

## Concepções de alunos de 2<sup>a</sup> série sobre escritas numéricas de milhares e valor posicional

*Neila Tonin Agranionih\* e Beatriz Vargas Dorneles\*\**

**Resumo:** O artigo descreve uma pesquisa fundamentada na Epistemologia Genética, realizada com nove alunos da segunda série do Ensino Fundamental de uma escola estadual do município de Erechim-RS. O objetivo central da pesquisa foi investigar concepções construídas na interação criança-escrita numérica que contribuem para a construção do valor posicional. Foram realizados pré e pós-testes e onze sessões de intervenção com nove alunos, utilizando o método clínico de Piaget. As intervenções propostas nas sessões da pesquisa favoreceram um avanço das crianças em direção à compreensão dos princípios aditivo, multiplicativo e de posicionalidade que caracterizam o sistema de numeração decimal. A pesquisa evidenciou um maior avanço dos sujeitos da pesquisa em relação ao domínio da escrita numérica convencional do que em relação à compreensão do valor posicional e uma mútua influência no desenvolvimento de ambos. Evidenciou também que as notações, por si sós, não são transparentes às crianças e que o aprendizado do valor posicional a partir da escrita numérica consiste num processo construtivo, não linear, de concepções em direção à compreensão do valor posicional, construídas à medida que as situações didáticas provocam reflexões e sucessivas tomadas de consciência sobre as notações em si e sobre as relações entre escritas e agrupamentos.

**Palavras-chave:** Valor posicional; sistema de numeração decimal; notações numéricas

### Conceptions of second graders about numerical writings and place value

**Abstract:** This article describes a research that accomplished nine second class students from Elementary School in a public school in the town of Erechim-RS. It aims to investigate conceptions built upon the children-numeric writing interaction that contributes for the construction of place value, using the clinical method of Piaget and Genetic Epistemology. The proposal interventions improved an advance of the children to a better understanding of the additive, multiplicative principles and the “posicionality” principle. The research evidenced a higher advance regarding the knowledge of the conventional numeric writing itself than regarding the comprehension of place value posicional and a mutual influence of both. The study shows that the notational system is not transparent to children and it needs a non-linear constructive process of conceptions towards the comprehension of place value built as the didactic situations evoke reflections and

\* Doutora em Educação - UFRGS. Professora da Universidade Federal do Paraná - UFPR. nagranionih@ufpr.br

\*\* Doutora em Psicologia Escolar - USP. Professora do PPGEduc da Universidade Federal do Rio Grande do Sul - UFRGS. Linha de Pesquisa Psicopedagogia e Educação. bvdornel@terra.com.br

continuous consciousness about notations themselves and about the relations between writings and groupings.

Key words: Place value; decimal numerical system; numeric notations.

## Introdução

Este artigo apresenta e discute parte dos resultados de pesquisa (Agranionih, 2008) cujos objetivos foram investigar concepções — presentes e construídas na interação crianças-escritas numéricas — que contribuem para a construção do valor posicional; identificar contribuições das notações de multidígitos à conceituação do valor posicional; e verificar formas cognitivas por meio das quais essas contribuições se efetivam.

Após a coleta dos dados, a análise qualitativa priorizou a identificação de concepções, manifestadas e construídas pelas crianças, que contribuíssem para a compreensão do valor posicional do número. Tais concepções serão apresentadas numa perspectiva evolutiva, a fim de facilitar a organização dos dados, mas, é importante salientar, trata-se da descrição de um conjunto de diferentes concepções predominantes nas interações com as escritas, presentes ao longo das onze sessões de intervenção didática desenvolvidas na pesquisa, não assumindo, portanto, um caráter evolutivo linear. Já a análise quantitativa teve como objetivo verificar se a interação com as escritas numéricas nas situações didáticas foi significativa para os desempenhos das crianças em valor posicional e escritas numéricas.

## Revisão teórica

As escritas numéricas de números multidígitos são trabalhadas na escola a partir da transcrição das ações envolvidas em agrupamentos de base dez realizadas com materiais concretos, tais como o material dourado, o ábaco e o “quadro valor de lugar”, com a intenção não apenas de ensinar os alunos a representarem os números segundo as regras do sistema de escrita decimal, mas também de promover a compreensão do valor posicional dos algarismos. Subjacentes a tais práticas estão os pressupostos de que esses materiais representam a lógica do sistema de numeração decimal e de que é possível compreender as propriedades desse sistema e aprender escritas numéricas a partir da transcrição das ações de agrupar e reagrupar, realizadas com tais materiais. Essas práticas, no entanto, têm sido questionadas por diferentes autores, a partir de argumentos tais como o de que as aprendizagens de diferentes sistemas simbólicos; o domínio progressivo das notações e das regularidades da escrita numérica; a linguagem; a construção de estruturas conceituais; as interações sociais; e os conflitos cognitivos, entre outros aspectos, também desempenham

um importante papel na compreensão do sistema de numeração decimal e contribuem significativamente para a construção de conceitos matemáticos que envolvem tal sistema. Esses aspectos, em geral, não são suficientemente considerados nas práticas pedagógicas escolares para o ensino da escrita numérica de números multidígitos.

Entre tais autores, Sinclair, Tièche-Cristinat e Garin (1992) alertam que as crianças interpretam números escritos, constroem hipóteses sobre a numeração escrita com base nos conhecimentos obtidos a partir da numeração oral e da sequência numérica, sendo que tais conhecimentos são transpostos para a escrita num processo de transcodificação oral-escrito. A produção de escritas numéricas a partir desse processo, ou seja, da transcodificação do formato verbal falado ao formato arábico, é também analisada por Orozco (2001, 2005) e Orozco e Hederich (2000), que, alicerçadas nos estudos do processamento numérico e da linguística, atribuem à correspondência entre a fala do nome do número e a escrita um papel fundamental na aprendizagem das escritas numéricas e do valor posicional. Lerner (2005), Lerner e Sadovsky (1996) e Teixeira (2005, 2006), por sua vez, apontam a compreensão das regularidades dessa forma de escrita ou, em outras palavras, a interação da criança com a escrita numérica, mais especificamente, como elemento importante na compreensão do valor posicional do número.

Fuson e outros (1997), Lerner e Sadovsky (1996), Nunes e Bryant (1997), Orozco (2001, 2005) e Sinclair, Tièche-Cristinat e Garin (1992) chamam a atenção para a influência da linguagem no processo de compreensão do sistema de numeração decimal e de produção de escritas numéricas. A linguagem intervém na conceitualização da escrita numérica, afirmam Lerner e Sadovsky (1996), uma vez que as crianças produzem notações numéricas apoiadas na numeração falada, mesmo não tendo compreendido ainda a estrutura do sistema de numeração decimal. Fuson et al. (1997) e Nunes e Bryant (1997), fundamentadas em estudos que revelam que, quanto mais transparentes forem as regras dos sistemas de contagem, mais facilmente as crianças os aprendem, consideram que aspectos linguísticos influenciam na aprendizagem do sistema de numeração decimal.

A necessidade da construção das estruturas conceituais para a compreensão de números multidígitos é salientada por Fuson e outros (1997), ao destacarem as relações entre o desenvolvimento das notações numéricas e a compreensão do sistema de numeração, especialmente o valor posicional. Lerner (2005) torna clara a importância do estabelecimento de relações entre significantes e significados no processo de compreensão do valor posicional e das regularidades da escrita numérica. Destaca que essa compreensão se dá por um processo construtivo no qual, inicialmente, as crianças põem em ação conhecimentos ainda inexplicáveis a elas mesmas, mas que, com o apoio das operações que partem dos

dados concretos e dos processos de abstração e de tomada de consciência, levam à compreensão dos princípios que regem o sistema de numeração decimal.

As interações sociais e os conflitos já eram considerados, por Inhelder, Bovet e Sinclair (1977) e Perret-Clermont (1978), fundamentais para promover as mudanças conceituais. Já naquele momento, os autores destacavam que a troca de opiniões e o confronto de ideias entre duas ou mais pessoas são fontes de conflitos que desencadeiam desequilíbrios fundamentais à construção de novas estruturas de conhecimento. Mais recentemente, também foram considerados, por Bednarz (1996) e Ross e Sunflower (2007), essenciais para a compreensão dos princípios que regem o sistema de numeração escrita e para a construção de notações. A escrita numérica, afirma Bednarz (1996), é uma construção da criança que procura dar conta de uma realidade provocada por situações de interações que “jogam” com o confronto entre dois modos de operar (manipulação e representação simbólica). Essas situações de interação e confronto dão significado às escritas simbólicas e contribuem para fazer evoluir progressivamente as representações (escritas) elaboradas pelas crianças. Para Ross e Sunflower (2007), as interações são um fator fundamental na construção dos princípios do sistema de numeração, já que é a partir das intervenções propostas que se realizam as trocas e as interações constantes entre as crianças no grupo.

O presente estudo foi motivado pelo interesse em verificar como crianças que não compreendem o valor posicional do número passam a compreendê-lo em situações que envolvem a produção de escritas numéricas de milhares; de que forma essa interação contribui para a construção desse conceito; e como se dá apropriação dessa escrita.

## Método

A pesquisa envolveu três etapas. Inicialmente, numa fase preliminar de pré-teste, participaram 44 crianças de três turmas de segunda série do Ensino Fundamental de uma escola estadual da cidade de Erechim-RS, na qual foram avaliadas as noções de composição aditiva e de valor posicional e as escritas numéricas a partir de entrevistas individuais, seguindo princípios do método clínico piagetiano. Nesta fase foram selecionadas, por sorteio, dezoito crianças para participarem da pesquisa, dentre as que faziam parte do grupo de alunos com noção de composição aditiva, que não haviam construído as noções de valor posicional e que não dominavam as escritas de números superiores a mil (critério adotado na seleção da amostra). A noção de composição aditiva foi avaliada através da “tarefa de compra” (Nunes; Bryant, 1997). A noção de valor posicional foi avaliada através da prova descrita por Kamii (1992), e as escritas numéricas foram avaliadas por um ditado de números adaptado de Nunes e Bryant (1997): um número

de dígito único: 8; quatro números de dois dígitos: 14, 25, 47, 60; três números de três dígitos: 108, 329, 800; dois números de quatro dígitos: 2.569; 5.000; um número de cinco dígitos: 29.235; um número de seis dígitos: 101.246. Das dezoito crianças, foram sorteadas nove para compor um grupo-controle e outras nove para compor o grupo experimental, que participariam, agrupadas em trios, das situações didáticas propostas. Faziam parte do grupo de pesquisa: do Grupo I, os alunos: Mat, Raf e Mic; do Grupo II: Fel, Sab e Lua; do Grupo III: Taa, Tae e Cla. As crianças selecionadas para o grupo-controle não participaram das intervenções e seguiram frequentando normalmente as classes de segunda série na escola.

A opção pela realização da pesquisa em trios foi devida à preocupação de estudar os processos cognitivos utilizados pelos sujeitos em um contexto caracterizado por interações semelhantes a situações reais de aprendizagem em sala de aula. Esta razão, aliada à intenção de envolver as crianças numa situação de aprendizagem que se diferenciasse da sala de aula tradicional, mas que se aproximasse de situações de interação entre os alunos (sujeitos da pesquisa), o professor (pesquisador) e o conhecimento (sistema de numeração decimal), motivou a opção pela realização da coleta de dados a partir de intervenções que denominamos situações didáticas (Brousseau, 1996).

Na segunda fase da pesquisa, onze sessões compostas por situações didáticas foram organizadas a partir de situações-problema previamente estruturadas e propostas para a resolução. Objetivaram favorecer a compreensão das relações entre os aspectos notacionais e conceituais envolvidos na compreensão das propriedades do sistema de numeração decimal e a manifestação de microaprendizagens. As situações didáticas foram realizadas ao longo de um semestre, semanalmente, sendo que, a cada semana, era realizada uma intervenção com cada trio individualmente. Foram disponibilizadas aos alunos fichas com diferentes algarismos, além de folhas de papel, lápis e borracha, tendo sido esclarecido que poderiam usá-los, caso sentissem necessidade de desenhar ou escrever. O pesquisador propunha a situação-problema e encorajava a troca de ideias entre os componentes de cada trio para a resolução, intervindo quando necessário. As atividades foram videogravadas e transcritas na íntegra para análise, o que permitiu a realização de recortes das concepções manifestadas pelas crianças.

As situações didáticas 1, 3, 4, 5 e 6 problematizam a leitura e a produção de escritas numéricas de números multidígitos, conforme resumimos a seguir.

<p><b>Situação didática 1</b></p> <p>A professora fez um ditado com o seguinte número: 653. Observamos que os alunos escreveram <i>seiscentos e cinquenta e três</i> de diferentes maneiras: 600 053, 653, 600 503, 60053. Qual foi a criança que acertou a forma correta de escrever? Por quê? O mesmo para 2.192: 2000 192, 2000 100 902, 200 100 92, 2000 100 92, 2 192.</p>
<p><b>Situação didática 3</b></p> <p>Formar números com as fichas: 1,2,3,4,5,6,7,8,9,4,2,6,0,0,0,0,0,0,0. a) Quatro mil, duzentos e vinte e seis; b) Cinco mil e vinte e quatro; c) Vinte mil, quatrocentos e trinta e seis; d) Duzentos e quarenta e seis mil, cento e trinta e sete.</p>
<p><b>Situação didática 4</b></p> <p>Com as fichas, formar números: 7,5,3,1,2,0,0,0,0,0,0,0. a) maiores do que mil; b) maiores do que cem; c) maiores do que dez mil.</p>
<p><b>Situação didática 5</b></p> <p>Formar todos os números possíveis com os algarismos: 3,4,8. Organizar os números formados em ordem crescente.</p>
<p><b>Situação didática 6</b></p> <p>432. Quero formar mil, quatrocentos e trinta e dois. Que número(s) preciso colocar nas fichas anteriores? <math>\_ \_ \_ , 4, 3, 2</math>.</p> <p>Tenho 680. Quero formar dois mil, seiscentos e oitenta. Que número(s) preciso colocar nas fichas anteriores? <math>\_ \_ \_ , 6, 8, 0</math>.</p> <p>Tenho 507. Quero formar dez mil, quinhentos e sete. Que número(s) preciso colocar nas fichas anteriores? <math>\_ \_ \_ , 5, 0, 7</math>.</p> <p>Tenho 9.057. Quero formar dezenove mil e cinquenta e sete. Que número(s) preciso colocar nas fichas anteriores? <math>\_ \_ \_ , 9, 0, 5, 7</math>.</p>

Provocar relações com agrupamentos a partir de uma escrita numérica dada e a identificação do valor posicional também a partir de uma escrita numérica foi o objetivo das situações didáticas 7 e 2, 9 e 10, respectivamente.

<p><b>Situação didática 7</b></p> <p>Trabalhou-se numa loja de doces. Ao final de um dia de trabalho restaram 456 pirulitos. A loja possuía embalagens de cem e de dez doces. Como poderíamos empacotá-los?</p>
<p><b>Situação didática 2</b></p> <p>Uma professora lançou o seguinte desafio para seus alunos: Temos 463 pirulitos para a festa do Dia da Criança. Cada algarismo do número 463 representa uma parte dos pirulitos. Descobrir quantos pirulitos cada parte do número representa!</p>

**Situação didática-9**

Foi preciso empacotar apenas as balas que correspondem ao algarismo 4 nos números abaixo. Quantas são? a) 345 balas; b) 1.345 balas; c) 12.345 balas; d) 212. 345 balas.

**Situação didática 10**

Foi preciso empacotar muitas balas... Vou dizer quantas. Escrevam. É possível olhar para os números e descobrir quantos pacotes de um, dez, cem, mil ... vamos usar?

As situações didáticas 8 e 11 visaram provocar a produção de escritas numéricas a partir de relações com agrupamentos previamente determinados.

**Situação didática 8**

No estoque de nossa loja de doces há um pote com mil balas, dois potes com dez balas, cinco potes com cem balas. Quantas balas há no estoque? Escreva o número.

Temos guardados no estoque três pacotes de mil pirulitos, quatro pacotes de cem pirulitos, dois pacotes de dez pirulitos e dois pirulitos soltos. Quantos pirulitos há ao todo no estoque? Escreva o número.

**Situação didática 11**

Quantos doces estão empacotados? 10, 100, 1000, 10, 100, 100, 100, 10, 1000, 100, 10, 1000, 1, 100, 100, 1, 100, 1, 100, 10, 100, 10, 10, 1

Temos quatro pacotes de 100, seis pacotes de 1000, dois pacotes de 10. 000 e três pacotes de 1 pirulito. Quantos doces temos? \_\_\_\_\_

Temos 245 balas empacotadas. A turma que trabalhou acabou de aprontar outros cinco pacotes de cem balas. Onde teremos que alterar o número 245 para incluir estas balas?

As situações didáticas 7, 8, 9,10 e 11 foram propostas a partir de uma situação-problema ampla, adaptada de Cobb, Yackel e Wood (1992): “Trabalhamos em uma loja de doces e precisamos empacotá-los em embalagens com capacidades para um, dez, cem, mil doces”. Outras situações relativas às escritas numéricas e ao valor posicional emergiram e foram exploradas pela pesquisadora no decorrer das intervenções realizadas com os trios, o que resultou, muitas vezes, em novas situações de reflexão para os alunos.

Na terceira fase da pesquisa, as dezoito crianças selecionadas na primeira fase foram submetidas a um pós-teste em que foram reavaliadas as noções de valor posicional e as escritas de números através da reaplicação das provas descritas (valor posicional e ditado numérico). O objetivo do pós-teste foi verificar se as intervenções haviam contribuído para a construção do valor posicional do número e para a apropriação das escritas convencionais

de números multidígitos, comparando os resultados com aqueles obtidos pelo grupo de controle. A análise quantitativa verificou se a interação com as escritas numéricas nas situações didáticas foi significativa para os desempenhos das crianças em valor posicional e escritas numéricas. Para tal, utilizamos o Teste exato de Fischer<sup>1</sup>, que permite calcular a probabilidade de associação das características analisadas, determinando a probabilidade de os resultados obtidos no pós-teste pelo grupo de pesquisa e pelo grupo-controle serem ou não independentes. Buscamos, assim, comparar os resultados obtidos em relação a: construção da noção de valor posicional por ambos os grupos; produção de escritas convencionais de milhares por ambos os grupos; associação entre valor posicional e escritas numéricas para o grupo-controle e para o grupo experimental.

### Apresentação dos dados

Foi possível identificar processos desenvolvidos pelas crianças em direção à escrita convencional de milhares e à compreensão do valor posicional, descritos a seguir.

#### A escrita convencional de milhares

Investigamos as concepções das crianças em relação à escrita numérica de milhares, a partir de situações-problema relativas à identificação e à produção dessas escritas, propostas mais especificamente nas situações didáticas 1, 3, 4, 5 e 6. As ações que envolviam a leitura e a produção de escritas de milhares realizadas no decorrer das onze sessões de situações didáticas e as problematizações provocadas pelas situações-problema propostas e pela intervenção do pesquisador revelaram hipóteses, concepções e caminhos percorridos pelos sujeitos da pesquisa rumo à notação convencional de milhares.

Ao longo das intervenções evidenciou-se um avanço gradativo e não linear em direção à identificação das regularidades das notações convencionais desse intervalo numérico, caracterizado, inicialmente, pela não identificação imediata de notações de milhares pelos sujeitos da pesquisa, fato evidenciado pela estranheza inicial demonstrada com relação a elas e pela tentativa de aplicação de esquemas e conhecimentos já adquiridos no reconhecimento das ordens e das classes dos números (através das letras U, D, C, habitualmente usadas na sala de aula para identificar unidades, dezenas e centenas).

Nas primeiras intervenções, as crianças não conseguiam ler milhares. Consideravam que “*É impossível ler esse número*”. Os milhares causavam estranheza e o reconhecimento dessa classe não se deu de imediato. Passou pelo reconhecimento de que “*o número ficou*

<sup>1</sup> O Teste Exato de Fisher permite calcular a probabilidade de associação das características em análise, quando o número de dados é pequeno, como no caso de nossa pesquisa.

*maior*”, o que não tornava possível identificar as casas da unidade, da dezena e da centena, como estavam acostumados na escola. Era perceptível uma tendência para tentar aplicar os conhecimentos já assimilados em situações anteriores sobre unidade, dezena e centena em situações novas, como ficava evidente nas ações de representar essas casas decimais com as letras U, D, C, escrevendo-as sobre os algarismos. A percepção da inviabilidade desde recurso, diante do fato constatado de que “*o número ficou maior*”, permitiu a algumas crianças encontrarem uma rápida solução ao problema: “*eliminar um algarismo*”. Permitiu também o reconhecimento de que “*surgem novas casinhas*”. O exemplo ilustra a tomada de consciência da necessidade de uma nova casa decimal: o milhar.

Pesq.: Exato. E esse número agora. Que número é esse? (12.345)

Cla e Taa: Mil, duzentos e trezentos e quarenta e cinco.

Pesq.: Não...

Taa: É doze mil. Doze mil, trezentos e quarenta e cinco né, profe?

Pesq.: Doze mil, trezentos e quarenta e cinco.

Tae: Meu Deus... agora tem mais casinha ... Tem que ter mais uma casinha.

Taa: Ai, meu Deus!

No entanto, novas situações-problema surgiram com a constatação de que a nova ordem construída, o milhar, não dava conta de resolver todos os problemas enfrentados na tentativa de identificar as casas decimais: em algumas escritas sobravam algarismos e faltavam letras. Isso aconteceu porque, ao identificar as casas decimais com as letras respectivas, as crianças não necessariamente o faziam respeitando o sentido direita-esquerda, que caracteriza a ordem das potências de dez constitutivas do sistema. Geralmente usavam o critério “*inicia-se pela esquerda*”, respeitando o sentido da leitura do numeral, embora as potências de base dez aumentem no sentido direita-esquerda, na escrita numérica, fato este não considerado até então pelos sujeitos da pesquisa. Constataram que “*iniciar pela esquerda nem sempre dá certo*”: faltam “*casinhas*” ou sobram algarismos. Constataram também que, diante de algumas notações (com cinco algarismos ou mais), este recurso (iniciar a identificação das ordens e das classes pela esquerda: M, C, D, U) não produz os efeitos esperados, uma vez que sobram algarismos e faltam letras, o mesmo acontecendo quando iniciavam pela direita.

Observamos uma espécie de generalização desse novo conhecimento, na constatação das crianças de que “*todos os algarismos das classes dos milhares são milhares*”. Em outras palavras, as três ordens da classe dos milhares passaram a ser identificadas como milhares pela letra M, ignorando possíveis diferenças entre elas. Consideram a classe dos milhares

como um todo, sem cogitar a possibilidade de identificar os algarismos como unidade de milhar, dezena de milhar e centena de milhar.

Aos poucos perceberam que “*as casas decimais ajudam a ler os números*”. Identificar as casas decimais com as letras “M” sobre os algarismos passou a auxiliar a leitura de números “*grandes*”, uma vez que delimita a classe dos milhares. Atuam como “*marcas*” de mil. Aos poucos, também o ponto (.) passou a ser incorporado a esta função, sendo reconhecido como recurso para separar a classe dos milhares e das unidades, juntamente com as letras correspondentes às casas decimais.

#### A compreensão do valor posicional

Buscamos conhecer as concepções das crianças sobre valor posicional, partindo de situações que indicassem as possíveis relações entre agrupamentos e escrita numérica. Em outras palavras, problematizamos situações nas quais a formação de grupos era necessária a partir de uma escrita numérica e, ao contrário, situações em que a produção da escrita era necessária a partir de agrupamentos.

Quando solicitados a imaginar e a desenhar situações de agrupamentos de dez, cem e mil (pacotes de doces) a partir de uma escrita numérica (através das situações didáticas 7 e 2, 9 e 10), os alunos preocuparam-se inicialmente com a quantidade total representada pela escrita e com a formação de grupos a partir dessa quantidade, sem demonstrar nenhuma relação com a possibilidade de cada algarismo representar um determinado valor. A formação de grupos se deu através das seguintes estratégias: dividir a quantidade de doces entre si (divisão por cotas): - *Um pouco pra mim, um pouco pra ti...*; dividir a quantidade por 2 ou por 3 (partição); e subtrair quantidades aleatórias da quantidade total de doces: formação de agrupamentos. A formação de agrupamentos assemelhava-se às ações de empacotar uma quantidade de cada vez, calculando o restante através de uma subtração e dele subtraindo novamente a quantidade do próximo pacote.

Quando problematizados e esclarecidos novamente quanto ao fato de que os doces deveriam ser empacotados em embalagens de dez, cem e mil balas, a escrita numérica também significou um valor absoluto, uma vez que os grupos de dez, cem e mil foram formados aleatoriamente, sem nenhuma preocupação em seguir uma sequência ou ordem nos empacotamentos. Tal ordem resultaria num processo mais rápido e econômico (iniciar com a formação de pacotes de mil, depois de cem, dez e um). Ao longo das situações didáticas e de várias intervenções, aos poucos as crianças se organizaram no sentido de seguir uma sequência nos “empacotamentos”, próxima às convenções do sistema de numeração decimal.

Foi possível identificar nessas situações um conjunto de ações que se aproximam do princípio aditivo do sistema, embora ainda não o contemplem: - subtração de quantida-

des aleatórias da quantidade representada pela escrita numérica. Ex:  $3.432 - 32$ ;  $3.432 - 36$ ; - subtração de potências de dez, sem obedecer à organização do sistema. Ex:  $3.432 - 1.000 = 2.432 - 10 = 2.422 - 100 = 2.322$ ; - subtração de potências de dez, procurando obedecer a uma sequência mais próxima à organização do sistema. Ex.  $3.432 - 1.000 = 2.432 - 100 = 2.332 - 1000 = 1.322$ .

Somente nas últimas intervenções a possibilidade de os algoritmos da escrita numérica sugerirem a quantidade de pacotes de dez, cem e mil passou a fazer sentido para algumas crianças. Foi também nas últimas intervenções que demonstraram saber a quantidade de grupos de um, dez, cem e mil representada pelos algoritmos, olhando para o numeral escrito. Em outras palavras, deram mostras de estarem mais próximas da compreensão do valor relativo dos algoritmos no número e da compreensão do princípio da posicionalidade, característico do sistema de numeração decimal.

Buscamos investigar se as crianças seriam capazes de produzir a escrita numérica correspondente a agrupamentos previamente formados, representados por potes de balas de capacidades equivalentes às potências de dez, relacionando a quantidade dos potes aos valores relativos dos algoritmos no número. O desenho dos potes, com o respectivo registro de suas quantidades e a adição destas, foi a primeira estratégia utilizada na tentativa de descobrir quantas balas havia ao todo nos potes. Gradativamente, o desenho dos potes passou a ser substituído pela escrita das quantidades que continham, mas a adição das quantidades de cada pacote ainda permaneceu, como forma de obter a escrita do número correspondente ao total de balas nos potes.

Nas primeiras tentativas de resolução dos problemas, a adição foi usada no sentido de compor a totalidade, sem a preocupação de obedecer a uma organização ou sequência próxima à organização do sistema, ou seja, as crianças desenhavam ou adicionavam as quantidades, respeitando a ordem do enunciado, embora nem sempre este apresentasse os pacotes de acordo com a ordem gerada pelas potências de dez. A possibilidade de organizar os cálculos agrupando os potes de mesma quantidade passou a ser considerada, apesar do fato de que iniciavam a desenhar, contar ou adicionar, ora pelos grupos de dez, ora pelos grupos de cem ou mil.

As ações das crianças envolveram, então: - adição de quantidades aleatórias até contemplar todos os potes ( $100 + 1000 + 1000 + 10 + 1 + 10$ ); - adição das quantidades iguais, sem seguir a organização do sistema ( $100 + 100 + 1000 + 1000 + 1 + 1$ ); - adição das quantidades iguais, de acordo com a organização do sistema ( $1000 + 1000 + 100 + 10 + 1$ ).

A multiplicação como um recurso para calcular o total correspondente aos grupos de dez, cem e mil mais rapidamente ( $2 \times 1.000 + 3 \times 100 + 10 + 1$ ) foi utilizada pelas crianças no transcorrer da pesquisa, o que permite pensar numa organização progressiva

das ações em direção à compreensão do princípio multiplicativo que rege o sistema de numeração decimal.

Não houve nenhuma relação espontânea com centenas, dezenas e unidades (conteúdo que, como já referimos, já havia sido trabalhado pela professora em sala de aula), nas tentativas das crianças de produzir escritas numéricas a partir de agrupamentos. Também não houve manifestações a respeito da possibilidade de algarismos representarem quantidades ou de representarem diferentes quantidades, de acordo com o lugar que ocupam na escrita numérica. Relações com esse conteúdo foram estabelecidas no momento de “armar” a conta na realização dos cálculos, embora, mesmo que identificassem as casas decimais, o fizessem indevidamente, o que conduzia a erros.

Como vimos, os agrupamentos não sugeriram de imediato as escritas numéricas, como poderíamos esperar, considerando o fato de que as noções de centenas, dezenas e unidades já haviam sido trabalhadas com as crianças. Isso só foi possível para algumas destas, após sucessivas problematizações no decorrer das situações didáticas — dentre elas, aquelas específicas relativas à relação dos algarismos dos números e seu valor posicional, solicitando que as crianças indicassem a quantidade de objetos que cada algarismo representava na escrita numérica a elas apresentada.

Foi possível observar concepções relativas ao valor posicional nas primeiras intervenções e uma progressão nessas concepções, uma vez que foram sendo reconstruídas ao longo da pesquisa, à medida que surgiam novas hipóteses e novos conhecimentos a esse respeito. Também foi possível organizá-las numa ordem evolutiva, das mais distantes às mais próximas do conceito de valor posicional, embora tenham coexistido, ao longo das situações didáticas, várias ideias sobre o conceito, o que não nos permite pensar num processo evolutivo linear.

As primeiras manifestações das crianças evidenciaram que inicialmente entendiam que os algarismos que compõem o número representam o seu valor absoluto. A partir das problematizações propostas, passaram a atribuir aos algarismos valores quaisquer, demonstrando apenas a preocupação em adicionar quantidades aleatórias para encontrar o total representado pela escrita numérica proposta. Esse total também foi buscado através da adição de valores similares ao nome do número. Por exemplo, atribuíam valor quarenta ao 4 de 463, relacionando o prefixo “qua” de quatro, e quarenta, por exemplo.

Os conhecimentos sobre unidade, dezena e centena proporcionados pela escola permitiram, nessas atividades, o estabelecimento de algumas relações entre os valores que os algarismos podem assumir conforme a casa decimal que ocupam. Possivelmente, a similaridade das problematizações apresentadas na pesquisa com atividades propostas na sala de aula contribuiu para tal. Ao procurar encontrar o valor relativo dos algarismos 4,

6 e 3 no número 463, por exemplo, Cla confundiu a casa da centena com a da unidade, mas sabia que o 3, nesta casa, não pode valer trinta. Também se deu conta de que “cento e trinta” não podia ser o resultado esperado, pois o número envolve o quatrocentos.

As crianças também se apoiaram nos aspectos figurativos da escrita numérica e estes também contribuíram para a formação dos conceitos, embora bastante rudimentares em relação ao valor posicional, como se observa na expressão de Tae do que entende por unidade: “*é o número que fica por último*”.

O reconhecimento, por parte das crianças, de que os algarismos assumem valores diferentes, conforme o lugar que ocupam, não se deu de imediato e para todos os algarismos ao mesmo tempo, mas foi possível no decorrer da pesquisa. Antecederam situações de reconhecimento de que cada algarismo possui um valor diferente no número, conforme a sua posição, mas não foram capazes de justificar por quê. Por exemplo, Sab, quando questionada sobre por que o 6 assume valores diferentes em 662 e 236 (conforme havia afirmado anteriormente), diz: - “*São números muuuito distantes. Seiscentos e sessenta e dois até chegar...*”. Reconheciam o valor relativo da classe das unidades simples (unidade, dezena e centena), mas ainda não estendiam essa compreensão para as ordens da classe dos milhares e atribuíam a todos os algarismos o mesmo valor: mil. Justificativas também passaram a ser construídas aos poucos e, do mesmo modo, não se generalizaram a todas as ordens e classes num primeiro momento. Os argumentos aproximavam-se da compreensão do valor posicional, no domínio das dezenas, mas ainda não no domínio das centenas e dos milhares.

Falar o nome do número foi uma importante referência na identificação do valor posicional, como foi possível observar em afirmações como as de Mat, que disse saber o valor do algarismo 2, no número 1023, “*Porque ele está no lugar do vinte*”, após repetir o nome do número e fazer corresponder a cada algarismo um nome. O importante papel da correspondência nome do número – algarismo na identificação do valor relativo também pode ser observado no exemplo abaixo. Taa foi bastante clara em relação a isso, quando afirmou: “*Porque o três já fala que é mil*”.

Taa afirmou que um número tem que ter quatro algarismos para ser mil.

Pesq.: Então tem que ter quatro números para ser mil. E como é que olhando para o número você sabe que é mil?

Taa: Porque o três já fala que é mil.

Pesq.: Já fala que é mil?

Cla: *É três mil* (ênfatisou o mil).

Pesq.: *Mas e se o três estivesse aqui?* (Referia-se ao três estar como último algarismo).

Cla: Daí ia ficar quatro mil, porque daí fica primeiro o quatro.  
 Taa: Quatro mil, quinhentos e sessenta e três.  
 Pesq.: Então o primeiro é o mil?  
 Taa e Cla: *É*.

No diálogo de Taa e Cla referido acima, percebemos que o processo de compreensão do valor posicional também foi marcado pela construção e pela coexistência de concepções, tais como: “os mil” têm quatro algarismos, e o primeiro deles sempre vale mil. Concepções como essas também contribuíram para avanços em direção ao reconhecimento de que os algarismos assumem valores diferentes, conforme a posição que ocupam.

Essa compreensão foi favorecida pelo reconhecimento da importância e do papel da posição que o algarismo ocupa no número, como se observa na constatação de Cla e Taa.

Pesq.: Muito bem. Mil trezentos e quarenta e cinco.  
 Cla: *Aqui* (referia-se ao número 1345) *deu quarenta também*.  
 Pesq.: *Por que aqui* (referia-se ao número 345) *deu quarenta e aqui* (referia-se ao número 1345) *deu quarenta também?*  
 Tae: Porque é mil trezentos e ....  
 Cla: Porque ele não saiu da dezena  
 Taa: Porque ele não saiu do lugar.

A compreensão do valor que cada algarismo assume no número fica evidente no diálogo abaixo, em que Sab produziu a escrita numérica correspondente a um agrupamento proposto.

Sab leu novamente e foi escrevendo, à medida que pronunciava o nome do número:  
 3 4 2 2

Sab: Acho que é três mil, quatrocentos e vinte e dois  
 Pesq.: Três mil, quatrocentos e vinte e dois?  
 Sab: *É*.  
 Pesq.: Por que, Sab?  
 Sab: Porque aqui, oh, três pacotes de mil é três mil, quatro pacotes de cem é quatrocentos, dois pacotes de dez é vinte e dois pirulitos soltos daí forma dois. (Apontou para cada algarismo no número, respectivamente).

A descrição dos processos percorridos pelas crianças permite observar que as sessões de situações didáticas oportunizaram avanços cognitivos em direção à compreensão das regularidades internas do sistema de numeração decimal; ou, em outras palavras, em di-

reção à apropriação da escrita numérica convencional de multidígitos e das propriedades operatórias do sistema. Buscamos verificar se a interação com as escritas numéricas foi significativa para os desempenhos das crianças em valor posicional e escritas numéricas através da análise quantitativa dos desempenhos das crianças. Assim, nossa atenção voltou-se para os resultados do pós-teste, realizado após a participação das crianças nas onze situações didáticas, como descrevemos a seguir.

### Análise quantitativa dos dados

Os resultados do pós-teste mostram que 77,8 % das crianças do grupo de pesquisa demonstraram o domínio do valor posicional do número, enquanto, no grupo-controle, 33 % das crianças fizeram o mesmo (Tabela 1). Embora os percentuais mostrem que houve diferenças nos resultados, estas não são consideradas significativas pelo Teste Exato de Fisher. A associação dos resultados obtidos pelo grupo-controle e pelo grupo experimental ( $P = 0,0762$ ;  $P > 5\%$ ) não nos permite afirmar que as intervenções tenham contribuído significativamente para a compreensão do valor posicional do número para as crianças da pesquisa.

No que se refere às escritas numéricas, os resultados do pós-teste mostram que 77,8 % das crianças do grupo experimental produziram escritas convencionais de multidígitos, enquanto 22,2% das crianças do grupo-controle produziram estas escritas. Nesse caso, a diferença é considerada significativa pelo Teste Exato de Fisher ( $P = 9,267$ ;  $P < 5\%$ ), uma vez que a associação entre as duas variáveis (grupo-controle e grupo experimental) não é devida ao acaso. Podemos dizer que houve um desempenho significativamente melhor do grupo experimental em relação às escritas numéricas.

Tabela 1 – Resultados do pós-teste

	VALOR POSICIONAL		ESCRITA NUMÉRICA	
	Grupo experimental	Grupo-controle	Grupo experimental	Grupo-controle
Sim	77,8%	33,3%	77,8%	22,2%
Não	22,2%	66,7%	22,2%	77,8%

Fonte: Dados da pesquisa

Questionamo-nos sobre uma possível relação entre a compreensão do valor posicional e o domínio das escritas numéricas, organizando os dados obtidos a partir de algumas categorias: não construíram o valor posicional e não dominavam escritas numéricas;

construíram o valor posicional e a escrita numérica; construíram o valor posicional e não construíram a escrita numérica; não construíram o valor posicional e construíram a escrita numérica.

No grupo experimental, os resultados foram os seguintes: não construiu o valor posicional e não dominava escritas numéricas: uma criança; construíram o valor posicional e a escrita numérica: seis crianças; construiu o valor posicional e não construiu a escrita numérica: uma criança; não construiu o valor posicional e construiu a escrita numérica: uma criança. Percebemos que o maior número de crianças (seis das nove participantes) construiu o valor posicional e a escrita numérica após as intervenções realizadas.

No grupo-controle, os resultados mostram que: não construíram o valor posicional e não dominavam escritas numéricas: cinco crianças; construiu o valor posicional e a escrita numérica: uma criança; construíram o valor posicional e não construíram a escrita numérica: duas crianças; não construiu o valor posicional e construiu a escrita numérica: uma criança; não construiu o valor posicional e não construiu as escritas numéricas: uma criança.

Comparando com os dados obtidos a partir destas categorias, é possível observar que a contribuição das intervenções para a construção do conhecimento do valor posicional e das escritas numéricas pelas crianças foi significativa para o grupo experimental, uma vez que houve um melhor desempenho das crianças desse grupo nesse sentido (no grupo de pesquisa, seis crianças construíram o valor posicional e a escrita numérica, enquanto no grupo de controle apenas uma criança se enquadrava nesta categoria), embora as crianças tenham demonstrado melhor desempenho em relação às escritas numéricas, como vimos acima.

Quanto a uma possível associação entre elas, no sentido de que o desenvolvimento de uma estaria vinculado ao desenvolvimento da outra, o Teste Exato de Fisher ( $P = 0,4235$ ;  $P > 5\%$ ) torna claro que a associação entre valor posicional e escrita numérica no grupo de pesquisa é devida ao acaso. O mesmo ocorre para o grupo de controle ( $P = 0,3529$ ,  $P > 5\%$ ). Em ambos os grupos, valor posicional e escrita numérica são variáveis independentes, o que não nos permite afirmar que o domínio de uma antecede o domínio da outra. Isso se confirma pelo fato de que, em ambos os grupos, encontramos, no pós-teste, crianças que não dominavam o valor posicional, mas escreviam multidígitos convencionalmente (uma criança em cada grupo), o mesmo ocorrendo em relação ao inverso, ou seja, quanto à possibilidade de o domínio das escritas numéricas ser condição necessária para a compreensão do valor posicional. Encontramos duas crianças no grupo experimental e uma no grupo-controle que não escreviam convencionalmente, mas compreendiam o valor posicional.

## Discussão

Os dados numéricos evidenciaram que as sessões de situações didáticas foram significativas para a construção das escritas numéricas e do valor posicional para as crianças do grupo experimental, mas promoveram maior avanço em relação ao domínio da própria escrita numérica convencional do que em relação à compreensão do valor posicional.

Podemos considerar que alguns fatores contribuíram para o melhor desempenho das crianças em escritas numéricas. O fato de que algumas crianças ainda se apoiavam na transcodificação numérica e em conhecimentos já adquiridos sobre o sistema de numeração pode ter contribuído para a produção da escrita convencional. Para a compreensão do valor posicional, o número de situações didáticas pode ter sido insuficiente. Algumas crianças poderiam não ter a composição multiplicativa ou estar em processo de construção ao longo das intervenções, fator considerado fundamental à compreensão do valor posicional do número e não considerado na seleção da amostra.

Esses dados, no entanto, não invalidam o processo construtivo evidenciado nas sessões, que tornou claro que as crianças do grupo de pesquisa construíram concepções bastante próximas à compreensão das regularidades internas do sistema de numeração decimal e à compreensão do valor posicional. As tentativas de ler e produzir escritas convencionais de milhares e a necessidade de apropriar-se das regularidades desta escrita contribuíram para tal, uma vez que geraram situações-problema que motivaram reflexões sobre as propriedades do sistema.

À medida que as crianças interagiam com as escritas de milhares e percebiam suas regularidades, um processo construtivo em direção à compreensão das propriedades do sistema numérico e algumas concepções sobre valor posicional puderam ser identificadas. Revelam certa preocupação com a posicionalidade as constatações das crianças de que: a cada algarismo deve corresponder uma letra indicativa da casa decimal; a direção a ser seguida na identificação das casas decimais, direita-esquerda ou esquerda-direita, altera a leitura do número; o número aumenta à medida que novos algarismos são incorporados à escrita numérica; os algarismos incorporados ao número indicam milhares; as casas decimais à esquerda do número que não correspondem às letras C, D, U correspondem aos “mil” e são identificadas pelas letras M; o ponto separa “os mil” no número. A admissão de novas ordens na composição do número, embora todas identificadas inicialmente como milhares e ainda distantes da composição multiplicativa que fundamenta a construção das unidades do sistema, e a necessidade manifestada pelas crianças de separar as classes das unidades das dos milhares podem ser consideradas preocupações significativas com a posicionalidade.

O reconhecimento das regularidades sintáticas da escrita numérica assumiu um papel significativo no processo de construção do valor posicional constatado em nossa pesquisa, o que reitera o que vários autores já descreveram (Lerner; Sadovsky, 1996; Nunes; Bryant, 1997; Orozco, 2001, 2005; Teixeira, 2006) em relação a esse aspecto. A escrita numérica, no entanto, não sugeriu de imediato às crianças agrupamentos de dez, cem ou mil, como seria possível esperar, uma vez que é prática comum nas escolas ensinar a escrever números multidígitos por meio do ensino da organização do sistema em ordens e classes a partir de agrupamentos. Significou, num primeiro momento, um valor absoluto, sem nenhuma relação com uma possível combinação de algarismos, na qual cada um deles pudesse representar um determinado valor ou expressar potências de dez.

A interpretação da escrita como um valor cardinal do todo ficou evidente no fato de as crianças interpretarem a situação como uma divisão e formarem os agrupamentos por sucessivas subtrações de quantidades do todo representado pela escrita numérica, ignorando a informação inicial de que os pacotes a serem formados deveriam ser de dez, cem e mil. E a organização do sistema em potências de dez. Podemos considerar que as ações das crianças não foram mobilizadas, num primeiro momento, pela possibilidade inferida por Fuson e outros (1997) de “ver” os mil, os cem e os dez que compõem o número (*concepção de sequência de dezenas*), mas por uma concepção *multidígito unitária*. Até então, a escrita numérica não foi “transparente” às crianças em relação às propriedades do sistema.

O fato de que as crianças compreendem inicialmente esta escrita como a expressão do número em sua totalidade também ficou evidente nas situações em que as elas eram solicitadas a produzir a escrita numérica correspondente a agrupamentos previamente formados (potes de balas). Inicialmente buscaram compor o número e a escrita que representam a quantidade total através da adição das quantidades dos agrupamentos, não respeitando a ordem da organização do sistema (aumento progressivo das potências de dez, da direita para a esquerda), mas respeitando a ordem do enunciado do problema. As ações iniciais, das crianças, de calcular a quantidade total de balas a partir da adição das quantidades, sem conseguir expressar a quantidade de cada pote com um algarismo em uma determinada posição da escrita numérica, também demonstram que esta é entendida como a expressão de um valor absoluto e não como uma composição de algarismos, como poderiam sugerir os potes, o que também conduz a considerar que estavam apoiadas, inicialmente numa concepção “multidígito unitária” (Fuson et al., 1997).

Observamos uma organização progressiva em direção à produção de escritas numéricas a partir de relações com agrupamentos e à compreensão dos princípios do sistema de numeração decimal. À tendência em agrupar quantidades aleatórias seguiu-se a tendência em agrupar quantidades próximas ao princípio aditivo e multiplicativo do sistema.

O uso da multiplicação para calcular o total correspondente a cada potência de dez surgiu como uma alternativa para compor a totalidade de forma mais rápida e aproximou-se da “concepção de dezenas separadas” (Fuson et al., 1997), que permite focalizar e contar os grupos de dez, em vez dos objetos nos grupos, em uma situação de quantidade com dezenas agrupadas. Produzir a escrita numérica correspondente à expressão “um pote com mil balas, dois potes com dez balas, cinco potes com cem balas” ( $1 \times 1000 + 2 \times 10 + 5 \times 100 + 0 \times 1$ ), por exemplo, requer que a criança faça corresponder o algarismo relativo à quantidade de potes de cada potência de dez (1, 2, 5 e 0) à posição ocupada por esta na organização do sistema (1520). Esse processo envolve considerar simultaneamente a quantidade de potes e a quantidade de balas em cada pote, integrando-as pelos princípios multiplicativo, aditivo e posicional que caracterizam o sistema de numeração decimal. Estes dados vêm ao encontro da afirmação de Nunes e Bryant (1997), Orozco e Hederich (2000) e Teixeira (2005) de que o manejo dos princípios operatórios do sistema (aditivo e multiplicativo) está na base da compreensão da escrita dos numerais.

As situações em que os agrupamentos de dez, cem e mil são representados pelos potes de balas não sugeriram, de imediato, relações com a possibilidade de os algarismos representarem, no número, essas quantidades. Menos ainda com o respectivo lugar que deveriam ocupar na escrita do número. Também não possibilitaram relações com instruções já recebidas em sala de aula sobre “dezenas, centenas e milhares”. Estas somente foram sendo estabelecidas a partir das intervenções da pesquisadora e das constantes problematizações presentes nas interações crianças-escritas numéricas-agrupamentos, o que leva a crer que, para a compreensão do sistema de numeração e para a aprendizagem da escrita numérica convencional, são necessárias muito mais ações do que agrupar e reagrupar em potências de dez. Ficaram evidentes a necessidade e a importância de ações intelectuais sobre a escrita numérica e sobre agrupamentos no processo de compreensão do valor posicional, e constatamos que essas ações contribuíram para o avanço em direção à compreensão das propriedades do sistema decimal.

Tais dados são coerentes com a literatura: Kamii e Joseph (1992), Sinclair, Tièche-Christinat e Garin (1992) e Teixeira (2006) referem que crianças que vivenciam apenas situações de ensino baseadas na composição e decomposição do número, através de agrupamentos de base dez, e na transcrição dessas ações para um formato notacional, não se utilizam desses procedimentos quando questionadas sobre escritas numéricas. Agrupamentos em base dez podem contribuir para a compreensão das propriedades do sistema (Carraher, 1982; Fuson, 1990), mas são as reflexões provocadas pelas ações sobre os materiais e as interações entre diferentes formas de pensar que provocam aprendizagens (Fuson et al., 1997). Lerner e Sadovsky (1996) consideram que ações de agrupar e

reagrupar não são necessárias para a elaboração dos princípios do sistema de numeração decimal, mas, sim, ações intelectuais sobre as escritas numéricas.

Na literatura encontramos referências também ao fato de a possibilidade de ler e escrever números não estar vinculada à compreensão dos princípios lógicos que a regem (Kamii; Joseph, 2005; Lerner; Sadovsky, 1996; Nunes; Bryant, 1997; Orozco, 2005; Orozco; Hederich, 2000; Teixeira, 2005). Isso também fica evidente em nossa pesquisa, uma vez que, embora escritas numéricas de dezenas e centenas já fossem familiares às crianças, tanto na produção quanto na leitura desse domínio numérico, e as crianças identificassem as casas decimais e seus valores, as concepções manifestadas inicialmente revelavam a não compreensão do valor posicional dos algarismos.

Ficou claro também que a linguagem desempenhou um papel importante no reconhecimento do valor dos algarismos nas ordens relativas à classe dos milhares, uma vez que a fala do nome do número e a transcodificação numérica estiveram presentes em diferentes situações de leitura e produção de escritas. Os resultados de Orozco (2001, 2005); Orozco e Hederich (2000); e Sinclair, Tièche-Cristinat e Garin (1992) confirmam que a correspondência da fala do nome do número com a escrita numérica contribui significativamente para a construção de hipóteses sobre a numeração escrita através da transcodificação numérica. O apoio da linguagem para o processo de conceitualização da escrita numérica também é ressaltado por Fuson e outros (1997), Lerner e Sadovsky (1996) e Nunes e Bryant (1997).

Consideramos que também contribuíram para a manifestação das concepções sobre escritas numéricas e valor posicional a heterogeneidade que caracterizou os grupos e a realização da pesquisa em trios, uma vez que, em cada grupo, havia crianças em diferentes graus de desenvolvimento das noções pesquisadas. No grupo de Sab, Fel e Lua, notamos que Sab avançou mais rapidamente em direção às compreensões esperadas. O mesmo ocorreu com Raf, no grupo composto com Mat e Mich. Já o grupo de Taa, Tae, Cla permaneceu mais homogêneo até o final da pesquisa. Como afirmam Nunes e Bryant (1997, p. 218): “Dizer que a compreensão das crianças de cada conceito matemático muda muitas vezes durante a infância significa que a aquisição do conhecimento matemático jamais é uma questão de tudo-ou-nada”. Podemos afirmar que as compreensões de nossas crianças mudaram, significativamente, no decorrer das situações didáticas, do mesmo modo que continuarão mudando sensivelmente ao longo de suas vidas.

A interação social e os conflitos cognitivos influenciaram significativamente as mudanças conceituais e a construção de novas concepções por parte dos alunos. As interações sociais que se estabeleceram entre os componentes do trio corresponderam ao que Bednarz (1996), Ross e Sunflower (2007) e Perret-Clermont (1978) já apontaram como funda-

mental para a conceituação: diálogos constantes, confrontos em que os alunos expõem suas concepções e se situam em relação aos outros, argumentam contra certas posições, adotam modelos e, se necessário, abandonam outros, constroem novas estratégias e concepções. As situações didáticas tornaram-se, assim, fontes de conflitos que desencadearam desequilíbrios fundamentais à construção de novas estruturas de conhecimento.

Os conflitos cognitivos foram gerados não só do confronto de diferentes pontos de vista, mas também entre os diferentes conhecimentos das crianças: os construídos e os em construção. Como já salientado por Inhelder, Bovet e Sinclair (1977), os conflitos promovem a alimentação dos esquemas preexistentes, o confronto entre eles, os desequilíbrios, a tomada de consciência e a consequente construção de novos esquemas, novas coordenações e novos conhecimentos. Os avanços nas conceituações sobre valor posicional e a apropriação das regularidades da escrita numérica pelas crianças de nossa pesquisa foram possibilitados por concepções conflitantes entre si, surgidas à medida que novas regularidades da escrita numérica e da organização do sistema iam sendo percebidas. A tomada de consciência desses conflitos e a elaboração de ferramentas para superá-los, como já referido por Lerner e Sadovsky (1996), proporcionam progressos, à medida que as concepções se tornam mais avançadas e que conhecimentos relativos ao sistema de numeração decimal vão sendo assimilados.

Reconhecemos que as crianças compreendem o valor posicional e apropriam-se da escrita numérica de milhares por um processo construtivo que envolve sucessivas coordenações de ações, tomadas de consciência e conceituações. Para além de simples constatações, os progressos em direção à conceituação consistiram em coordenações progressivas de ações, num movimento que conduz da “periferia ao centro”, conforme Piaget (1977). Consideramos “periferia” não apenas o conjunto de ações que permitiram às crianças por nós pesquisadas expressar e pôr em ação conhecimentos que ainda não podiam explicar e construir hipóteses sobre a escrita de milhares, mas também o conjunto de coordenações que conduziram à construção de possíveis alternativas para solucionar esses novos problemas, tais como eliminar um algarismo, iniciar a nominar as casas decimais pela esquerda, a partir da constatação de que é impossível ler e escrever notações de milhares; de que o número “ficou mais grande”; e de que surgiram mais “casinhas”, além das já conhecidas.

As tentativas iniciais das crianças de colocar em ação esquemas isolados de assimilação, na busca de ligá-los a outros objetos, não necessariamente envolvem tomada de consciência, embora possibilitem acomodações momentâneas (Piaget, 1977, 1978). Observamos o uso de um sistema de esquemas bem elaborados, mas sem tomada de consciência, característicos do que Piaget (1977) descreveu como do primeiro nível de

conceituação, seguidos por um processo de interiorização das ações materiais por meio de representações semiotizadas (linguagem, imagens mentais, etc.) e um processo geral de tomada de consciência da ação, característicos do segundo nível de conceituação descritos pelo autor. Neste, a abstração empírica fornece uma conceituação descritiva das características materiais da ação e a abstração refletidora extrai das coordenações da ação o necessário para construir as coordenações inferenciais que permitem, no nível do conceito, ligar e interpretar os dados observados, embora os mecanismos que lhe permitem fazê-lo permaneçam inconscientes.

O movimento interativo criança-escrita numérica conduziu aos poucos aos porquês das inaptações das concepções construídas inicialmente e novos processos de busca de explicações se instalavam, à medida que novos problemas se apresentavam. Os questionamentos e as tomadas de consciência dessas inaptações provocaram questões relativas às diferenças entre as situações em que obtinham êxito e aquelas em que fracassavam, promovendo sempre um novo conhecimento. Esse movimento conduziu à interiorização progressiva das ações em direção ao que Piaget (1977) considerou “centro”, ou seja, em direção às propriedades intrínsecas à escrita numérica de multidígitos e ao sistema de numeração decimal. Assim, novos problemas surgiam, em função das novas possibilidades construídas para a resolução de velhos problemas, como, por exemplo, iniciar pela esquerda nem sempre dá certo: faltam “*casinhas*” ou sobram algarismos. E novas hipóteses eram construídas: todos os algarismos das classes dos milhares são milhares; o ponto é quem separa as classes e não são mais necessárias “*marcas de mil*”. Nominar as casas decimais com as letras M, C, D, U passa a ter sentido, pois auxilia a leitura dos números.

Como já referimos em Agranionih (2008), as interações criança-escrita numérica permitem o êxito e a elaboração de regras, bem como a constatação das regularidades da escrita, mas não promovem a compreensão do valor posicional, se permanecerem na “periferia” e não conduzirem à apropriação dos mecanismos internos das ações dos sujeitos e das propriedades intrínsecas ao sistema. No contexto escolar, muitas vezes as interações criança-escrita numérica não ultrapassam o plano da “periferia”, o que contribui para a não compreensão dos conceitos trabalhados nas aulas de matemática. Isso ficou evidente não apenas na falta de compreensão das propriedades do sistema de numeração pelas crianças da pesquisa, apesar do êxito que obtinham na leitura e na escrita de numerais no domínio numérico das dezenas e das centenas, mas também no fato de a escrita numérica não sugerir, de imediato, a possibilidade de formar agrupamentos de acordo com as propriedades do sistema de numeração decimal, do mesmo modo que os agrupamentos (organizados dentro desses princípios) não sugeriram de imediato a escrita numérica correspondente.

Caminho semelhante em direção à compreensão do valor posicional foi descrito por Lerner (2005). Inicialmente as crianças põem em ação conhecimentos que ainda não podem explicar. Com apoio nas modificações que se operam nos significantes e nas estratégias compreendidas por todos, refletindo sobre elas e comparando resultados, determinam em quais condições os procedimentos são eficazes. Interrogam-se sobre as razões que podem explicar o êxito, buscando explicitar aspectos originalmente implícitos no procedimento. As relações entre os significantes e os significados se estabelecem.

Em consonância com os achados e as conclusões de Lerner (2005), os dados de nossa pesquisa evidenciam que o uso regular das escritas numéricas pode levar à descoberta de regularidades e à elaboração de regras que permitem ter êxito, mas esse êxito pode estar centrado só nos significantes (na notação em si). A autora faz um alerta que julgamos fundamental: centrar a atenção só nos significantes pode produzir um divórcio temporal entre os significantes e o significado a que remetem. Nosso trabalho, bem como o de Lerner (2005), torna claro que o uso das notações e a descoberta de suas regularidades podem levar à compreensão dos princípios que regem o sistema de numeração decimal, posição esta que supera o entendimento de que a compreensão do valor posicional se dê a partir de simples ações sobre os significantes. Daí a importância, em acordo com a teoria piagetiana, de que as situações didáticas propostas nas aulas de matemática promovam a marcha da periferia ao centro, ou seja, a tensão constante entre o êxito e a compreensão, que caracterizam a tomada de consciência, ou seja, a conceituação.

## Conclusões

As intervenções propostas nas sessões da pesquisa contribuíram para o avanço das concepções das crianças em direção à compreensão dos princípios aditivo, multiplicativo e de posicionalidade que caracterizam o sistema de numeração decimal. Foi possível verificar que concepções mais próximas ao valor posicional passaram a ser construídas nas situações didáticas em que as crianças eram solicitadas a formar agrupamentos a partir de escritas numéricas e a produzir as escritas a partir de agrupamentos.

Não é possível afirmar que o domínio da escrita numérica tenha servido como base para a compreensão do valor posicional, ou vice-versa, como evidenciaram os dados numéricos, mas que um domínio auxiliou no desenvolvimento do outro, em vez de um anteceder ao outro. Podemos considerar, a partir deles, que a escrita do número se tornou um caminho para a compreensão conceitual do sistema de numeração decimal a partir de um conjunto de reflexões provocadas pelo tempo e pela vivência de situações desafiadoras no contexto das interações estabelecidas no grupo e das intervenções do professor.

Os dados da pesquisa tornaram claro que as notações, por si sós, não são *transparentes* às crianças e que o aprendizado do valor posicional a partir da interação com a escrita numérica é possível, considerando que as situações de ensino instiguem processos fundamentais à construção dos conceitos: abstrações reflexionantes, tomadas de consciência e a superação do fazer pelo compreender (Lerner, 2005; Piaget, 1977). Para tal, a reflexão sobre as relações entre os resultados das ações e sobre as próprias ações e reflexões são fundamentais nas práticas pedagógicas.

### Referências bibliográficas

AGRANIONIH, N. T. *Escritas numéricas de milhares e valor posicional. Concepções de alunos de 2ª série*. 2008. 219 f. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, UFRGS, Porto Alegre, 2008.

BEDNARZ, N. Interações sociais e construção de um sistema de números no ensino fundamental. In: GARNIER, C.; BEDNARZ, N.; ULANOVSKAYA, I. *Após Vygotsky e Piaget*. Perspectivas social e construtivista. Escolas russa e ocidental. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

BROUSSEAU, G. Fundamentos e métodos da didática da matemática. In: BRUN, J. *Didáctica das matemáticas*. Lisboa: Instituto Jean Piaget, 1996.

CARRAHER, T. N. O desenvolvimento mental e o sistema de numeração decimal. In: CARRAHER, T. N. (Org.). 2. ed. *Aprender pensando: contribuições da psicologia cognitiva para a educação*. Petrópolis: Vozes, 1982.

COBB, P.; YACKEL, E.; WOOD, T. A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v. 23, n. 1, p. 2-33, 1992.

FUSON, K. Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction and place value. *Cognition and Instruction*, New Haven, v. 7, n. 4, p. 343-403, 1990.

FUSON, K. et al. Children's conceptual structures for multidigit numbers and methods of multidigit addition and subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education*, Reston, v. 28, n. 2, p. 130-162, 1997.

INHELDER, B.; BOVET, M.; SINCLAIR, H. *Aprendizagem e estruturas do conhecimento*. São Paulo: Saraiva, 1977.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. *Aritmética: novas perspectivas*. Campinas: Papyrus, 1992.

KAMII, C.; JOSEPH, L. L. *Crianças pequenas continuam reinventando a aritmética (séries iniciais): implicações da teoria de Piaget*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2005.

LERNER, D. *A matemática na escola: aqui e agora*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 1995.

LERNER, D. ¿Tener éxito o comprender? Uma tensión constante en la enseñanza y el aprendizaje del sistema de numeración. In: ALVARADO, M.; BRIZUELA, B. (Comp.). *Haciendo números*. Las notaciones numéricas vistas desde la psicología, la didáctica y la historia. México: Paidós, 2005. p. 147-197.

LERNER, D.; SADOVSKY, P. O sistema de numeração: um problema didático. In: PARRA, C.; SAIZ, I. (Org.). *Didática da matemática: reflexões psicopedagógicas*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OROZCO, G. H. *Construcción de la operación multiplicativa y del sistema notacional em base 10: uma relación posible*. Informe técnico final. II Etapa. Colômbia: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados em Psicologia, Cognición y Cultura. Universidad del Valle, out. 2001. Disponível em: <redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33590305.pdf> Acesso em: 12 fev. 2007.

OROZCO, G. H. Os erros sintáticos das crianças ao aprender a escrita dos numerais. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M. T. C. *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. (Org.). Curitiba: Editora da UFPR, 2005. p. 77-106.

OROZCO, G. H.; HEDERICH, C. *Construcción de la operación multiplicativa y del sistema notacional em base 10: uma relación posible*. Informe técnico final. Colômbia: Centro de Investigaciones y Estudios Avanzados em Psicologia, Cognición y Cultura. Universidad del Valle, jul. 2000. Disponível em: <redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/335/33590305.pdf> Acesso em: 12 fev. 2007.

PERRET-CLERMONT, A. N. *A construção da inteligência pela interação social*. Lisboa: Sciocultur, 1978.

PIAGET, J. *A tomada de consciência*. São Paulo: Melhoramentos; Editora da Universidade de São Paulo, 1977.

PIAGET, J. *Fazer e compreender*. São Paulo: Melhoramentos; Editora da Universidade de São Paulo, 1978.

ROSS, S.; SUNFLOWER, E. *Place-value: problem-solving and written assessment using digit-correspondence tasks*. NCTM Meeting in San Diego. Disponível em: <http://mathforum.org/mathed/nctm96/construct/ross/method.html>. Acesso em: 6 jan. 2007.

SINCLAIR, A.; TIÈCHE CHRISTINAT, C.; GARIN, A. Constructing and understanding of place value. *European Journal of Psychology of Education*, v.7 n.3, p. 191-207, 1992.

TEIXEIRA, L. R. M. As representações da escrita numérica: questões para pensar o ensino e a aprendizagem. In: MORO, M. L. F.; SOARES, M.T.C. *Desenhos, palavras e números: as marcas da matemática na escola*. (Org.). Curitiba: Editora da UFPR, 2005. p. 19-38.

TEIXEIRA, L. R. M. interpretação da numeração escrita. In: BRITO, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar*. Campinas, SP: Alínea, 2006.

*Recebido em 28/09/2009 e aprovado em 19/05/2011*