

# Mapeamento de concepções de Álgebra: uma alternativa para compreender seus diversos significados

Alessandro Jacques Ribeiro  
Francisco José Brabo Bezerra  
Regina Lucia da Silva

## RESUMO

Neste estudo, relatam-se as investigações a respeito da construção dos significados de conceitos matemáticos do campo da Álgebra, que emergem de estudos teóricos realizados por um grupo colaborativo no interior de um projeto de pesquisa. Os resultados apresentados foram extensamente debatidos entre três subgrupos e estruturados no cerne do projeto Observatório da Educação, intitulado “Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais”. Este artigo constitui-se como um trabalho de natureza teórica, em que se estudaram autores acerca de suas concepções de Álgebra e se organizaram seis organogramas, alicerçados nas semelhanças e diferenças que circundam as compreensões de Álgebra e seus elementos. Os resultados alcançados com este estudo geraram “categorias” nomeadas de “quadro de referência sobre concepções de Álgebra”. Passou-se a usar então, em nosso grupo, esse quadro de referência como lente teórica que subsidia a fundamentação das compreensões a respeito da Álgebra que ali circulam. E, tomando-o como suporte teórico-metodológico, temos dado prosseguimento às demais fases de nosso projeto, quer sejam, investigações empíricas sobre professores de matemática que ensinam Álgebra e sobre seus alunos.

**Palavras-chave:** Concepções de Álgebra. Educação Matemática. Conhecimentos Algébricos.

## Mapping conceptions of Algebra: An alternative for understanding their different meanings

### ABSTRACT

In this study we report investigations regarding the construction of meanings of mathematical concepts within the field of Algebra, which emerge from theoretical studies performed by a collaborative group inside a research project. The results were widely discussed among

---

**Alessandro Jacques Ribeiro** é Doutor em Educação Matemática. Atualmente é Professor na Universidade Federal do ABC (UFABC), lotado no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC).

E-mail: [alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br](mailto:alessandro.ribeiro@ufabc.edu.br)

**Francisco José Brabo Bezerra** é Doutor em Educação Matemática. Atualmente é Professor na Universidade Federal do ABC (UFABC), lotado no Centro de Matemática, Computação e Cognição (CMCC).

E-mail: [francisco.bezerra@ufabc.edu.br](mailto:francisco.bezerra@ufabc.edu.br)

**Regina Lucia da Silva** é Mestre em Educação Matemática. Atualmente é Professora na Rede Estadual de Educação de São Paulo. E-mail: [regiluciasilva@hotmail.com](mailto:regiluciasilva@hotmail.com)

Recebido para publicação em 1/06/2016. Aceito, após revisão, em 25/08/2016.

three subgroups and structured at the core of the *Observatório da Educação* projects entitled “Mathematical Knowledge for Teaching Algebra: an approach based on conceptual profiles”. This article is constituted as a theoretical perspective, in which it is studying authors about their conceptions of Algebra and organized six charts, grounded on the similarities and differences bordering the comprehensions of algebra and its elements. The results achieved with this study generate “categories” named “a framework of reference for conceptions of Algebra.” We passed to use this “framework” in our group as theoretical lens that supports the basis of the comprehensions about the Algebra that over there circulating. And, having taken it as a theoretical and methodological support, we have given continuity to the other phases of our project, whether empirical research on mathematics teachers teaching algebra and on their students.

**Keywords:** Conceptions of Algebra. Mathematics Education. Algebraic Knowledge.

## INTRODUÇÃO

A investigação aqui evidenciada tem por base um projeto de pesquisa de quatro anos, denominado “Conhecimento Matemático para o Ensino de álgebra: uma abordagem baseada em Perfis Conceituais”, desenvolvido no âmbito do Observatório da Educação da Universidade Federal do ABC (OBEDUC – UFABC) – e coordenado pelo segundo autor deste artigo. O grupo<sup>1</sup> que desenvolve o referido projeto é composto por estudantes de Graduação e de Pós-Graduação, por professores da Educação Básica e por professores do Ensino Superior.

O ponto central que originou este artigo fundamentou-se na necessidade de se compreender aspectos diferentes sobre o significado de Álgebra e a sua influência para a Educação Básica. House (1995) salienta que a álgebra tem ocupado um lugar de destaque no currículo de matemática por um longo período, sem contestações. Outra característica com que podemos compactuar, em relação à importância de ensinar Álgebra, alinha-se aos objetivos de um grupo de pesquisa norte-americano, como Katz (2007, p.1) cita:

[o ensino de Álgebra] consiste em fornecer a todos uma Álgebra necessária para ter sucesso em qualquer carreira, mas também dar um suporte para aumentar o número de estudantes que se direcionam para as áreas de ciência e tecnologia. E, com isso, impactar nas inovações científica e técnicas para o país.

Hoje, em nosso entendimento, um olhar da Educação Algébrica deve promover, nos processos de ensino e de aprendizagem da Matemática, formas de produzir significados para que os educandos adquiram ferramentas suficientes, a fim de incorporar-se ao mundo científico-tecnológico e do trabalho.

Ao envolver a problemática de pesquisa de nosso projeto pela Álgebra e seu Ensino, procuramos evidências das dificuldades e do desempenho de estudantes nos resultados da

<sup>1</sup> “FORMATE – Formação Matemática para o Ensino: conhecimento profissional docente e desenvolvimento curricular”, grupo de pesquisa cadastrado no CNPq e disponível em: <<http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/8814738426604861>>.

Prova Brasil (2011) e no Exame Nacional do Ensino Médio (2008): embora apontassem melhoria no desempenho dos alunos ao final dos Ensinos Fundamental e Médio, ainda revelaram inaniidade na formação desses estudantes em Matemática.

Com base nos resultados declarados pelo Instituto de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP), sendo o nosso olhar para o tema Álgebra, verificamos que os alunos não dominavam, dentre outras, competências como: (i) identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema; (ii) resolver equações do 1º grau com uma incógnita; (iii) resolver problemas que envolvam equação do 2º grau; (iv) identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau; (v) identificar, em um gráfico de função, o comportamento de crescimento/decrescimento; (vi) identificar o gráfico de uma reta, dada sua equação.

Em busca de compreender tais resultados e propor alternativas para superá-los, lançamos mão da literatura de pesquisa na área de Educação Matemática e, com isso, verificamos que tais dificuldades acerca dos conhecimentos algébricos dos alunos têm sido objeto de estudo de vários educadores matemáticos, dentre eles Booth (1995) e Lochhead e Mestre (1995). A pesquisa de Booth (1995) ressalta que detectar a natureza de erros quando esse tema é abordado em sala de aula pode ser um condutor para entender os motivos que levam os alunos a acreditar que a Álgebra é uma área muito difícil da Matemática.

Mediante alguns aspectos tratados aqui, ainda que de forma introdutória, já observávamos em nosso grupo de pesquisa a necessidade de compreender a Álgebra em seus diferentes aspectos. Assim, sensibilizados por nossas próprias lacunas, decidimos ir em busca de estudos teóricos que pudessem subsidiar o desenvolvimento das atividades de nosso projeto de pesquisa.

Com o decorrer dos estudos, várias discussões surgiram entre os integrantes do grupo de pesquisa, a respeito, por exemplo, do que, afinal, se entende por Álgebra. Naquele momento, estávamos diante de um questionamento que não tinha um denominador comum, ou seja, não havia uma resposta única e satisfatória com a qual todos os membros da equipe concordassem e que os fizesse sentir-se incluídos acerca de suas compreensões sobre a Álgebra e seu Ensino.

Além disso, percebíamos que, mesmo a literatura especializada na área parecia não nos ser suficiente para “fechamos questão” em torno do que o nosso grupo de pesquisa assumiria como Álgebra. Lins e Gimenez (2001), por exemplo, descrevem que não há um entendimento sobre o que é pensar algebricamente, mas, sim, sobre quais são os conteúdos sobre Álgebra. Usiskin (1995, p.9), em um dos capítulos do livro *As ideias da Álgebra*, ratifica nossa vivência na prática de nosso grupo: “Não é fácil definir a álgebra”.

Baseados nas dificuldades emergentes acerca da Álgebra e seu Ensino e mobilizados a buscar um entendimento comum e negociado, em nosso grupo, acerca do que pode ser considerado Álgebra, debruçamo-nos na elaboração de um estudo de caráter teórico, com a finalidade de produzir um “quadro de referência” acerca das diferentes compreensões de Álgebra na área da Educação Matemática.

A elaboração de tal mapeamento sobre o que se entende por Álgebra poderá permitir uma compreensão ampla e diversificada das ideias da Álgebra, compreensão esta que deverá contemplar uma multiplicidade de enfoques retificados pela comunidade dos educadores matemáticos brasileiros e de outros países.

Nesse sentido, o presente artigo – de caráter teórico – propõe-se a apresentar e discutir diferentes compreensões acerca da Álgebra e de seu Ensino. Nosso objetivo é produzir uma síntese crítica e analítica que resulte num “quadro de referência” a ser tomado como base para estudos e investigações sobre os processos de ensino e aprendizagem de Álgebra.

Isso posto, iniciamos apresentando a metodologia utilizada pelo grupo na constituição e na elaboração das análises dos estudos bibliográficos que desenvolvemos para a construção do quadro de referência. Em seguida, trazemos os referenciais teóricos que fundamentaram nossa busca acerca do que entendemos por Álgebra, referenciais que compõem nosso objeto de análise. Por fim, apresentamos os resultados de nossas análises, culminando com o mapeamento das compreensões de Álgebra produzidas e assumidas pelo grupo.

## **METODOLOGIA DA PESQUISA: O CONTEXTO DE PRODUÇÃO DE NOSSAS ANÁLISES**

Com o objetivo de ampliar nossas visões acerca das diferentes concepções de Álgebra, iniciamos nosso estudo levantando uma base de dados composta por livros, dissertações e teses, e artigos já publicados na área de Educação Matemática, o que, segundo Gil (2008), é caracterizado como um estudo de caráter bibliográfico. O autor descreve que “a pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos” (GIL, 2008, p.50).

O pesquisador esclarece que uma pesquisa bibliográfica obtém seus dados com base em contribuições de diversos estudos que abordam certo assunto e oportuniza ao investigador maior amplitude de informações e de dados sobre determinado assunto do que uma pesquisa realizada de forma direta.

Segundo Marconi e Lakatos (2003, p.183), “a pesquisa bibliográfica, ou fontes secundárias, abrangem toda a bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo”. Esses autores afirmam ainda que “sua finalidade [a da pesquisa bibliográfica] é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto”.

Para dar formato ao método de trabalho adotado por nosso grupo, com a finalidade de levantar diferentes “olhares” para as obras que nos propusemos a analisar, subdividimos nossa equipe em três grupos, os quais chamaremos de SG1, SG2 e SG3. Os subgrupos eram sempre constituídos por dois estudantes de graduação, um mestrando e/ou doutorando, dois professores da Educação Básica e um professor da Educação Superior. Entendíamos que a heterogeneidade dos grupos poderia proporcionar olhares múltiplos e variados

acerca das análises desenvolvidas e do que iríamos produzir como “nossa compreensão de Álgebra”.

Com os grupos constituídos, nossos procedimentos metodológicos dividiram-se em:

a) Levantamento de livros, artigos, teses e dissertações que tematizavam concepções de Álgebra.

b) Elaboração de fichamentos e resumos das obras analisadas com vistas a discussões coletivas da equipe;

c) Discussões internas aos subgrupos (reuniões semanais) e, posteriormente, uma discussão coletiva, na reunião geral mensal, com todos participantes do projeto.

d) Organização de um “quadro provisório” de concepções de Álgebra (SILVA et al., 2015) que foi testado como lente de análise em dois trabalhos do próprio grupo.

e) Elaboração de uma nova versão do quadro de referência, produto de novas discussões coletivas após a reflexão acerca dos trabalhos que foram construídos e apresentados (item anterior) em congressos da área.

Ao longo de todo o processo – apresentado nos itens acima –, o grupo sempre se deparava com questões deste tipo: “*Quais concepções poderíamos utilizar para as análises?*”, “*Existe a possibilidade de elaborar categorizações que nos auxiliem nestas análises?*”. Tais questionamentos, cada vez mais, nos deixavam certos de que precisávamos da organização “conceitual” que nos propúnhamos a fazer: o nosso “quadro de referência” sobre os diferentes entendimentos de Álgebra e seu Ensino, o qual seria assumido pelo nosso grupo e nos ajudaria a dar continuidade às nossas pesquisas acerca dos processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra.

Exposto o contexto no qual nosso estudo foi realizado, passamos agora a explorar as diferentes fontes bibliográficas que nos fundamentaram para/na organização de nossa compreensão do que entendemos por Álgebra e seu Ensino.

## **O QUE NOS DIZ A LITERATURA: AS DIFERENTES COMPREENSÕES DE ÁLGEBRA E SEU ENSINO**

A base bibliográfica que tomamos como escopo para as nossas análises foi composta pelos seguintes autores e obras: Figueiredo (2007), Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), Lee (2001), Lins e Gimenez (2001), Ribeiro (2013) e Usiskin (1995). No que segue, sintetizamos as ideias desses autores sobre as diferentes concepções de Álgebra, observando e elencando divergências e convergências nas formas de pensar sobre esse campo da Matemática.

Ao estudar as concepções de Álgebra de Usiskin (1995), verificamos que suas considerações estão relacionadas às compreensões dos significados das letras. Em sua primeira concepção, as variáveis traduzem uma regra, um modelo, e, assim, o ato de generalizar. Ele destaca não haver incógnitas nessa sua primeira concepção e a denomina

de “A álgebra como aritmética generalizada”. Na segunda concepção, o autor menciona o ato de resolver uma situação que poderá ser traduzida por uma equação, por exemplo. As letras são *incógnitas* ou *constantes*, e, para obter a solução do problema, simplificam-se as expressões algébricas até poder usá-las. Segundo o autor, temos aqui “a álgebra como um estudo de procedimentos para resolver certos tipos de problemas”. A terceira concepção que Usiskin nos apresenta é a “A álgebra como estudo de relações entre grandezas”. O autor considera as fórmulas como ponto inicial para verificar as relações existentes entre as grandezas e destaca a imediata relação dessas com as *funções*. A letra agora passa a assumir o papel de um argumento ou um parâmetro. Com relação à última concepção, identificada por “A álgebra como estudo das estruturas”, Usiskin destaca o estudo das estruturas (anéis, domínio de integridade, corpos e espaços vetoriais) pertencentes ao ensino superior. Mas esclarece que tais estruturas se conectam com a educação básica, quando, por exemplo, se utilizam propriedades, nas operações com números reais e polinômios.

Outro estudo que analisamos foi o de Fiorentini, Miorin e Miguel (1993). Nesse artigo, os autores procuraram, na história da matemática, ideias para auxiliar a Educação Matemática e a compreensão do que se entende por Educação Algébrica. Como resultados de seu estudo, apresentam três concepções que exerceram influência na educação algébrica no Brasil, as quais, resumidamente, descrevemos a seguir:

a) *Linguístico-pragmática*: por meio desta concepção prevalece a crença de que o domínio, embora mecânico, das técnicas requeridas pelo “transformismo algébrico” é necessário e suficiente para o aluno adquirir a capacidade de resolver problemas, mesmo que esses sejam quase sempre artificiais.

b) *Fundamentalista-estrutural*: aqui ocorre a introdução de propriedades estruturais das operações para justificar logicamente cada passagem presente no transformismo algébrico. Imaginava-se que isso capacitaria o estudante a identificar e a aplicar essas estruturas nos diferentes contextos em que estivessem subjacentes.

c) *Fundamentalista-analógica*: os autores entendem como uma síntese das duas anteriores, mas sem se utilizar de justificações lógico-estruturais nas passagens presentes do “transformismo algébrico” (algo característica da concepção anterior). Segundo essa concepção, as justificativas passam a ser visuais e por meio de recursos analógicos (blocos de madeira, figuras geométricas) ou recursos físicos (balança).

Fiorentini, Miorin e Miguel (1993), ao analisar essas três concepções, enfatizam que elas, na verdade, apresentam apenas uma visão para o aluno, quer seja, a de manipulação de expressões algébricas. Criticam isso, apontando que, de fato, a Álgebra vai além de técnicas e formalizações para a resolução de alguns problemas, pois ela também expressa significados e sentidos dentro da Matemática.

Lins e Gimenez (2001) seguem o caminho de caracterizar as atividades algébricas para depois introduzir uma nova visão sobre Álgebra. Um aspecto destacado por eles é que uma atividade algébrica apresenta um ponto de vista muito simplista, quando possui ênfase em cálculo com letras. Os autores descrevem as concepções de Álgebra e, dentre

elas, uma que possui tendência *letrista*, cuja ideia se resume em “calcular com letras”. A seguir, apontam uma vertente que adota o uso de letras por meio de abstrações para a resolução de situações concretas, com foco no cotidiano do aluno. Eles classificam essa concepção como “Letrista Facilitadora”. Uma terceira concepção, denominada “Modelagem Matemática”, consiste no fato de as letras apresentarem relação com o “concreto” e é uma abordagem com situações reais ou “realista”. Lins e Gimenez, ao citarem trabalhos e pesquisadores da área da Modelagem Matemática, explicam que esse tipo de atividade procura transmitir motivação, além de oportunizar aos alunos a chance de aplicar o que se aprende na escola.

Outro trabalho que tomamos como foco de análise é o de Lesley Lee. Em Lee (2001), é fornecido um modelo sobre diferentes visões de álgebra, destacando-a como:

1) A Álgebra como *Linguagem*, com símbolos e regras próprias. A autora afirma que a linguagem algébrica não se aproxima da linguagem que permeia o mundo de uma criança e é uma linguagem diferenciada, por assumir um papel mais sintático (regras) do que semântico (significados).

2) A Álgebra como *Caminhos de Pensamento*: é entendida a partir de pensamentos sobre relações matemáticas, em lugar de objetos matemáticos. Como não há um consenso sobre pensamento algébrico, a autora considera dois tipos de pensamento: (i) tipo interno: está relacionado com as operações, as ações, as transformações e as relações; (ii) tipo externo: o pensamento, neste caso, está voltado a pensar sobre algum sistema matemático ou do mundo real, o qual procura traduzir padrões e modelos (gráficos, formas).

3) A Álgebra como *Atividade*: entendida a partir de duas vertentes: um modelo de construção de atividades (resolução de problemas) e o outro com foco em aspectos de manipulação algébrica (a utilização de palitos de fósforos, palitos de sorvete).

4) A Álgebra como *Ferramenta*: entendida como um meio para resolver problemas, de modo a veicular e transformar mensagens. A autora enfatiza que a álgebra não está vinculada somente à resolução de problemas matemáticos, mas abrange as ciências e a vida real.

5) Como *Aritmética Generalizada* (ou estudo das estruturas da aritmética): entendida a partir de generalizações de padrões numéricos, estudo da estrutura aritmética. Assim, procura-se unir os estudos com letras simbólicas, sem trabalhar o significado dos símbolos.

6) A Álgebra como *Cultura*: entendida por meio de um pensamento fundamentado em uma visão antropológica, na qual ela surge como um mundo, uma ilha, uma comunidade; e finda em uma cultura (valores, práticas, tradições, crenças). Para Lee (2001), as atividades necessitam de ferramentas algébricas para estimular o desenvolvimento do pensamento algébrico e da linguagem de comunicação algébrica.

Tomando uma das dimensões do projeto de pesquisa ao qual nossos estudos estão vinculados – a que considera *elaborar, desenvolver e analisar* atividades matemáticas que contemplem diferentes significados de conceitos algébricos –, entendíamos que



era relevante trazer, para nossas análises, resultados de pesquisa acerca do conceito de equação e suas diferentes compreensões.

Sendo assim, procuramos estudar a proposta de Ribeiro (2013), que identifica zonas de um perfil conceitual a partir de uma ampla gama de fontes e de contextos nos quais os diversos significados estão imersos. Esses “multissignificados” de equação apresentam modos diversos de ver, de interpretar e de tratar o conceito de equação no âmbito do ensino e da aprendizagem de Álgebra na Educação Básica. Em Ribeiro (2013), o autor anuncia algumas zonas de um perfil conceitual de equação, construídas a partir de diferentes estudos seus e de seus orientandos. Até aquele momento, o autor faz referência às seguintes zonas que estruturam um perfil conceitual de equação: “Pragmática” – Equação interpretada a partir de problemas originários em contextos envolvendo questões de ordem prática, cuja busca pela solução é predominantemente aritmética; “Geométrica” – Equação interpretada a partir de problemas geométricos, e suas soluções são predominantemente geométricas; “Estrutural” – Equação interpretada a partir de sua estrutura interna, e a manipulação das equações centra-se na forma algébrica; “Processual” – Equação interpretada a partir de processos de resolução, e a busca pela solução transita entre a aritmética e a própria álgebra; “Aplicacional” – Equação a partir de suas aplicações, cujo enfoque de resolução pode ser tanto aritmético como algébrico.

Como podemos notar, diferentes autores, em diferentes países e com diferentes enfoques teórico-metodológicos, conceituam e compreendem a Álgebra e seu Ensino de maneira ampla, complementar e, algumas vezes, divergente. Passaremos a discutir e analisar tais compreensões na próxima seção deste artigo, com o objetivo de organizar uma forma de entender “o que é Álgebra” e de delimitar nossa compreensão desse campo da Matemática para os propósitos das pesquisas que temos desenvolvido.

## **RESULTADOS E DISCUSSÕES: PENSANDO NA ORGANIZAÇÃO DE NOSSA COMPREENSÃO DE ÁLGEBRA**

Tomando como base e escopo de análise as obras apresentadas e discutidas na seção anterior, e tendo em mente a necessidade de organizar um material de “cunho teórico”, aqui identificado como “quadro de referência”, passamos a organizar nossas análises seguindo os passos que descrevemos abaixo:

### **1ª etapa:** *Argumentação para um mapeamento das concepções de Álgebra*

Em uma das reuniões gerais de nosso grupo ficou decidido que cada subgrupo de pesquisadores se reuniria para discutir diferentes aspectos das concepções de Álgebra até então estudadas. Sendo assim, o SG1 propôs uma organização/classificação de Álgebra que tomasse por base as próprias categorias dos autores estudados; o SG2 levantou características gerais encontradas em quaisquer das categorias apresentadas pelos autores estudados; o SG3 buscou relacionar ideias semelhantes, a partir das diferentes categorias de cada autor, criando alguns agrupamentos.



## 2ª etapa: *Constituindo as bases para as nossas próprias categorias*

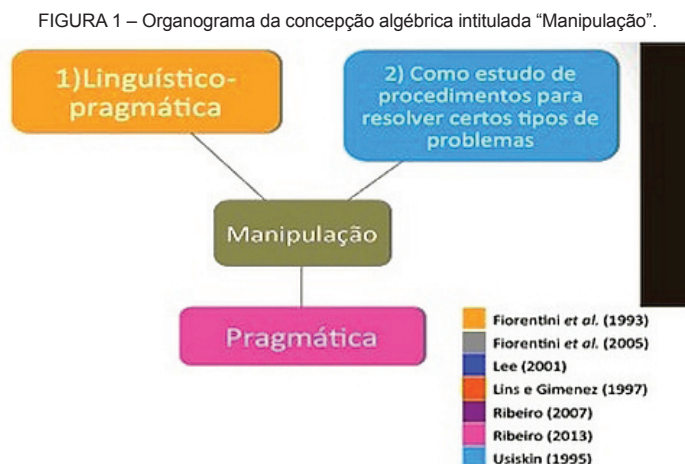
Percorrendo diversos aspectos e características das categorias de Álgebra dos autores estudados pelo grupo, observamos que cada uma delas poderia trazer, em sua essência, adversidades que poderiam nos levar a incompatibilidades – devido às compreensões próprias de cada autor acerca da Álgebra. Isso, por fim, nos levou a concluir que simplesmente reunir as diferentes categorias em uma única poderia trazer complicações, pois, apesar de semelhantes, essas categorias não tratam exatamente das mesmas coisas.

## 3ª etapa: *Entrelaçando as diferentes concepções e o surgimento de nossas concepções*

Tendo por base os argumentos apresentados a favor da construção de nossas próprias compreensões de Álgebra e tomando como fundamento a estruturação desenvolvida na etapa anterior, o grupo passou a elaborar organogramas, que contemplassem as características das diferentes categorias de Álgebra dos autores estudados, buscando convergências e divergências entre elas, num movimento de aproximações e afastamentos que pudessem nos iluminar acerca de nossas próprias categorias.

Apresentamos, a seguir, os diversos organogramas que construímos e, ao final, trazemos nosso “quadro de referência”, o qual é resultante das três etapas enunciadas até o momento. Cada organograma foi nomeado, aqui no presente trabalho, pelo termo que representaria o “nome” dado à categoria resultante dele próprio. São eles:

### a) Manipulação



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa “FORMATE”.

## b) Estruturação

FIGURA 2 – Organograma da concepção algébrica intitulada “Estruturação”.



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa "FORMATE".

## c) Recurso visual

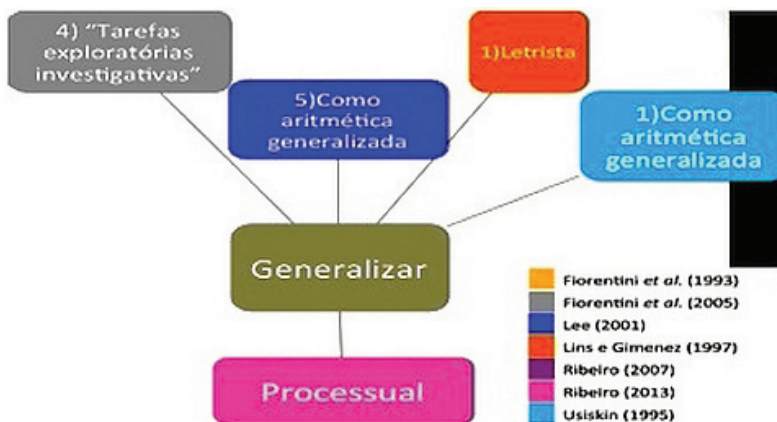
FIGURA 3 – Organograma da concepção algébrica intitulada “Recurso Visual”.



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa "FORMATE".

## d) Generalização

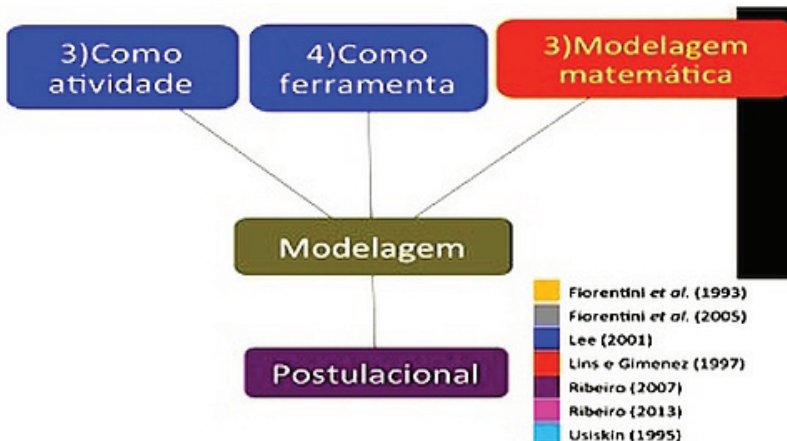
FIGURA 4 – Organograma da concepção algébrica intitulada “Generalizar”.



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa "FORMATE".

## e) Modelagem

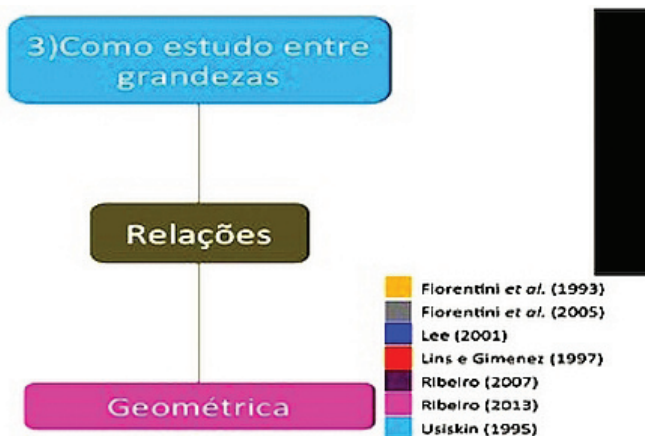
FIGURA 5 – Organograma da concepção algébrica intitulada "Modelagem".



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa "FORMATE".

## f) Relações

FIGURA 6 – Organograma da concepção algébrica intitulada “Relações”.



Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa “FORMATE”.

### 4ª etapa: *Negociando coletivamente nosso “quadro de referência”*

Por fim, de posse de todos os organogramas e após muitas discussões e ajustes, dentro e fora dos subgrupos (SG1, SG2, SG3), tais organogramas foram apresentados em uma reunião geral de nosso grupo. Naquele momento tivemos a oportunidade de discutir, alinhar ideias e esclarecer dúvidas. Por fim, de comum acordo, decidimos quais seriam as categorias (e seus nomes) que iriam compor a versão final de nosso “quadro de referência”. Vale destacar que, ao mesmo tempo em que o quadro estava sendo construído, ele já era utilizado e testado em outros trabalhos do grupo, como mencionamos na metodologia aqui apresentada.

Assim sendo, finalmente, após um longo período de trabalho e de estudos, chegamos à versão que apresentamos logo a seguir. Entendemos que o “quadro de referência” representa as nossas compreensões de Álgebra, as quais serão tomadas como lente teórica para as demais fases e atividades de nossas pesquisas. Não temos com isso, sem dúvida, a pretensão de que a nossa compreensão se torne “a” compreensão de Álgebra e de seu Ensino. O Quadro 1 apresenta, de forma sintética, as categorias de Álgebra assumidas por nós, assim como as principais ideias/características que compõem cada uma das categorias criadas.

QUADRO 1 – “Quadro de referência” de nossa compreensão acerca da Álgebra.

Categories de Álgebra	Principais ideias/características
1. Álgebra Inicial <sup>2</sup>	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Manipulação de somas, produtos e potências aritméticas</li> <li>➤ Resolução de problemas aritméticos como um caminho para a introdução do pensamento algébrico</li> </ul>
2. Generalizações	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Aritmética generalizada</li> <li>➤ Estrutura de representação formal do concreto (através da abstração)</li> <li>➤ Atribuição de grau de abstração e generalidade aos símbolos linguísticos</li> </ul>
3. Relação funcional	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Ideia de dependência entre duas grandezas (conceito de função, por exemplo)</li> </ul>
4. Relação Estrutural	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Estudo das estruturas e propriedades atribuídas às operações com números reais e polinômios</li> <li>➤ Linguagem simbólica/variável como símbolo arbitrário</li> </ul>
5. Modelagem	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Iluminação ou organização de uma situação como ferramenta</li> <li>➤ Construção da atividade e exercícios de modelagem</li> <li>➤ Modelagem de situações a partir de situações-problema</li> </ul>
6. Manipulação	<ul style="list-style-type: none"> <li>➤ Conjunto de técnicas ou procedimentos específicos para abordar problemas por métodos algorítmicos</li> <li>➤ Capacidade de efetuar e expressar transformações algébricas primordialmente simbólicas</li> <li>➤ Atividades que envolvam incógnitas com o objetivo de simplificar ou resolver</li> </ul>

Fonte: elaborado pelo grupo de pesquisa “FORMATE”.

Um aspecto importante a ressaltar após a apresentação de nosso “quadro de referência” é a inclusão da categoria “Álgebra Inicial” (*Early Algebra*)<sup>2</sup>. Tal decisão foi tomada pelo grupo, tendo por base as concepções de Lins e Gimenez (1997) que, em um de seus enfoques, destacam o entrelaçamento desejável entre a Educação Algébrica e a Educação Aritmética, cuja potencialidade é promover habilidades de resolver problemas em ambos os campos da Matemática. Além disso, fundamentados em Baumgart (1995) acerca do desenvolvimento histórico da linguagem algébrica nos estágios *retórico ou verbal*, *sin copado* e *simbólico*, ratificamos nossa compreensão de “Álgebra Inicial” como uma Álgebra que não necessita de linguagem simbólico-formal para o seu desenvolvimento desde os Anos Iniciais do Ensino Fundamental. Por fim, também destacamos, na pesquisa de Maclane e Birkhoff (1967, apud USISKIN, 1995, p.9), que “a álgebra começa como a arte de manipular somas, produtos e potências de

<sup>2</sup> *Early Algebra* é o termo utilizado na literatura internacional para se referir aos processos de ensino e aprendizagem de Álgebra desde os anos iniciais do Ensino Fundamental (nomenclatura utilizada no Brasil para estudantes de 6 a 10 anos de idade).

números”. Justifica-se, assim, nossa opção pela categoria “Álgebra Inicial” como uma compreensão possível para esse campo da Matemática.

## **CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Este artigo apresenta resultados parciais de um projeto longitudinal, de quatro anos, no qual uma das dimensões tem a intenção “de produzir reflexões e construtos teóricos na direção de se delimitar o que se entende por Conhecimento Matemático para o Ensino de Álgebra na Educação Básica”.

Nesse sentido, enfatizamos que a busca pela compreensão do que se entende por Álgebra (e seu Ensino) nos trouxe várias indagações, assim como nos possibilitou verificar o alto grau de complexidade que o assunto possui, quando efetivamos nossos estudos teóricos. No entanto, à medida que fomos desenvolvendo nossa revisão de literatura sobre os estudos acerca de diferentes concepções de Álgebra, pudemos aprofundar nossa própria compreensão sobre quais ideias e conceitos se relacionam aos conhecimentos algébricos na e da Educação Básica.

Em nossas análises, sempre que possível, confrontamos as diferenças e as semelhanças entre as concepções de Álgebra dos autores que íamos estudando – caminho que nos levou à construção de nosso “quadro de referência”. Assim sendo, ao mesmo tempo em que almejamos, com este artigo, divulgar as ações e os resultados que alcançamos, em nosso projeto de pesquisa, em relação aos conhecimentos algébricos, também trazemos nossas inquietudes e reflexões sobre a importância de compreender – de uma maneira ampla e plural – o que se entende por Álgebra na Educação Básica.

O presente artigo é um dos resultados de uma primeira fase de nosso projeto, na qual obtivemos e construímos nossos subsídios teóricos, que deverão fomentar a continuidade das investigações do grupo, no que tange ao nosso atual projeto de pesquisa. Entendemos que, além da relevância interna ao nosso grupo, as discussões e os resultados aqui apresentados podem ser úteis e utilizáveis para outras pesquisas que tematizem os processos de ensino e de aprendizagem de Álgebra na Educação Básica.

Finalmente, destacamos a potencialidade deste quadro de referência como modelo para as análises dos dados produzidos em pesquisas realizadas pelo nosso grupo com alunos, professores e formadores de professores, para compreender como cada um desses grupos entende a Álgebra e como a considera nos processos de ensino e de aprendizagem. Esperamos ainda que nosso quadro de referência possa ser utilizado por outros pesquisadores que buscam compreender como se dá a relação entre o conhecimento acadêmico da Álgebra e o seu efetivo ensino na Educação Básica.

## **AGRADECIMENTOS**

O presente artigo é fruto de um trabalho coletivo e colaborativo desenvolvido por todos os integrantes do projeto de pesquisa “Conhecimento matemático para o ensino

de Álgebra: uma abordagem baseada em perfis conceituais” na Universidade Federal do ABC (UAFBC). Por isso, queremos agradecer a todos os integrantes do grupo que contribuíram efetivamente para os resultados aqui apresentados. E ainda à Capes, pelo apoio ao projeto e ao grupo, por meio de recursos financeiros e bolsas de estudo/pesquisa a vários integrantes do grupo.

## REFERÊNCIAS

- BAUMGART, J. K. *História da álgebra*. Tópicos de História da Matemática para o uso em sala de aula. Tradução de Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1995. v.4.
- BOOTH, R. L. Dificuldades das crianças que se iniciam em álgebra. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). Tradução de Hygino H. Domingues. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p.23-36.
- FIGUEIREDO, C. A. *Saberes e concepções de educação algébrica em um curso de licenciatura em Matemática*. 290f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2007.
- FIORENTINI, D.; MIORIM, M. A.; MIGUEL, A. Contribuição para um repensar... a Educação Algébrica Elementar. *Pro-Posições*, Campinas, v.4, n.1, p.78-91. mar. 1993.
- GIL, A. C. *Métodos e técnicas de pesquisa social*. 6.ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- HOUSE, P. A. Reformular a álgebra da escola média: por que e como? In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). Tradução de Hygino H. Domingues. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p.1-8.
- KATZ, J. V. *Algebra gateway to a technological future*. The Mathematical Association of America, USA, 2007. Disponível em: <<http://www2.research.uky.edu/pimser/p12mso/pub/2009-10%20Archives/Everyone%20Passes%20Algebra%202009/Algebra-Gateway-Tech-Future.pdf>>. Acesso em: 10 set. 2015.
- LEE, L. *Early – but which algebra?* The future of the teaching and learning of algebra. In: ICMI STUDY CONFERENCE, 2001, Melbourne (Austrália).
- LINS, R. C.; GIMENEZ, J. Sobre a Álgebra. In: LINS, R. C.; GIMENEZ, J. *Perspectivas em aritmética e álgebra para o século XXI*. Campinas: Papirus, 2001. cap.III, p.89-157.
- LOCHHEAD, J.; MESTRE, J. P. Das, palavras à álgebra: corrigindo concepções erradas. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). Tradução de Hygino H. Domingues. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. P. 144-154.
- RIBEIRO, A. J. Elaborando um perfil conceitual de equação: desdobramentos para o ensino e a aprendizagem de matemática. *Ciência e Educação*, Bauru, v.19, n.1, p.55-71, 2013.
- SILVA, R. L. et al. Concepções de álgebra: uma tentativa de construir um “quadro de referência” por integrantes de um grupo colaborativo. In: SIMPÓSIO INTERNACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 4., Ilhéus, Bahia, Brasil. *Anais...* Ilhéus: UESC, 2015. p.2612-2623.
- SILVA, R. L.; SOUZA, D. S.; BEZERRA, F. J. B. Que concepções de álgebra surgem nas questões de macroavaliações: o caso do ENEM 2011. In: ENCONTRO PAULISTA



DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 12. – XII EPEM. *Anais...* Birigui: SBEM/SBEM-SP, 2014. p.26-37.

USISKIN, Z. Concepções sobre álgebra da escola média e utilização das variáveis. In: COXFORD, A. F.; SHULTE, A. P. (Org.). Tradução de Hygino H. Domingues. *As ideias da álgebra*. São Paulo: Atual, 1995. p.9-22.