

CONSTRUÇÃO E ESTUDO DE POLIEDROS NA EDUCAÇÃO BÁSICA: UMA PROPOSTA COM MATERIAIS CONCRETOS

Geovane André Teles de Oliveira*
Universidade Estadual do Rio de Janeiro
geovaneteles@yahoo.com.br
Adriano Vargas Freitas**
Universidade do Grande Rio
adrianoprofmat01@gmail.com

RESUMO

O objetivo deste artigo foi destacar propostas de procedimentos didáticos envolvendo a utilização de materiais concretos para a melhoria da qualidade do ensino e da aprendizagem de geometria na educação básica, com foco sobre o tópico poliedros. Após analisarmos métodos usualmente utilizados para a construção desses sólidos, apresentamos nosso método e alguns resultados de seminários sobre o assunto realizados em um curso de licenciatura em matemática no interior de uma universidade situada em Duque de Caxias (RJ). Dentre os resultados elencados, a observação dos participantes de que as atividades propostas são acessíveis, exequíveis e que a interatividade proporcionada pode auxiliar o estudante no estudo dos poliedros, melhorando sua percepção da tridimensionalidade da figura e possibilitando ampliar e aplicar esses conhecimentos de forma mais autônoma.

Palavras-chave: Educação Matemática. Geometria. Construção de poliedros. Atividades lúdicas na matemática.

CONSTRUCTION AND STUDY OF BASIC EDUCATION IN POLYHEDRA: A PROPOSAL WITH CONCRETE MATERIALS

ABSTRACT

The objective of this paper is to analyze proposals didactic procedures that use concrete materials to enhance the quality of teaching and learning of geometry in basic education, with a focus on the study of geometric solids. After reviewing the methods used to construct these solids, we present our method. We present some results of applicators seminars conducted in an undergraduate degree in mathematics at a university located in Duque de Caxias (RJ). Among the results that we observed, verification that you can apply our proposal in the classroom math and activities that may axillary students to understand the characteristics of geometric solids. The student will understand more easily extend and apply this knowledge.

Keywords: Mathematics Education. Geometry. Construction of polyhedral. Recreational activities in mathematics.

Considerações iniciais

São muitos os desafios que envolvem o processo de ensino/aprendizagem na área de matemática, dentre eles, o de tornar essa área de conhecimento mais viva, “lidando com situações reais no tempo [agora] e no espaço [aqui]” (D’AMBROSIO, 2009, p.46), e, na busca por um ambiente educacional mais democrático e inclusivo, questionar o aqui e o agora.

Sob essa perspectiva, pesquisas na área de Educação Matemática tem nos indicado fortemente a urgência em refletirmos a respeito dos fundamentos do trabalho de ensinar, das metodologias adotadas, dos materiais didáticos selecionados ou desenvolvidos, do ambiente escolar e da formação do profissional que atuará nesse ambiente (SADOVSKY, 2007; NACARATO; MENGALI; PASSOS, 2009). A análise sobre a conjunção destes e outros fatores, levando em conta os contextos sociais e culturais nos quais se inserem, é imprescindível para, além de repensarmos nossa sala de aula de matemática, encontrarmos algumas respostas que possam sinalizar soluções para a melhoria da qualidade do processo educativo desta área.

Com base nessas considerações, e sob uma perspectiva de que podemos contribuir com a apresentação de possibilidades de atividades que buscam essa melhoria do ensino de matemática, apresentamos neste artigo/relato análises a respeito de propostas didáticas envolvendo o processo de ensino/aprendizagem de geometria, com o foco sobre o estudo de poliedros, por meio da utilização de materiais concretos diversos.

Após elencarmos aspectos de algumas propostas mais comumente utilizadas, apresentamos considerações a respeito de nossa proposta que, embasadas pelas respostas obtidas em oficinas aplicadas a futuros professores de matemática¹, mostrou-se de formato acessível, prática, e promissora de bons resultados em sala de aula de matemática na Educação Básica

Destacamos que duas ideias centrais permearam nosso estudo e proposta de nossas atividades: a primeira relaciona-se à consideração de que a utilização de atividades lúdicas na sala de aula de matemática da Educação Básica pode ampliar a qualidade do processo pedagógico dessa área, a partir da maior possibilidade de participação efetiva do estudante na construção de seu conhecimento (MUNIZ, 2010), e a segunda refere-se à verificação da

importância em instrumentalizar o professor que mediará esse processo de ensino/aprendizagem; afinal, não devemos esperar que, além de dar conta de todos os elementos que envolvem esse dinâmico processo, esse profissional também seja uma constante usina de ideias inovadoras. Como ressalta Perrenoud (1999), não devemos esperar que o docente imagine e crie sozinho, ininterruptamente, situações e atividades pertinentes aos temas em estudo desenvolvido nas salas de aula. Daí a importância em apresentarmos “ideias de situações, pistas metodológicas e materiais adequados” (PERRENOUD, 1999, p.61) que possam nortear melhores caminhos para as situações de aprendizagem.

Estudo de poliedros na Educação Básica

Como ressalta Dumont e Bairral (2008), inúmeras pesquisas na área de Educação Matemática analisam a importância do estudo da geometria no currículo escolar da Educação Básica, ressaltando muitas vezes a necessidade de buscarmos ampliar o leque de possibilidades de métodos de desenvolvimento de atividades pedagógicas que possam ser exploradas para que os estudantes possam melhor construir o conhecimento dessa área. Mas, infelizmente, na busca de experiências ricas e diversas que o possam auxiliar nessa empreitada, o docente quase sempre esbarra na falta de uma gama maior de materiais e informações sobre o tema, em especial os relacionados às dificuldades de aprendizagem do tópico poliedros.

Segundo Kaleff (2006), as dificuldades apresentadas pelos alunos na visualização dos sólidos geométricos e a desmotivação que muitos estudantes apresentam nas aulas de geometria espacial “têm levado os educadores a buscarem meios para facilitar o ensino das propriedades geométricas dos sólidos e para tornar esse ensino mais atrativo e motivador” (p.16). Em alguns de seus estudos, essa educadora nos apresenta a utilização de materiais concretos para a construção dos “esqueletos” dos sólidos geométricos, tais como canudos, linha, palitos de churrasco, anéis elásticos e agulha grossa. Destaca a importância da visualização tridimensional

do sólido, afirmando que “ao visualizar objetos geométricos, o indivíduo passa a ter controle sobre o conjunto das operações básicas mentais exigidas no trato da geometria” (p.16).

Em análises que podemos considerar como complementares, Machado (2000) ressalta que nesse campo de estudo muitas vezes o aluno depara com situações em que a simples intuição pode levar a conclusões errôneas a respeito dos elementos e formas constitutivas das figuras geométricas espaciais. Dentre elas, a ideia inicial a respeito da possibilidade de construirmos poliedros regulares com quantas faces desejarmos.

A constatação da limitação dessa construção em apenas cinco tipos diferentes de poliedros regulares, denominados de poliedros de Platão, pode se tornar um excelente veículo de atratividade para o aprofundamento de estudos sobre esse e outros assuntos relacionados. Entretanto, consideramos esta como uma área ainda a ser explorada em pesquisas que resultem em atividades práticas didáticas que possam ser utilizadas nas aulas de matemática e propiciem aos professores de matemática novas abordagens destes conteúdos.

O resultado desta carência de investigações e de propostas diferenciadas sobre o processo de ensino/aprendizagem da geometria nos é apresentado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) da seguinte forma: “Quanto às aulas expositivas, é comum que sejam o único meio utilizado, ao mesmo tempo em que deixam a ideia de que correspondem a uma técnica pedagógica sempre cansativa e desinteressante.” (BRASIL, 2006, p.53).

Consideramos que ensinar geometria para turmas da Educação Básica num quadro bidimensional com desenhos planificados ou em perspectiva (que evoluíram para quadro branco e canetas), nem sempre será a forma adequada ou suficiente para proporcionar aos estudantes a compreensão da tridimensionalidade dos poliedros, reduzindo o estudo dessa área a “decorar” uma infinidade de fórmulas parecidas, com as quais muitas vezes os estudantes se confundem.

Em um exercício envolvendo prismas de base triangular, por exemplo, nossa prática em sala de aula nos permitiu verificar que basta mudar a posição dos mesmos que aumentará a possibilidade de que o aluno venha a confundir a base com a “parede lateral”.

Tornar nossa sala de aula de matemática mais “viva”, envolvendo no processo pedagógico as várias dimensões na aquisição do conhecimento - sensorial, intuitiva, emocional e

racional (D'AMBROSIO, 2009), torna-se então um dos importantes objetivos de nossa proposta que apresentaremos em tópico posterior, e que consideramos estarem respaldadas pelas indicações dos PCN, que nos informa que “Se há uma unanimidade, pelo menos, no plano dos conceitos entre educadores para as Ciências e a Matemática, é quanto à necessidade de se adotarem métodos de aprendizado ativo e interativo” (BRASIL, 2006, p.52).

Sob a perspectiva destas considerações, analisamos que o ensino da geometria deve e pode ser diferente. E apresentar propostas para auxiliar o trabalho do professor de matemática visando mudar esta realidade é fundamental. Daí a importância de nosso estudo a respeito das indicações de alguns dos aspectos positivos e negativos das propostas de construções de poliedros que nos serviram de base para a elaboração de nossa proposta, que visa tornar o ensino da geometria dinâmico, interativo, viável e mais eficaz.

Materiais concretos utilizados no ensino de geometria

Dentre os modelos existentes, alguns deles relatados por Kaleff (2006), destacamos na tabela a seguir os que, após efetuadas pesquisas em artigos e livros didáticos, consideramos como mais conhecidos (e divulgados). Destacamos que as indicações dos aspectos positivos e negativos foram observadas neste estudo após a análise e aplicação de cada um dos modelos nas oficinas de geometria com licenciandos em matemática.

Tabela 1: Modelos de Construção de Poliedros²

Modelos	O que é?	Aspectos positivos	Aspectos negativos
Palitos de churrasco e garrote	Consiste em montar poliedros cujos vértices são feitos com garrote (material hospitalar) e cujas arestas são palitos de churrasco ou similares.	Rápida e fácil execução, limpo, utiliza materiais fáceis de encontrar e de baixo custo.	Alguns sólidos não se sustentam apenas com arestas, sendo necessária a montagem das diagonais (Ex.: cubo). Conseguimos apenas montar quatro arestas a partir de um vértice, pois a partir disto a montagem fica trabalhosa (Ex.: Pirâmide de base pentagonal).

Palitos e massinha	Consiste em montar poliedros cujos vértices são feitos com massa de modelar e cujas arestas são palitos de dente ou similares.	Rápida e fácil execução que utiliza materiais fáceis de encontrar e de baixo custo, bom manuseio.	Alguns sólidos não se sustentam apenas com arestas (Ex.: cubo), suja as mãos e a estrutura não fica rígida, sendo suscetível a desmontar em qualquer movimento mais brusco.
Maquete em papel	Consiste em montar poliedros através da planificação e posterior montagem dos mesmos com cartolina ou similares.	Método limpo, impacto visual positivo, textura.	Difícil e demorada execução, sólidos fechados que não permitem visualização de alturas, apótemas e figuras inscritas. Exige a planificação da figura e o emprego de outras ferramentas, tais como compasso, transferidor e esquadro. Dificilmente há um encaixe perfeito, pois o desenho a ser recortado possui erros de medida.
Sólidos em madeira	Sólidos já prontos comprados em papelarias ou em lojas que trabalham com materiais didáticos.	Método limpo, design interessante, textura agradável e fácil manuseio.	Quase sempre é um material de pouca disponibilidade, por fazer parte do patrimônio da escola (ou do professor), por isso, os alunos só podem manusear por alguns momentos. Apresenta em geral alto custo e sólidos fechados que não permitem visualização de alturas, apótemas e figuras inscritas.
Canudos e linha	Consiste em montar poliedros cujas arestas são canudos, passando dentro deles linha de costura com agulha, unindo-os e formando os poliedros.	Método limpo, de baixo custo e impacto visual agradável.	Difícil e demorada execução, a estrutura não fica rígida dependendo do tamanho do canudo (dificultando o manuseio), e utiliza agulhas que podem gerar acidentes.

Fonte: Elaborada pelos autores.

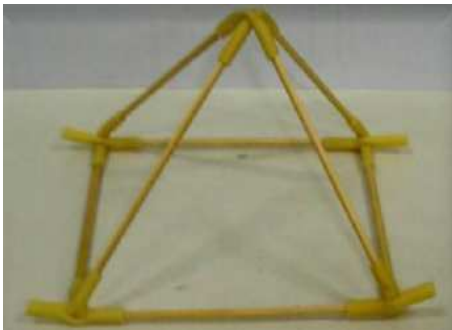


Figura 1:

Sólido confeccionado com palitos de churrasquinho e garrote.

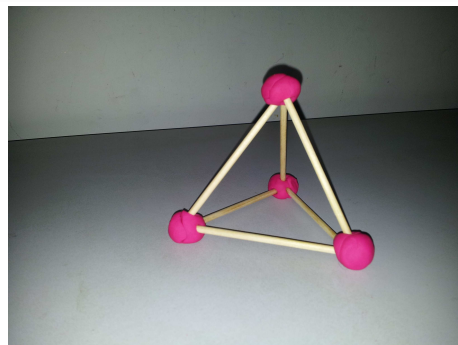


Figura 2:

Tetraedro regular confeccionado com palitos e massinha

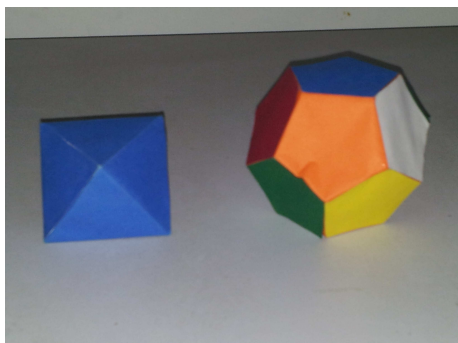


Figura 3:

Sólidos confeccionados com moldes em papel.

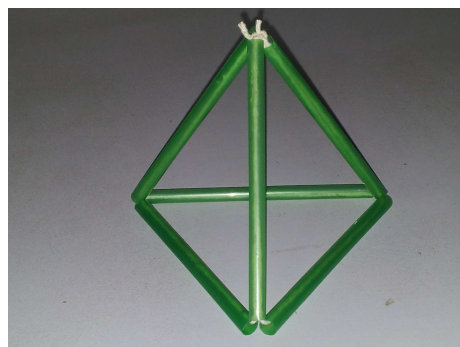


Figura 4:

Tetraedro regular confeccionado com canudos e barbante.

Nossa proposta de construção de poliedros: jujubas e palitos de dente

Consideramos a nossa proposta como de fácil execução e bastante motivadora em sala de aula, além de ser de baixo custo, pois, para sua execução serão necessários apenas: um pacote de jujubas e um pacote de palitos de dente.

A partir da apresentação dos sólidos apresentados por meio de slides (ou qualquer outro recurso), é proposto aos estudantes o desafio de reproduzirem as mesmas figuras, com especial

atenção ao número de arestas e vértices que a compõe, em que os palitos representarão as arestas e as jujubas serão utilizadas para unirem estes palitos, ou seja, serão os vértices.

Durante essa dinâmica de construção dos poliedros (individual ou em grupos de alunos), o professor poderá aproveitar a oportunidade para apresentar as fundamentações teóricas do assunto, propondo discussões e ampliando o estudo. Essa ampliação pode contemplar, por exemplo, o estudo de apótemas, alturas, área da base, área lateral, área total e volume.

Para exemplificarmos algumas dessas construções realizadas em seminários de formação de futuros professores de matemática, licenciandos de matemática da Universidade Unigranrio (Duque de Caxias-RJ), destacamos a seguir quatro sólidos.

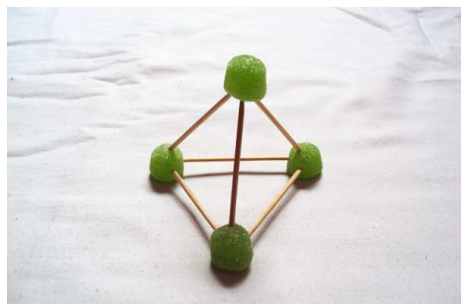


Figura 5:
Tetraedro regular:
4 jujubas e 6 palitos de dente.

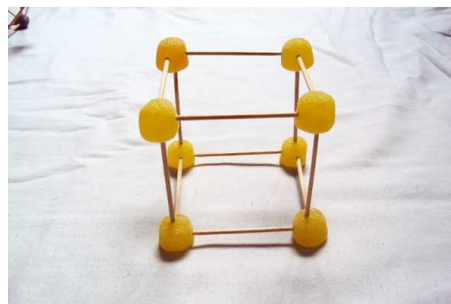


Figura 6:
Hexaedro regular:
8 jujubas e 12 palitos de dente.

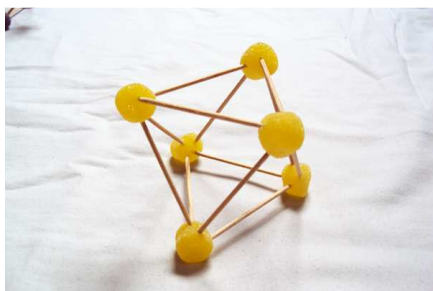


Figura 7:
Octaedro regular:
6 jujubas e 12 palitos de dente.

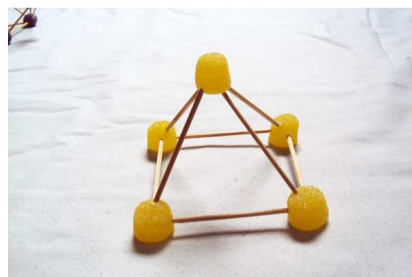


Figura 8:
Pirâmide regular de base quadrada:
5 jujubas e 8 palitos de dente.

Para aprofundamento de estudo em sala de aula, indicamos o desenvolvimento de atividades que problematizem os poliedros construídos. Para exemplificação dessas atividades, destacamos uma delas:

Atividade: *Cada uma das arestas de um tetraedro regular mede a . Calcule a área total e o volume desse tetraedro.*

Relatos provenientes das oficinas

Os estudos de Dumont e Bairral (2008) analisam a importância de abirmos espaços de diálogo e troca de experiências para os professores em formação, pois, além de contribuir para que essa formação seja ampliada, contribuindo para reflexões a respeito de suas práticas didáticas, oferece oportunidades “de conhecer e utilizar novas ferramentas para enfrentar as situações de ensino/aprendizagem da geometria” (p.2). Esses autores ressaltam ainda que a carência desses espaços dialógicos tem sido uma das causas da resistência e receios dos futuros educadores da Educação Básica em abordar os conceitos relacionados à geometria.

Destacamos a seguir algumas observações colhidas via debates e conversas informais durante (e após) o processo de aplicação de oficinas de estudos em geometria aos licenciandos de matemática.

1ª Aplicação: A primeira oficina ocorreu em meio ao desenvolvimento do estudo de Poliedros e Pirâmides na turma do 2º Período do Curso de Licenciatura em Matemática.

Nesta primeira aplicação, percebemos a ocorrência de pouco comprometimento da turma, que de uma forma geral não demonstrou interesse sobre o tema. Acreditamos que houve resistência ao novo e à própria disciplina em si, devido à dificuldade em geometria relatada por muitos.

2ª Aplicação: A segunda oficina apresentou melhores resultados. Aconteceu em uma turma do 5º período do curso de Licenciatura em Matemática da Unigranrio, como parte das atividades da disciplina Prática Docente IV.

Nesta turma, houve um comprometimento muito maior, pois muitos participaram mais ativamente da aula, fazendo perguntas e construindo os poliedros. Acreditamos que a melhora nos resultados se deu em grande parte devido a uma maior maturidade e comprometimento (muitos já atuavam como professores), entendendo e analisando a importância do material concreto e de novas alternativas para a melhoria do ensino de matemática.

3ª Aplicação: A terceira oficina, denominada de “Aprendendo geometria com jujubas e palitos de dente”, ocorreu durante o “Colóquio de Ensino de Matemática” realizado no interior da Unigranrio.

Nessa experiência, pudemos observar o entusiasmo dos alunos na montagem dos poliedros. Discentes do 1º, 3º e 6º períodos do curso de Licenciatura em Matemática rapidamente aprenderam a confeccionar prismas, pirâmides, poliedros de Platão, etc. Todos foram participativos, apresentaram diversos questionamentos e chegaram até a construir poliedros mais complexos (figura a seguir), que não estavam no programa da oficina.

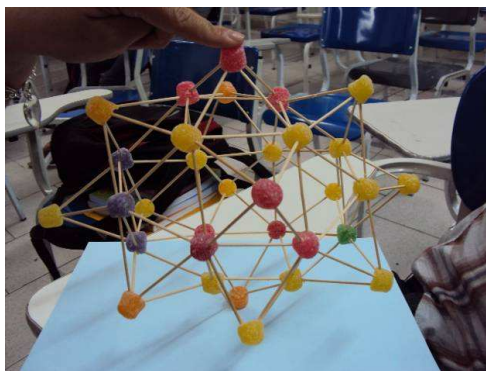


Figura 9:
Poliedro Estrelado construído pelo aluno F.G. do 6º período³.

De acordo com alguns relatos colhidos durante esta última oficina, o método possibilitou ampliar os conhecimentos em geometria e melhorar a capacidade de visualização, sendo perfeitamente aplicável nas aulas de geometria espacial e um grande estímulo à participação e à atenção dos estudantes.

Outros relatos consideraram as atividades como inovadoras e desmistificadoras das dificuldades em geometria. Os licenciandos chegaram inclusive a indicar que usariam o mesmo para vencer suas próprias dificuldades no tema estudado.

Destacamos que no desenvolvimento das atividades solicitamos aos participantes que nos relatassem quais os aspectos positivos e quais os negativos que perceberam. Quanto aos positivos, conforme comentado anteriormente, a verificação de ser uma proposta de fácil execução, baixo custo, com material acessível, além de apresentar-se como grande motivadora para a participação dos alunos nas atividades. Quanto aos aspectos negativos, as atividades mostraram estar relacionadas ao fato da necessidade de o professor retirar as pontas dos palitos (que pode ser feito com uma tesoura, por exemplo), em especial ao trabalhar com crianças dos primeiros anos do Ensino Fundamental ou alunos com problemas relacionados à baixa visão, visto que, desta forma, estaria evitando possíveis acidentes.

Considerações finais

Consideramos que, de acordo com os resultados colhidos nas aplicações das atividades envolvendo e construção e análise de poliedros, nossa proposta reveste-se de características que a tornam exequível, eficaz e interativa.

Eficaz, pois cumpriu seu objetivo de melhorar a visualização da tridimensionalidade dos poliedros e raciocínio espacial dos estudantes. Interativa, pois incentiva a participação e a atenção dos alunos, através de estímulos visuais, gustativos e de textura por meio do material concreto. Exequível, pois a montagem dos poliedros é rápida (possibilita traçar, além de arestas, diagonais, alturas e apótemas) e utiliza materiais de baixo custo e fácil acesso.

Por fim, destacamos a percepção de que a promoção de atividades interativas entre os estudantes pode de fato ocasionar o apoio mútuo, o aumento da autoestima e a facilitação da construção de conteúdos matemáticos, transformando nossa sala de aula em um ambiente propício à descoberta e à participação.

Notas

* Mestre em Modelagem Computacional (UERJ). Professor de Matemática do Colégio Pedro II e da Universidade do Grande Rio (Unigranrio). *geovaneteles@yahoo.com.br*.

**Doutor em Educação Matemática (PUC-SP). Professor do Programa de Mestrado em Ensino das Ciências da Educação Básica da Universidade do Grande Rio (Unigranrio). *adrianoprofmat01@gmail.com*

¹ As oficinas de estudos de geometria foram aplicadas a alunos do Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade do Grande Rio, no ano de 2012.

² Além dos modelos elencados na Tabela 1, destacamos também a existência de um modelo envolvendo imãs e canudos vendido pela empresa Magnetech, em sua página na internet: http://www.magnetech.com.br/criat_ima_pp.htm. A sua ausência em nossa tabela deve-se ao fato de não termos feitos testes com o modelo para que pudéssemos enumerar seus aspectos positivos e negativos.

³ Ao construir o Poliedro Estrelado, os alunos relataram que mesmo sendo uma figura mais complexa, sua estrutura continua rígida devido ao fato de suas faces serem triangulares. Destacamos que a confecção de outros sólidos com muitas faces não triangulares, pode acontecer de o peso das jujubas interferir na estrutura/firmeza do sólido.

Referências

BRASIL. Ministério da educação e cultura. **Parâmetros curriculares nacionais: Ensino médio**. Volume 2: Ciências da natureza, matemática e tecnologia. Brasília: MEC, 2006.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Etnomatemática**: elo entre as tradições e a modernidade. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

DUMONT, Armando Horta; BAIRRAL, Marcelo Almeida. Um estudo com professoras ensinando corpos redondos em sua turma de 4ª série. Canoas: **Acta Scientiae**. v.10, Jan/Jun, n.1, 2008.

KALEFF, Ana Maria M.R. **Vendo e Entendendo Poliedros**. Do desenho ao cálculo do volume através de quebra-cabeças Geométricos e outros materiais concretos. Rio de Janeiro: Editora da Universidade Federal Fluminense, 2ª Ed., 2006.

MACHADO, Nílson José. **Os poliedros de Platão e os dedos da mão**. São Paulo: Scipione, 2000.

MUNIZ, Cristiano Alberto. **Brincar e jogar: enlances teóricos e metodológicos no campo da educação matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

NACARATO, Adair Mendes; MENGALI, Brenda L. da Silva, e PASSOS, Carmen L. Brancaglioni. **A matemática nos anos iniciais do ensino fundamental**. Belo Horizonte: Autêntica, 2009.

PERRENOUD, Philippe. **Construir as competências desde a escola**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1999.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje: enfoques, sentidos e desafios**. São Paulo: Ática, 2007.