

# DESCRIPCIÓN DE DIFERENCIAS RELACIONADAS CON EL RAZONAMIENTO INDUCTIVO IDENTIFICADAS EN LA RESOLUCIÓN DE DOS PROBLEMAS<sup>1</sup>

María C. Cañadas. Universidad de Zaragoza

Encarnación Castro y Enrique Castro. Universidad de Granada

*Resumen:* Presentamos algunos resultados de una investigación más amplia cuyo objetivo general es describir y caracterizar el razonamiento inductivo que utilizan estudiantes de 3º y 4º de ESO al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas (Cañadas, 2007). Identificamos diferencias en el empleo de algunos de los pasos considerados para la descripción del razonamiento inductivo en la resolución de dos de los seis problemas planteados a los estudiantes. Describimos estas diferencias y las analizamos en función de las características de los problemas.

*Palabras clave:* Razonamiento inductivo; Resolución de problemas; Sucesiones

*Abstract:* We present some results of a wider investigation, which main objective is to describe and to characterize the inductive reasoning used by students in year 9 and 10 when they solve problems that involve linear and quadratic sequences (Cañadas, 2007). We identify some differences in the use of some states considered for the description of inductive reasoning in the resolution of two of the six problems proposed to the students. We describe these differences and we analyze them in relation to the characteristics of the problems.

*Keywords:* Inductive reasoning; Problem solving; Sequences

## INTRODUCCIÓN

La distinción entre el razonamiento inductivo y el razonamiento deductivo proviene de la filosofía clásica. Nos centramos en el primer tipo de razonamiento mencionado, conscientes de que, en ocasiones, es difícil distinguir ambos tipos en la práctica. Nos referimos al razonamiento inductivo en el mismo sentido que Pólya (1967) habla de *inducción*, como proceso cognitivo que comienza con el trabajo de casos particulares y, a partir de ellos, se llega a una generalización. Diferenciamos entre este tipo de inducción y la inducción matemática o completa como método formal de demostración en el que predomina el razonamiento deductivo. Algunos procesos de razonamiento inductivo pueden concluir con la inducción matemática, si bien esto no siempre es así.

El objetivo general de nuestra investigación fue describir y caracterizar el razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de 3º y 4º de ESO en la resolución de tareas vinculadas con sucesiones lineales y cuadráticas<sup>2</sup> (Cañadas, 2007). Una de las contribuciones teóricas consistió en la elaboración de un modelo constituido por siete pasos para analizar el razonamiento inductivo de los estudiantes, que queda descrito en detalle por Cañadas y Castro (2007). En este trabajo abordamos dos objetivos específicos relacionados con los pasos del modelo de razonamiento inductivo:

---

<sup>1</sup> Este trabajo se ha realizado dentro del proyecto del plan nacional de I+D+I Representaciones, Nuevas Tecnologías y Construcción de Significados en Educación Matemática, con referencia SEJ2006-09056.

<sup>2</sup> Estas sucesiones son equivalentes, según la terminología empleada por autores como Stacey (1989), a las *progresiones aritméticas de órdenes uno y dos*.

1. Identificar si existen diferencias en las frecuencias de realización de los pasos en la resolución de determinados problemas.
2. Si existen diferencias, describir algunas de ellas en función de las características de los problemas en los que se han identificado.

Comenzamos con la descripción de algunos aspectos generales de los marcos teórico y metodológico de Cañadas (2007) para después presentar: (a) una descripción general basada en las frecuencias de realización de cada uno de los pasos considerados en el modelo, (b) diferencias identificadas en las frecuencias de realización de los pasos en dos problemas concretos y (c) la relación entre esas diferencias y las características de esos dos problemas. Estos resultados permitirán dar respuesta a los objetivos específicos de este trabajo.

## MARCO TEÓRICO

En los siguientes epígrafes, tratamos los elementos clave dentro del objetivo general de investigación: (a) razonamiento inductivo, (b) estudiantes que cursan 3º y 4º de ESO en España, (c) progresiones aritméticas de números naturales de órdenes uno y dos y (d) resolución de problemas.

### **Razonamiento Inductivo**

Consideramos que el razonamiento inductivo es un proceso cognitivo que permite avanzar en el conocimiento mediante la obtención de información basada en la que aportan los datos iniciales con los que se inicia el proceso. Pensadores e investigadores en el ámbito de la educación matemática consideran de gran interés el razonamiento inductivo y algunas tareas relacionadas con el mismo para la construcción de conocimiento. La evidencia inductiva juega un papel primordial en el descubrimiento de leyes generales, por lo que se considera muy relacionada con la inducción (Neubert y Binko, 1992). Vislumbrar más allá de lo que se percibe, ver alguna regularidad y plantear conjeturas es el “corazón” de la inducción, “hacer matemáticas implica descubrir, y la conjetura es el principal camino para el descubrimiento” (National Council of Teachers of Mathematics, 2003, p. 60).

#### *Modelo de Razonamiento Inductivo*

Partiendo de la idea de inducción de Pólya (1967) y basándonos en nuestro estudio piloto (Cañadas, 2002) y en el trabajo de Reid (2002), determinamos siete pasos para el modelo de razonamiento que consideramos en nuestra investigación (Cañadas, 2007): (a) trabajo con casos particulares, (b) organización de casos particulares, (c) búsqueda y predicción de patrones, (d) formulación de conjeturas, (e) justificación de conjeturas (basadas en casos particulares), (f) generalización y (g) demostración (justificación del caso general).

Estos pasos han sido tenidos en cuenta en otros tipos de procesos diferentes de la inducción que llevan a la formulación de conjeturas para el caso general (Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reid y Yevdokimov, 2007).

Los pasos del modelo de razonamiento inductivo pueden resultar útiles para describir el razonamiento inductivo que utilizan los estudiantes, pero no todos deben darse necesariamente, y si se dan, no tiene porqué ser en el orden descrito en el modelo.

### **Contenido Matemático: Progresiones Aritméticas de Orden uno o dos**

La elección de las progresiones aritméticas de orden uno o dos como contenido matemático para llevar a cabo nuestra investigación surgió de la confluencia entre el

contenido que con frecuencia se utilizan en investigaciones relacionadas con la inducción y, por otro, el hecho de que fuera un contenido sobre el que los estudiantes tenían los conocimientos suficientes y sospechábamos que no supondría una dificultad adicional.

Utilizando la idea de Rico (1997) sobre organizadores del currículo, describimos el contenido matemático, las representaciones y la fenomenología para llevar a cabo un análisis detallado de las progresiones aritméticas de números naturales de órdenes uno y dos. Estos organizadores son las tres dimensiones que conforman la propuesta de Gómez (2007) sobre el *análisis de contenido*, que guiará la descripción que presentamos a continuación.

#### *Estructuras Matemáticas y Elementos*

El contenido matemático lo planteamos desde dos dimensiones complementarias. La primera dimensión tiene como objeto delimitar las estructuras matemáticas a las que pertenece este concepto matemático y aquellas otras estructuras matemáticas con las que se relaciona. La segunda dimensión se centra en el estudio de la estructura matemática que configura el propio concepto.

Las progresiones aritméticas son un tipo de sucesiones recurrentes. Si las primeras diferencias entre dos casos particulares de la progresión son constantes, el patrón general se puede expresar mediante una expresión algebraica de orden uno y se dice que es una progresión aritmética de orden uno. Si las segundas diferencias son constantes, el patrón se corresponde con una expresión algebraica de orden dos y se dice que es una progresión aritmética de orden dos.

Dado nuestro interés por el razonamiento inductivo, nos centramos en los términos  $k$ -ésimos y en el término general de una sucesión como elementos implicados en el trabajo con progresiones.

#### *Sistemas de Representación*

Los elementos de las progresiones, como tipo particular de expresiones, siguiendo los trabajos de Janvier (1987) y de Castro y Castro (1997), se pueden expresar en los sistemas de representación numérico, gráfico, algebraico y verbal. Los términos  $k$ -ésimos se pueden expresar numérica, gráfica y verbalmente; el término general se puede expresar algebraica o verbalmente.

#### *Relaciones y Operaciones entre Elementos*

Entre los elementos considerados, se pueden establecer diferentes tipos de relaciones: entre términos  $k$ -ésimos, entre el término general y entre los términos  $k$ -ésimos y el término general, en ambos sentidos. A partir de estas relaciones, se pueden considerar diferentes operaciones: (a) continuación, (b) extrapolación, (c) generalización y (d) particularización.

#### *Aspectos Fenomenológicos*

Sin intención de realizar un análisis fenomenológico exhaustivo, detectamos situaciones en las que dicho concepto matemático permite describir, caracterizar y clasificar fenómenos naturales, sociales y matemáticos, con el fin de que sirvan de referencia para la elaboración de los problemas a proponer a los estudiantes. Se dice que dichos fenómenos pueden ser organizados (modelizados) por medio de esta estructura matemática (Castro y Castro, 1997). Identificamos situaciones en la vida cotidiana, en juegos populares y en juegos de mesa, y en disciplinas específicas de conocimiento que

llevan implícitas patrones que se corresponden con este tipo de sucesiones. Estas situaciones se pueden traducir en problemas que el concepto matemático permite resolver de manera eficiente y fiable (Kilpatrick, Hoyles y Skovsmose, 2005).

## MARCO METODOLÓGICO

Nuestra investigación se desarrolla en el marco general de la resolución de problemas, que es considerada una actividad altamente formativa que pone de manifiesto distintos modos de razonamiento (Segovia y Rico, 2001) y, en particular, el razonamiento inductivo.

### **Sujetos**

El grupo de estudiantes con los que se ha llevado a cabo el estudio empírico está conformado por 359 sujetos que cursan 3º o 4º de Educación Secundaria Obligatoria en cuatro centros públicos españoles situados en Cúllar-Vega (Granada), Granada, Madrid y Teruel. El 91,4% de ellos tenían entre 14 y 16 años.

Para conocer el trabajo previo realizado por los sujetos, relacionado con nuestra investigación, recurrimos a varias fuentes:

- Contenido del currículo de 3º y 4º de ESO vigente en el curso en el que se llevó a cabo el estudio empírico (Boletín Oficial del Estado, 2004).
- Entrevistas a los profesores responsables de los estudiantes, previas al estudio empírico.
- Libros de texto que emplean habitualmente los sujetos.
- Cuadernos de trabajo de los estudiantes.

En cada una de las fuentes, centramos la atención en aspectos relacionados con el objetivo de investigación: (a) razonamiento inductivo, (b) resolución de problemas y (c) progresiones aritméticas de orden uno o dos. En las entrevistas con los profesores fuimos cautelosos al no referirnos directamente a estos aspectos para evitar el entrenamiento de los estudiantes.

El currículo español de ESO incluye el desarrollo del razonamiento como uno de sus principales objetivos. Sin embargo, contempla sólo algunas acciones relacionadas con éste como: (a) el reconocimiento de regularidades numéricas, (b) búsqueda de estrategias por parte de los estudiantes para fundamentar sus propias argumentaciones o (c) formulación y prueba de conjeturas.

Consideramos especialmente relevante la revisión de los libros de texto porque era utilizado por todos los profesores de los sujetos. En algunos casos, fueron publicados antes que el Real Decreto por el que se establece la ordenación general y las enseñanzas comunes de la Educación Secundaria Obligatoria en España (Boletín Oficial del Estado, 2004), vigente en el curso en el que se realizó el estudio empírico. Por tanto, la información obtenida de las fuentes diferentes a los documentos curriculares puede ser incluso más fiable que la aportada por los documentos curriculares en algunos casos. Estas fuentes indican que:

- Los sujetos habían trabajado previamente con progresiones aritméticas de orden uno, mientras que no lo habían hecho con las de orden dos. En la mayoría de las ocasiones, este trabajo se realiza numéricamente y, ocasionalmente, se utiliza el sistema de representación gráfico.

- Los estudiantes habían trabajado procesos inductivos vinculados a la resolución de problemas de manera ocasional. En la mayoría de los problemas, el contenido matemático involucrado son las progresiones aritméticas.
- En ninguna de las aulas a las que pertenecen los sujetos se habían realizado tareas relacionadas con la demostración. La comprobación de conjeturas utilizando casos particulares se ha realizado en ocasiones puntuales.

### **Instrumento de Recogida de Información: Prueba Escrita**

Los criterios para la selección de los seis problemas de la prueba escrita fueron: (a) criterios de contenido, (b) criterios sintácticos y (c) criterios de contexto<sup>3</sup>.

Los criterios de contenido fueron:

- Elementos de las progresiones. Consideramos los términos k-ésimos como inicio del proceso inductivo.
- Las operaciones entre elementos se tradujeron en términos de tareas propuestas. Seleccionamos la continuación y la extrapolación, ya que la generalización y la particularización forman parte de nuestros objetivos.
- Sistemas de representación en los que se pueden expresar los elementos implicados. Dado que partimos del trabajo con términos k-ésimos, consideramos los sistemas de representación en los que éstos pueden ser expresados en los enunciados de los problemas: (a) numérico, (b) gráfico y (c) verbal.

Los criterios sintácticos hacen referencia a características del enunciado del problema. Tuvimos en cuenta: (a) terminología empleada comprensible para los sujetos, (b) homogeneidad del enunciado de los problemas, de forma que la redacción no suponga una dificultad añadida, (c) información proporcionada equivalente en todos los problemas y (d) un orden en el planteamiento de los problemas que trata de evitar que los estudiantes se vean influenciados en la resolución de un problema por el inmediatamente anterior.

Se seleccionaron contextos que no habían sido trabajados previamente por los estudiantes pero que no sean lejanos a éstos.

#### *Dos Problemas de la Prueba<sup>4</sup>*

A continuación, presentamos los enunciados de los problemas 3 y 4, que serán en los que nos centremos en este trabajo:

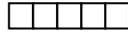
---

<sup>3</sup> Nos hemos basado en la idea de “variable de problema como cualquier característica del problema que asume un valor particular dentro de un posible conjunto de valores” (Puig y Cerdán, 1988, p. 30). Los autores distinguen entre variables de contenido, variables sintácticas y variables de contexto.

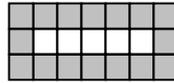
<sup>4</sup> Los seis problemas que constituyen la prueba se pueden consultar en Cañadas (2007).

3. Imagina que tienes unas baldosas cuadradas blancas y otras baldosas cuadradas grises. Las baldosas blancas y las baldosas grises son del mismo tamaño.

Hacemos una fila con las baldosas blancas:



Rodeamos las baldosas blancas con baldosas grises, tal y como muestra el dibujo:



- ¿Cuántas baldosas grises necesitarías si tuvieras 1320 baldosas blancas y quisieras rodearlas de la forma que lo hemos hecho en el dibujo?

- Justifica tu respuesta.

4. Se está organizando la primera ronda de un torneo. Cada equipo tiene que jugar con cada uno de los equipos restantes dos partidos – uno en casa y otro fuera-. Si la convocatoria es autonómica, participarán 22 equipos. Si la convocatoria es nacional, habrá 230 equipos.

- Calcula el número de partidos que se jugarán en la primera ronda de ese torneo si la convocatoria es autonómica y cuántos se jugarán si la convocatoria es nacional.

- Justifica tu respuesta.

La información recogida fueron las respuestas escritas de los estudiantes a los problemas. Esta información se complementó con las notas que la investigadora tomó durante la realización de las pruebas relativas a aspectos de interés para nuestro objetivo de investigación.

### **Variables**

Dentro del contexto de nuestra investigación, consideramos la variable pasos como variable dependiente. Las variables representación, que hace referencia a los sistemas de representación en los que aparecen los términos k-ésimos expresados en el enunciado, y orden, que se refiere al orden de la progresión aritmética involucrada en el problema, son variables independientes.

Los valores de la variable pasos son los siete pasos del modelo de razonamiento inductivo, presentado en el marco teórico.

Los valores de la variable representación son los tres sistemas de representación en los que aparecen los términos k-ésimos expresados en el enunciado: numérico, gráfico y verbal.

Los valores de la variable orden son los órdenes de las sucesiones involucradas en los problemas: 1 o 2.

En la Tabla 1 recogemos los valores de las variables de problema con los que se corresponden los problemas 3 y 4.

Tabla 1. *Variables y valores de los problemas 3 y 4*

Variable	Problema	
	3	4
Representación	Gráfico	Verbal
Tarea 1	Extrapolación	Extrapolación
Tarea 2	Justificación	Justificación
Orden	1	2

## ANÁLISIS DE DATOS

El análisis cuantitativo de datos llevado a cabo permite, en primer lugar, identificar los pasos del modelo de razonamiento inductivo observados en las respuestas de los 359 sujetos en los seis problemas. Esta información permitió:

- Obtener las frecuencias de utilización de los pasos del modelo en los seis problemas de la prueba.
- Analizar las relaciones entre las frecuencias de utilización de los pasos y las características de los problemas, los sistemas de representación de los enunciados y el orden de las progresiones involucradas en los problemas. Empleamos un análisis logarítmico-lineal de tres factores (Pasos\*Representación\*Orden), que revela los efectos de cada uno de los factores tenidos en cuenta, considerando la posible interacción entre cada pareja de factores así como la interacción entre los tres factores simultáneamente.

## RESULTADOS

### **Frecuencias de los Pasos del Modelo**

Las frecuencias de utilización de los pasos del modelo de razonamiento inductivo presentan una tendencia general, tal y como recoge la Figura 1.

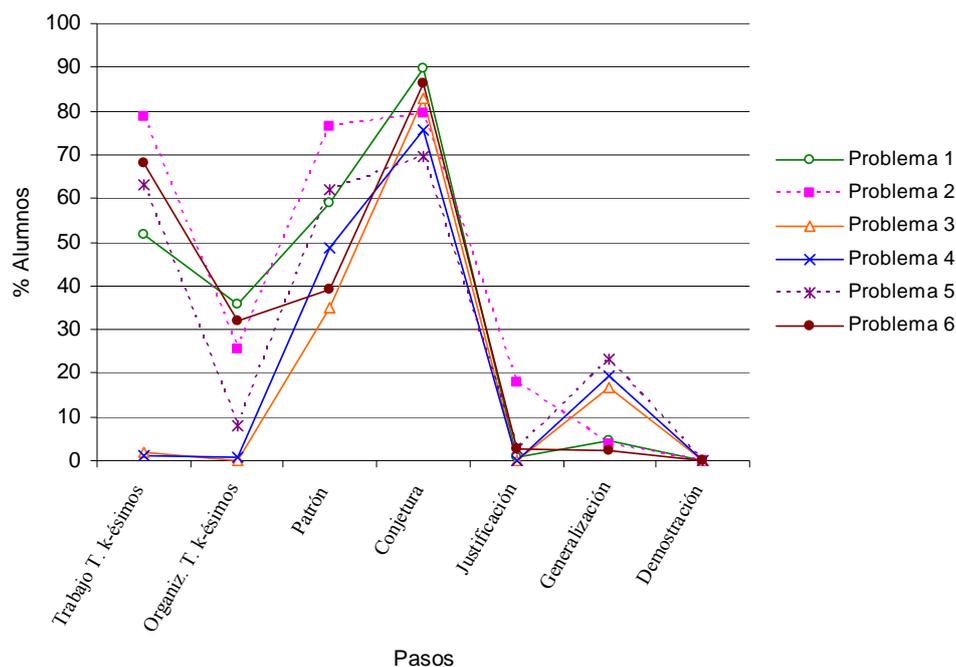


Figura 1. Porcentajes de frecuencias de realización de los pasos

En la Figura 1 se observa una alteración en los problemas 3 y 4 en la tendencia general de los estudiantes en los primeros pasos del modelo (relativos a los términos k-ésimos). En estos problemas, el número de sujetos que trabajan y organizan términos k-ésimos es inferior que en los otros. En los problemas mencionados y en el problema 6 también se observan frecuencias bajas en la identificación de patrón. Sin embargo, esta tendencia no se mantiene en otros pasos del modelo, donde las frecuencias identificadas son similares a las de otros problemas.

Destacamos que en los problemas 3 y 4 el porcentaje de alumnos que detectaron patrones no adecuados fue del 67,8% y del 98,5% de los sujetos que respondieron a cada uno de los problemas.

### **Análisis Logarítmico-Lineal Pasos\*Representación\*Orden**

Para analizar las diferencias observadas en los problemas 3 y 4, llevamos a cabo un análisis que considera las variables pasos, representación y orden<sup>5</sup>. Partimos de un modelo saturado que considera los efectos de todos los órdenes posibles con las tres variables, utilizando el *método de eliminación hacia atrás*. El ajuste del modelo se comprueba mediante la razón de verosimilitud. Dado que los valores residuales obtenidos son nulos, el único modelo logarítmico-lineal posible para este caso es el que incluye las interacciones de las tres variables.

En la Tabla 2 presentamos los resultados del análisis logarítmico-lineal con el estudio de las asociaciones parciales entre las variables, que ha sido realizado mediante la Chi-cuadrado parcial como estadístico de contraste.

<sup>5</sup> En la Tabla 1, se observa que los problemas 3 y 4 se diferencian en el sistema de representación en el que se expresan los términos k-ésimos en el enunciado (representación) y en el orden de la progresión aritmética implicada en el problema (orden).

Tabla 2. Resultados de los tests estadísticos de asociaciones parciales

Efecto	Grados libertad	Chi-cuadrado parcial	Prob.
Orden*Representación	2	175,130	0,0000
Orden*Pasos	6	69,441	0,0000
Representación*Pasos	12	255,956	0,0000
Orden	1	7,469	0,0063
Repres	2	100,442	0,0000
Pasos	6	4222,179	0,0000

Según se observa en la Tabla 2, todos los efectos parciales son significativos ( $prob < 0,05$ ). Realizamos una interpretación de los efectos relacionados con las características de los problemas 3 y 4 según los parámetros  $\lambda$  estimados y los valores de  $z$ .

*Asociación Representación\*Pasos*

Según indican los valores de la Chi-cuadrado parcial (ver Tabla 2), la asociación Representación\*Pasos es la más fuerte de las interacciones de dos factores. En la Figura 2 representamos los parámetros  $\lambda$  estimados para este efecto y su diferencia con respecto a la media.

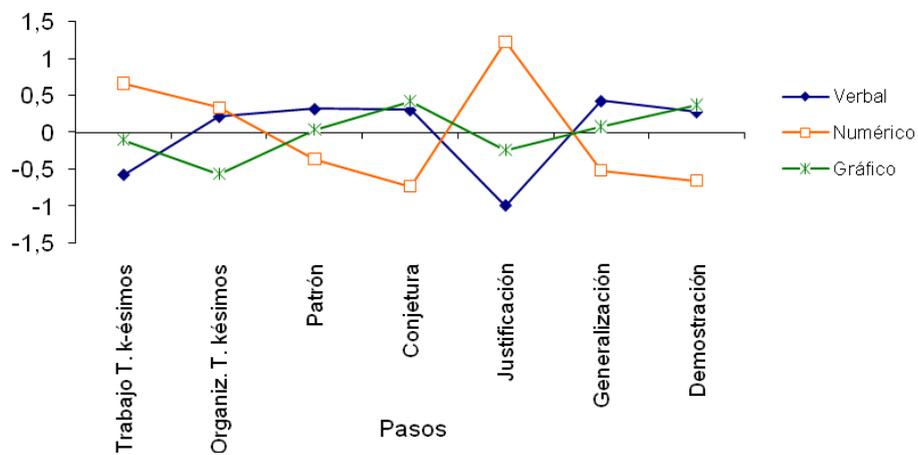


Figura 2. Representación de los parámetros estimados del efecto Representación\*Pasos

Como se observa en la Figura 2, las frecuencias identificadas en los problemas según el sistema de representación empleado en el enunciado destacan por sus valores máximos o mínimos en aquellos problemas cuyos términos k-ésimos están expresados numéricamente.

Los valores de  $\lambda$  y de  $z$  obtenidos en el análisis logarítmico lineal permiten afirmar que:

- La utilización del sistema de representación verbal está asociada a una frecuencia significativamente baja en el trabajo con los términos k-ésimos ( $\lambda = 0,572$  y

$z = 2,719$ ) en la justificación de conjeturas ( $\lambda = 0,99$  y  $z = 1,95$ ). Por otro lado, este sistema de representación está asociado con una frecuencia superior a la media de la identificación de patrón ( $\lambda = 0,32$  y  $z = 2,05$ ) y de la generalización ( $\lambda = 0,43$  y  $z = 2,36$ ). Tal y como indican los valores de las  $z$  correspondientes, estas diferencias son significativas.

- El sistema de representación numérico está asociado de manera significativa con unas frecuencias bajas en la identificación de un patrón en los problemas propuestos ( $\lambda = 0,356$  y  $z = 2,54$ ), en la formulación de conjeturas ( $\lambda = 0,726$  y  $z = 5,219$ ) y en la generalización en los problemas planteados ( $\lambda = -0,507$  y  $z = 2,983$ ). Sin embargo, el sistema de representación numérico se asocia con una frecuencia superior a la media en el trabajo con términos  $k$ -ésimos de manera significativa ( $\lambda = 0,322$  y  $z = 2,05$ ) y en la justificación de las conjeturas ( $\lambda = 1,228$  y  $z = 3,597$ ).
- La formulación de conjetura es el único paso que se asocia de manera significativa ( $z = 2,572$ ) al sistema de representación gráfico. La frecuencia de estudiantes que formulan conjeturas en los problemas en los que se utiliza el sistema de representación gráfico es superior a la media ( $\lambda = 0,417$ ).

#### Asociación Orden\*Pasos

Los parámetros estimados para el efecto orden indican que existen ciertas diferencias en la realización de los pasos considerados en el modelo de razonamiento inductivo pero que no son significativas. Como se observa en la Tabla 2, la asociación Orden\*Pasos es la más débil de las interacciones de dos factores. En la Figura 3 presentamos los valores de los parámetros estimados y su diferencia con respecto a la media de  $\lambda$ .

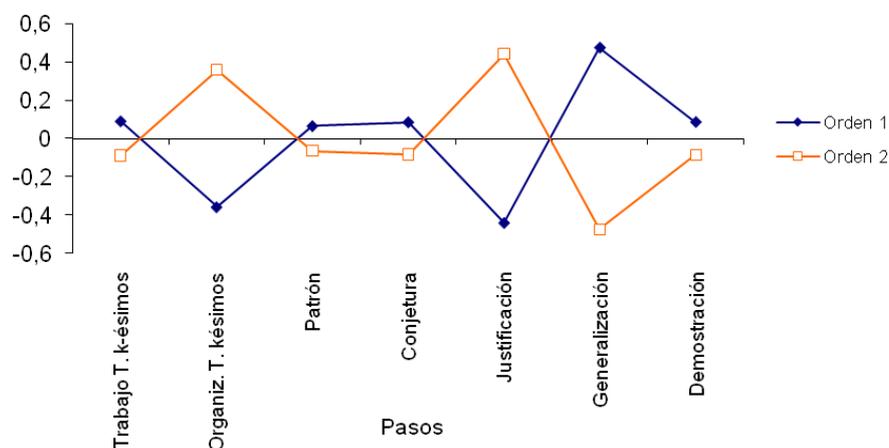


Figura 3. Representación de los parámetros estimados del efecto Orden\*Pasos

El único paso donde se observan diferencias significativas según el orden de las progresiones es en la generalización ( $|z| = 3,635$ ). Por un lado, el número de alumnos que generalizan en los problemas con una sucesión de orden uno es superior a la media ( $\lambda = 0,473$  y  $z = 3,635$ ). Por otro, la frecuencia de los estudiantes que generalizan en los problemas que involucran una sucesión de orden dos, es inferior a la media ( $\lambda = -0,473$  y  $z = 3,635$ ).

#### CONCLUSIONES

En este artículo se ha puesto de manifiesto la influencia de los sistemas de representación empleados para expresar los términos k-ésimos y el orden de las progresiones aritméticas implicadas en los problemas en las frecuencias de realización de los pasos del modelo de razonamiento inductivo.

En los problemas propuestos, la extrapolación fue planteada como una invitación no explícita a la generalización. Sin embargo, en los problemas 3 y 4 los estudiantes no han visto la necesidad de generalizar para llegar a la extrapolación. En estos problemas, los estudiantes no han identificado el trabajo con términos k-ésimos como un paso útil previo a la generalización ni a la formulación de conjeturas.

El bajo número de sujetos que trabajan con los términos k-ésimos de las respectivas progresiones, junto con el alto índice de patrones inadecuados en los problemas 3 y 4 y el elevado número de ellos que formulan conjeturas, hacen que concluyamos que, en la mayoría de las ocasiones, los estudiantes han llegado a la formulación de conjeturas sin haber trabajado previamente con los términos k-ésimos y que eso ha podido ser una razón por la que no han tenido consciencia de la no idoneidad de sus patrones.

El análisis de datos revela que el sistema de representación numérico está asociado a frecuencias máximas o mínimas en comparación con los otros sistemas de representación empleados en los enunciados (ver Figura 2). Esto puede deberse a la costumbre de los sujetos a trabajar principalmente en el sistema de representación numérico en matemáticas.

El orden uno de la progresión y el sistema de representación gráfico del problema 3 son las características que se encuentran asociadas a frecuencias altas en la generalización y en la formulación de conjeturas, respectivamente.

El sistema de representación verbal es la característica específica del problema 4 que está asociada a una frecuencia significativamente baja en el trabajo con términos k-ésimos y a una frecuencia significativamente superior a la media en la expresión de la generalización.

Los resultados presentados pueden ser utilizados para trabajar con los estudiantes diferentes pasos relacionados con el razonamiento inductivo con distintos tipos de problemas.

## REFERENCIAS

- Boletín Oficial del Estado (2004). *Real Decreto 116/2004 de 23 de enero, por el que se desarrolla la ordenación y se establece el currículo de la Educación Secundaria Obligatoria* (BOE, nº 35, pp. 5712-5791). Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia.
- Cañadas, M. C. (2002). *Razonamiento inductivo puesto de manifiesto por alumnos de Secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Cañadas, M. C. (2007). Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas. Granada: Universidad de Granada. (Disponible en <http://cumbia.ath.cx:591/pna/Archivos/CannadasM07-2850.PDF>)
- Cañadas, M. C. y Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 67-78.

- Cañadas, M. C., Deulofeu, J., Figueiras, L., Reid, D. y Yevdokimov, O. (2007). The conjecturing process: Perspectives in theory and implications in practice. *Journal of Teaching and Learning*, 5(1), 55-72.
- Castro, E. y Castro, E. (1997). Representaciones y modelización. En L. Rico (Ed.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 95-124). Barcelona: Horsori.
- Gómez, P. (2007). *Desarrollo del conocimiento didáctico en un plan de formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria*. Granada: Universidad de Granada.
- Janvier, C. (1987). Representation and understanding: The notion of function as an example. En C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Mahwah: LEA.
- Kilpatrick, J., Hoyles, C. y Skovsmose, O. (Eds.) (2005). *Meaning in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.
- National Council of Teachers of Mathematics (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sevilla: Autor y Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales.
- Neubert, G. A. y Binko, J. B. (1992). *Inductive reasoning in the secondary classroom*. Washington: National Education Association.
- Pólya, G. (1967). *Le Découverte des Mathématiques*. París: DUNOD.
- Puig, L. y Cerdán, F. (1988). *Problemas aritméticos escolares*. Madrid: Síntesis.
- Reid, D. (2002). Conjectures and refutations in grade 5 mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(1), 5-29.
- Rico, L. (1997). Consideraciones sobre el currículo de matemáticas para educación secundaria. En L. Rico (Coord.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 15-59). Barcelona: Horsori.
- Segovia, I. y Rico, L. (2001). Unidades didácticas. Organizadores. En E. Castro (Ed.), *Didáctica de la matemática en la educación primaria* (pp. 83-104). Madrid: Síntesis.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalising problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20(2), 147-164.