

# Intervenções do Professor em Atividades de Modelagem Matemática

Michele Regiane Dias Veronez  
Élida Maiara Velozo de Castro

## RESUMO

Práticas de Modelagem Matemática nas salas de aula do Ensino Fundamental vêm sendo debatidas nos mais variados espaços científicos da área de Educação Matemática. Esse crescente interesse por debates acerca de tais práticas sugere que estudos mais pontuais sejam realizados, tanto focalizando os alunos, quanto com atenção voltada ao professor. É nessa segunda perspectiva que esse trabalho se insere. Temos então por objetivo investigar o que se revela das intervenções do professor quando ele orienta seus alunos no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Para isso, trazemos alguns recortes de duas atividades de modelagem desenvolvida por alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Paraná. Para a análise dos dados utilizamos gravações em áudio e vídeo e registros escritos dos alunos, coletados durante quinze aulas. Como os alunos sentem necessidade de explicitar seus modos de pensar, de argumentar sobre os resultados que obtiveram, seja para o professor, seja para o próprio grupo, inferimos que o desenvolvimento de atividades de modelagem depende, também, da mediação do professor. Assim, os diálogos promovidos entre o grupo de alunos que desenvolve a atividade e também deles com a professora, além de promover certa mobilização e construção de conhecimentos, leva-os a analisar, a todo o momento, o processo de busca por uma solução para o problema em estudo. Os resultados apontam que as intervenções realizadas pela professora ora indicam caminhos, ora validam os modos de pensar dos alunos, ora sinalizam que eles estão realizando ações adequadas, ora confirmam as conclusões deles. Por fim, identificamos três categorias de intervenções da professora, a saber: questionar, sugerir e esclarecer. Tais intervenções, no entanto, ora favorecem, ora limitam a manifestação de ações dos alunos, muito embora não determinem por si só o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

**Palavras-chaves:** Modelagem Matemática. Professor. Intervenção do Professor.

## Teacher's Interventions in Mathematical Modeling Activities

### ABSTRACT

Practices of Mathematical Modeling in the classrooms of Elementary School have been debated in the most varied scientific spaces in the area of Mathematics Education. This growing interest in debates about such practices suggests that more punctual studies are undertaken, focusing

---

Michele Regiane Dias Veronez é Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática. Atualmente, é Professora Adjunta no Colegiado de Matemática, Centro de Ciências Humanas e da Educação da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR) e Professora Colaboradora no Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática da Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO). E-mail: miredias@gmail.com  
Élida Maiara Velozo de Castro é Mestre em Ensino de Ciências Naturais e Matemática pela Universidade Estadual do Centro Oeste (UNICENTRO). Atualmente, é Professora Colaboradora no Colegiado de Matemática, Centro de Ciências Exatas e Biológicas, da Universidade Estadual do Paraná (UNESPAR). Endereço: R. Cel. Amazonas, s/n – Centro – 84600-000 – União da Vitória – PR. E-mail: elidamaiara.vc@gmail.com  
Recebido para publicação em 19 out 2017. Aceito, após revisão, em 26 abr. 2018.

Acta Scientiae	Canoas	v.20	n.3	p.431-450	maio/jun. 2018
----------------	--------	------	-----	-----------	----------------

on students as well as on the teacher. It is in this second perspective that this study is inserted. We thus aim to investigate what is revealed of the teacher's interventions when he orients his students in the development of mathematical modeling activities. For this, we bring some extracts of two modeling activities developed by students of an 8th grade of Elementary School in a public school in the state of Paraná. For data analysis we used audio and video recordings and written records of the students, collected during fifteen classes. As students feel the need to make explicit their way of thinking, to discuss the results they have obtained, be it with the teacher or in the group itself, we infer that the development of modeling activities also depends on the teacher's mediation. Thus, the dialogues promoted within the group of students that develops the activity and also of them with the teacher, besides promoting a certain mobilization and construction of knowledge, leads them to analyze, at any moment, the process of search for a solution to the problem in study. The results indicate that the interventions carried out by the teacher either indicate ways, or validate the students' ways of thinking; they either signal that they are performing appropriate actions, or confirm their conclusions. Finally, we identified three categories of teacher's interventions: questioning, suggesting and clarifying. Such interventions, however, either favor or limit the manifestation of students' actions, although they do not determine the development of mathematical modeling activities.

**Keywords:** Mathematical Modeling. Teacher. Teacher's Intervention.

## INTRODUÇÃO

Em atividades de modelagem matemática, diversos autores, dentre eles Malheiros (2008), Veronez (2013) e Vertuan (2013), apontam o professor como orientador durante todo o processo de desenvolvimento de tais atividades. Atribuir ao professor esse papel significa insinuar que ele tem de reconhecer que precisa deixar de ser expositor de conteúdos e centralizador de conhecimentos. Porém, tal atitude pode causar certo estranhamento, tanto por parte do aluno quanto por parte do próprio professor, visto que há uma migração de aulas expositivas seguidas de exercícios para atividades com caráter investigativo (Vertuan, 2013).

Como o desenvolvimento de atividades de modelagem matemática nem sempre é previsível, a atuação do professor, nem sempre, pode ser prevista ou planejada. Daí o nosso interesse por trazer à baila uma discussão sobre as intervenções do professor em atividades de modelagem matemática.

No contexto da Modelagem Matemática na Educação Matemática o professor precisa se despir da preocupação de cumprir o currículo e compreender que trabalhar com Modelagem Matemática implica considerar uma problemática da realidade e/ou que seja do interesse do aluno. Assim, ao passo que se busca uma solução para um problema oriundo dessa problemática, conteúdos curriculares vão sendo construídos e integrados.

Embora no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática seja indicado que os alunos, reunidos em grupo, deliberem e decidam sobre o encaminhamento dado a determinado tema, o direcionamento dado à atividade depende, também, de intervenções do professor, o qual pode contribuir significativamente para o desenvolvimento das aulas com Modelagem Matemática.

Neste trabalho, a partir dos dados coletados, os quais representam um recorte do desenvolvimento de duas atividades de modelagem matemática desenvolvidas por alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental, buscamos investigar o que se revela das intervenções do professor em atividades de modelagem matemática.

## **O PROFESSOR EM ATIVIDADES DE MODELAGEM MATEMÁTICA**

A Modelagem Matemática, no contexto de sala de aula da Educação Básica, pode ser compreendida como alternativa pedagógica em que se abordam situações problema do interesse do aluno e favorece aprendizagem de Matemática e de outras áreas do conhecimento. Sendo assim, atividades de modelagem matemática têm potencial para proporcionar um ambiente dinâmico, cuja característica relevante é o trabalho em grupo, e exigem uma reflexão sobre as incumbências do professor quando desenvolve esse tipo de atividade em sala de aula.

De modo geral, em Modelagem Matemática o professor é considerado orientador do processo. Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013), considerar o professor como orientador remete à compreensão de que

- a) orientar é indicar caminhos, é fazer perguntas, [...] é sugerir procedimentos;
- b) orientar não é dar respostas prontas e acabadas, orientar não é sinalizar que “vale-tudo”;
- c) orientar não é esperar que o aluno simplesmente siga exemplos;
- d) orientar não é livrar-se de estudar, de se preparar para o exercício da função; e)
- e) orientar não é despir-se da autoridade de professor. (p.24)

Nesse sentido, Veronez (2013, p.28), esclarece que em Modelagem Matemática ao professor compete orientar os alunos buscando possibilitar “que eles estabeleçam relações entre seus conhecimentos, seja da situação em estudo, seja da matemática, ou entre ambos”. Para isso, a autora destaca a importância de o professor proporcionar momentos de discussões no decorrer da atividade e com isso favorecer a superação de certas dificuldades, refletir sobre o papel da matemática na sociedade, despertar a motivação diante de fases críticas e também de enriquecer a investigação sobre o problema em estudo. Nessas discussões, o professor precisa estar alerta para que as opiniões dos alunos sejam igualmente valorizadas, bem como sejam considerados todos os resultados obtidos.

Malheiros (2008) também ressalta a importância de discussões como orientação para o processo da construção dos trabalhos com Modelagem Matemática. Além disso, ao compreender o papel do professor como orientador durante o processo educacional, a autora enfatiza que ele não pode ser centralizador, visto que não é o único a determinar os problemas trabalhados em sala de aula, mas atua como mediador do processo de

ensino e aprendizagem por meio do diálogo, de encaminhamentos, de sugestões e de críticas.

Ao professor cabe também conhecer os alunos e considerá-los, cada um, em sua individualidade. Nesse sentido, a condição de orientador sugere conhecer os saberes do seu aluno, quais dificuldades são obstáculos para a construção do seu conhecimento e, a partir de tais constatações, baseado nas reflexões oriundas desses conhecimentos, apontar caminhos.

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2013, p.25), “o sujeito do processo cognitivo aprendedor, é o aluno”; ele é responsável por construir seu conhecimento e atribuir significado por seus próprios meios. Essa afirmação nos permite ponderar que os encaminhamentos de uma atividade de modelagem matemática dependem, em grande parte, dos próprios alunos. Contudo, o professor precisa ser atuante; precisa orientar tais encaminhamentos quando solicitado pelos alunos ou quando perceber que há oportunidades de ampliar os conhecimentos deles.

É importante ressaltar o fato de que atividades de modelagem matemática também podem requerer dos alunos novos conceitos matemáticos além daqueles que eles conhecem, o que colabora para que professor os auxilie nessa aprendizagem de modo a apresentar “os conteúdos matemáticos *necessários* para uma compreensão de sua própria realidade e o fortalecimento dos vínculos sociais” (Caldeira, 2009, p.37). Espera-se que em Modelagem Matemática

[...] o aluno possa estudar, formular, resolver e decidir e, embora não seja possível ao professor ensinar ou mostrar toda a Matemática que os alunos necessitarão, é preciso habilitá-los a ter confiança para resolver questões relacionadas a sua realidade e/ou ao seu cotidiano extraescolar. (Castro, 2017, p.14)

Diante disso, o papel do professor também “consiste em incentivar o espírito crítico, a reflexão e a procura por argumentos e razões que permitam aos alunos confirmar ou não suas conjecturas” (Dias, 2005, p.43). Nesse sentido Veronez (2013, p.1), afirma que

[...] a resposta para o problema depende, de modo geral, dos encaminhamentos e procedimentos adotados pelos alunos e de seus conhecimentos e **das intervenções realizadas pelo professor**. Todavia, é importante que tais intervenções e a independência dos alunos mantenham certo grau de equilíbrio, de forma a garantir autonomia dos alunos frente ao problema em estudo e em relação às estratégias de resolução adotadas. (Grifos nossos)

Ao considerar que as intervenções do professor são imprescindíveis para orientar e estimular o envolvimento dos alunos é que optamos por discutir acerca delas neste trabalho.

## ASPECTOS METODOLÓGICOS

As duas atividades de modelagem matemática que subsidiam nosso estudo foram desenvolvidas, cada uma, por grupos de alunos de um 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Paraná. Ambas atividades foram desenvolvidas concomitantemente. A opção metodológica adotada fundamenta-se na abordagem qualitativa (Bogdan & Biklen, 1999; Goldenberg, 2003). Para tratamento e análise dos dados utilizamos gravações em áudio e vídeo e registros escritos dos alunos, que foram coletados durante quinze aulas. Os diálogos das gravações foram transcritos e posteriormente organizados em Episódios, os quais não seguem aqui, necessariamente, uma ordem cronológica.

O processo de análise desses diálogos foi orientado pela Análise de Conteúdo (Bardin, 2011). Uma vez constituído o *corpus de investigação*,<sup>1</sup> realizamos um processo de idas e vindas (de leitura) dos dados coletados, buscando compreender influências das intervenções do professor no desenvolvimento de atividades de modelagem matemática. Essa busca levou à identificação de unidades de análise, que puderam, em um segundo momento, ser categorizadas. Para Bardin (2011, p.111), as categorias são “rubricas ou classes que reúnem um grupo de elementos sob um título genérico, agrupamento esse efetuado em razão dos caracteres destes elementos”. Sendo assim, as categorias representam o resultado de um esforço de síntese de comunicação e seguem determinados critérios.

A primeira atividade analisada teve o “Milho” como temática e foi desenvolvida por três alunos denominados *El*, *Al* e *Lu* nos diálogos. O tema “Planetas do Sistema Solar” se constitui a segunda atividade, cujos alunos componentes do grupo são tratados como *Ma*, *Na* e *Bi*. A professora da disciplina de Matemática na turma e segunda autora deste trabalho é tratada, nas transcrições pela abreviatura *Prof.*

Convém destacar que foge ao escopo deste trabalho apresentar a descrição dessas duas atividades. Assim, o que trazemos são alguns recortes dessas atividades de modelagem nos quais o professor figura. Contudo, nossas inferências estão pautadas em todos os diálogos transcritos, ou seja, nos diálogos que retratam todo o desenvolvimento dessas duas atividades.

## AS INTERVENÇÕES DO PROFESSOR...

### ... Na atividade 1

A escolha por desenvolver uma atividade de modelagem cujo tema era “Milho” não sofreu influência direta da professora, visto que ela apenas sugeriu que os alunos optassem por estudar algo da sua realidade, curiosidade ou interesse. A intervenção da

---

<sup>1</sup> “Conjunto dos documentos tidos em conta para serem submetidos aos procedimentos de análise” (Bardin, 2011, p.90) –, ou seja, dos documentos que farão parte da pesquisa. No nosso caso, o corpus constitui-se nos diálogos transcritos, já que eles retratam o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática.

professora nesse momento inicial se faz em forma de questionamentos do tipo “*deu certo sua busca?*”, “*sobre o que vocês estão pesquisando?*”, “*o que vocês vão fazer com essas informações?*” e sugestões do tipo “*especifiquem sua busca*”, com o objetivo de que os alunos realizem uma busca mais pontual e delimitassem a situação em estudo. Juntamente com eles, lê e motiva-os a interpretar as informações encontradas nesse primeiro momento.

Após a realização dessa leitura mais seletiva dos dados obtidos, na busca por conhecer o significado de termos e características referentes à produção, armazenamento e comércio do milho, como o termo anéis de silos, conforme sugerido pela professora, os alunos selecionaram as informações que lhes eram significativas. Essa sugestão da professora facilita aos alunos formular o problema, conforme diálogo apresentado no Episódio 1.

### **Episódio 1**

**El:** E ainda temos essas informações (mostra). Como que nós poderíamos elaborar uma pergunta?

**Prof.:** Primeiro vamos observar quais são as informações presentes nessas tabelas que vocês já têm.

**El:** Traz alguma coisa sobre a capacidade aqui olha... aqui é 28, aqui é 13 toneladas...

**Prof.:** Mas fala que é entre 28.000 e 13.392,51 toneladas. Isso quer dizer que depende do tamanho. Essas informações vocês podem usar.

**El:** E o que quer dizer essas informações aqui?

**Prof.:** Toneladas por  $m^3$ ? Um metro cúbico refere-se a volume. [...] Quer dizer que em um metro cúbico caberá isso aqui de tonelada: 0,75 toneladas por  $m^3$ . Vocês podem descobrir quantos kg isso representa.

**El:** Ai o volume em metros cúbicos dá pra gente saber quantas toneladas vai?

**Prof.:** Se sabemos quantas toneladas cabem em  $1m^3$ , conseguimos calcular quando soubermos o volume do silo.[...]

**El:** Anota: qual o tamanho dos silos e qual a capacidade de armazenagem? Tem de vários tamanhos, gente! E vários tipos de silos. Vamos ter que definir alguns. [sic]

A professora convida os alunos a analisar as informações, para que possam pensar no problema quando exclama “*Primeiro vamos observar quais são as informações presentes nessas tabelas que vocês já têm*”. O problema a ser investigado, neste caso, foi definido pelos alunos a partir de explicações da professora acerca de conceitos matemáticos (*metro cúbico refere-se a volume*) que descrevem informações relativas ao tema, as quais foram selecionadas e discutidas entre o grupo. Ainda nesse diálogo, os alunos elencaram algumas possibilidades de investigação, realçando características matemáticas que lhes chamava a atenção. Foi a partir de informações matemáticas, questionamentos e do breve esclarecimento feito pela professora, que o problema “*Dependendo do tamanho dos silos, qual sua capacidade de ‘armazenagem’ de milho?*” foi identificado.

O olhar para os dados matemáticos, no momento em que o grupo de alunos estrutura o problema e, logo em seguida o aluno *EI* exclama “*Tem de vários tamanhos, gente! E vários tipos de silos*”, pode ser consequência da consideração e esclarecimento feito pela professora quando ela diz “*Isso quer dizer que depende do tamanho*”. É a afirmação do aluno “*Vamos ter que definir alguns*”, referindo-se ao tamanho dos silos, que delimita o estudo das condições matemáticas que constituem o formato de um silo. Tal afirmação pode ser reflexo das sugestões anteriores feitas pela professora ao pedir para especificarem a investigação.

Como na sala de aula os grupos desenvolviam atividades de modelagem distintas, a professora torna a orientar esse grupo quando passam a estudar o formato do silo definido pelo grupo (Figura 1). O Episódio 2 apresenta a conversa dos alunos em torno do formato do silo e da seleção de variáveis que eles usariam, bem como da justificativa dada pela escolha realizada para resolver o problema.

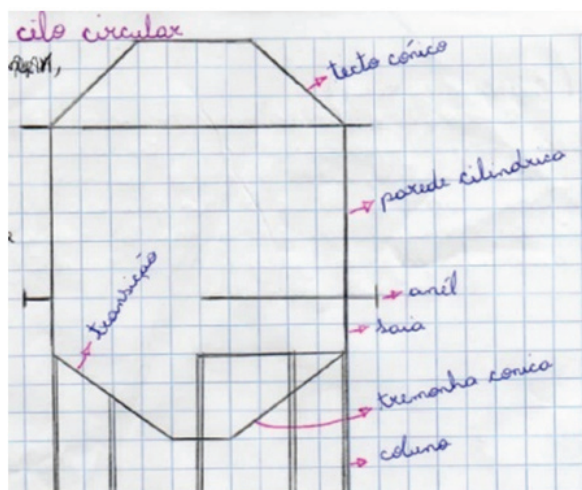


Figura 1. Silo circular (Castro, 2017, p.65).

### Episódio 2

**Prof.:** Conseguiram alguma coisa?

**EI:** Nós estamos tentando retirar informações dessa tabela.

**Prof.:** Hum. E o que vocês conseguiram?

**EI:** Modelo. Daí aqui o número de anéis é 2, a altura está aqui.[...]

**Prof.:** Os silos que vocês conhecem são nesse formato?

**AI:** Não. Eles não têm esse “negócio” aqui embaixo.

**EI:** Ele é mais parecido com isso (mostra o cilindro no livro). Esse que nós desenhamos teria que juntar essa figura (cilindro) e essa outra (tronco de cone).

**Prof.:** Como vocês farão?

**EI:** Podemos fazer desse, que é cilindro? Porque vai ser mais fácil e é como os silos que nós conhecemos. Desse outro tipo eu nunca vi.

A conversa dos alunos com a professora acerca do formato do silo e da seleção de variáveis que eles usariam favoreceu aos alunos definir o estudo sobre o cilindro. A partir do momento que a professora questiona “*Os silos que vocês conhecem são nesse formato?*”, leva-os a ponderar que o cilindro era o sólido geométrico que, para eles, era a melhor representação de um silo de armazenamento e também porque julgavam ser “mais fácil” já que não precisariam dispor de muitos algoritmos.

Após a compreensão que incidiu na escolha do silo cilíndrico para estudo, os alunos passam a debater (Episódio 3) sobre como resolver o problema que consistia em calcular o volume do sólido em questão a partir de perguntas norteadoras e explicações da professora.

### Episódio 3

**Prof.:** Se nós analisarmos a base de um silo cilíndrico, que figura é?

**Al:** Uma “bola”.

**El:** Um círculo.

**Al:** É um círculo.

**Prof.:** Vocês lembram que nós já estudamos sobre o círculo?

**Lu:** Tem no caderno!

**Prof.:** Sim. Tem os elementos e também como calcular a área, certo?

**Lu:** Deixa eu ver aqui... Sim.

**Prof.:** Então... Imaginemos que essa área da base será ocupada por milho até o topo, ou seja, a altura do cilindro. Assim, se vocês pretendem calcular o volume de um cilindro, poderão fazer multiplicando a área da base, que é um círculo, pela altura. Que é a fórmula que está no livro. Como vocês encontraram?

**El:** O  $r$  é o raio e  $h$  é a altura?

**Prof.:** Sim.

**El:** E esse símbolo é o ‘pi’? Não lembro quanto que ele vale.

**Prof.:** Podemos considerar seu valor aproximado de 3,14.

**El:** E o raio, quanto mede? Ele pode variar, não é?

Os questionamentos da professora (*Se nós analisarmos a base de um silo cilíndrico, que figura é?* e *Vocês lembram que nós já estudamos sobre o círculo?*), para analisar se os alunos reconhecem características matemáticas sobre formas geométricas, levam a verificar que eles tinham conhecimento acerca do círculo, conheciam seus elementos e, portanto, sabiam calcular a área da base do cilindro. Bastaram algumas explicações complementares da professora (*poderão fazer multiplicando a área da base, que é um círculo, pela altura*), para eles entenderem que a altura também deveria ser considerada no cálculo do volume do silo.

No Episódio 3é evidente que os alunos, sem muita dificuldade, efetuaram os cálculos, considerando o raio variável e fixando a altura em 10m. A professora, então,



propõe que eles analisem os resultados obtidos para o volume total do silo de altura fixa (10m) e raio variável (2, 3, 4 e 5m), conforme ilustra o Episódio 4.

#### **Episódio 4**

**Prof.:** Qual era a capacidade de armazenamento de milho nos silos cilíndricos de acordo com o tamanho do raio, esse era o trabalho de vocês, certo?

**Lu:** Sim.

**Prof.:** E vocês conseguiram?

**Lu:** Deu isso daqui, os resultados são esses da tabela.

**El:** Um silo com raio 2m e altura 10m tem volume  $125,6\text{m}^3$ . O de raio 3 deu  $282,6\text{m}^3$ .

[...]

**Prof.:** Sim, mas isso é só o volume do silo, correto?

**El:** É verdade. Mas e a capacidade não é a mesma coisa?

**Prof.:** Será? O volume do silo é medido em que?

**El:** Metros cúbicos.

**Prof.:** Cada metro cúbico armazena quanto de milho? Vocês lembram?

**El:** Deixa eu ver aqui, está anotado...  $0,75\text{ ton/m}^3$ . Ah... entendi.

**Al:** Eu não entendi!(sozinha)

**El:** Mas daí 1 metro cúbico cabe isso?

**Prof.:** Sim. Conseguiu entender agora a diferença entre o volume e a capacidade de armazenamento?

**El:** Sim. O volume é do silo seco e a “armazenagem” é a quantidade de milho que cabe nele. Só multiplicar o volume por  $0,75$ .

Quando a professora questiona: “*Qual era a capacidade de armazenamento de milho nos silos cilíndricos de acordo com o tamanho do raio, esse era o trabalho de vocês, certo?*” e “*Sim, mas isso é só o volume do silo, correto?*”, convida os alunos a analisar sua pergunta e depois, as respostas que dão a ela. Tais questionamentos favorecem com que os alunos percebam que o volume do silo não satisfaz por completo a situação problema por eles estruturada (buscavam a capacidade de armazenamento de milho). Portanto, a professora, por meio de questionamentos direcionados, instiga os alunos a pensar que a solução não é apenas um resultado matemático expresso por um valor numérico, mas que tal solução deve estar relacionada e responder ao problema estudado (*Conseguiu entender agora a diferença entre o volume e a capacidade de armazenamento?*), que o valor encontrado tem um significado e que este representa uma situação.

Quando a professora pergunta “*O volume do silo é medido em que?*” e “*Cada metro cúbico armazena quanto de milho?*” leva os alunos a reconhecer que os resultados obtidos constituem uma resposta incompleta para a situação problema que estavam investigando,

possibilitando-os complementar suas informações a respeito do tema, reconhecendo necessário multiplicar os volumes dos silos (já calculado) por  $0,75 \text{ ton/m}^3$ .

No Episódio 5, os alunos discutem sobre outros aspectos possíveis de serem levados em consideração no decorrer da atividade.

### **Episódio 5**

**El:** Mas e se a altura não for 10?

**Prof.:** Ai você considera uma outra medida para h.

**El:** Então ela pode variar igual aconteceu com o raio?

**Prof.:** Pode sim.

**Al:** Mas aí nós temos que considerar o raio valendo quanto? [sic]

**Prof.:** Vocês podem considerar ele (o raio) como sendo um valor fixo ou podem variar também.

**El:** Vamos fazer fixo porque ficará mais fácil de comparar.

A partir da percepção de que o volume dependia tanto do tamanho do raio quanto da medida da altura, os alunos passam a tecer novos pensamentos e evidenciam a necessidade de comparar o volume de armazenamento em duas situações distintas: aumento da altura do silo com raio fixo e aumento do raio do silo com altura fixa. Para isso, a professora sugeriu que eles construíssem “tabelas”, como era o propósito inicial dos alunos; uma que apresentasse o tamanho do raio variável e a altura fixa e outra, vice-versa.

A professora, novamente, conforme ilustrado no Episódio 6, provoca os alunos a refletir sobre a atividade desenvolvida e a solução encontrada para o problema e representada nas tabelas por eles construídas. Isso implica considerar que estimula os alunos a, mais que certificar-se da validade das respostas encontradas; leva-os a refletir sobre os conceitos e métodos matemáticos empregados na solução de tal problema.

### **Episódio 6**

**Prof.:** Muito bem. Agora, vocês saberiam explicar como fizeram para calcular o volume de armazenamento?

**El:** Sim. A gente multiplicou o volume do silo por  $0,75 \text{ ton/m}^3$ .

**Prof.:** E como vocês calcularam o volume do silo?

**El:** Usando a fórmula  $v = \pi \cdot r^2 \cdot h$  e agora “vezes”  $0,75$ .

**Prof.:** Ok. E o que é r, o que é o h e o que é e quanto vale o  $\pi$ ?

**Lu:** O r é o raio né? E h é altura.

**El:** O “pi” a gente usou  $3,14$ .

**Prof.:** Isso aí. Quando vocês aumentaram 1m de raio do silo, quanto que aumentou o armazenamento de milho?

**Al:** Deixa eu pegar a calculadora.

**El:** Faça lá: 211,95 menos 94,2 dá igual a... 117,75.

**Prof.:** E quando aumenta 1m de altura?

**Lu:** Tem que fazer de menos de novo?

**El:** Sim. Dá 37,68.

**Prof.:** Quando o aumento no armazenamento é maior: quando aumenta 1m de raio ou 1m de altura?

**El:** Quando aumentou 1m de raio, aumentou bem mais o volume nessa primeira “conta” que a gente fez.

Nesse diálogo, a professora interroga acerca da maneira como os alunos descrevem a solução encontrada e representada na tabela (*Agora, vocês saberiam explicar como fizeram para calcular o volume de armazenamento?*), sendo possível perceber que a capacidade de armazenamento de milho de um silo cilíndrico foi calculada por meio da utilização da fórmula  $v = \pi \cdot r^2 \cdot h$ , em que os alunos obtêm a quantidade em toneladas. A partir da análise das respostas e da intervenção da professora (*Quando que o aumento no armazenamento é maior: quando aumenta 1m de raio ou 1m de altura?*), os alunos verificam que ao aumentar em 1m o tamanho do raio o volume aumenta em uma proporção maior se comparado ao volume obtido quando a altura aumenta 1m. Ou seja, as perguntas feitas pela professora favorecem aos alunos explicar e verificar os métodos que eles utilizaram para chegar aos resultados expressos na tabela, bem como realizar comparações e conclusões acerca do contexto estudado.

## ... Na atividade 2

Na atividade dos Planetas do Sistema Solar, após o grupo de alunos ter escolhido tal tema, em um primeiro momento, passam a pesquisar em livros de Ciências e na internet informações diversas sobre a temática definida. A partir dessa pesquisa, os alunos, reunidos em grupo, buscam definir uma “pergunta” para investigação e, nesse momento, a professora passa a intervir na atividade deles, conforme retrata o diálogo do Episódio 7.

### Episódio 7

**Prof.:** Vocês encontraram informações sobre o tema?

**Ma:** Sim, bastante. Muita informação.

**Prof.:** Vocês escolheram estudar sobre?

**Bi:** Os planetas do sistema solar.

**Prof.:** Muito bem. E agora? Escolheram uma situação problema?

**Ma:** Eu estou pensando na pergunta. Não tem o que fazer. Nós tentamos fazer da distância, mas não deu. Nem da temperatura. [sic]

**Prof.:** Mas vocês conseguiram informações sobre a distância e sobre a temperatura?

**Bi:** Sim. Mas agora temos que fazer a pergunta. [sic]

**Ma:** E que pergunta nós vamos fazer sobre isso?[...]

**Bi:** Nós procuramos a distância. Mas são informações diferentes. Uma hora é mais perto outra hora é mais longe.

**Ma:** Nós colocamos sobre a distância, mas como dava esse erro nós resolvemos pesquisar sobre a temperatura.

No Episódio 7, o questionamento da professora acarreta na preocupação dos alunos de identificar e/ou elaborar um problema que eles se referem como “pergunta”. Diante da dificuldade dos alunos em identificar um problema, a professora intervém, fazendo inicialmente, a seguinte pergunta: “*Qual será o foco do trabalho de vocês? e, logo após, uma exclamação “Informações vocês têm bastante e todas são interessantes, mas em qual delas vocês vão centrar as atenções?”*”. Também nesse momento, a professora sugere algumas possibilidades a partir de indicações dos alunos da intenção de trabalhar com a distância e a temperatura dos planetas em relação ao Sol: “*talvez vocês possam pesquisar sobre inverno e verão*” e “*Uma possibilidade é relacionar essas duas variáveis: distância e temperatura*”. Essa sugestão da professora levou os alunos a formalizar o problema “*Quantos graus a temperatura diminui a cada Km de distância do Sol?*”.

A partir do problema estruturado, os alunos passam a olhar para a situação com enfoque para suas características matemáticas, a interpretação matemática possibilita aos alunos a busca por resolver matematicamente o problema, porém, para isso, solicitam auxílio da professora, conforme retratado no Episódio 8.

### Episódio 8

**Ma:** Mas como nós vamos calcular? É muito zero!

**Prof.:** 778.500.000 Km e qual é a temperatura?

**Bi:** É negativa. E como a gente faz? Soma? Diminui?

**Ma:** Divide!

**Prof.:** O que você quer dividir?

**Ma:** A temperatura pela distância.

**Prof.:** Então é assim que vocês podem fazer para obter a razão entre a temperatura e distância.[...]

**Ma:** Professora, mas o resultado é um número muito pequeno. É zero vírgula zero, zero, zero...

A intervenção da professora quando questiona “*qual é a temperatura*” e “*o que você quer dividir*”, bem como quando esclarece “*Então é assim que vocês podem fazer*”

*para obter a razão entre a temperatura e distância*”, possibilitou aos alunos inferir um resultado matemático para o problema. Entretanto, o Episódio 9 retrata um bloqueio dos alunos durante seu envolvimento com a resolução do problema identificado. Tal bloqueio levou-os a repensar sobre o encaminhamento assumido e a intenção para com o tema.

### **Episódio 9**

**Bi:** Não sei mais se eu quero fazer sobre isso.

**Na:** É a gente só queria ver os “planetinhas” (risos).

**Prof.:** O que vocês pensaram quando vocês escolheram esse tema?

**Bi:** Na maquete. Mas nós não sabíamos que teria tanta informação assim!

**Ma:** A gente queria trabalhar com a distância e a temperatura.

**Prof.:** Mas o que vocês estão fazendo?!

**Bi:** É, mas está bem difícil.

**Prof.:** E agora, como vocês pensam em fazer? Vocês não precisam continuar com esse problema. Podem elaborar outro.

**Bi:** Mas qual?

**Na:** Nós queríamos falar de tudo ao mesmo tempo. [sic]

**Ma:** E a gente não pensou que teria tanta coisa para estudar!

**Prof.:** Se vocês pensaram na maquete, o que vocês poderiam colocar na maquete?

**Bi:** A gente vai ter que trabalhar a distância.

Apesar de ter iniciado a resolução do problema, os alunos ainda não se sentiam estimulados a seguir os encaminhamentos assumidos em momento anterior, nem os sugeridos pela professora anteriormente. Quando a professora questiona “*O que vocês pensaram quando vocês escolheram esse tema?*” tem como intuito fazer os alunos se expressarem para que, junto com eles, pudesse pensar em outras possibilidades de resolução do problema ou um novo direcionamento para a atividade. Assim, considerando o desejo dos alunos de construir uma maquete, a professora sonda como eles pretendem prosseguir com a atividade, perguntando: “*Se vocês pensaram na maquete, o que vocês poderiam colocar na maquete?*”. A pergunta da professora levou os alunos a externar seu interesse em estudar sobre características de cada planeta e construir uma maquete capaz de representar o Sistema Solar como um todo. Com o novo foco definido, os alunos passam à busca por uma solução para a situação, conforme retratado no Episódio 10.

### **Episódio 10**

**Bi:** Dá para fazer a maquete na diagonal do retângulo.

**Prof.:** Isso. E não se esqueçam de representar a distância.

**Ma:** Se nós fôssemos representar em escala, nós precisaríamos de 8 metros para fazer a distância do planeta mais longe do Sol. Olha, para fazer de 1cm representando 5 milhões de Km, 4497 divide por 5 dá 899,4cm.

**Prof.:** Mais de 8m, na verdade quase 9. Tudo isso? Então vamos reduzir a escala.

**Bi:** Não dá para fazer “na louca”? [sic]

**Ma:** Vamos fazer os que estão mais perto representar com uma distância menor e os que estão mais afastados um do outro com uma distância maior.

**Prof.:** E se dividisse por 50? Aí a cada 1cm da maquete equivale a 50 milhões de Km do tamanho real.

**Na:** Pode ser eu acho.

**Prof.:** Vocês vão colocar a temperatura, a distância até o Sol e o raio de cada planeta?

**Ma:** Isso. Vamos pôr em uma plaquinha.

O diálogo do Episódio 10 retrata intervenções da professora no sentido de orientar acerca do modo como os alunos podem proceder (*E não se esqueçam de representar a distância.*), sugestões de resolução matemática (“*Então vamos reduzir a escala*” e “*E se dividisse por 50? Aí a cada 1cm da maquete equivale a 50 milhões de Km do tamanho real*”) e questionamentos sobre os encaminhamentos que os alunos irão assumir (*Vocês vão colocar a temperatura, a distância até o Sol e o raio de cada planeta?*). A forma como a professora intervém auxilia os alunos na resolução do problema proposto por eles, já que orienta a obtenção de resultados das escalas, os quais foram interpretados a fim de marcar a posição de cada planeta em relação ao Sol, e facilita na hora de construir a maquete. O Episódio 11 ilustra como os alunos, com a ajuda da professora, interpretam os valores das medidas de escala e como tratam as informações que dispunham.

### **Episódio 11**

**Na:** 1,15cm? Mas vai ficar muito perto.

**Prof.:** De fato, vai ficar perto mesmo. Mas se aumentar a escala o Netuno vai ficar muito longe.

**Bi:** É professora! O que é perto é muito perto e o que é longe é longe demais!

**Prof.:** É importante vocês terem percebido isso. Porque é isso que acontece no real.

A forma de analisar e discutir os resultados viabiliza interpretação dos valores em escala obtidos em seus cálculos, passando a empregá-los ao manusear os materiais que constituiriam a maquete do Sistema Solar. A professora esclarece alguns aspectos ao falar que “*De fato, vai ficar perto mesmo. Mas se aumentar a escala o Netuno vai ficar muito longe*” e “*É importante vocês terem percebido isso. Porque é isso que acontece no real*”, com isso, convida os alunos a pensar que as primeiras soluções obtidas são válidas para a situação em estudo.

Os alunos passam a calcular a circunferência equatorial de cada planeta, usando a fórmula do comprimento de circunferência por meio da mediação e explicações auxiliares da professora conforme Episódio 12.

### **Episódio 12**

**Bi:** Nós queremos calcular a circunferência, mas só conhecemos o diâmetro. E a fórmula aqui é  $C=2.\pi.r$ , e  $r$  é raio.

**Prof.:** Mas o que é o raio?

**Ma:** É o que vai daqui (ponto da circunferência) até aqui no meio (centro da circunferência).

**Prof.:** E o diâmetro?

**Ma:** É o que vai daqui (ponto da circunferência) até aqui (outro ponto da circunferência).

**Prof.:** Pode ser desse ponto até esse outro? (se referindo a uma corda)

**Ma:** Não, porque deve passar pelo meio.

**Bi:** Então o raio é a metade do diâmetro? E um diâmetro é dois raios?

Os questionamentos da professora: “*Mas o que é o raio?*” e “*E o diâmetro?*”, posteriormente, levam os alunos a duas conclusões matemáticas: quanto maior o raio, maior será o comprimento da circunferência, portanto, os planetas poderiam ser organizados conhecendo-se o raio. Chegam à conclusão que o mesmo vale para o diâmetro, ou seja,  $C = 2.\pi.r$  é o mesmo que  $C = \pi.d$ . Concluem nesse momento que conhecendo o diâmetro não precisariam obter o tamanho do raio para calcular o comprimento da circunferência. Essa conclusão os levou a realizar alguns cálculos e também fundamentou a organização/disposição dos Planetas na maquete.

Associada ao processo de interpretação da resolução do problema houve a aceitação dos resultados obtidos e a comunicação aos demais alunos da sala e para a professora. A partir da maquete construída os alunos conseguiram ilustrar suas explicações sobre a investigação realizada.

## **O QUE SE REVELA DAS INTERVENÇÕES DO PROFESSOR?**

Nos recortes das duas atividades de modelagem matemática apresentados, observamos diversas intervenções da professora que influenciaram a manifestação de ações dos alunos enquanto estes buscavam responder ao problema em foco. Ou seja, alguns dos procedimentos dos alunos foram frutos de atitudes da professora.

Essas atitudes da professora se aproximam da assertiva de Dias (2005), quando expõe que ao professor, em um ambiente de Modelagem Matemática, compete a

responsabilidade de enriquecer a investigação dos alunos a partir de considerações sobre o tema em estudo ou relativo a aspectos matemáticos.

Por exemplo, na atividade dos Planetas do Sistema Solar, a ação dos alunos de olhar para a situação com enfoque para suas características matemáticas, só aconteceu mediante intervenções constantes da professora. Já na atividade com a temática Milho, a professora ao comentar: *“Primeiro vamos observar quais são as informações presentes nessas tabelas que vocês já têm”*, favorece ao aluno definir o problema matemático a ser estudado enquanto olham para informações relativas ao tema selecionadas e discutidas entre o grupo.

Da análise das intervenções da professora identificamos três categorias: questionar, sugerir e esclarecer. A primeira categoria diz respeito à intervenção da professora em forma de questionamentos, ou seja, a professora faz perguntas na intenção de que os alunos reflitam sobre o que estavam pensando ou que pensem sobre algo que não haviam considerado. A segunda categoria, sugerir, agrupa intervenções do professor que tem como propósito orientar e direcionar o trabalho dos alunos. Sendo assim essas intervenções têm característica sugestiva. Já a terceira categoria, esclarecer, considera as intervenções com caráter explicativo.

As intervenções em forma de questionamentos realizados pela professora se referem a encaminhamentos (*Escolheram uma situação problema?*), intenções dos alunos com seus procedimentos (*Qual será o foco do trabalho de vocês? Vocês ainda não definiram o que vocês querem estudar. Informações vocês tem bastante e todas são interessantes, mas em qual delas vocês vão centrar as atenções?*) e sua compreensão acerca da matemática e da situação em estudo (*Quando vocês aumentaram 1m de raio do silo, quanto que aumentou o armazenamento de milho?*).

Os questionamentos se tornam mais intensos no momento da interpretação e análise dos resultados, pois há uma preocupação por parte da professora se de fato os alunos conseguem expor estratégias e argumentos que convençam que a resposta encontrada é consistente e satisfatória. Para isso, a professora retoma a resolução do problema, lançando perguntas do tipo: *“Muito bem. Agora vocês saberiam explicar como fizeram para calcular o volume de armazenamento?”* e *“Quando o aumento no armazenamento é maior: quando aumenta 1m de raio ou 1m de altura?”* (atividade do Milho). Tais perguntas favorecem com que os alunos se comuniquem e se convençam sobre a solução encontrada.

Contudo, alguns dos questionamentos, direcionados aos aspectos matemáticos e de resolução matemática, foram tão pontuais que bloquearam a autonomia do aluno de buscar, por si próprio, o “por que” de muitas coisas, tais como ao perguntar *“Cada metro cúbico armazena quantos de milho? Vocês lembram?”* restringe uma possível ação do aluno de perceber que o resultado que eles tinham encontrado até então era referente ao volume do cilindro e não à quantidade de milho que poderia ser armazenada no silo cilíndrico estudado, portanto não era suficiente para responder ao problema.



Tal questionamento da professora pode ter limitada a realização de novos cálculos por parte dos alunos.

Quando a professora pergunta “*Escolheram uma situação problema?*”, provoca com que os alunos associem que tem que ter uma “pergunta” para resolver, o que se configura uma limitação imposta inconscientemente na fala da professora; corrigida, em momento posterior, quando questiona “*O que vocês pensaram quando vocês escolheram esse tema?*”. A questão elaborada nessa forma conduz os alunos a repensem e discutam sobre o que gostariam de investigar.

Os questionamentos acerca de aspectos matemáticos levaram os alunos a resolver o problema evidenciado ao mesmo tempo em que mobilizavam ou construía conhecimentos matemáticos envolvidos na situação. A pergunta “*Se nós analisarmos a base de um silo, que figura que é?*” feita pela professora no contexto da atividade Milho e a indagação sobre “*quanto mais distante do Sol, o que acontece com a temperatura?*” feita em relação ao problema sobre os Planetas do Sistema Solar, são exemplos de questões matemáticas direcionadas que podem ter colaborado para a aprendizagem matemática dos alunos. Essas indagações favoreceram com que os alunos manifestassem suas conclusões matemáticas.

Quando os alunos demonstraram suas intenções e objetivos com a atividade, porém, sem saber qual rumo tomar, as intervenções da professora foram no sentido de orientar, sugerir possibilidades, sem a intenção de impor a sua verdade. Em ambos os grupos, foram as intervenções em forma de sugestão que levaram os alunos a olhar para os dados coletados e a considerar determinadas informações a respeito do tema em estudo.

Na atividade dos Planetas do Sistema Solar, logo que os alunos definem o tema, a intervenção da professora tem o sentido de sugerir possibilidades de investigação posto que eles dispunham de várias informações, mas não sabiam como utilizá-las. Ao realizar apontamentos sobre possíveis rumos da atividade nas falas “*talvez vocês possam pesquisar sobre inverno e verão*” e “*uma possibilidade é relacionar essas duas variáveis: distância e temperatura*”, a professora expõe possibilidades para que os alunos consolidem seus pensamentos ou amplie suas visões sobre a situação em foco. Como se tratam de sugestões, os alunos descartaram a primeira e utilizaram parcialmente a segunda sugestão da professora.

As intervenções na categoria esclarecer revelaram o uso ou compreensão de conceitos matemáticos por parte dos alunos. De forma geral, os esclarecimentos da professora são realizados nos momentos da atividade de modelagem matemática que requerem mobilização ou construção de conhecimentos matemáticos.

Desse modo, no que diz respeito à aprendizagem, em especial de matemática, a professora foi mediadora de conhecimentos, ao “explicar”, justificar e esclarecer aspectos matemáticos associados a cada atividade desenvolvida. Na atividade com a temática Milho, a definição de um problema a ser investigado foi manifesta pelos alunos tão logo a professora conversou com eles sobre as informações que haviam encontrado e esclareceu

alguns termos, características e conceitos fundamentais sobre o armazenamento de milho em silos. No diálogo abaixo, retirado do Episódio 3 dessa atividade, observamos como isso aconteceu.

**EI:** E o que quer dizer essas informações aqui?

**Prof.:** Toneladas por  $m^3$ ? Um metro cúbico refere-se a volume. Um bom exemplo é medir lenha cubada. Vocês já viram? Como se fosse uma caixa, de um metro de comprimento, por um de altura e um metro de largura “1 por 1 por 1”. Quer dizer que em um metro cúbico caberá isso aqui de tonelada, 0,75 toneladas por  $m^3$ . Vocês podem descobrir quantos quilos isso representa.

**EI:** Aí o volume em metros cúbicos dá pra gente saber quantas toneladas vai?

Em alguns casos, no momento de esclarecer dúvidas, a professora acabava privando os alunos do procedimento de busca ao “entregar” algumas respostas, como no caso da atividade do Milho, quando o aluno afirma “*E esse símbolo é o ‘pi’? Não lembro quanto que ele vale*” a professora fala, de forma precisa que “*Podemos considerar seu valor aproximado de 3,14*”. Ao invés de dar essa informação a professora poderia ter sugerido uma busca sobre seu valor, favorecendo a construção de significado do número “pi”. Essa intervenção da professora, de certo modo, levou os alunos a, simplesmente, utilizarem uma fórmula matemática.

Cabe destacar que as intervenções da professora não foram organizadas em categorias segundo suas características gramaticais. Por exemplo, uma intervenção que se apresenta em forma de pergunta, não foi alocada na categoria questionamento, simplesmente por estar escrita nesse formato. Assim, intervenções em forma de questão figuram nas três categorias, dadas sua qualidade (questionamento, sugestão, esclarecimento) no desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Ainda, embora algumas intervenções pareçam ser idênticas, consideradas no contexto de cada uma das atividades, retratam coisas distintas, ou seja, uma mesma intervenção pode ter diferentes significados se considerada o contexto no qual ela emergiu. Como no caso do uso de tabelas no desenvolvimento das atividades, que na atividade do Milho foi criada a partir de uma sugestão da professora e na atividade dos Planetas, leva a professora a intervir na condição de esclarecimentos.

Além disso, evidenciamos que em uma mesma categoria as intervenções da professora têm características ora matemáticas, ora não matemáticas, o que nos leva a inferir que no desenvolvimento de uma atividade de modelagem emerge, a todo o momento, tanto conhecimentos matemáticos como não matemáticos. Como exemplo, na categoria esclarecer têm intervenções que explicam conceitos matemáticos e outras que se referem a questões da situação em estudo.

No desenvolvimento das duas atividades discutidas neste trabalho, as intervenções da professora aconteceram, muitas vezes, a partir das conversas com os grupos ao requererem que ela “autorizasse” suas ações. Assim, embora a professora possa ter facilitado

ou limitado algumas delas; os alunos também influenciam a ocorrência das intervenções da professora. Isso nos remete a ponderar, assim como Veronez (2013, p.27), que as intervenções do professor e a independência dos alunos precisam manter “certo grau de equilíbrio, de forma a garantir autonomia dos alunos frente ao problema em estudo e em relações às estratégias de resolução adotadas”, ao mesmo tempo em que o professor é convidado a pensar e aprender junto com os alunos sobre cada tema, cada problema e cada solução; ou seja, assume seu papel de orientador.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Da análise que realizamos temos que, a professora, nessas atividades de modelagem matemática, orientou os alunos, indicou caminhos e mediu conhecimentos. Como a professora assumiu uma atitude esperada (ou próxima da esperada) quando se trabalha com Modelagem Matemática, ela estava aberta a estudar, pensar e aprender junto com os alunos. Tal atitude ficou evidenciada nos momentos em que ela, a partir de suas intervenções, orientou caminhos e possibilidades de abordar os temas, mediu conhecimentos matemáticos úteis na resolução dos problemas e também quando sugeriu que os alunos refletissem, avaliassem e interpretassem as respostas obtidas.

Independente da qualidade das intervenções da professora (questionamento, sugestão ou esclarecimento), elas favoreceram com que os alunos se colocassem também na posição de responsáveis pelas atividades de modelagem matemática por eles desenvolvidas. As intervenções e participação cautelosa da professora fez com que essas atividades fossem uma construção conjunta (alunos-professora) e com grande envolvimento dos alunos.

Essas atividades de modelagem matemática, embora não tenham sido as primeiras atividades desenvolvidas por esses grupos de alunos, revelam que eles ainda apresentam certa dependência da professora, seja para confirmar conjecturas, sanar dúvidas, explicar conceitos matemáticos envolvidos, indicar possíveis encaminhamentos ou para autorizar a tomada de decisão. Contudo, ponderamos que ao passo que os alunos se familiarizam com atividades de modelagem matemática, as intervenções do professor tendem ou podem se tornar menos frequentes, conforme aconteceu em alguns momentos ao longo das atividades de modelagem matemática trazidas neste trabalho.

Embora as intervenções da professora tenham sido constantes e influenciaram as decisões e encaminhamentos dos alunos, elas não determinaram por si só o desenvolvimento das atividades de modelagem matemática. Não obstante, inferimos que tais intervenções ora favoreceram, ora limitaram a manifestações das ações dos alunos. Assim, várias ações dos alunos são, por um lado, reflexos de tais intervenções e, por outro, teve ações deles que foram limitadas pelas intervenções da professora.

Mesmo reconhecendo que esse estudo não permite generalização, ele fornece subsídios que nos conduz e nos permite refletir sobre a influência do professor nas decisões dos alunos. Além disso, suas intervenções diante desse tipo de atividade podem levar os

alunos a explicitar, argumentar, alterar e/ou modificar seus modos de pensar e agir ao longo da atividade, bem como podem promover construção/mobilização de conhecimentos matemáticos e não matemáticos.

## REFERÊNCIAS

- Almeida, L. M. W., Silva, K. P. da & Vertuan, R. E. (2013) *Modelagem Matemática na Educação Básica*. 1. ed. 1ª reimpressão. SP: Contexto.
- Bardin, L. (2011) *Análise de conteúdo*. Tradução Luíz Antero Reto, Augusto Pinheiro. 1ª reimpressão da 1ª edição. São Paulo: Edições 70.
- Bogdan, R. C. & Biklen, S. K. (1999) *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Caldeira, A. D. (2009, julho) Modelagem Matemática: um outro olhar. *Alexandria*. Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2 (2), p.33-54.
- Castro, É. M. V. (2017) *Procedimentos dos alunos associados às suas ações cognitivas em atividades de modelagem matemática*. Dissertação – Universidade Estadual do Centro-Oeste, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Naturais e Matemática. Guarapuava.
- Dias, M. R. (2005) *Uma Experiência com Modelagem Matemática na Formação Continuada de Professores*. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina.
- Goldenberg, M. (2003) *A arte de pesquisar: como fazer pesquisa qualitativa em Ciências Sociais*. 7.ed. Rio de Janeiro: Record.
- Malheiros, A. P. S. (2008) *Educação Matemática online: a elaboração de projetos de Modelagem Matemática*. 187 f. Tese (Doutorado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro.
- Meyer, J. F. C., Caldeira, A. D. & Malheiros, A. P. S. (2013) *Modelagem em Educação Matemática*. 3.ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora.
- Veronez, M. R.. D. (2013) *As funções dos signos em atividades de modelagem matemática*. 176 p. Tese de Doutorado (Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Londrina.
- Vertuan, R. E. (2013) *Práticas de Monitoramento Cognitivo em Atividades de Modelagem Matemática*. 247p. Tese de Doutorado (Pós Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, UEL, Londrina.