Raciocínio proporcional: um estudo sobre as estratégias de estudantes de Pedagogia ao resolverem diferentes situações

Angelica da Fontoura Garcia Silva
Alexsandro Soares Cândido
Vera Helena Giusti de Souza

RESUMO

Este artigo teve o objetivo de investigar estratégias utilizadas por 30 alunas de um curso de Pedagogia de uma universidade particular da grande São Paulo, ao resolverem situações de estruturas multiplicativas, sobretudo situações de valor omisso e comparação. A coleta de informações se deu por meio da aplicação de um questionário – de caráter diagnóstico –, visando identificar estratégias utilizadas pelas participantes para resolverem as duas situações apresentadas. A análise dos dados fundamentou-se em teorias que versam sobre as estruturas multiplicativas e seu ensino. As respostas do grupo indicaram haver melhor compreensão deste grupo investigado em situações de comparação – 86,67% e de valor omisso, 70%. A estratégia utilizada pela maioria das alunas investigadas nas situações de comparação foi a busca da taxa unitária, e os erros ocorreram por concepções equivocadas sobre a determinação de quociente da divisão ou sobre a relação de ordem de números racionais na representação decimal. Já nas situações que envolvem valor omisso, além da taxa unitária, as participantes também se utilizaram do produto cruzado, e os equívocos se deram nas resoluções que se utilizaram do raciocínio aditivo. Nesse grupo nenhum participante se utilizou de estratégias funcionais e escalares.

Palavras-chave: Conhecimento Profissional docente. Estratégias de resolução. Raciocínio proporcional. Estruturas multiplicativas.

Proportional Reasoning: A study about strategies used by Pedagogy students to solve different situations

ABSTRACT

This article investigated strategies used by 30 students of a Pedagogy course of a Great São Paulo's private university to solve multiplicative structured situations, mainly the missing value and

Angelica da Fontoura Garcia Silva é Doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC- SP). Professora do Programa de Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo, SP. End. para correspondência: Campus Pirituba, Avenida Raimundo Pereira de Magalhães, 3305, 05145-200 São Paulo, SP (Brasil). E-mail: angelicafontoura@gmail.com

Alexsandro Soares Cândido é Doutorando do curso de Pós Graduação em Educação Matemática da Universidade Anhanguera de São Paulo é Professor de ensino superior das Universidades: Paulista – UNIP, Estácio – FNC e da Faculdade Federal Capital (Fecaf). End. para correspondência: End. para correspondência: Campus Pirituba, Avenida Raimundo Pereira de Magalhães, 3305, 05145-200 São Paulo, SP (Brasil). E-mail: lexsandro.candido@pro.fecaf.com.br

Vera Helena Giusti de Souza é doutora em Educação Matemática pela Pontifícia Universidade Católica de São Paulo (PUC- SP). Tem vasta experiência no Ensino Superior na área de Matemática e tem trabalhado com ênfase em Educação Matemática, atuando principalmente nos seguintes temas: Cálculo, Geometria, função, gráfico, registros, abordagem, inequação, Três Mundos da Matemática (quadro teórico). E-mail: verahgsouza@gmail.com

Recebido para publicação em 18 jun. 2017. Aceito, após revisão, em 1 mar. 2018.

comparison types. Data collection was made through a survey-type questionnaire aimed to identify the strategies used by the participants when presented with the two situations to solve. Data analysis was based on theories about multiplicative structures and their teaching. This group's answers show its participants have a better understanding of comparison situations with 86.67% than missing value ones, with 70%. The strategy most used by the researched students in the comparison situation was seeking the single unit rate. Errors occurred due to mistaken conceptions about the determination of quotient division or about the order relation of rational numbers in the decimal representation. As for the missing value situations, the participants also used the cross product strategy besides the single unit rate, and errors occurred in the solutions that used the addition reasoning. In the second group no participant used functional or scale strategies.

Keywords: Teacher Professional Knowledge. Problem-solving strategies. Proportional Reasoning. Multiplicative Structures.

INTRODUÇÃO

Neste artigo, apresentamos resultados parciais de um estudo em desenvolvimento, cujo objetivo é investigar estratégias utilizadas por um grupo de estudantes de um curso de pedagogia, ao resolverem situações de estruturas multiplicativas, sobretudo situações de valor omisso e comparação.

Para apresentar esta investigação, exporemos, nesta ordem, a relevância desta pesquisa por meio da apresentação e da análise de indicações oficiais, resultados de avaliações externas e de investigações na área; a fundamentação teórica utilizada para analisar as informações coletadas; os procedimentos utilizados; a análise e a discussão dos dados coletados; e, finalmente, as considerações finais.

RELEVÂNCIA E MARCO TEÓRICO

Julgamos ser esta pesquisa relevante, por concordarmos com Lesh, Post e Behr (1988): o raciocínio proporcional é uma forma complexa, que envolve a sensação de covariação e de comparações múltiplas, além da capacidade de armazenar e processar mentalmente várias informações. Consideramos, assim como os autores, que esse tipo de raciocínio envolve múltiplas relações e ideias matemáticas, além de análises qualitativa e quantitativa, como inferência e previsão.

Para essas relações, Lesh, Post e Behr (1988, p.95-96) apresentam sete tipos de problemas diferentes com proporções, que permeiam os diversos conteúdos matemáticos: problemas de *valor omisso*; de *comparação*; de *transformação*; de *valor médio*; *proporções que envolvem a conversão entre razão, taxa e frações*; *proporções que envolvem unidades de medida, assim como números; problemas de conversão entre sistemas de representação*. As duas categorias utilizadas neste estudo são descritas pelos autores da seguinte forma: *problemas de valor omisso* – considerados mais comuns em situações de proporção nas quais são dados três valores e o quarto é solicitado; *problemas de comparação* – são apresentadas duas razões, solicita-se a comparação das duas e a indicação de qual é maior, menor ou se são iguais.

Salientamos que Post, Behr e Lesh (1995) afirmam que, dentre os problemas destacados, os mais referenciados em programas de currículo e nos trabalhos em sala de aula são os de *valor omisso* e de *comparação*, razão pela qual em nosso estudo nos concentramos apenas nesses dois tipos. Ainda com relação à presente pesquisa, os autores referenciam os estudos de Piaget e Inhelder (1975). Segundo Lesh, Post e Behr (1988), esses pesquisadores identificam, como a principal característica do raciocínio proporcional, as chamadas relações de segunda ordem, ou seja, "relações entre relações", mais que as relações de primeira ordem, "relação entre dois objetos".

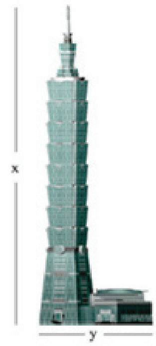
Além de Lesh, Post e Behr (1988), estudos como os de Cramer, Post e Behr (1989) e Post, Behr e Lesh (1995) têm chamado a atenção, desde o final da década de 90, para a importância do raciocínio proporcional. Lesh, Post e Behr (1988) justificam essa relevância por ser este o ponto de chegada da aritmética elementar e o alicerce de estudos posteriores.

Outro argumento para justificar a pertinência deste estudo encontramos nos documentos oficiais de referência curricular, cujas orientações consideram o raciocínio proporcional uma das temáticas centrais do ensino de Matemática e sugerem que seja trabalhado com as crianças desde os anos iniciais do Ensino Fundamental. Nessas orientações, há indicações de sua relevância, argumentando sua utilidade, uma vez que está presente em várias situações do cotidiano e também ligado "[...] à inferência e à predição e envolve métodos de pensamento qualitativos e quantitativos (Essa resposta faz sentido? Ela deveria ser maior ou menor?). Para raciocinar com proporções é preciso abordar os problemas de vários pontos de vista" (Brasil, 1997, p.38).

O documento federal de orientações curriculares de Matemática – *Parâmetros Curriculares Nacionais* (PCN) – (Brasil, 1997) destaca a Resolução de Problemas como eixo organizador dos processos de ensino e aprendizagem da disciplina. Para os autores desse documento, a atividade matemática não pode ser considerada como um "olhar para coisas prontas e definitivas", pois eles a consideram como construção e apropriação de um conhecimento pelo estudante, do qual ele se servirá para compreender e até, quem sabe, para transformar a realidade. Assim, tal documento considera a resolução de problemas não apenas como o ponto de partida da atividade matemática, mas como um meio de proporcionar os contextos para a construção de conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.

Todavia, essa parece não ser uma ideia de fácil compreensão, uma vez que resultados de avaliações externas apontam dificuldades de alunos no final da Educação Básica (17 anos), quando resolvem problemas de Matemática. Por exemplo, no Saresp de 2013 foi apresentado aos alunos o item a seguir, que pretendia avaliar se os estudantes identificavam figuras semelhantes, mediante o reconhecimento de relações de proporcionalidade.

O edifício da foto abaixo foi construído em Taipei e é um dos dez mais altos do mundo. Sua altura real é de 509 metros. Se, na foto, a medida da altura x do prédio for de 14 cm e a medida de y for de 5 cm, a medida real aproximada de y será de:



(Disponível em:http://blogdosdezmais.blogspot.com.br/2011/02/os-dez-maiores-predios-do-mundo.html. Acesso: 25.06.2012)

(A) 110 m.

(B) 130 m.

(C) 150 m.

(D) 180 m.

(E) 200 m.

ÍNDICES			PERCENTUAIS DE ACERTOS					PARÂMETROS TRI		
GAB	DIF	DISC	A	B	C	**D**	E	a	b	c
D	Difícil	Boa	15,9	17,5	19,6	**33,2**	13,7	1,591	1,726	0,247

Figura 1. Questão apresentada no Saresp – 2013 (Relatório Pedagógico Saresp, 2013)

Analisando o resultado, observamos que a situação foi respondida corretamente por 33,2% dos estudantes, é um nível baixo de acerto, uma vez que os alunos eram concluintes do Ensino Médio. Todavia, mesmo tendo em conta que a taxa de acerto fosse maior, não poderíamos afirmar que os alunos que acertaram esse tipo de item desenvolveram o pensamento proporcional. Lamon (2005) nos ajuda a entender a complexidade desse tipo de raciocínio ao apontar algumas habilidades a serem desenvolvidas: compreensão da covariação de grandezas, identificação de situações proporcionais ou não e a percepção da sua utilidade; aquisição de argumentos para justificar sua forma de pensar situações de proporcionalidade.

Além disso, é importante considerar que lecionar Matemática para os anos iniciais será uma das atribuições profissionais das estudantes de Pedagogia participantes deste estudo e, nesse campo, a resolução de problemas tem um papel fundamental. Assim, tomamos como ponto de partida a ideia de que explorar o raciocínio proporcional por meio da resolução de problemas requer do futuro professor um repertório expressivo de conhecimentos que lhe permitam ir além de indicar procedimentos de cálculo, fazer as adequações necessárias ao nível de compreensão dos alunos e favorecer algumas articulações dessas noções com outros conteúdos já estudados. Dessa forma, organizamos uma investigação com o propósito de analisar as estratégias utilizadas pelas estudantes do curso de pedagogia no início de um processo formativo que pretende discutir e refletir sobre o ensino do raciocínio proporcional. Assim justificamos a escolha do tema “raciocínio proporcional” e do grupo de participantes desta pesquisa, constituído de 30 futuras pedagogas e prováveis professoras da rede pública paulista.

Para elaborar o questionário e proceder à análise das informações coletadas, consideramos as categorias distintas de conhecimentos para o ensino, estabelecidas por Ball, Thames e Phelps (2008). Os autores refinaram as categorias propostas por Shulman (1986) em: conhecimento do conteúdo (comum/horizontal/especializado); conhecimento do conteúdo (e dos estudantes/e do ensino/e do currículo).

Para este estudo, nos ateremos especialmente ao *conhecimento do conteúdo comum e conhecimento especializado do conteúdo.* Segundo os autores, o *conhecimento do conteúdo comum* permite ao professor a utilização correta de termos, representações e notações e a identificação de incorreções ou inadequações, quer em produções dos alunos, quer em materiais didáticos. Assim, procuramos identificar se as professoras participantes de nossa pesquisa resolvem com correção as situações apresentadas e quais estratégias utilizam.

O *conhecimento especializado do conteúdo* se refere à capacidade que o professor tem não apenas de perceber os erros, mas também de analisar e identificar suas prováveis causas e apresentar aos alunos esclarecimentos precisos e com respostas convincentes, do ponto de vista matemático, a fim de permitir que eles superem suas dificuldades. Além disso, inclui habilidades necessárias para elaborar atividades, comparar diferentes estratégias e identificar se, do ponto de vista matemático, são ou não corretas diferentes linhas de raciocínio.

Um exemplo de mobilização do *conhecimento do conteúdo comum* diz respeito à habilidade de o professor (ou futuro professor) resolver situações que envolvam raciocínio proporcional por meio do uso de diferentes estratégias, sejam elas convencionais ou não. No tocante à mobilização do *conhecimento especializado do conteúdo*, seria a capacidade de o professor (ou futuro professor) compreender não somente os diferentes tipos de situações, mas também sua relação ou não com a proporcionalidade. A seguir apresentamos a forma como desenvolvemos nosso estudo.

SOBRE OS PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS UTILIZADOS

A presente pesquisa solicitou avaliação ética pelo sistema CEP/CONEP e obteve a aprovação sob o número 1.843.270 e para a sua realização, em especial, foi aplicado aos professores um questionário – de caráter diagnóstico – que nos permitisse identificar as estratégias das futuras pedagogas, ao resolverem situações do campo multiplicativo, sobretudo situações de valor omisso e de comparação, conforme relatamos anteriormente, com base nas ideias de Lamon (2005); Lesh, Post e Behr (1988); Oliveira (2009); Post, Behr e Lesh (1995); Silvestre (2009, 2012) e Spinillo (1992).

As informações aqui apresentadas foram coletadas no início de um processo formativo em um curso de formação inicial de uma universidade particular localizada na grande São Paulo. Procuramos analisar os dados aqui destacados, por considerarmos que eles nos forneceriam informações sobre estratégias utilizadas pelas participantes, antes de um processo formativo.

Todas as participantes são do sexo feminino, têm idade média de 30 anos – alguns com idade superior a 40 e outros com menos de 20. Quanto à formação, todos concluíram o Ensino Médio em escola pública e 10 fizeram o Ensino Médio na modalidade Educação de Jovens e Adultos – EJA. No grupo, identificamos três participantes que lecionam em creches, 7 que tiveram experiência como estagiários e 20 que ainda não têm experiência em magistério.

Para desenvolver este estudo, propusemos que as futuras professoras resolvessem duas situações que tratam de estruturas multiplicativas, envolvendo dois significados: uma de valor *omisso* e outra de *comparação*, por serem ambas referenciadas nos programas curriculares. Pesquisas como as de Santos (2012) e Souza (2010) relatam não ser frequente a elaboração desses tipos de situações por professores que lecionam Matemática para os anos iniciais. Por isso, acreditamos ser importante analisar quais estratégias o grupo pesquisado utiliza para resolvê-las.

Durante a coleta de informações, procuramos identificar o que eles conheciam acerca do raciocínio proporcional e quais eram as estratégias de resolução; por isso, deixamos que resolvessem as atividades e procuramos interferir somente quando necessário. A seguir apresentaremos as situações na ordem em que foram propostas.

A situação S1 foi escolhida por ser um problema comum de comparação, em que são apresentadas duas relações, envolvendo duas grandezas diferentes, que precisam ser analisadas e comparadas, como notamos no Quadro 1:

Quadro 1. Situação 1 – S1

No último sábado à tarde, a família Smith foi para o Teatro Starr e todos os 6 integrantes entraram por $ 10. A família West foi ver um filme no Odyssey e todos os 4 entraram por $ 7. Que teatro tem melhores preços na matinê de sábado?

Fonte: Lamon (2005, p.101)

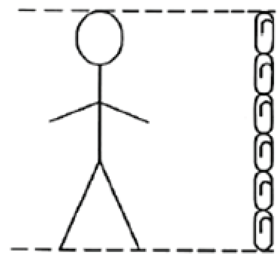
Lamon (2005, p.101) relata que essa é uma situação típica de comparação envolvendo raciocínio proporcional, em que, segundo a autora, é dado um problema com quatro quantidades, formando duas razões. A tarefa é descobrir se os dois índices são equivalentes ou não.

A situação 2 (S2) exposta no Quadro 2, também é de valor omisso, porém há uma imagem para representar o senhor baixo.

Quadro 2. Situação 2 – S2

Ao lado, podemos observar o senhor baixo cuja altura mede seis clipes; se fôssemos medi-lo com fósforos, seriam necessários quatro palitos. Ele tem um amigo, um senhor alto, que mede seis fósforos.

Quantos clipes utilizaríamos para medir o senhor alto?



Sr. Baixo

Adaptado de Silvestre (2012, p.127)

No segundo tipo de problema, apresentado no Quadro 2, três quantidades são fornecidas, e a quarta quantidade está faltando. Lamon (2005, p.102) a denomina “valor em falta”, que em nosso trabalho chamaremos de “valor omisso”.

Essa foi uma situação amplamente divulgada na comunidade acadêmica: Karplus, por exemplo, publicou, durante anos, trabalhos focados no raciocínio proporcional de estudantes (Karplus & Karplus, 1972; Karplus & Peterson, 1970; Karplus, Pulos & Stage, 1983, dentre outros). Com estudos baseados na linha piagetiana, desenvolveu uma série de situações que poderiam servir como diagnóstico do raciocínio proporcional das crianças: coletou uma série de respostas dos alunos para essa situação e, baseado nos estágios de desenvolvimento cognitivo postulados por Piaget, desenvolveu um sistema de classificação para as respostas encontradas. Esse estudo também foi realizado em outros países. Dentre as categorias principais encontradas, podemos citar:

I. nenhuma explicação ou declaração;

II. uma utilização incompleta ou errada dos dados do enunciado;

III. um conjunto de processos transitórios (iterativos, gráficos ou que implicam uma utilização parcial da proporcionalidade);

IV. um conjunto de processos que fazem referência à igualdade das duas relações.

O autor constata que os processos mais elaborados são utilizados sistematicamente por estudantes com idade acima de 12 anos; todavia, essa progressão não é observada em estudantes mais velhos (de 14 a 17 anos). Hart (1988) desenvolveu esse mesmo estudo na Grã-Bretanha e encontrou, em uma população de 2257 estudantes de 12 a 15 anos, as porcentagens crescentes de acordo com as idades: 28%, 30%, 42%.

De posse dessas informações, na seção seguinte exporemos as discussões e a análise dos dados.

ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

A seguir analisamos as duas situações em separado.

Situação 1 – (S1)

Na resolução da situação S1, as participantes, estudantes do curso de Pedagogia, inicialmente estavam inseguras e com dificuldades para interpretar o problema. Dessa forma, foi necessário fornecer orientações iniciais sobre a proposta. Iniciado o trabalho, percorremos a sala e identificamos dificuldades com a leitura e a interpretação das informações, mas procuramos não intervir, sobretudo quando era questionado se, para resolver a situação, seria preciso somar ou multiplicar os valores. Nesse caso, o professor-pesquisador informou que poderiam resolver da maneira que achassem mais conveniente.

No geral, as futuras professoras resolveram a situação (S1) pela utilização da estratégia de cálculo do valor unitário (86,67%), relacionando os valores pagos nas entradas com o número de integrantes das respectivas famílias. Primeiro dividiram $ 10 por 6 e encontraram o valor aproximado de 1,66 para a família Smith; em seguida, repetiram o procedimento para a família West, ou seja, dividiram $ 7 por 4 e obtiveram o valor de 1,75, como podemos verificar na Figura 3:

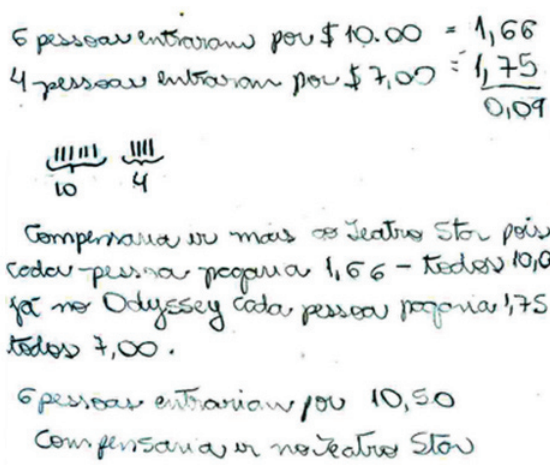


Figura 3. Resolução da aluna Lizzie da situação (S1) pela estratégia funcional

Podemos notar que o participante acertou a resolução e justificou corretamente a questão, por meio da comparação do valor unitário. Esse tipo de estratégia, segundo Nesher e Sukenik (1991) e Pittalis, Christou e Papageorgiou (2003), é informal, todavia deve ser associado à compreensão do raciocínio multiplicativo, pois, segundo Pittalis, Christou e Papageorgiou (2003), apoiados em Singh (2000), a estratégia de taxa unitária, utilizada sem tal compreensão, torna-se uma operação quase exclusivamente mecânica.

Nesse mesmo grupo, identificamos ainda que dez delas não apresentaram argumentações consistentes: algumas mostraram dificuldade com o procedimento da divisão, quando a representação do quociente é um número racional na forma decimal. Podemos notar essa dificuldade na resolução apresentada por Daniela, que encontrou como quociente 0,166 e 0,175 e registrou melhor opção a família West. O participante parece ter interpretado o registro de forma equivocada.

Outras participantes, como Débora, Lorena e Alessandra, registraram a quantidade de integrantes da família nos numeradores das razões e os valores dos ingressos nos denominadores; todavia, procederam ao cálculo da divisão de forma inversa e chegaram ao resultado esperado – 1,67 e 1,75. Nesse caso, parece que a concepção de divisão dessas alunas do curso de pedagogia é de sempre dividir o número maior pelo menor. Apresentamos a resolução de Débora.

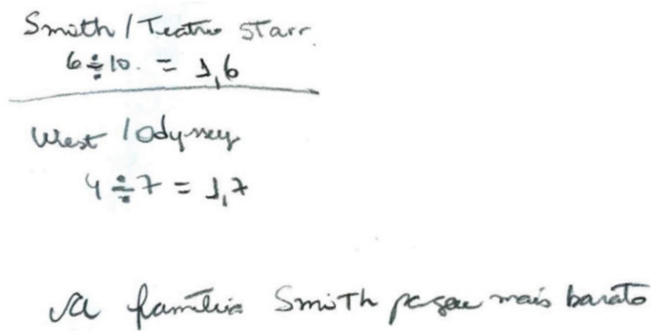


Figura 4. Resolução da situação (S1) por Débora pela estratégia funcional

Angelita e Gabrielle fizeram como Débora, Lorena e Alessandra: também representaram de forma equivocada 6 por 10 e 4 por 7, mas resolveram corretamente a divisão, encontrando, respectivamente, 0,6 e 0,57.

Ao perceber o ocorrido, o pesquisador questionou informalmente as participantes acerca do resultado que haviam registrado, e ficou claro que, ao refazerem os procedimentos mentalmente, reconheceram que inverteram o registro da divisão, realizaram o procedimento e indicaram o resultado de forma correta. Segundo elas, a operação *"está certa, porque fizemos a prova real dos valores encontrados, mas errei na fração* [referindo-se à razão]*"*. Isso indica que estas participantes compreenderam a comparação das relações proporcionais existentes na Situação (S1), apesar do equívoco inicial.

A aluna Mariana também inverteu as grandezas nas razões, resolveu corretamente a operação de divisão, mas comparou de forma equivocada as representações decimais: considerou 0,57 maior do que 0,60. Tais equívocos já eram esperados, uma vez que, como afirma Lamon (2005), situações que se utilizam do raciocínio proporcional podem se mostrar como “[...] um dos melhores indicadores de que um estudante chegou à compreensão dos números racionais e dos conceitos multiplicativos relacionados” (Lamon, 2005, p.3).

Stacey et al. (2001) relataram equívocos semelhantes acerca do conhecimento específico e pedagógico de números decimais, em futuros professores primários. Apontaram algumas categorias de erros, as quais são as mesmas encontradas nesta investigação.

Os pesquisadores chamam a atenção para o fato de que 20% dos futuros professores apresentavam limitações quando lidavam com a comparação de números decimais. Para os autores isso é preocupante, uma vez que tais limitações poderiam ser transferidas para seus futuros alunos. Neste estudo, tal identificação nos fez reservar espaços, na formação inicial que seria desenvolvida, para refletir sobre o conjunto dos números racionais. A Figura 5 ilustra o método de resolução escolhido pela estudante Mariana.

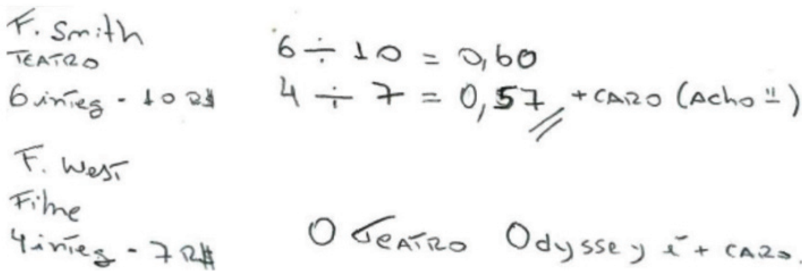


Figura 5. Resolução da Situação (S1) pela futura professora Mariana, com a estratégia funcional

Em discussões posteriores, Mariana reconheceu os equívocos, tanto nas grandezas indicadas na representação da divisão, como na comparação da representação decimal. Com isso, realizou os cálculos mentalmente e obteve a resposta correta.

Para finalizarmos, apresentamos na Figura 6 a situação 1 resolvida por Cristiane, que analisou e comparou o total que cada família pagou, realizando mentalmente o cálculo da multiplicação de 6 por 10 e de 4 por 7. Feita a primeira análise, afirma que a família West pagaria menos, mesmo “que ... tivesse 6 integrantes “. A aluna só não registrou o valor que seria pago pela família West, se fosse composta por 6 pessoas: 56 reais.

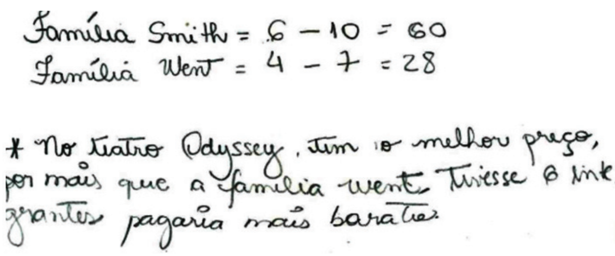


Figura 6. Resolução, pela aluna Cristiane, da situação (S1) pela funcional incorreta

Detectamos, assim como nos escrevem Greer e Mangan (1984), que os números decimais geraram mais dificuldades do que os números inteiros. Por essa razão, acreditamos ser importante promover discussões e reflexões que garantam que um futuro pedagogo observe a necessidade de diversificar, além da classe de situações, o grau de complexidade do cálculo no interior de uma mesma categoria, conforme apontam os estudos de Ball, Thames e Phelps (2008).

Em consonância com os estudos de Post, Behr e Lesh (1995) e de Spinillo (1992), podemos concluir também que estão mais presentes no cotidiano das crianças situações de comparação cuja intenção é identificar, entre duas razões, qual é maior ou se são iguais. Dessa forma, entendemos que esse tipo de situação pode ser inserido nas etapas iniciais de ensino, favorecendo maior compreensão dos conceitos de proporção e, quem sabe até, evitando a mecanização pela aplicação do algoritmo.

Há uma marcante preferência pela estratégia de busca da taxa unitária, porém temos dúvidas sobre o reconhecimento ou não, pelos participantes, de outras estratégias. Isso nos parece preocupante, uma vez que pesquisas de Nesher e Sukenik (1991); Post, Behr e Lesh (1995); Pittalis, Christou e Papageorgiou (2003); e Silvestre e Ponte (2009) afirmam que essa estratégia não garante o uso do raciocínio proporcional.

Situação 2 – (S2)

A S2 é uma situação de valor omisso e o propomos na forma de uma figura, conforme apresentada no Quadro 2. Foi uma atividade que nos chamou a atenção pelo fato de já haver estudos realizados sobre ela, como os de Karplus e Karplus (1972) e Silvestre (2012) e ainda por apresentar uma ilustração fácil para as crianças entenderem.

Inicialmente, ao receberem a ficha com a situação (S2), as participantes solicitaram ao professor-pesquisador clipes e palitos de fósforos, algumas das participantes perguntaram se poderiam fazer desenhos para ilustrar seus pensamentos. O professor-pesquisador disse que sim: "*Vocês podem ficar à vontade para escolher a melhor forma de resolver, procurem registrar tudo o que estão pensando*".

Para começar a pensar em uma estratégia de resolução para a situação, as participantes encontraram dificuldades, conversaram entre si sobre as possibilidades de resolução e iniciaram a atividade.

Ao analisar os protocolos com as resoluções, notamos que 14 das participantes (46,67%) escolheu a taxa unitária como estratégia de resolução. O professor-pesquisador, posteriormente, questionou-as acerca do motivo da escolha. Nas respostas, informaram que estavam acostumadas a usar esse método em situações usuais diárias e por isso acharam mais fácil resolver daquela forma. A Figura 7 revela uma dessas resoluções, inscrita na ficha de Maria Lucia:

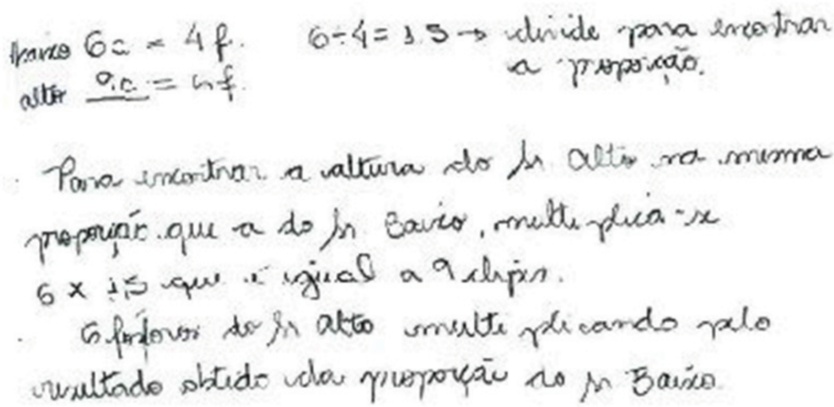


Figura 7. Resolução, pela aluna Maria Lucia, da situação de valor omisso

Além dessa estratégia, sete outras participantes (23,33% do total), decidiram usar a estratégia do produto cruzado, como fez, por exemplo, Eliote, que tem sua tarefa reproduzida na Figura 8:

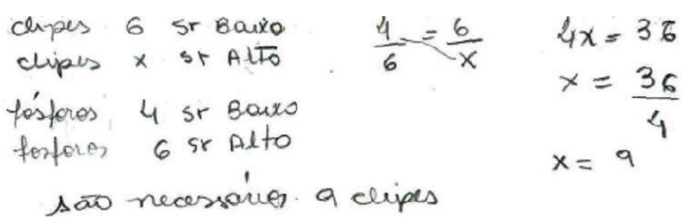


Figura 8. Resolução, pela aluna Eliote, da situação de valor omisso

Segundo declaram as participantes em seus relatos, resolveram com esse método, pois se lembraram da regra de três, aprendida na escola, e a aplicaram para obter o valor desconhecido. O professor-pesquisador perguntou-lhes se havia outra forma de resolver a atividade, e elas, que realizaram a situação com essa estratégia, responderam negativamente ao questionamento.

Outra estratégia utilizada foi a aditiva: nove alunas (30% da turma) resolveram o problema usando esse procedimento. Ao compararem as alturas do senhor baixo e do senhor alto para descobrir o valor omisso, relataram que o senhor alto possuía dois clipes a mais que o senhor baixo, ou seja, oito clipes, conforme podemos notar na resolução da aluna Priscila.

Figura 9. Resolução, pela estudante Priscila, da situação de valor omisso

Pela Figura 9, percebemos o equívoco de Priscila e de outras que optaram por resolver a atividade dessa maneira. E, em um momento posterior, quando entrevistadas, afirmaram estar corretas, pois bastaria apenas adicionar dois clipes para obter a altura do senhor alto. Anteriormente, três possíveis fontes de dificuldade ao operar com razões foram identificadas, todas confirmadas pela presente pesquisa. De acordo com trabalhos de Karplus et al. (1983), os alunos por eles investigados – que frequentavam o equivalente à Educação Básica de hoje – utilizaram uma generalização inadequada da lógica das relações parte-todo: particularmente, usaram estratégias aditivas para pensar na relação entre as duas grandezas, assim como fizeram as participantes de nosso estudo.

Em nossa visão, as participantes deste estudo tiveram dificuldades na compreensão do problema e, mesmo com os questionamentos, não refletiram sobre suas afirmações. Elas provavelmente terão dificuldades em sua atividade profissional ao ensinar esse assunto, pois é essencial o conhecimento comum do conteúdo (Ball, Thames & Phelps, 2008).

Acreditamos que, se não possuírem tais habilidades, possivelmente terão dificuldades em desenvolver as demais categorias apresentadas por Ball e seu grupo.

Procuramos mapear o estudo com base nas ideias de Ball, Thames, Phelps (2008) e verificamos inicialmente, nos problemas apresentados às futuras professoras, o conhecimento das noções de proporcionalidade na perspectiva do conhecimento comum do currículo. Revelaram-se ainda as eventuais dificuldades que teriam, ao trabalhar com esse tema (conhecimento especializado do conteúdo e conhecimento do conteúdo e estudantes).

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo buscou analisar as estratégias utilizadas por futuras professoras, ao resolverem situações de comparação e valor omisso.

A escolha na ordem de apresentação dos problemas pode ter influenciado nos resultados, visto que os achados da pesquisa de Spinillo (1992) indicaram maior sucesso em etapas iniciais de ensino, com a exploração inicial de proporcionalidade por meio de problemas de comparação. Como nosso estudo é pautado em formação para as séries iniciais, procuramos iniciar o estudo também com uma situação de comparação (S1).

Detectamos convergência com as pesquisas de Alina Spinillo (1992), pois nossos resultados também apontaram melhor compreensão de nosso grupo em situações de comparação, visto que o índice de acertos foi de 86,67% contra 70% na situação de valor omisso. A estratégia utilizada pela maioria das participantes na situação (S1) – de comparação – foi a busca da taxa unitária e, dentre os que a escolheram, um grupo cometeu erros por concepções equivocadas sobre a determinação de quociente da divisão ou sobre a relação de ordem de números racionais na representação decimal. Nas situações que envolvem valor omisso, Situação (S2), não identificamos o uso da estratégia escalar nem da funcional. A predominância foi de taxa unitária e produto cruzado (50%); assim, entendemos que o raciocínio teve foco nos procedimentos de cálculo. Apesar do número de acertos obtido nas situações, não podemos afirmar que tenham um raciocínio proporcional apurado, pois tal raciocínio, conforme relatado na literatura consultada, "envolve o sentido de covariância e múltiplas comparações" (Lesh, Post & Behr, 1988).

Este estudo revelou que algumas participantes não dominam a categoria chamada "conhecimento comum do conteúdo" proposta por Ball e seu grupo (2008). Em se mantendo tal situação, essas futuras professoras possivelmente terão dificuldades nas outras categorias de conhecimento. Eles precisam conhecer o conteúdo, e isso se relaciona com a sequência que escolhem para ensiná-lo, com as decisões tomadas por eles para a escolha do exemplo para começar e da forma de aprofundar o conteúdo. Além disso, é necessário que o professor avalie as vantagens e as desvantagens de determinadas representações ou estratégias. Em razão dessas ponderações, consideramos a necessidade de organizar um processo de formação continuada que leve tudo isso em conta.

Nossa proposta corrobora o que pondera Lamon (2005, p.100): é importante que os professores incentivem seus alunos ao raciocínio proporcional e ao uso de diferentes estratégias. A pesquisadora afirma que esses recursos poderão resultar em ampliação nas formas de pensamento. Em consonância com esses princípios, pretendemos oferecer as participantes vivências de resolução de situações, utilizando diferentes estratégias e procedimentos metodológicos.

REFERÊNCIAS

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (Nov. 2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? In: *Journal of Teacher Education*, New York, *59*(5), 389-407.

Brasil. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Fundamental. (1997). *Parâmetros Curriculares Nacionais*: matemática. v.3. Brasília: MEC/SEF.

Cramer, K., Post. & Behr, M. (1989). Interpreting proportional relationships. *Mathematics Teacher*, *82*(6), 445-452. Disponível em http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/89_3.html. Acesso em: 10/01/ 2017.

Greer, B.; Mangan, C. (1984). Understanding multiplication and division. *Proceedings of the Sixth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. (p.27-32). Madison, Wisconsin.

Hart, K. M. (1988). Ratio and Proportion. In: Hilbert, J. e Behr, M. (Ed.), *Number concepts and operations in the Middle Grades.* (p.198-219). Hillsdale, N. J.: Erbaum/Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Karplus, R. & Karplus, E. F. (1972). Intellectual development beyond elementary school III—ratio: A longitudinal study. *School Science and Mathematics*, *72*(8), 735-742.

Karplus, R. & Peterson, R. W. (1970). Intellectual development beyond elementary school II: Ratio, a survey. *School Science and Mathematics*, *70*(9), 813-820.

Karplus, R. et al. (1977). A survey of proportional reasoning and control of variables in seven countries. *Journal of Research in Science Teaching*, Reston, *14*(5), 411-417.

Karplus, R.; Pulos, S. & Stage, E. K. (1983). Early adolescents' proportional reasoning on 'rate' problems. *Educational studies in Mathematics*, Dordrecht, *14*(3), 219-233.

Lamon, S. (2005). *Teaching fractions and ratios for understanding*: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers. 2. ed. Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. Disponível em: <http://samples.sainsburysebooks.co.uk/9781136631863_sample_535985.pdf.> Acesso em: 10/01/ 2017.

Lesh, R.; Post, T. & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In: Hiebert, J.; Behr, M. (Ed.). *Number concepts and operations in the middle grades.* Tradução de Ana Isabel Silvestre, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes. Revisão da tradução de Fátima Álvares, Escola EB 2,3 de Fernão Lopes. Reston, VA: Lawrence Erlbaum; National Council of Teachers of Mathematics. p.93-118. Disponível em: <http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/88_8.html> Acesso em: 10/01/ 2017.

Nesher, P. & Sukenik, M. (1991). The effect of formal representation on the learning of ratio concepts. *Learning and Instruction, 1,* 161-175.

Oliveira, I. A. F. G. (2009). Proporcionalidade: estratégias utilizadas na resolução de problemas por alunos do ensino fundamental no Quebec. In: *Bolema*, Rio Claro, *22*(34), 57-80,.

Pittalis, M., Christou, C .& Papageorgiou, E. (2003). Students' ability in solving proportional problems. *Proceedings of The 3rd European Research Conference In Mathematics Education*, Bellaria, Italy, 2003. Disponível em <http://www.dm.unipi.it/~didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_Pittalis_cerme3.pdf>. Acesso em: 10/01/ 2017.

Post, R. T., Behr, J. M.& Lesh, R. (1995). A proporcionalidade e o desenvolvimento de noções pré-álgebra. In: Coxford, A. F.; Shulte, A. P. *As ideias da Álgebra*. São Paulo: Atual, p.89-103.

Santos, A. dos. (2012). *Processos de formação colaborativa com foco no campo conceitual multiplicativo:* um caminho possível com professoras polivalentes. 2012. 340 f. Tese (Doutorado em Educação) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo.

Silvestre, A. I. (2012). *O desenvolvimento do raciocínio proporcional:* percursos de aprendizagem de alunos do 6.º ano de escolaridade. 2012. 392 f. Tese. (Doutorado em Educação – Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

Silvestre, A.& Ponte, J. P. (2009). Resolução de problemas de valor omisso: análise das estratégias dos alunos. *Actas do Encontro de Investigação em Educação – EIEM*, 19. 2009, Vila Real.

Sousa, H. F. (2010). *O estudo da proporcionalidade directa/inversa com alunos de um curso de Formação e Educação.* 2010. 112 f. Dissertação (Mestrado em Educação – Didática da Matemática) – Universidade de Lisboa, Lisboa.

Spinillo, A. G. (1992). A importância do referencial de "metade" e o desenvolvimento do conceito de proporção. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, Brasília, *8*(3), 305-317.

Stacey, K. et al. (2001). Preservice teachers' knowledge of difficulties in decimal numeration. *Journal of Mathematics Teacher Education*, Berlin, *4*(3), 205-225.