

## **CONHECIMENTO PROFISSIONAL DE PROFESSORES QUE ENSINAM MATEMÁTICA PARA OS ANOS INICIAIS NO ÂMBITO DO OBSERVATÓRIO DA EDUCAÇÃO: O CASO DA PROFESSORA MARGARIDA**

Angélica da Fontoura Garcia Silva\*  
Tania Maria Mendonça Campos\*\*  
Ruy Cesar Pietropaolo\*\*\*

### **Resumo**

O objetivo deste artigo é o de apresentar o resultado de uma investigação a respeito do conhecimento necessário aos professores que atuam nos anos iniciais da Educação Básica para ensinar Matemática. Este estudo foi desenvolvido no âmbito do Projeto Observatório da Educação. Os dados foram coletados por meio de observações diretas, gravações, questionários, entrevistas e relatórios reflexivos sobre a aplicação de atividades aos alunos. A análise dos dados fundamentou-se nos estudos de Serrazina, Shulman e Ball que tratam do conhecimento profissional ou da reflexão. Este estudo revela que as experiências vivenciadas durante a de formação favoreceram o processo de (re) significação de conteúdos matemáticos e de seu ensino além da reflexão sobre a prática.

**Palavras-chave:** Formação de Professores. Conhecimento Profissional Docente. Observatório da Educação.

## **PROFESSIONAL KNOWLEDGE REQUIRED FROM ELEMENTARY TEACHERS IN THE SCOPE OF THE EDUCATION OBSERVATORY: TEACHER MARGARIDA'S CASE**

### **Abstract**

This article aims to present the result of an inquiry that explored the knowledge required from teachers working in the initial years of Elementary Education in the subject of Mathematics. This study was developed within the scope of the Education Observatory Project. Data were collected through on-site observations, recordings, questionnaires, interviews and reflective logs reporting the application of tasks to the students. The analysis follows the studies developed by Serrazina, Shulman and Ball on professional knowledge or reflection. This study shows that the experiences lived during the teacher's development years favored the process of (re)signifying mathematical contents and their teaching beyond the reflection on practice.

**Keywords:** Teacher Development. Professional Teaching Knowledge. Education Observatory.

## **Introdução**

O propósito deste artigo é apresentar um estudo realizado durante a formação continuada de um grupo de professores dos anos iniciais, desenvolvido em um programa de pós-graduação em Educação Matemática brasileiro. Trata-se de uma investigação realizada no âmbito do *Observatório da Educação* – projeto de pesquisa e formação financiada pela Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES desenvolvido na UNIBAN.

Esse projeto tem a finalidade de constituir um grupo colaborativo de pesquisadores, pós-graduandos e professores que ensinam Matemática, cujo propósito é o de analisar as transformações da prática docente e o desenvolvimento profissional de professores que lecionam para os anos iniciais do Ensino Fundamental, quando esses estão imbuídos de promover inovações curriculares em suas classes. Foram envolvidos no projeto, até então, 110 professores da rede pública estadual, 06 mestrandos, 02 doutorandos e 05 pesquisadores.

O processo de formação continuada a que se refere esta pesquisa conta até agora com quatro módulos desenvolvidos no período de 01/04/2011 a 13/12/2012. Cada um dos módulos foi composto de oito sessões, de três horas cada uma.

Para este artigo, optamos por analisar o conhecimento profissional de apenas uma das professoras, que denominamos *Professora Margarida*, pelo fato de ser legítima representante de grande parte das docentes participantes desses quatro módulos.

## **Conhecimento Profissional Docente**

Como parâmetros para análise dos dados, utilizamos estudos desenvolvidos por Shulman (1986; 1987) e Ball *et al* (2008) que tratam dos conhecimentos necessários ao professor para ensinar Matemática.

No que concerne ao Conhecimento Profissional Docente, estudos como os de Shulman (1986) indicam que o processo de formação de um professor para ensinar uma determinada disciplina deverá levar em conta a especificidade própria dessa área. Para este autor, é de fundamental importância que se investigue o conhecimento do professor na área em que vai

atuar. Neste trabalho, apoiamo-nos neste estudo no que se refere ao conhecimento pedagógico da disciplina para compreender o processo de aprendizagem docente.

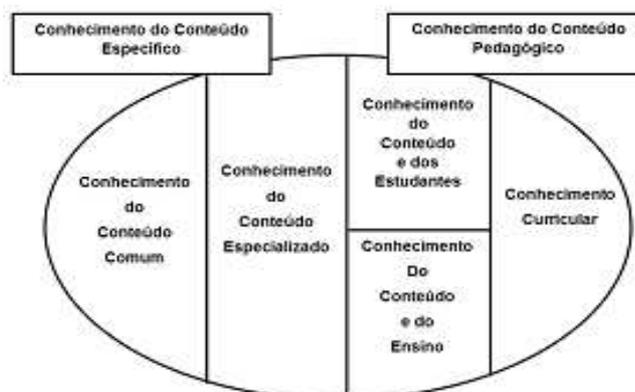
Shulman (1986) identifica três vertentes do conhecimento do professor: conhecimento do conteúdo; conhecimento pedagógico de conteúdo e conhecimento curricular. Em meio a essa classificação, o conhecimento pedagógico do conteúdo é o que mais se destaca em trabalhos que discutem a prática do professor. Trata-se de um vasto conhecimento, uma combinação entre o conhecimento do conteúdo e a habilidade de ensiná-lo. De acordo com Shulman o conhecimento pedagógico do conteúdo:

[...] incorpora os aspectos do conteúdo mais relevantes para serem ensinados. Dentro da categoria de conhecimento de conteúdo pedagógico, incluo, para a maioria dos tópicos regularmente ensinados de uma área específica de conhecimento, as representações mais úteis de tais ideias, as analogias mais poderosas, ilustrações, exemplos, [...] as concepções e preconcepções que estudantes de diferentes idades e repertórios trazem para as situações de aprendizagem (SHULMAN, 1986, p.9).

Como nossa investigação se refere ao professor dos anos iniciais, que não possui formação específica em Matemática e necessita trabalhar conteúdos dessa disciplina, acreditamos ser importante investigar as compreensões que os professores possuem sobre temas que serão discutidos durante o processo formativo.

Utilizaremos também para nosso estudo as pesquisas de Ball, Lewis e Thames (2008). Os autores apresentam o diagrama a seguir, o qual relacionam as categorias propostas por Shulman (1986) com domínios mais específicos.

**Figura 1:** Correspondência entre categorias de Shulman (1986) e Ball *et al*



Fonte: Ball *et al* (2008, p.393, tradução nossa)

Ball *et al* (2008) refinaram as categorias de Shulman em: conhecimento do conteúdo (comum e especializado); conhecimento pedagógico do conteúdo (dos estudantes, do ensino e do currículo). As dimensões referentes ao conhecimento da matéria a ser ensinada, ou como destacamos, conhecimento do conteúdo levam em conta, sobretudo, como o conhecimento matemático é gerado e estruturado e sua relação com a tarefa docente.

As dimensões referentes ao conhecimento pedagógico do conteúdo, segundo os autores, estão relacionadas mais diretamente ao trabalho em sala de aula. O conhecimento do conteúdo e dos estudantes, por exemplo, combina o saber sobre os estudantes e o saber sobre a Matemática. Ball e colegas consideram que por meio dos conteúdos o professor antecipa e interpreta erros típicos e busca estratégias para sua superação.

Ball *et al* (2008) consideram que o conhecimento do conteúdo e do ensino se dá por meio da compreensão de conteúdos específicos da Matemática ao entendimento dos contextos pedagógicos que favoreçam bons resultados nos processos de ensino e de aprendizagem. Neste estudo tomamos como base as categorias de conhecimentos necessários ao professor de Matemática indicadas por estes autores.

### **Procedimentos metodológicos**

A pesquisa aqui descrita é de natureza qualitativa, no sentido definido por Bogdan e Biklen (1999). Em função da extensão dos dados obtidos, optou-se pela apresentação da análise de dados de uma única professora– *Professora Margarida* –, por considerá-la como legítima representante de todo o grupo participante da formação continuada vinculados ao Observatório da Educação do programa de pós-graduação em Educação Matemática da Uniban.

A opção de escolha da professora se deve ao fato dela ser considerada como representante da maioria das participantes, tanto do ponto de vista de sua formação, como pelas percepções e concepções a respeito dos processos de ensino e de aprendizagem e do envolvimento nas atividades propostas. Para fazer tal escolha escolhemos dentre os professores que participaram em todos os módulos a que mais se aproximasse do perfil da

maioria dos docentes envolvidos. Consideramos, assim como Chizzotti (2011), que tal escolha se justifica como um *caso* a ser estudado por ser significativo e representar o grupo de sujeitos envolvidos no processo formativo.

Os dados foram coletados durante os 32 encontros destinados à formação, que foram filmados. Além disso, houve duas sessões dedicadas às entrevistas. Esses dados nos permitiram observar o conhecimento dos professores sobre os diferentes conteúdos matemáticos e respectivos processos de ensino e de aprendizagem, assim como as reflexões realizadas durante o processo de formação.

Durante a realização das entrevistas, investigamos as percepções e reflexões da *Professora Margarida* sobre as experiências vivenciadas por ela durante sua participação no processo formativo. Uma das entrevistas foi realizada no final do segundo módulo e outra depois do término do quarto módulo.

Nosso sujeito de pesquisa têm maior experiência com os 4º e 5º anos do Ensino Fundamental, portanto com crianças de 9 a 10 anos. Convém também reiterar que a professora graduou-se em pedagogia com ênfase para o ensino dos anos iniciais.

### **Apresentação e análise dos dados**

Apresentamos inicialmente os dados relativos aos depoimentos coletados durante o processo formativo e nas entrevistas da *Professora Margarida*.

Reiteramos que ao longo do primeiro módulo oferecemos ao grupo de professores participantes da formação, a oportunidade de refletir sobre a Teoria dos Campos Conceituais (VERGNAUD, 1990), sobretudo o Campo Conceitual Aditivo. Incentivamos também essa reflexão por meio elaboração de situações e da análise da produção dos alunos dos docentes envolvidos no processo de formação.

Durante a entrevista a *Professora Margarida* relata a respeito de sua experiência para elaboração de problemas aos alunos:

[...] vimos situações problemas, eu acho que foi fundamental para entender como elaborar esses problemas [...] Porque às vezes a gente elabora um problema e acha que está tudo bem

[...] outras vezes você elabora vários problemas envolvendo uma única ideia, eu trabalhava muito com problemas prototípicos, principalmente aqueles que indico as partes e peço o todo [referindo-se a composição<sup>1</sup>] [...] (PROFESSORA MARGARIDA).

Essas reflexões da professora decorrem, certamente, das discussões ocorridas nas sessões de formação sobre o *conceito esquema* de Vergnaud (1990). Sobre o estudo acerca da Teoria dos Campos Conceituais a docente afirma:

E quanto a entender um pouquinho sobre o Vergnaud, - eu achei que foi fundamental. A gente não vai falar para o aluno que é um problema de transformação [...] mas entender o que é o problema teoricamente para depois trabalhar em sala. Eu acho que a parte teórica é de fundamental importância para o professor (PROFESSORA MARGARIDA).

Nos segundo e terceiro módulos desenvolvemos temas relacionados à Geometria. Em seu depoimento a docente discorre sobre seu interesse sobre esse assunto e sugere que sua formação inicial não foi adequada para ensinar Geometria. Para a professora:

Os módulos de Geometria me interessaram muito e ampliaram meu horizonte; eu tinha muitas dúvidas em relação a alguns conceitos, principalmente sobre a parte de metodologia e de didáticas. O que para mim era um pouquinho complicado. Eu achei que eu aprendi muitas coisas. O que facilitou o trabalho realizado com o aluno [...] (PROFESSORA MARGARIDA).

Em relação a esse ponto a professora explicitou dificuldades relacionadas ao conhecimento específico sobre a Geometria:

A Geometria que eu havia aprendido, o pouco do pouco que eu havia visto era mais ligado ao desenho geométrico. Não tinha essa observação, esse olhar para ver as propriedades. Até apresentavam o quadrado, as formas geométricas em geral, mas a observação das propriedades ficaram mais claras durante nossas discussões no curso. Os poliedros [...] analisar corpos redondos: foi uma experiência legal porque ajudou também a parte pedagógica. Porque eu não tinha essa vivência ficava difícil fazer com o aluno.[...] (PROFESSORA MARGARIDA).

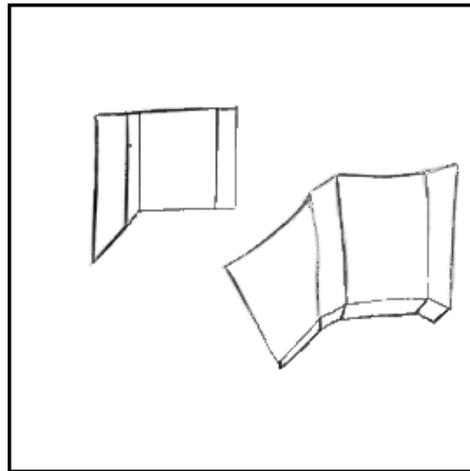
De fato, foi possível perceber dificuldades da professora em relação ao conteúdo específico de Geometria. O exemplo a seguir revela ausência de conhecimento sobre a

---

<sup>1</sup> Segundo Magina et al (2008) nos protótipos de composição temos duas partes e queremos saber o todo, por exemplo: Numa festa havia 15 meninos e 12 meninas Quantas crianças havia na festa?

planificação de um poliedro, ou, pelo menos, desconhecimento do significado de “planificação”.

**Figura 2:** Representação da planificação apresentada pela *Professora Margarida* no início do 2º módulo



Em entrevista feita um ano depois a professora fez a seguinte análise dessa representação:

[...] tive a intenção de representar como se fosse uma caixa mesmo, nem pensei que a caixa era composta por figuras geométricas mesmo [referindo-se aos polígonos que compõe as faces]. [...] eu fiz dois desenhos [referindo-se as representações] no primeiro eu só desenhei as faces laterais, percebi que precisava desenhar as bases, mas quando fui desenhar o fiz somente de uma das bases (PROFESSORA MARGARIDA).

Tal análise nos leva a inferir que as dificuldades da professora estão além da representação da planificação da figura em questão – suas considerações sugerem também dúvidas relacionadas à classificação de sólidos como figuras geométricas.

Todavia, observamos que a experiência vivenciada pela professora mostrou-se importante para a sua prática pedagógica visto que ela também afirma:

No segundo módulo me chamou muito a atenção as discussões que fizemos sobre o ensino da Geometria. Porque comecei a ter um olhar diferente para a Geometria. [...] Então eu comecei a trabalhar com meus alunos a geometria. (PROFESSORA MARGARIDA).



Pudemos observar também que a *Professora Margarida* passou a valorizar as propostas que incentivam a participação ativa do aluno, como se pode notar pela seguinte fala:

Na sala de aula me ajudou a trabalhar com a planificação; eu já tinha noção que o cubo dava para planificar, por exemplo, mas que tinha outras maneiras eu não sabia [referindo-se as 11 planificações do cubo]. Aqui na sala, por exemplo, eu apresentava uma das maneiras. Agora eu deixei que eles experimentassem quantas planificações haviam para o mesmo cubo. Então eles foram até a lousa e foram tendo a oportunidade de fazer o experimento e acho que isso foi muito significativo para eles. Depois eles montaram, desmontaram o cubo; aí eles fizeram o cubo com as varetas, viram as arestas, vértices, faces. Então, isso ficou muito claro [...] (PROFESSORA MARGARIDA).

Quanto ao desempenho dos alunos, a professora afirma que houve o envolvimento dos alunos e que a aprendizagem foi bastante satisfatória.

Tenho certeza que meus alunos gostaram muito mais das aulas de Matemática, pois [...] após o término, observei os comentários positivos dos alunos. Além disso, recebi deles retorno sobre suas descobertas em relação ao conteúdo trabalhado [...] (PROFESSORA MARGARIDA).

Observamos que na percepção da professora o domínio desse conteúdo específico implicou na ampliação de conhecimentos para o seu ensino:

A escolha pelas estratégias didáticas é fundamental, assim no meu entender, as práticas que favorecem a construção e busca de soluções. Torna o processo de ensino e de aprendizagem mais harmônico e satisfatório e consequentemente nos torna mais seguras (PROFESSORA MARGARIDA).

Tal afirmação nos remete aos estudos de Shulman (1986) e de Ball *et al* (2008), pois discutem sobre a necessidade do professor desenvolver o conhecimento de conteúdos especializados para o ensino. A fala seguinte reitera a necessidade do domínio do conteúdo para desenvolver e implementar estratégias inovadoras:

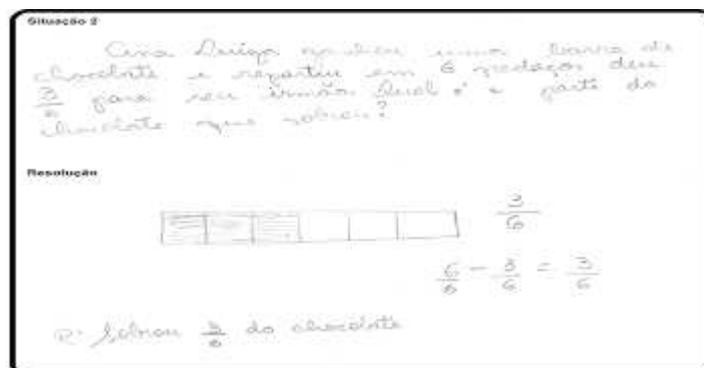
A nossa principal dificuldade é observada quando ainda não dominamos muito o conteúdo, pois isso nos impede de planejar estratégias que podem melhorar a aprendizagem. Pude trabalhar de forma mais interessante para meus alunos, porque eu sabia o conteúdo, aprendi o conteúdo. Posso agora analisar uma atividade proposta no livro e fazer adequações para meus alunos. Minha prática de professora melhorou (PROFESSORA MARGARIDA).

A partir desses depoimentos notamos por parte da professora a percepção da importância do conhecimento sobre o conteúdo a ser ensinado e sua relação com as demais vertentes indicadas por Shulman (1986) e Ball *et al* (2008) e com a reflexão sobre a prática. Isso nos remete a Serrazina (1998) que relaciona o conhecimento profissional docente e a reflexão. Para a autora, à medida que ampliam os conhecimentos matemático e didático, os professores conseguem aprofundar a sua reflexão.

No quarto módulo discutimos com os professores a introdução do conceito de fração<sup>2</sup> por meio da apresentação de diferentes significados. Inicialmente, solicitamos que os professores resolvessem algumas situações propostas e elaborassem alguns problemas sobre o tema. Analisando os dados, observamos evidências de que a *Professora Margarida* desenvolvia seu trabalho com o conceito de fração utilizando principalmente o significado parte-todo o que confirmou o ocorrido em pesquisas brasileiras como Nunes e Bryant (1997) Garcia Silva (2007), Cervantes (2011) e Canova (2013), dentre outras.

Um indício de tal prática foi encontrado quando solicitamos aos participantes a elaboração de situações-problema e observamos que a maioria das situações criadas pela professora, sujeito deste estudo, envolvia significado parte-todo. Quando analisamos a resolução destas situações encontramos mais evidências, pois, no geral, o esquema utilizado era o de partição. Uma das situações elaboradas pela professora foi a seguinte:

**Figura 3:** Protocolo de situação elaborada pela *Professora Margarida*



<sup>2</sup> Vale destacar que, para este trabalho, estamos considerando o termo fração como a representação fracionária de número racional, sendo este formado por  $\frac{a}{b}$  em que a e b são números inteiros e  $b \neq 0$  (KIEREN, 1993).

Nesta situação-problema observamos que a referida professora, ao elaborar a questão partiu de uma situação comum do dia-a-dia (vale ressaltar que todas as situações criadas foram muito próximas ao cotidiano dos alunos). Ela respondeu corretamente o problema e como estratégia de resolução, fez uso da partição e utilizou também a subtração.

Analisando tal situação observamos que a utilização da partição foi eficiente para essa resolução. Todavia, ao verificar as respostas apresentadas a outras situações por nós elaboradas em um questionário respondido pela professora antes de sua participação do processo seletivo, notamos que a utilização dessa mesma estratégia não foi sempre eficiente, sobretudo nas que envolviam significado quociente. Na figura a seguir, apresentamos um problema que também foi investigado por Nunes e Bryant (2009). Nele informa-se que nove meninos irão dividir igualmente seis pizzas e três meninas dividirão também de forma igualitária duas pizzas idênticas às primeiras de forma que também não sobre nada e solicita a representação da fração de pizza que cada criança irá receber de pizza.

Ao analisar o protocolo da resolução verificamos que a *Professora Margarida* representou incorretamente a fração, pois considerou como unidade referência o número total de partes em que as pizzas foram divididas.

**Figura 4:** Protocolo *Professora Margarida*



A professora parece ter identificado apenas a equivalência entre as quantidades de pedaços de pizzas que cada menino e cada menina receberiam. Dessa forma, há evidências de

que ela percebeu a proporcionalidade entre o grupo de crianças e a quantidade de pizzas, sem, contudo, identificar a equivalência entre as frações. Sobre tais limitações já nas décadas de 1980 e 1990 estudos como os de Behr *et al* (1983; 1992), por exemplo, evidenciavam tal dificuldade quando investigaram alunos e salientavam sobre a importância que o professor desenvolvesse o conceito flexível de unidade de referência na compreensão de número racional. No Brasil, isso também foi investigado por Campos e Rodrigues (2010) e Garcia Silva (2007).

Ainda sobre o ocorrido, nosso sujeito apresenta em entrevista concedida depois do processo formativo sua reflexão sobre o que aconteceu:

Eu não conseguia fazer [...] eu tentei fazer [...] eu pensei numericamente- eu dividi a pizza por 9 que totalizou 54 pedaços,[referindo-se ao fato de que eram 6 pizzas divididas em 9 partes, totalizando 54] depois fui distribuindo em agrupamentos de três. Dividi em 54 partes, não considerei que o todo era a pizza não o total de pedaços, hoje eu sei. [...] Eu não sabia fazer, hoje ficou claro, o legal é isso, você passa a trabalhar determinado conteúdo de forma consciente. Quando você não sabe você acaba passando por cima, o professor tem um pouco disso acaba meio que maquiando o ensino. Assim acho que tenho hoje uma nova ação (PROFESSORA MARGARIDA).

Essa professora considera que tal fato ocorreu devido à falta de discussão da temática durante a sua formação inicial: “Tudo o que eu vi sobre fração eu vi de parte todo, nunca tinha visto nada ligado ao quociente, ideia de divisão. Eu tive muita dificuldade para resolver” [...] (PROFESSORA MARGARIDA). A professora avalia ainda que o módulo que discutiu a temática frações foi o mais difícil:

O módulo que eu tive mais dificuldade foi o de fração eu nunca havia participado de nenhum curso que discutiu fração dessa forma [referindo-se aos diferentes significados da fração] quando pedia um pensamento mais elaborado eu tinha mais dificuldade (PROFESSORA MARGARIDA).

Ainda durante o processo formativo do quarto módulo, depois de analisar todas as dificuldades em relação aos significados da fração, optamos por aprofundar, sobretudo, as situações que envolviam a ideia de quociente.

Nesse sentido, a formação foi conduzida de forma a oportunizar, aos professores participantes, reflexões sobre a introdução do conceito de fração por meio deste significado.

Dessa forma, foi proposta, no encontro seguinte, a vivência de uma sequência de tarefas, elaborada pela Professora Terezinha Nunes e colegas (2003) a qual sugere introduzir o ensino das frações por meio do significado quociente. Após a vivência da sequência na sessão de formação, as professoras desenvolveram uma investigação utilizando a mesma sequência com seus alunos em sala de aula.

Depois da prática dos professores, aproveitamos uma sessão de formação para análise do ocorrido. As professoras foram dispostas em grupo a fim de analisar os limites e as possibilidades da utilização de uma sequência para ensinar frações que introduzia o tema por meio do significado quociente.

**Figura 5:** A análise das respostas dos alunos realizada no processo formativo



A Professora Margarida relatou que para a aplicação da sequência os seus alunos foram dispostos em carteiras individuais; cada criança recebeu um caderninho contendo as ilustrações das questões propostas; nele cada estudante individualmente, registrava sua resposta às questões que foram apresentadas em *power point* e lidas pela professora. No decorrer do desenvolvimento de tal proposta, as crianças eram estimuladas a refletir sobre suas respostas e a comparar com a do seu colega ao lado. Vale ressaltar ainda que durante a realização das atividades também foram feitos registros com a utilização de recursos áudio visual.

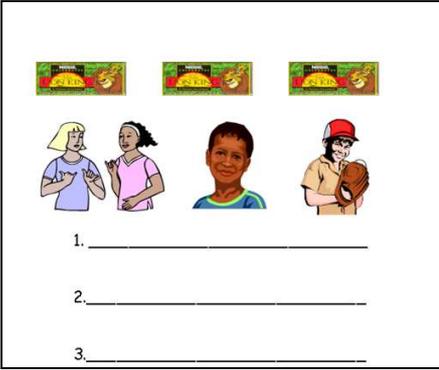
A sequência analisada pelas docentes era composta de quatro situações, todavia neste artigo apresentaremos somente a segunda situação, pois era semelhante à situação-problema descrita anteriormente que foi resolvida pela professora no início do processo formativo. Trata-se de uma situação quociente que propõe que três chocolates sejam repartidos igualmente entre quatro pessoas:

**Figura 6:** 2ª situação do protocolo da Sequência de Nunes

2ª situação

Quatro pessoas vão dividir 3 chocolates igualmente.

- 1- Vai ser possível dar uma barra para cada um?
- 2- Vai ser possível dar pelo menos metade para cada um?
- 3- Como você dividiria as barras de chocolate?



1. \_\_\_\_\_

2. \_\_\_\_\_

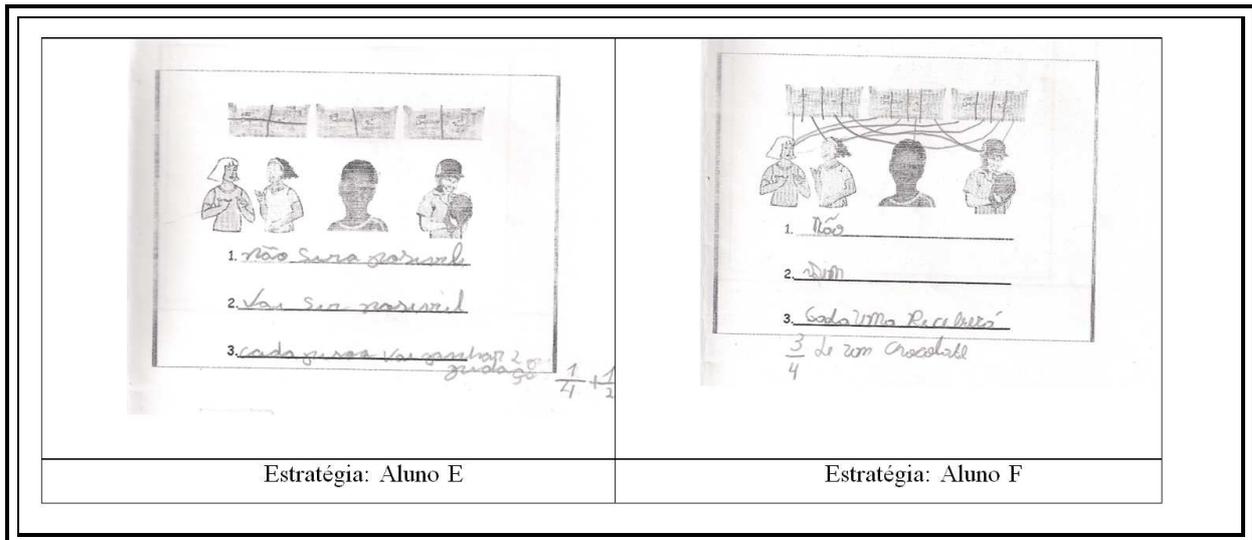
3. \_\_\_\_\_

Esta é uma das situações criada por Nunes (2003) e inspirada nos estudos de Streefland (1991). A finalidade, segundo a autora, foi introduzir o conceito de fração por meio do processo de divisão indicada, favorecendo o aluno a apoiar-se no seu conhecimento informal.

Durante o processo formativo analisamos as respostas dos alunos. Observamos que os 20 alunos da *Professora Margarida* que participaram da atividade responderam corretamente ao primeiro item. O segundo item foi respondido de forma acertada por 19 crianças e 01 aluno não respondeu. Isso nos faz pensar que os alunos compreenderam a situação proposta. Em relação ao terceiro item, houve um número significativo de acertos: 17 crianças; 02 erraram e

01 não respondeu. Observamos ainda que todos os alunos utilizaram-se do esquema de partição. A figura a seguir mostra duas respostas como podemos verificar na figura a seguir:

**Figura7:** Protocolos da resolução de dois alunos da *Professora Margarida*



Durante a sessão de formação a *Professora Margarida* descreve as duas estratégias utilizadas pelos alunos, ou seja:

- dividiram duas barras de chocolate ao meio e uma em quartos, e fizeram a distribuição entre as quatro pessoas;
- dividiram cada uma das três barras de chocolate em quatro partes iguais e distribuíram uma parte de cada uma das barras para cada pessoa.

Ainda durante o processo formativo foi possível refletir sobre as estratégias utilizadas pelas crianças. Chamamos a atenção do grupo para o fato de que tais esquemas também foram observados por Carpenter em 1994 e evidenciadas aqui no Brasil por Garcia Silva (2007) também. Discutimos ainda que neste grupo não verificamos o caminho descrito por Behr *et al* (1992), ou seja, as três barras são unidas, formando uma unidade que é dividida em quatro, que seria uma outra possibilidade. Nesse sentido, observamos que a atividade apresentada pela *Professora Margarida* oportunizou ao grupo refletir sobre a prática a partir da discussão de resultados de pesquisa em Educação Matemática.

A *Professora Margarida* também nos relatou sobre os três alunos que erraram o item e disse que dois deles dividiram os chocolates em meios, possivelmente por acreditar que deveriam encontrar uma forma de dividir todos os chocolates em “partes iguais” (mesma área). Já o terceiro aluno dividiu cada chocolate em cinco pedaços. Apresentou para o grupo protocolo do aluno G:

**Figura 8:** Protocolo da resolução do aluno G



Analisando a estratégia utilizada pelo *Aluno G* o grupo observou que ele possivelmente utilizou-se da ideia de que deveria fazer quatro cortes no chocolate para que pudesse dividi-lo em quatro partes. Esse fato nos permitiu refletir sobre o grau de dificuldade da estratégia de partição. Tal fato nos permitiu verificar por meio de uma situação real de sala de aula que se a divisão de uma grandeza contínua parecia num primeiro olhar, como trivial, para alguns alunos provavelmente não era. Aproveitamos para discutir sobre o fato de que já em 1960, Piaget, Inhelder e Szeminska afirmavam que a compreensão de frações implicava a construção de invariantes que serviriam como base para a organização das ações da criança.

Sobre os invariantes citados pelos autores, apresentamos aos professores o que diz respeito à necessidade de saber sobre a relação existente entre o número de partes e o número de cortes necessários para obter as partes, ou seja, que para dividir um todo contínuo em quatro partes iguais serão necessários apenas três cortes. Nesse sentido, como apontado por Piaget *et al* (1960) o estudante precisaria antecipar o número de cortes que irá produzir e também prever onde esses cortes devem ser feitos de forma a garantir que todas as partes

tenham a mesma área (conservação de área).

Analisando o ocorrido observamos que a participação da *Professora Margarida* foi de fundamental importância, seja pela sua disponibilidade em realizar o experimento em sua sala, seja pelas suas intervenções durante a análise do grupo. Vale ressaltar que dos professores participantes somente 05 professoras aplicaram a sequência na sua sala e destas, somente a *Professora Margarida* lecionava para o quinto ano e já havia introduzido a fração utilizando o significado parte-todo. Tal fato foi observado pela docente durante a formação:

[...] na minha quarta série onde a gente aplicou, [...] acho que teve bastante influência do parte-todo. Então em alguns momentos eles tinham dificuldade de pensar na fração como divisão por conta de ter já esse conhecimento do parte-todo. Eles ficavam o tempo todo retomando essa ideia e procurando justificar com parte-todo (PROFESSORA MARGARIDA).

A participação da *Professora Margarida* permitiu ao grupo também, uma reflexão sobre a possibilidade de introduzir a fração pelo significado quociente uma vez que a professora identificou dificuldades dos alunos que se utilizaram da partição. Analisando esse resultado sob o ponto de vista de Shulman (1986) e de Ball *et al* (2008), a ampliação de domínio desse conteúdo específico por parte da professora implicou igual ampliação de conhecimentos para o seu ensino.

### **Considerações finais**

A análise da participação e dos depoimentos da *Professora Margarida* também nos permite inferir que, a formação continuada promoveu no grupo de professores investigados a prática reflexiva individual e coletiva, relativa aos conhecimentos dos conteúdos específicos, pedagógico e curricular. Os dados nos fazem crer ser necessário que os professores desenvolvam os conhecimentos matemáticos para o ensino e esses envolvem, sobretudo, conhecimentos didáticos.

Dessa forma, é importante ressaltar que os dados apresentados chamam a atenção para a necessidade de que nos processos de formação sejam apresentadas teorias e resultados de pesquisa que favoreçam a reflexão da prática do professor. Nesse sentido, vale ressaltar que

não se trata apenas de promover a reflexão sobre o que já se faz – o que é importante, sem dúvida – mas também e, principalmente, o estudo de possibilidades de experimentar mudanças nessa prática à luz das pesquisas e teorias.

### **Agradecimentos**

Agradecemos o apoio financeiro recebido da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES – Brasil, por meio do Projeto Observatório da Educação (Convênio ou AUXPE n.º: OE 2050/10), bem como a disponibilidade das escolas parceiras deste projeto.

\* Doutorado em Educação Matemática - professora titular na Universidade Bandeirante Anhanguera – UNIBAN [angelicafontoura@gmail.com](mailto:angelicafontoura@gmail.com)

\*\* Doutorado em Matemática - professora titular na Universidade Bandeirante Anhanguera- UNIBAN- [taniammcampos@hotmail.com](mailto:taniammcampos@hotmail.com)

\*\*\* Doutorado em Educação Matemática - professor titular na Universidade Bandeirante Anhanguera – UNIBAN [rpietropaolo@gmail.com](mailto:rpietropaolo@gmail.com)

### **Referências**

BALL, D.L; LEWIS, J.; THAMES, M.H. Content knowledge for teaching: what makes it special? In: **Journal of Teacher Education**, November/December 2008, v. 59, n.5, 2008. p. 389-407.

BEHR, M., HAREL, G., POST, T., & LESH, R. Rational number, ratio and proportion. In: D. Grouws (Org.). **Handbook of research on mathematics teaching and learning**. (pp.296-333). NY: Macmillan. 1992.

BEHR, M., LESH, R., POST, T., & SILVER, E. Rational number concepts. In: R. Lesh & M. Landau (Org.). **Acquisition of mathematics concepts and processes**. New York, NY: Academic Press. 1983. pp. 92-126

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos**. Porto: Porto Ed. 1999.

CAMPOS, T. M. M.; RODRIGUES, W. R. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. **Revemat: revista eletrônica de educação Matemática**, v.2, n.1, p.68-93, 2010.

CANOVA, R. F. **Um estudo das situações parte-todo e quociente no ensino e aprendizagem do conceito de fração.** Tese. Doutorado em Educação Matemática – UNIBAN, São Paulo. 2013.

CERVANTES, P. B. M. **Uma formação continuada sobre as frações.** Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – UNIBAN, São Paulo. 2011.

CHIZZOTTI, A. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais.** 4.ed. Petrópolis RJ: Vozes, v.1. 2011.

GARCIA SILVA, A. F. **O desafio do desenvolvimento profissional docente:** análise da formação continuada de um grupo de professores das séries iniciais do Ensino Fundamental, tendo como objeto de discussão o processo do ensino e aprendizagem de frações. Tese Doutorado em Educação Matemática – PUC São Paulo, São Paulo. 2007.

KIEREN, T.E. Rational and Fractional Numbers: From Quotient Fields to Recursive Understanding. In: T. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), **Rational Numbers: An Integration of Research.** (pp.49-84). Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Associates. 1993.

MAGINA, S.;CAMPOS, T.M.M.;GETIRANA, V.;NUNES, T. **Repensando adição e subtração:** contribuições da teoria dos campos conceituais. 2008. pp.25-31

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, T.; BRYANT, P.; PRETZLIK, U.; HURRY, J. **The effect of situations on children's understanding of fractions.** Trabalho apresentado no encontro da British Society for Research on the Learning of Mathematics, Oxford, Reino Unido. 2003.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Key understandings in mathematics learning,** Paper 3: Understanding rational numbers and intensive quantities. Nuffield Foundation. 2009. Disponível em: <<http://www.nuffieldfoundation.org/reports>>. Acesso em: 24 de abril de 2012.

PIAGET, J.; INHELDER, B.; SZEMINSKA, A. **The child's conception of geometry.** London: Routledge, Kegan Paul.1960. p. 40-127.

SERRAZINA, L. **Teacher's professional development in a period of radical change in primary mathematics education in Portugal.** Tese de Doutorado. Universidade de Londres, 1998, Lisboa: APM.

SHULMAN, L. **Those Who Understand Knowledge Growth in Teaching.** Educational Researcher, American Educational Research Association, 1986, p. 1-24.



SHULMAN, L. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. **Harvard Educational Review**, v.57, 1987, p.1-21.

STREEFLAND, L. **Fractions in Realistic Mathematics Education: a Paradigm of Developmental Research**. Norwell, MA: Kluwer Academic Publishers. 1991.

VERGNAUD, G. **Epistemologia e psicologia da educação Matemática**. Mathematics and Cognition, 1990, p.1-18.