os únicos autores a escreverem livros didáticos para as escolas alemãs no Brasil, foram os que produziram obras de maior circulação, consideradas as suas diferentes edições.

Encontramos, nos livros dos autores analisados, os ecos da tradição alemã em usar, para a regra de três, a denominação *Schulßrechnungen*, embora Büchler também utilize a expressão *Regeldetri* e Grimm utilize, também, as expressões *Dreisatz* ou *Regel de tri*.

Grimm (1901), ao introduzir a regra de três, no volume 2 de seu livro *Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasilien*, faz, primeiramente, uma longa preparação com atividades que visam a sua compreensão. Em lugar de apresentar a teoria seguida de regras de resolução e exemplos, ele parte de um problema.

Começa com enunciados de problemas simples em que, sabendo-se o valor unitário, precisa-se calcular o valor de uma multiplicidade. “Por exemplo: Se um saco de milho custa 5$, quanto custam 6 sacos de milho? Solução: O aluno diz: se um saco de milho custa 5$ então 7 sacos custam 7.5$= 35$” (GRIMM, 1901, p.57). Por se tratar de apenas um cálculo direto – multiplicação, é possível resolver esse tipo de exercício pelo cálculo mental: “Quanto deve pagar um comerciante por 5 vacas, se um corte custa 95$?” (GRIMM, 1901, p.58)

Inversamente, conhecendo o valor de uma multiplicidade, precisa-se determinar um valor unitário. Trata-se de problema em cuja resolução basta efetuar uma operação

---

[7] A primeira edição do terceiro caderno surgiu em 1915.

[8] *Livro de aritmética para as escolas alemãs no Brasil – II Parte*

[9] *Aritmética prática em quatro volumes para as escolas alemãs.*

[10] *Tipos de cálculo comerciais em sua forma mais simples.*

[11] *Meu livro de arithmetica*.

de divisão. Por exemplo: “4 carros de lenha custam 36$. Quanto custa um carro de lenha? Solução: O aluno diz: Se 4 carros de lenha custam 36$, então um carro de lenha será uma quarta parte de 36$ = 9$” (GRIMM, 1901, p.64). São propostos 24 problemas envolvendo cada uma das duas operações para os alunos resolverem. As respostas não são indicadas no livro.

A próxima etapa consiste em, a partir de algumas unidades, chegar a pequenas multiplicidades. Por exemplo: “12 sacos de batatas custam 60$. Quanto custam 4 sacos de batatas? Solução: 4 sacos são 3 vezes menor que 12, também custam a 3a parte de 60$ = ?” (GRIMM, 1901, p.66). Esse é um tipo de atividade que pode ser resolvida pelo cálculo mental. Com um pouco mais de complexidade, sugere-se ao professor apresentar por escrito o seguinte problema: “O material para um terno de casimira para o qual se precisa 3¼m custa 50$700. Qual é o preço de 1m?”

O Quadro 1, apresentado a seguir, contém uma transcrição detalhada de como o autor apresentou a resolução, separando uma orientação ao aluno daquela destinada ao professor.

QUADRO 1

<table>
<tr><th>Para o aluno</th><th>Para o professor</th></tr>
<tr><td>Colocação: 3 ¼ m = 3,25m
O aluno escreve e fala:
Detalhamento: 3,25m custam 50$700. 1m custa...?</td><td>O professor treina mais uma vez a divisão de decimais</td></tr>
<tr><td colspan="2">Solução: 3,25 custam 50$700
1m custa então 3 vírgula 25 parte. Eu preciso dividir 50$700 por 3,25. Resulta em 15$600.
Então, 1m = 15$600
Cálculos:
50$700 : 3, 25 = 5070$000 : 325 = 15$600</td></tr>
</table>

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Grimm (1901, p.66).

Somente após essa preparação, envolvendo 28 problemas similares, o autor enuncia o *Dreisatz ou Regel de tri*. Assim enunciada: “a regra de três nada mais é do que conclusão de uma multiplicidade em uma multiplicidade. Coloca-se a regra em três termos, daí o seu nome” (GRIMM, 1901, p.69).

“Exemplo: Se 7 sacos de batatas custam 35$, quanto custam 10 sacos?

“Resolução: O aluno diz: se 7 sacos de batatas custam 35$, então 1 saco é a 7a parte de 35$, que se acha 5. Então 10 sacos custam 10.5 = 50 $” (GRIMM, 1901, p.69).

Até aqui, a regra ainda não aparece claramente. Então, após sugerir vários problemas semelhantes ao exemplo, ele apresenta a seguinte atividade: “Tarefa: Quanto custam 25kg de ervilhas, se o saco de 60kg custa 12$?”.

QUADRO 2

Resolução 1: Colocação: 60kg custam 12$. 25kg custam ...? Passos da solução 1. Termo: 60kg custam 12$ 2. Termo: 1kg custa a 60a parte 3. Termo: 25kg custam 25 vezes mais. Eu preciso, portanto, dividir 12$ por 60 e do que achar multiplicar por 25. 12$:60 = 0$200 0$200. 25 = 5$000.
Resolução 2: 60kg custam 12$....................= 12$ 1kg custa 60a parte.................= $\frac{12\$}{60}$ 25kg custam 25 vezes mais ....= $\frac{12\$.25}{60} = \frac{1\$.25}{5} = 5 = 5\$$

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Grimm (1901, p.72).

Para calcular a resposta, é preciso multiplicar 12 por 25 e, após, dividir por 60. Mas pode-se simplificar antes, dividindo por 5. Assim, chega-se ao resultado. Grimm propõe mais de 50 problemas envolvendo a regra de três.

Ele aproveita o espaço do *Lehrerzeitung: Vereinblatt des Deutschbrasilianischen Katholischen Lehrervereins in Rio Grande do Sul* (1902) para resolver alguns problemas propostos no livro. Assim, encontramos duas estratégias de resolução do problema 14, à página 73, no artigo denominado *Bemerkungen für Rechnen*[12]. O enunciado do problema é o seguinte: “Se um saco de feijões custa 15$, quanto custará: a) 2, b) 3, c) 7 Quartos[13]?” Segue a resolução, no Quadro 3.

[12] *Observações para cálculos.*
[13] Quarto é uma unidade de medida de capacidade para secos, utilizada na época.

QUADRO 3

1ª Resolução do autor: No quadro dos alunos deve estar: Colocação 8 Quartos custam 15$ 3 Quartos custam...? Solução: 8 quartos custam 15$; 1 quarto custa 15$: 8 = 1$75; 3 quartos custam 1$75 x 3 = 5$625. Resposta: 3 quartos dão 5$625".
2ª Resolução do autor: Colocação 8 quartos custam 15$ 3 quartos custam...? solução Fala-se $\frac{15\$.3}{8}$. Cálculos: 15$.3 = 45$:8 = 5$625. Resposta: 3 quartos custam então 5$625.

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Grimm (1902, n.9, p.7).

Vemos que, na primeira resolução, Grimm procede primeiro à redução à unidade e depois ao cálculo da multiplicidade, enquanto que, no segundo caso, aplica diretamente a regra de três.

Büchler, em seu livro *Praktische Rechenschule*,[14] começa a sua proposta metodológica de maneira muito semelhante a Grimm. Para o autor, *Regeldetri*,[15] é também conhecida como *Schlußrechnung*. Ela é apresentada conforme mostra o Quadro 4.

QUADRO 4

1) de uma coisa (unidade) para muitas (multiplicidade) por meio da multiplicação. Por exemplo: Uma garrafa de leite custa 160 réis. Quanto custarão 2 garrafas?
2) de muitas coisas em muitas, isto é, empregando em números cômodos as vantagens de cálculo. Por exemplo: 2kg custam 5 réis. Quanto custarão 4kg?
3) da multiplicidade para a unidade por meio da divisão. Por exemplo: Fulano ganha em uma semana 36$. Quanto ganhará em 1 dia?
4) da multiplicidade para a multiplicidade, empregando em números cômodos as vantagens do cálculo, por meio da divisão. Por exemplo: Beltrano ganha numa semana 24$. Quanto ganhará em 3 dias?
5) da multiplicidade para a multiplicidade, empregando a divisão e a multiplicação". Por exemplo: 25kg custam 72$. Quanto custarão 13kg?

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Büchler (1917, p.3).

Ele chama a atenção para o fato de que a verdadeira regra de três é a do item 5. O motivo de denominar-se regra de três seria o de que, para se achar o termo desconhecido,

[14] Aritmética escolar prática.
[15] Regra de três.

é necessário conhecer ao menos três termos dados. Afirma: “a redução à unidade é a base principal da regra de três” (BÜCHLER, 1917, p.5).

Inicialmente, propõe problemas bem simples, tais como: “Um caderno custa 200 réis. Quanto custa uma dúzia?” Ou: “ 2kg custam 5$. Quanto custam 4kg? Oralidade: 4kg é o dobro de 2kg. O dobro de mercadorias custa o dobro do dinheiro, então, 4kg custam 2x5=10” (BÜCHLER, 1917, p.6).

O autor sugere que esses problemas simples sejam resolvidos mediante cálculo mental. Quando, porém, os exercícios são escritos, os enunciados apresentam maior complexidade e contém explicação mais detalhada.

A regra é praticada com um problema resolvido: “Se 25kg custam 72$000. Quanto custarão 13kg? Oralmente: Se 25kg custam 72$, então 1kg custará a vigésima quinta parte de 72$000 e vezes 13kg. Então, segue-se a seguinte fração $\frac{72\$000 \text{ x } 13}{25}$ 13kg custam 37$440” (BÜCHLER, 1917, p.9).

São propostos 115 problemas de regra de três simples, entre os quais figuram os tradicionais cálculos de tempo de percursos de viajantes, vazão de água de poços, salários de trabalhadores, tempo de trabalho para obras, dentre outros.

Diferentemente do que fazem Grimm e Büchler, Nast e Tochtrop não apresentam a regra de três de maneira explícita no livro *Mein Rechenbuch*.[16] Os autores, após o título, afirmam que o saco de cada produto será considerado de 60 quilos e que os preços dos produtos são os do mercado em 30 de novembro.[17] Apresentam a lista de preços conforme o Quadro 5.

QUADRO 5 – Lista de preços de produtos alimentícios.

Feijões	**Arroz**[18]
Preto, Taquara (velho).................. 18$000	Agulha graúdo ....64$000
Preto, Taquari (velho).................. 17$000	Agulha 1A ....61$000
Novo, preto ....30$000	Agulha 1B ....56$000
Branco..40$000	Japonês classif. ....54$000
Cavalo-claro (novo).......................31$000	Japonês 1A ....52$000
Enxofre (novo) ....31$000	Japonês 1B...............................49$000
Cor marrom claro (novo)...............25$000	Blue Rose 1A ....60$000
	Blue Rose 1B ....53$000
	Japonês com casca ....28$000
	Blue Rose com casca...............32$000

[16] Meu livro de cálculos.
[17] Ele não especifica o ano, mas supomos tratar-se do ano de edição, a qual não aparece no exemplar consultado, provavelmente da década de 1930.

Batata, nova	Saco de **farinha** (saco com 44kg)
Branca ....15$000	Fidalga...................................... .35$000
Rosa ....17$000	Esperança.....................................33$000
Milho	Germânia.....................................31$000
Amarelo...15$200	Regina..25$000
Branco...13$000	Jasmim...21$000
	Flor ....34$000
	Primor e Beleza............................33$000
	Santa Maria..................................32$000
	Eclipse..25$000
	Coqueiro e Gaúcho ....22$000

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Nast e Tochtrop (s/d, p.31).

Segue um exemplo resolvido pelos autores, utilizando dados do Quadro 5.

60kg custa 17$000

1kg custa = 17$000: 60= 0$283

170

500

200

17kg = 0,283
x17
1981
283
4$811

Após o exemplo, são sugeridos problemas usando a tabela. Por exemplo: "Calcule o preço por 17kg para cada um dos produtos. Alguns deles podem ser feitos mentalmente. Calcule o preço de meio saco. Quanto custa ¼ de saco? 1/3 de saco? ¾ saco? 2/3 saco?" (NAST; TOCHTROP, s/d, p.31).

Os autores propuseram também problemas envolvendo "grandes números". Por exemplo: "A superfície da Alemanha tem cerca de 500.000 km quadrados e cerca de 60.000.000 de habitantes. Quantos habitantes por quilômetro quadrado?" (NAST; TOCHTROP, s/d, p.39).

Os problemas propostos com dados geográficos incluíam também o Brasil e países da América Latina. Curiosamente, esses autores apresentam problemas relativos aos custos da I Guerra Mundial. Por exemplo: "A primeira guerra mundial custou aproximadamente à Alemanha 251471 milhões de marcos ouro; os gastos dos seus adversários foram avaliados em 497691 milhões de marcos ouro. Calcular a média diária de despesas. A guerra durou 4 anos e 3 meses" (NAST; TOCHTROP, s/d, p.35).

Constatamos que nenhum dos autores analisados apresentou inicialmente a teoria para só depois propor a resolução de problemas; ao contrário, começaram apresentando

[18] Cabe salientar que o arroz que começou a ser cultivado no Rio Grande do Sul em 1903, em Pelotas, tornou-se a primeira lavoura capitalista a empregar máquinas e trabalho assalariado. Sugiro tirar a nota ou citar fonte.

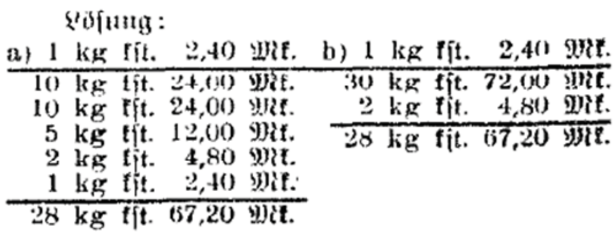
problemas e a resolução destes foi utilizada como recurso para apresentar e explicar a teoria.

A análise das obras dos três autores permitiu observar que nenhuma referência foi feita à teoria das proporções ou ao conceito de proporcionalidade.

A REGRA DE TRÊS PELO MÉTODO DA DIVISÃO DA ALÍQUOTA

Os periódicos destinados aos professores das escolas alemã-brasileiras, que começaram a circular em 1900, mostraram-se excelentes fontes de acesso às discussões sobre as práticas recomendadas pelos professores e teóricos da educação. À guisa de exemplo, pode ser citado o artigo de Francisco Hillebrand,[19] de 1902, intitulado o *Cálculo com a divisão da alíquota* ou "welsche praktik". O método é explicado por meio de um exemplo: "Um kg de café custa 2,40 marcos. Quanto custam 28kg?" (HILLEBRAND, 1902, p.44).

FIGURA 1 – Fragmento do Mitteilung, 1902, n.6, p.44.



Lösung:

a) 1 kg kſt. 2,40 Mk.	b) 1 kg kſt. 2,40 Mk.
10 kg kſt. 24,00 Mk.	30 kg kſt. 72,00 Mk.
10 kg kſt. 24,00 Mk.	2 kg kſt. 4,80 Mk.
5 kg kſt. 12,00 Mk.	28 kg kſt. 67,20 Mk.
2 kg kſt. 4,80 Mk.	
1 kg kſt. 2,40 Mk.	
28 kg kſt. 67,20 Mk.	

Fonte: https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/130021.

Explicando: se 1kg custa 2,40; então 10kg custam 24,00 marcos; a metade de 10kg, ou seja, 5kg, irá custar a metade, ou seja 12,00; 2kg custarão o dobro de 1kg, ou seja, 4,80 e assim, somando todos os resultados parciais, chega-se a 24 + 24 + 12 + 4,80 + 2,40 = 67,20. Ou pela subtração, começa-se calculando 30kg, cujo total custa 72,00 marcos e o custo de 2kg é igual a 4,80 marcos, como 28 = 30 - 2, basta subtrair de 72 o valor de 4,80 para obter 67,20.

[19] Francisco Hillebrand (ou Franz Hillebrand) emigrou com seus pais da Bohemia, em 1874, com a idade de 17 anos. Já possuía formação de professor primário. Foi nomeado professor da Aula Pública em Linha Brasil, no atual município de Nova Petrópolis. Na ata de exame de 1904, consta que tinha 40 alunos, os quais foram examinados em leitura, aritmética, geometria, caligrafia e ortografia. Membro ativo de associações como a Bauerverein (Associação dos agricultores), da Lehrerverein (Associação dos professores) como presidente e redator, assim como primeiro secretário da SICREDI, ele faleceu em 1920.

O procedimento parece muito semelhante ao da multiplicação egípcia, em que um número, para ser multiplicado por outro, precisa passar por sucessivas duplicações ou bipartições e, após, os resultados são adicionados.

O autor apresenta outro exemplo, envolvendo valores fracionários. “100kg custam 16,60 marcos, quanto custam $307\frac{1}{2}$ kg?”

QUADRO 6 – Resolução.

100 kg custam 16,60
200 kg custam 33,20
10 kg custam 1,66
5 kg custam 0,83
$2\frac{1}{2}$ kg custam 0,415
$307\frac{1}{2}$ kg custam 51,045

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Hillebrand (1902, p.45).

Esse método, segundo o autor, apresenta algumas vantagens em relação aos demais, entre os quais está o de tratar-se de um procedimento confortável para operar com “números grandes”, que apresenta aspectos comuns ao cálculo mental e que é mais fácil de operar porque não demanda a memorização de regras.

A fonte por ele mencionada do método da alíquota dividida é Heinrich Räther – *Theorie und Praxis des Rechenunterrichts* (1904).[20] Esta, ao que tudo indica, é uma evidência de que as práticas pedagógicas correntes na Alemanha se tornavam rapidamente conhecidas no Brasil, por meio de livros e de periódicos como o acima referido. A circulação de ideias pedagógicas entre os dois países tinha nesses agentes culturais, autores-professores, seu fomento. Isso reforça a percepção de que as transferências culturais provocam o deslocamento de saberes, numa mobilidade visível de importação de uma prática pedagógica de um determinado lugar para outro, no caso em exame, além-mar.

[20] Nesta obra, composta de 4 volumes e mais de 700 páginas, há uma orientação metodológica para todo o ensino primário da aritmética, com citações a Pestalozzi, Grube, e vários educadores da época. Quando inicia as discussões sobre a Regra de Três, apresenta amplo histórico dela, começando com a formulação do alemão Adam Ries (1518).

A REGRA DE TRÊS NA PRIMEIRA *ARITMÉTICA E NA SEGUNDA ARITMÉTICA D*E JOSÉ THEODORO DE SOUZA LOBO

Para os fins deste estudo, é importante atentar para a maneira como outro autor de livro didático destinado à escola, que não pertencia à comunidade alemã-brasileira, apresentava a regra de três. Essa breve comparação permite apontar para uma diferença entre o ensino desse conteúdo nas escolas alemã-brasileiras e nas escolas brasileiras. Foi escolhido um autor do Rio Grande do Sul, cuja obra didática foi muito difundida no Estado no mesmo período objeto de estudo. Trata-se de José Theodoro de Souza Lobo, autor dos livros didáticos *Primeira Aritmética para meninos* (1926, 36a edição) e *Segunda Arithmetica para meninos* (1893, 9a edição), obras adotadas nas escolas públicas e em quase todas as escolas particulares gaúchas (PAIS, 2010). É relevante observar que esse livro didático teve ampla circulação no Rio Grande do Sul:

> Quanto à circulação da *Segunda Aritmética*, a 1ª edição foi impressa em 1870; a 28ª em 1929 e a 33ª em 1939, estas duas últimas, pela Livraria do Globo, de Porto Alegre. Em 1980, a Martins Livreiro, editora também de Porto Alegre, lançou a 43ª edição. (PAIS, 2010, p.129)

No sétimo capítulo da *Primeira Aritmética*, intitulado *Método de Redução à Unidade*, o autor define: “Regra de três é a questão, na qual se procura uma quantidade desconhecida por meio de outras conhecidas, com as quais entrem relações de proporções” (1926, p.142). Souza Lobo introduziu a regra de três teoricamente como um caso particular das proporções. Curiosamente, não faz qualquer comentário sobre o que é método de redução à unidade, nesse capítulo. Ele apresenta dois tipos de regra de três: a simples e a composta. “A regra de três simples é aquela que consta de quatro termos sendo um desconhecido” (SOUZA LOBO, 1926, p.142). Essa regra ainda pode ser dividida em direta (quando, crescendo os termos principais, crescem seus relativos ou quando diminuem os termos principais, diminuem os seus relativos) e inversa (quando, crescendo os termos principais, diminuem os seus relativos ou diminuindo os principais, crescem os seus relativos).

Somente após as explicações teóricas da regra: “A regra para armar-se a proporção é a seguinte: o principal maior está para o principal menor, assim como o relativo maior está para o relativo menor” (LOBO, p.142), ele explica que os termos principais são os dados de mesma espécie, enquanto os relativos são os dois de mesma espécie em que um deles é desconhecido. O autor apresenta um exemplo resolvido em que elucida como proceder.

“Um obreiro fez 210 metros de obra em 9 dias; pergunta-se quanto tempo gastará para fazer 630 metros da mesma obra?” (LOBO, 1926, p.143).

QUADRO 7 – Resolução do problema.

Disposição dos dados do problema:
210 metros são feitos em 9 dias
630 metros são feitos em x dias
Raciocínio: Se o obreiro para fazer 210 metros de obra gastou 9 dias, para fazer 630 metros gastará mais de 9 dias. É uma regra de três direta, porque crescendo o termo principal metros, o seu relativo dias também cresce. A incógnita x dias representa, pois, um número maior do que 9 dias. Método das proporções
210 : 630 : : 9 : x $x = \frac{9 \text{ x } 630}{210} = 27$ dias .

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Lobo, 1926, p.143.

Sem fazer qualquer referência ao que seja método de redução à unidade, ele resolve o mesmo problema, intitulado *Tipo de Cálculo*, da maneira apresentada no Quadro 8.

QUADRO 8

Se 210 metros de obra são feitos em 9 dias
1 metro será feito em $\frac{9}{210}$ do dia. Ora, se 1 metro é feito em $\frac{9}{210}$ d,
630 metros serão 630 vezes mais dias, isto é $\frac{9 \text{ x } 630}{210} = 27$ dias

Fonte: tradução e elaboração da autora a partir de Lobo (1926, p.143).

Todavia, é na Segunda Aritmética para meninos que o autor irá explicitar mais claramente que método é esse. Ele chama a atenção para a existência de outro método, além das proporções, o qual denomina de método de Reynaud ou método de redução à unidade. Resolve o mesmo problema da Primeira Aritmética segundo os dois métodos.

Pais (2010, p.143) também aponta que Souza Lobo, além de apresentar, em seu livro, o método das proporções, incluiu o método de redução à unidade.

Cabe mencionar que, na 36a edição da Segunda Aritmética, está incluído um parecer de Francisco Cabrita, de outubro de 1883, em que ele sugere que, numa edição futura, o autor amenize o final do estudo desse capítulo, dizendo (LOBO, 1926, p.VII):

> [...] tomaria a liberdade de dar maior desenvolvimento prático à – divisibilidade dos números, ampliando as suas múltiplas e utilíssimas aplicações; eliminaria os quatro últimos capítulos e sobre o título – Método de redução à unidade – um dos mais fecundos da Aritmética e mais próprio para exercitar a ginástica intelectual da primeira infância, trataria dos assuntos relativos aqueles capítulos, amenizando o final do estudo [...] com variadíssimas questões aptas para serem adotadas por esse método elegante, facílimo, espontâneo e geral.

Embora Souza Lobo tenha apresentado essa regra, ele inicia com a apresentação da teoria para só depois introduzir a prática. Souza Lobo parece preferir introduzir a regra de três a partir das proporções. Os três autores germânicos analisados não dão destaque para uma regra operatória, aliás, nem sequer introduzem o conceito de proporção ou incógnita, antes a apresentam a partir de exemplos simples em que se procura determinar o valor unitário para só depois chegar às multiplicidades.

Vale destacar também que Lagrange (1736-1813) publicou um livro didático sobre matemática elementar baseado em suas aulas na *École Normal Superieur*[21] e nele salientava: "Da teoria das proporções dependem muitas das regras da aritmética pois ela é primeiramente o fundamento da famosa regra de três de uso tão generalizador[...]" (LAGRANGE, apud SILVA, 2014, p.55). No Brasil, autores de livros didáticos como Arthur Thiré (1917), que publicou uma Aritmética Ginasial na primeira década de 1900, apresentaram a regra de três a partir do conceito de proporcionalidade, seguindo a orientação de Lagrange. Thiré, inclusive, exemplificou com o preço do café a dependência entre o peso do café e o seu preço. E é somente depois de muitas discussões teóricas sobre grandezas proporcionais e proporções, que ele introduz a regra de três: "quando num problema figura uma proporção em que três termos são conhecidos, acha-se o quarto termo [...]. Este processo recebe o nome de regra de três" (THIRE, 1917, p.392). O método introduzido por Thiré parte do conceito de proporção. Mas ele também faz referência ao método de redução à unidade que, segundo ele, consiste em reduzir o valor de uma das quantidades à unidade e em procurar a solução como se ela fosse efetivamente 1, depois se acha o valor verdadeiro dessa quantidade.

UMA ARITMÉTICA PARA AS PRÁTICAS DE COMÉRCIO NAS COLÔNIAS

No século XIX, como um dos resultados da imigração no Rio Grande do Sul, estabeleceu-se um sistema econômico – a agropecuária das colônias – baseado na pequena propriedade e no trabalho familiar. Entre os principais produtos de exportações do Estado à época, encontram-se os seguintes: charque, couros, lã, carnes frigorificadas, banha, farinha de mandioca, feijão, fumo, arroz, batata-inglesa, erva-mate, cebolas e alho, vinho (HERRLEIN, 2004).

Por sua vez, os relatórios dos presidentes da Província do Rio Grande do Sul, no século XIX, informavam as produções das colônias. Em 1876, por exemplo, a colônia de Nova Petrópolis exportava milho, ervilhas, feijão, trigo, centeio, amendoim, cevada, banha, erva-mate, fumo e tábuas de pinho; enquanto a colônia de Mont'Alverne exportava aguardente, banha, batatas, cevada, charutos, cera, ervilhas, feijões, lentilhas, centeio, toucinho e fumo. A colônia de Santo Ângelo, por sua vez, exportava milho, feijão, farinha de mandioca, melado, aguardente, arroz, toucinho, banha, manteiga e fumo. Na colônia de Santa Cruz, a exportação era de milho, feijão, fumo, banha e manteiga e, em São

[21] Escola Normal Superior.

Lourenço, de fumo feijão, milho, banha de porco, batatas, trigo, centeio, cevada, farinha, manteiga, toucinho, ovos, galinha, lenha e madeira (CASTRO, 1876). Analisando a produção das colônias, nota-se que os colonos plantavam cevada, trigo, centeio e batatas, alimentos estes que sabidamente integravam a dieta dos imigrantes na terra de origem. Como salienta Reinhardt (2007, p.59):

> Foi por conta destes novos hábitos alimentares trazidos pelos alemães que no meio rural desenvolveram o cultivo do centeio e da cevada. Do centeio, misturado à farinha de trigo ou à do milho, fizeram as broas; da cevada intensificaram o uso e a fabricação da cerveja. Divulgaram o cultivo da horta e o consumo da batata inglesa.

Schmitz (1998) escreveu uma obra sobre imigração e aculturação em Nova Petrópolis, na qual ressaltou que a primeira preocupação dos imigrantes foi a de conseguirem alimentos abundantes e variados. Ele refere, inclusive – ratificando depoimentos já registrados neste trabalho – que os imigrantes dessa colônia cultivavam milho, arroz, feijão, batata inglesa e doce, mandioca, cevada, centeio, trigo, cana-de-açúcar para a fabricação de melado e de açúcar mascavo, café, aveia, cebola, amendoim, ervilha, dentre outras plantas.

No início do século XX, essa tradição agrícola das colônias alemã-brasileiras manteve-se, como é possível constatar, por exemplo, no relatório do governador do Rio Grande do Sul de 1901, que informa a produção nas colônias, milho, feijão, trigo, arroz, linho, algodão, banha, batatas, charque, farinha de mandioca, fumo, lã, carne em conserva, erva-mate, toucinho, vinho e aguardente (MEDEIROS, 1902). Dez anos depois, o governador Carlos Barbosa Gonçalves enaltecia o valor do imigrante alemão como agente de produção: "Apesar das secas que, com lamentável frequência, nos flagelam, as colônias produzem amplamente, para consumo próprio e para a exportação, que nelas vê seguro elemento de engrandecimento" (GONÇALVES, 1911, p.30). Se as colônias produziam para a sua subsistência e também para exportar o excedente da produção, justificava-se a preocupação da escola em municiar os alunos de conhecimentos sobre transações comerciais, envolvendo preços, compra e venda de produtos.

O que se pode conhecer sobre a vida da população, de um determinado período histórico, mediante análise dos livros didáticos? O livro de Matthäus Grimm, de 1901, por exemplo, nos fornece vários dados, permitindo, dentre outros elementos, uma visão panorâmica dos alimentos que os teuto-brasileiros produziam ou comercializavam. A partir da leitura dos enunciados dos problemas, constatamos que eles comercializavam leite, açúcar, feijões, milho, queijo, manteiga, mel, batatas, café, ovos, ervilhas, amendoim, arroz, aveia, cevada, canjica, feijão preto, farinha de milho, linhaça, pimenta, fermento, carne, feijão preto, café, vinagre e banha de porco. Bebiam vinho do Reno, Vinho Brant, cachaça e erva-mate em forma de chimarrão. Criavam porcos, vacas e bois, galinhas e galos, cavalos e mulas. Comercializavam, para o vestuário, tecidos de casimira, brim, linho, algodão, riscado, além de botões e fitas. Outros produtos eram também comercializados, entre os quais selos, lenha, pena de caneta, fumo, sementes, lona, pratos, charuto, toalhas de algodão, papel para escrever, papel para embrulho, meias, forro de panos, pipa.

É possível, também, extrair desse texto dados que permitem avaliar os custos de alguns produtos, os salários recebidos, o consumo de certos alimentos por família. Por exemplo, é possível constatar que alguns produtos eram caros em relação a outros: no caso do açúcar e da carne, por exemplo, percebe-se que o preço do quilo da carne era quase a metade do preço do quilo do açúcar.

Se considerarmos o valor mais alto do salário do trabalhador rural de 21$ por semana (GRIMM, 1901), ele não chega à terça parte do salário de um funcionário público. Para comprar um terno de casimira, um trabalhador necessitava do salário de um mês, o que dá conta de como era caro o vestuário.

Comparando os três livros didáticos dos autores germânicos com os livros de Souza Lobo, constata-se que, nestes últimos, nenhuma ênfase é dada aos problemas envolvendo produtos agrícolas: as referências às batatas, farinha de centeio ou cevada, tão enfatizada nos autores germânicos, estão ausentes, assim como os problemas tratando de medições de terras e compra e venda. Nos livros de autores germânicos estão também contemplados problemas que referem os hábitos alimentares da população, um dos mais significativos elementos da cultura de um povo, que traz à tona – e reafirma – a identidade étnica alemã: o *Deutschtum*, conforme Reinhardt (2007).

CONCLUSÕES

Os livros de aritmética, em língua alemã, tiveram vida longa: desde 1874 até a década de 1930 eles foram editados no Rio Grande do Sul. Segundo Kreutz (2008), até 1930, os imigrantes alemães já haviam publicado mais de 160 livros escolares. Ajustar as aritméticas às novas realidades sociais e culturais foi atribuição dos autores que procuravam incluir em seus livros uma “aritmetização” do real, visando a sua aplicabilidade.

Os livros analisados de Aritmética, em língua alemã, foram instrumentos do processo de aritmetização do real, do cotidiano nas colônias. Estes manuais de ensino continham atividades aritméticas envolvendo o uso de regra de três em enunciados que contemplavam, principalmente, situações de compra e venda de produtos de alimentação, vestuário, animais, instrumentos e objetos escolares, mas incluíam, também, cálculos de ganhos e salários, de obras, de compra e venda de terras, de tempo e número de passageiros em viagens de navio, de doações para caridade, enfim, situações variadas em que o conhecimento da regra de três funcionava quase como que uma varinha mágica: “quem a conhecia e usava podia julgar que tudo sabia”, como dizia Almeida (1992). Conhecimento útil e necessário para o comércio, ocupou, nos livros didáticos, lugar de destaque. Constatamos haver diferenças na metodologia proposta por autor brasileiro, que apresentava a regra de três a partir da teoria das proporções, e autores germânicos ou de ascendência germânica, que preferiam utilizar a regra da dedução. Assim como havia diferenças entre os enunciados dos problemas, os livros didáticos dos autores germânicos contemplavam, principalmente, problemas ligados aos hábitos alimentares e à vida no campo e eram, pois, mais voltados para a cultura alemã, diferentemente do livro de Souza Lobo, onde tais dimensões não estão presentes. Nele, os enunciados referem-se a tarefas de obras, de ganhos (salários), preços, esmolas, tripulações de navios, e outros mais pertinentes à vida urbana.

As práticas pedagógicas correntes na Alemanha tornavam-se rapidamente conhecidas no Brasil por meio de livros e revistas, como identificado no *Mitteilungen des katholischen Lehrer – und Erziehungvereins in Rio Grande do Sul,*[22] abreviadamente MKL.

Um olhar atento aos livros didáticos de aritmética direcionados às escolas alemã-brasileiras permitiu um adentramento na cultura escolar num lugar e num tempo determinados, desvelando características específicas da prática da regra de três nesse contexto.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, A. A. Marques. *Aritmética como descrição do real* (1519-1769). 2 vols. Lisboa: Imprensa Nacional, 1992.

ARENDT, Isabel Cristina. *Educação, Religião e Identidade Étnica*: o Allgemeine Lehrerzeitung e a escola evangélica alemã no Rio Grande do Sul. São Leopoldo: Oikos, Editora da Unisinos, 2008.

BÜCHLER, Otto. *Praktische Rechenschule*. 3. Heft. São Leopoldo: Verlag Rotermund, 1917.

CASTRO, José Antonio de Azevedo. *Fala dirigida a Assembleia legislativa da Provincia de São Pedro do Rio Grande do Sul*. Porto Alegre: Typographia do Rio-Grandense, 1876.

CHARTIER, Roger. *A aventura do livro*: do leitor ao navegador. São Paulo: Editora da UNESP, 1999.

EGGER, Jakob. *Methodish-pratisches Rechnenbuch für schwerische Volkschulen und Seminarien*. Bern: Druck und Verlag von R. J. Wyss, 1874.

GONÇALVES, Carlos Barbosa. *Mensagem enviada à Assembleia dos representantes do Estado do Rio Grande do Sul*. Porto Alegre: Officinas Typographicas da Livraria do Globo, 1911.

GRIMM, Matthäus. *Rechenbuch für Deutsche Schulen in Brasilien* – 2. Heft. Porto Alegre: Selbach, 1905.

GRIMM, Matthäus. *Einige Bemrkungen fürs Rechnen. Boletim Informativo da Associação de Professores Católicos da Imigração Alemã no Rio Grande do Sul* [Mitteilungen des katholischen Lehrer – und Erziehungvereins in Rio Grande do Sul], Porto Alegre, n.9, p.67, set. 1902.

HERRLEIN, Ronaldo. A transição capitalista no Rio Grande do Sul, 1889-1930: uma nova interpretação. *Economia e Sociedade*, v.13, n.1, (22), p.175-207, jan./jun. 2004.

[22] *Boletim Informativo da Associação de Professores Católicos da Imigração Alemã no Rio Grande do Sul.*

HILLEBRAND, Francisco. *Das Rechnen mit aliquoten Teilen or die "welsche Praktik"*. Boletim Informativo da Associação de Professores Católicos da Imigração Alemã no Rio Grande do Sul [Mitteilungen des katholischen Lehrer – und Erziehungvereins in Rio Grande do Sul], Porto Alegre, n.6, p.44, jun. 1902.

JULIA, Dominique. A cultura escolar como objeto cultural. *Revista Brasileira de História da Educação*, v.1, n.1, 2001, p.9-41.

KREUTZ, Lúcio. Livros escolares e imprensa educacional periódica dos imigrantes alemães no Rio Grande do Sul, Brasil, 1870-1939. *Revista Educação em Questão*, Natal, v.31, n.17, p.24-52, jan./abr. 2008.

LOBO, José Teodoro de Souza. *Segunda Arithmetica para meninos*. Porto Alegre: Livraria Rodolfo José Machado, 1893.

LOBO, José Teodoro de Souza. *Primeira Arithmética*. Porto Alegre: Livraria do Globo, 1926.

MEDEIROS, Antonio Augusto Borges. *Mensagem enviada à Assembleia dos representantes do Estado do Rio Grande do Sul*. Porto Alegre: Officinas Typographicas A Federação, 1902.

NAST, Wilhelm; TOCHTROP, Leonhard: Mein Rechenbuch. 3. Heft. Porto Alegre: Rotermund, s/d.

PAIS, Luis. Traços históricos do ensino da aritmética nas últimas décadas do século XIX: livros didáticos escritos por José Theodoro de Souza Lobo. *Revista Brasileira de História da Matemática*, v.10, n.20, p.127-146, out. 2010/mar. 2011.

REINHARDT, Juliana. *Dize-me o que comes e te direi quem és*: alemães, comida e identidade. Tese (Doutorado em História), Universidade Federal do Paraná, 2007.

SCHMITZ, Arsênio. *Uma nova imagem para Nova Petrópolis*: estudo sobre a imigração e a aculturação. Nova Petrópolis: Editora Amstad, 1998.

SILVA, Circe M. S. Onde está a proporção? *Revista História da Matemática para professores*, v.1, n.1, p.47-60, mar. 2014.

SMITH, David. Mathematical problems in relation to the history of economics and commerce. *The American Mathematical Monthly*, v.24, n.5, p.221-223, maio 1917.

SMITH, David. *History of Mathematics*. Vol. 2. New York: Dover, 1958.

THIRÉ, Arthur. *Arithmetica Gymnasial*. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1917.

VOM RECHENUNTERRICHT. *Lehrerzeitung*, Porto Alegre, p.54, maio 1909.