

## Relato de Experiência

### ***Mapas conceituais: estratégia pedagógica para a construção de conceitos históricos na disciplina de matemática***

*Wanderley Pinatto<sup>1</sup>, Elcio Schubmacher<sup>2</sup> e Sani de Carvalho Rutz da Silva<sup>3</sup>*

**Resumo:** Apresentam-se, neste artigo, os resultados de um relato de uma experiência – com duração de duas semanas – acerca do conhecimento de história da Geometria, realizada com estudantes<sup>4</sup> do segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do município de Florianópolis, Santa Catarina, com o objetivo de identificar indícios de ocorrência de aprendizagem significativa, a partir dos mapas conceituais construídos pelos alunos. Para análise dos resultados, o pensamento sobre aprendizagem significativa estudado por Ausubel e seus colaboradores foi o aporte teórico utilizado. A pesquisa teve caráter qualitativo, e a observação e a análise dos mapas conceituais construídos e das conexões ali estabelecidas demonstraram a organização dos conceitos, algumas diferenciações progressivas, reconciliações integrativas e o estabelecimento de ligações cruzadas.

**Palavras-chave:** Mapas conceituais. Ensino de Geometria. Aprendizagem significativa.

### ***Conceptual maps: strategic and pedagogical supervisor for the construction of historical concepts in the discipline of mathematics***

**Abstract:** We present the results of a report of experience about the knowledge of history of Geometry performed with students of the second High School in a public school of the city of Florianopolis, Santa Catarina with duration of two weeks, aiming to identify, from the conceptual maps constructed by students, evidence of occurrence of significant learning. For analysis of the results, the thinking about significant learning studied by Ausubel and his collaborators was the theoretical used. The research is qualitative nature and the conceptual maps built served as analysis that happened by your observation and established connections, where the results demonstrated an organization of concepts, some differentiations progressive integrative, reconciliations and the establishment of cross-links.

**Keywords:** Concept maps. Teaching Geometry. Meaningful learning.

#### Introdução

A história da Geometria, fruto de interações humanas, é referendada nos currículos escolares orientados pelos PCN (Brasil, 1998) e, apesar de sua

<sup>1</sup> Universidade Regional de Blumenau (FURB/SC). [ufsc2005@yahoo.com.br](mailto:ufsc2005@yahoo.com.br)

<sup>2</sup> Universidade Regional de Blumenau (FURB/SC). [elcio@furb.br](mailto:elcio@furb.br)

<sup>3</sup> Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR/PR). [sani@utfpr.edu.br](mailto:sani@utfpr.edu.br)

reconhecida importância para o ensino de Matemática, têm-se constatado fragilidades no processo de ensino-aprendizagem desse conteúdo em sala de aula. Pavanello (1993), Lorenzato (1995) e Almouloud (2004) entendem que a abordagem de alguns professores sobre história da Geometria no ambiente escolar é consideravelmente precária e reduzida. Algumas ingerências que fragilizam esse ensino são apontadas pelos autores: eles destacam a má qualificação de alguns docentes, que privilegiam conteúdos algébricos e aritméticos e se utilizam de estratégias para a memorização desse conteúdo.

Esse cenário aponta que, se, por um lado, existem professores em sala de aula com formação básica acerca de história da Geometria, por outro, os cursos de formação continuada não conseguem promover discussões, nem apresentar propostas mais eficientes para um ensino mais efetivo, e investem em uma aprendizagem memorística e desinteressante. Miranda (2003) relembra que o ponto de partida para um repensar nos processos de formação continuada é entender que o professor já possui um saber construído ao longo de sua vida profissional e que, portanto, as ações de formação continuada devem possibilitar um diálogo de saberes experienciais com os conhecimentos academicamente produzidos.

Os estudos de Fazenda (2007), Ribas (2004) e Veiga (2008) têm apontado para a necessidade de o professor refletir sobre a sua prática e redirecioná-la, independentemente de realizar cursos de formação continuada. Nessa perspectiva, Perrenoud (2002) aponta algumas premissas para o posicionamento reflexivo de professores em sala de aula com relação a sua prática, destacando o questionamento, as ampliações de atividades didáticas, bem como o compartilhamento de suas experiências com os membros da escola. Ao desconsiderar as premissas apontadas pelo autor, o professor corre o risco de estimular uma aprendizagem mecânica.

D'Ambrosio (1991) entende que existe algo errado com o atual ensino de Matemática, em geral, e que uma reflexão acerca de novos instrumentos didáticos é essencial para facilitar o processo de ensino e de aprendizagem, estimulando os estudantes ao pensamento independente. Para encontrar instrumentos para ensinar história da Geometria; tornar o ambiente escolar mais dinâmico e interessante ao estudante; e promover interlocuções com seus pares, na busca de conhecimento, o professor e o estudante precisam estar motivados para mudar o estado de inércia em que se encontram algumas salas de aula nos dias de hoje. Essa motivação é defendida por Pacca e Scarinci (2011), que a ela acrescentam a valorização, por parte do professor, dos

conhecimentos prévios dos estudantes, fundamentais no processo de aprendizagem.

Sob a ótica de Miras (2010), o conhecimento prévio dos estudantes é uma das condições essenciais apontadas na teoria da Aprendizagem Significativa<sup>1</sup> de Ausubel e seus colaboradores, segundo a qual os novos conceitos a serem aprendidos se relacionam com conhecimentos já disponíveis na estrutura cognitiva do estudante. Estes, em geral, precisam ser lembrados para a aprendizagem de novos conteúdos, para solucionar problemas na vida escolar ou fora desse ambiente. De modo geral, a aprendizagem significativa é reconhecida a partir de uma mudança na estrutura cognitiva, e o conhecimento aprendido permanece por mais tempo na memória e, mesmo ocorrendo o esquecimento, existe uma grande possibilidade de ser lembrado.

Um instrumento para identificar indícios de ocorrência de uma aprendizagem significativa é o uso de mapas conceituais, entendido por Moreira (2001) como diagramas que indicam relações entre conceitos. Peña et al. (2005) definem mapa conceitual como um recurso esquemático para apresentar um conjunto de significados conceituais incluídos em uma estrutura de proposições. Mais especificamente, podem ser interpretados como instrumento didático que procura refletir a organização conceitual de um corpo de conhecimento ou parte dele. Ou seja, sua existência deriva da estrutura conceitual de um conhecimento.

Em termos de ensino de Matemática, especificamente o ensino de Geometria, a problemática que se coloca neste artigo é: *a utilização de mapas conceituais como instrumento didático pode contribuir para uma aprendizagem significativa acerca dos conteúdos de história da Geometria em sala de aula?*

O artigo, no que segue, apresenta algumas considerações teóricas que fundamentam esta investigação e são referentes à Aprendizagem Significativa e ao uso dos mapas conceituais como instrumento didático. Na sequência, alguns pontos sobre a história da Geometria até o século III a. C. são apresentados. Apresentam-se a elaboração das atividades, os resultados e, por fim, uma análise dos mapas conceituais construídos pelos estudantes, em busca de indícios de aprendizagem significativa, tecendo alguns comentários de ordem geral.

### Alguns aspectos da teoria da aprendizagem significativa

A teoria da aprendizagem significativa foi formulada inicialmente pelo psicólogo norte-americano David Paul Ausubel. Suas ideias, cujas formulações

Zetetiké – FE/Unicamp – v. 22, n. 41 – jan/jun 2014

iniciais são dos anos 1960, encontram-se entre as primeiras propostas psico-educativas, em sua obra *Psicologia Educacional*, tendo recebido, em 1980, colaborações de Joseph Donald Novak e Helen Hanesian acerca de fatores sociais, cognitivos e afetivos na aprendizagem.

[...] é essencial levar-se em consideração as complexidades provenientes da situação de classe de aula, estas por sua vez, incluem a presença de muitos alunos de motivação, prontidão e aptidões desiguais; as dificuldades de comunicação entre professor e aluno; as características particulares de cada disciplina que está sendo ensinada; e as características das idades dos alunos (AUSUBEL; NOVAK; HANESIAN, 1980, p. 5).

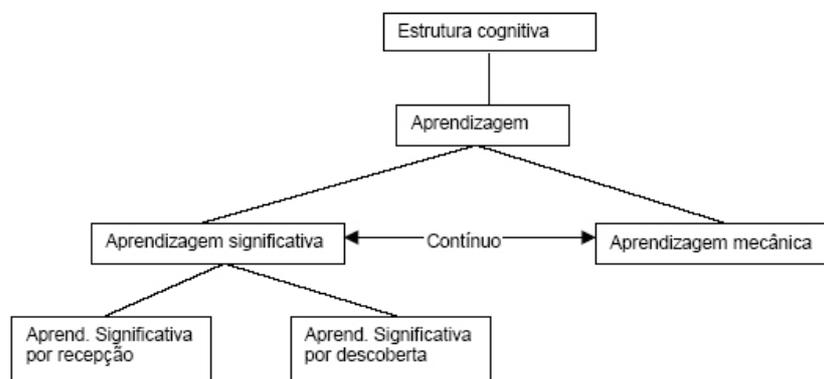
Para os autores, basicamente, a ideia central de aprendizagem significativa é uma reorganização clara da estrutura cognitiva, isto é, um processo pelo qual uma nova informação se relaciona com um aspecto relevante na estrutura do conhecimento do estudante. Os novos conhecimentos operam conexões mentais, podendo levar a transformações que se entendem como aprendizagem, que, segundo Peña et al. (2005), é um processo de desenvolvimento de estruturas significativas.

A aprendizagem significativa é uma tentativa de fornecer sentido ou estabelecer relações, de modo não arbitrário e substancial (não ao pé da letra), entre os novos conhecimentos e os conceitos que existem no estudante. Em contraponto à aprendizagem significativa, surgiu a aprendizagem mecânica, que, para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), é o tipo de aprendizagem que, diferentemente do processo significativo, ocorre quando o estudante, tendo sido apresentado a um novo conhecimento, por motivos variados, não o relaciona com algum conceito que já exista em sua mente e apenas o incorpora, de maneira arbitrária e não substantiva, na sua estrutura cognitiva.

A aprendizagem significativa ou mecânica ocorre por meio de recepção e é enfatizada por Moreira (2010) como aquela em que todo conteúdo a ser aprendido é apresentado ao estudante na forma final ou por descoberta; em que os conceitos não são fornecidos, mas devem ser “descobertos” pelo estudante antes que possam ser incorporados significativamente à sua estrutura cognitiva. No entanto, a aprendizagem por descoberta não é necessariamente significativa, nem a aprendizagem por recepção é obrigatoriamente mecânica, mas apresentam-se como um continuum (Figura 1). Para o autor, uma posição mais defensável é de que tanto a aprendizagem receptiva quanto a por descoberta podem ser mecânicas ou significativas, dependendo das condições em que ocorram.

Em ambos os casos (recepção ou descoberta), a aprendizagem significativa ocorre quando há um processo de interação no qual os conceitos mais relevantes e inclusivos (subsunçores) integram-se ao novo material a ser aprendido. A aprendizagem significativa é decorrente da interação entre os aspectos específicos e relevantes da estrutura cognitiva e as novas informações: estas adquirem significado e são integradas – de maneira não arbitrária e não literal – a uma estrutura hierárquica de subsunçores altamente organizada.

Figura 1 – Aprendizagem por descoberta e por recepção



Fonte: Moreira (2001)

A aprendizagem significativa deve preponderar sobre a aprendizagem mecânica de associações arbitrárias, organizacionalmente isoladas. Para isso, algumas condições são apontadas por Ausubel, Novak e Hanesian (1980):

- Devem existir previamente conceitos subsunçores na estrutura cognitiva, capazes de servir de ancoradouro a uma nova informação, de modo que esta adquira significado para o estudante.
- O estudante precisa ter disposição para aprender: se o indivíduo quiser memorizar o conteúdo arbitrária e literalmente, a aprendizagem será mecânica. A aprendizagem significativa pressupõe que o estudante manifeste disposição para a aprendizagem, ou seja, disposição para se relacionar-se de forma não arbitrária e substantiva ao novo conhecimento.

- O conteúdo escolar a ser aprendido tem que ser potencialmente significativo, ou seja, deve estar relacionado à estrutura cognitiva do aluno; portanto, devem estar disponíveis, em sua estrutura cognitiva, subsunções adequados.

A partir dessas condições, Pozo (1998) cita que é preciso entender que existe uma modificação no conhecimento, balizada pela manifestação, pelo estudante, de seu interesse em aprender; e que o material deverá ser potencialmente significativo. A percepção de uma aprendizagem significativa consolida-se por um processo considerado dinâmico e não unilateral, no qual os estudantes, carregados de interconexões mentais e saberes, se tornam peça fundamental nesse movimento de construção do conhecimento. Contudo, se o estudante deseja simplesmente memorizar, o processo de aprendizagem será mecânico e sem significado.

No curso da aprendizagem significativa, Moreira (2010) enfatiza que os conceitos interagem com os novos conteúdos, servindo de base para a atribuição de novos significados, que também se modificam. Essa mudança progressiva vai tornando um subsunção mais elaborado, mais diferenciado, capaz de servir de âncora para a aquisição de novos conhecimentos, processo este que Ausubel chama de “diferenciação progressiva”.

Outro processo ocorre no encadeamento da aprendizagem significativa: é o que Moreira (2010) denomina de estabelecimento de relações entre ideias, que podem ser conceitos, proposições que já se encontram na estrutura cognitiva. Conceitos estáveis e com certo grau de diferenciação são relacionados com outros conceitos, passando a adquirir novos significados e levando à reorganização da estrutura cognitiva. Essa reorganização de conceitos é conhecida por “reconciliação integrativa”.

A busca de indícios para a ocorrência de uma aprendizagem significativa não é uma tarefa simples. Segundo Ausubel, Novak e Hanesian (1980), verificar se uma aprendizagem ocorreu simplesmente perguntando ao estudante os atributos de um conceito ou proposição é arriscado, haja vista a possibilidade da utilização de respostas mecanicamente memorizadas. Os autores entendem que é necessária uma compreensão no domínio dos significados que se apresentam de forma clara, precisa, diferenciados e transferíveis.

Uma sugestão proposta por Ausubel e defendida por Moreira e Masini (2001), com objetivo de evitar uma simulação da aprendizagem significativa, é

utilizar situações que sejam novas e não familiares, exigindo máxima transformação do conhecimento existente. Há diversas alternativas para verificação da ocorrência da aprendizagem significativa, como tarefas de aprendizagem sequencialmente vinculadas, servindo de apoio a etapas posteriores da atividade, à resolução de problemas, bem como à utilização de mapas conceituais.

Na busca de indícios de uma possível aprendizagem significativa, um importante aspecto é partir dos conhecimentos que os estudantes trazem para a sala de aula. “Se tivéssemos que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio diríamos que o fator singular mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já sabe, descubra isso e baseie-se nisso seus ensinamentos” (Ausubel; Novak; Hanesian, 1980, p. 137). Nesta vertente, o projeto educativo do professor deve estar direcionado para o desenvolvimento cognitivo dos estudantes, priorizando os conhecimentos prévios, que raramente vêm marcados por estudos avançados e servem, portanto, de ancoragem para as novas ideias e conceitos, constituindo a base fundamental para o processo de aprendizagem.

### Formas de aprendizagem significativa

Durante o processo da aprendizagem significativa, a nova informação não estabelece elo com os elementos preexistentes da estrutura cognitiva; ao contrário, esses elos só ocorrem na aprendizagem automática. Na aprendizagem significativa, há uma mudança tanto na nova informação como nos subsunçores com os quais o novo conhecimento estabelece relação, e o resultado dessa interação é a assimilação de significados.

Segundo Moreira e Masini (2001), a assimilação é um processo que ocorre quando um conceito ou proposição potencialmente significativa é assimilado por uma ideia ou um conceito mais inclusivo, já existente na estrutura cognitiva. A assimilação é compreendida como um relacionamento entre os aspectos relevantes preexistentes da estrutura cognitiva, e tanto a nova informação como a preexistente são modificadas no processo. A teoria ausubeliana apresenta três formas de aprendizagem significativa, segundo a teoria da assimilação: a subordinada, a superordenada e a combinatória.

#### *Aprendizagem subordinada*

Segundo Ausubel, a maior incidência de aprendizagem significativa é do tipo subordinada, ou seja, a nova ideia aprendida se encontra hierarquicamente subordinada à ideia preexistente. Coll, Marchesi e Palacios

(2007) comentam que a estrutura cognitiva do sujeito responde a uma organização hierárquica na qual os conceitos se conectam entre si mediante relações de subordinação, dos mais gerais aos mais específicos.

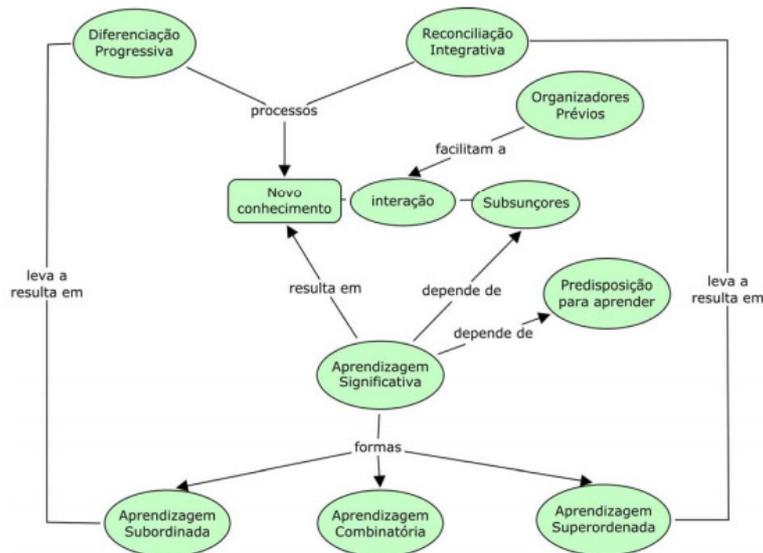
#### *Aprendizagem superordenada*

Nesta forma de aprendizagem significativa o novo conceito é mais geral e inclusivo que os conceitos subsunçores. Ocorre quando um conceito ou proposição mais geral do que algumas ideias já estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante é adquirido e passa a ser assimilado. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), a nova aprendizagem é superordenada quando se aprende uma nova proposição inclusiva que condicione o surgimento de várias ideias no curso do raciocínio ou quando o material apresentado é organizado indutivamente ou envolve a síntese de ideias compostas.

#### *Aprendizagem combinatória*

A aprendizagem de novas proposições que não apresentam relação subordinada nem superordenada com ideias relevantes já adquiridas anteriormente na estrutura cognitiva do estudante é denominada aprendizagem combinatória. Conforme Pozo (1998), na aprendizagem significativa combinatória, a ideia nova e as ideias já estabelecidas não estão relacionadas hierarquicamente, porém se encontram no mesmo nível, não sendo uma delas nem mais específica nem mais inclusiva do que outras ideias. Ao contrário das proposições subordinadas e superordenadas, a combinatória não é relacionável a nenhuma ideia particular da estrutura cognitiva. Para fomentar possíveis formas de aprendizagem significativa nesta investigação, foram construídos mapas conceituais. A Figura 2 apresenta um mapa conceitual sobre alguns conceitos básicos da teoria ausubeliana, retirados de Moreira e Buchweitz (1993).

Figura 2 – Alguns conceitos básicos da teoria de Ausubel



Fonte: Moreira e Buchweitz (1993, p. 43)

### Mapa conceitual como instrumento didático

Uma maneira de constatar indícios de aprendizagem significativa é o uso de mapas conceituais, entendidos por Moreira e Buchweitz (1993) como instrumentos didáticos, para mostrar as relações entre esses conceitos que estão sendo ensinados em uma aula, em uma unidade de estudo ou em um curso inteiro. Esse instrumento foi desenvolvido no início da década de 1970 por Joseph Novak e seus colaboradores na Universidade de Cornell, nos Estados Unidos, decorrente da teoria cognitivista de David Ausubel, criada em 1963, em New York.

Para Novak e Gowin (1996), o mapa conceitual é um recurso esquemático para representar um conjunto de significados conceituais incluídos numa estrutura de proposições. Para os autores, uma proposição consiste em dois ou mais termos conceituais ligados por palavras, de modo a formar uma unidade semântica. Por exemplo, “o céu é azul” representa um mapa conceitual simples, formado por uma proposição válida referente aos conceitos “céu” e “azul”.

Os mapas conceituais são representações gráficas semelhantes a diagramas, que indicam relações entre conceitos ligados por palavras. Representam uma estrutura que vai desde os conceitos mais abrangentes até os menos inclusivos. São utilizados para auxiliar a ordenação e a sequência hierarquizada dos conteúdos de ensino, de forma a oferecer estímulos adequados ao estudante (Novak; Cañas, 2012).

Lima (2004) define mapa conceitual como uma técnica de organização do conhecimento ou a representação gráfica de uma estrutura de conhecimento demonstrada hierarquicamente, apresentando formas e representações condizentes com a maneira como os conceitos são relacionados, diferenciados e organizados. Embora normalmente tenham uma organização hierárquica e, muitas vezes, incluam setas, tais diagramas não devem ser confundidos com organogramas ou diagramas de fluxo, pois não implicam sequência, temporalidade ou direcionalidade, nem hierarquias organizacionais.

A construção de mapas conceituais considera uma estruturação hierárquica dos conceitos, por meio tanto de uma diferenciação progressiva quanto de uma reconciliação integrativa, contribuindo de maneira eficiente para a construção do conhecimento do estudante. O princípio da diferenciação progressiva procede de maneira hierárquica: parte das ideias mais gerais para as mais específicas dentro de um mapa conceitual, enquanto o princípio da reconciliação integrativa consiste basicamente em delinear explicitamente as relações entre ideias, ou seja, assinalar e evidenciar as diferenças e as semelhanças, reais ou aparentes, entre elas.

O princípio de Ausubel da diferenciação progressiva estabelece que a aprendizagem significativa é um processo contínuo, no qual novos conceitos adquirem maior significado à medida que são alcançadas novas relações (ligações preposicionais). Assim, os conceitos nunca são “finalmente aprendidos”, mas sim permanentemente enriquecidos, modificados e tornados mais explícitos e inclusivos à medida que se forem progressivamente diferenciando. A aprendizagem é o resultado de uma mudança do significado da experiência, e os mapas conceituais são um método de mostrar, tanto ao aluno como ao professor, que ocorreu realmente uma reorganização cognitiva (Novak; Gowin, 1996, p. 114).

Na medida em que os estudantes interagem com os mapas conceituais para integrar, realizar ligações cruzadas, reconciliar e diferenciar conceitos, eles estão usando o mapeamento conceitual como um recurso de aprendizagem, porém, para o professor, o mapa conceitual se torna um instrumento didático para obter uma visualização da organização conceitual que o estudante atribui a certo conhecimento. Moreira (2010) relembra que um professor nunca deve apresentar aos alunos o mapa conceitual de certo conteúdo e, sim, um mapa

conceitual para esse conteúdo, segundo os significados que ele atribui aos conceitos e às relações significativas entre eles.

O professor não deve esperar que o estudante apresente, em uma atividade, um mapa conceitual “perfeito” diante de certo conteúdo. O que é evidenciado é o seu mapa, e o importante não é se esse mapa está correto ou errado, mas, sim, se existem nele indícios de que tenha ocorrido uma aprendizagem significativa. Moreira (2010) enfatiza que, no momento em que o professor apresentar para o estudante um mapa conceitual como sendo o correto, estará promovendo a aprendizagem mecânica, memorística, em detrimento da aprendizagem significativa.

### Indícios de aprendizagem significativa

Em um ambiente escolar, a aprendizagem significativa, embora favorecida por relações interpessoais, implica em um processo de construção de significado; portanto, é algo pessoal. Para Zabala (1998), mesmo que a aprendizagem esteja apoiada por processos compartilhados, deve ser considerada idiossincrática, que, segundo Novak e Gowin (1996), é a maneira peculiar que cada um tem para captar inicialmente o significado de um termo, a experiência acumulada sobre a realidade.

O professor avalia os mapas conceituais construídos pelo estudante, investigando como este organiza os conceitos abordados em uma área do conhecimento. Os mapas permitem a observação da estrutura proposicional, viabilizando ao professor analisar ligações, bem como indicativos de grau de diferenciação dos conceitos referentes a uma determinada área de conhecimento (Novak; Gowin, 1984). Por meio da observação nos mapas construídos pelos estudantes, o professor poderá identificar seus conhecimentos prévios, bem como alterações em sua estrutura cognitiva e, portanto, mudanças nos mapas.

Segundo Moreira (2010), na utilização de mapas conceituais com o objetivo de buscar indícios de aprendizagem significativa, é preciso levar em consideração a caracterização dessa aprendizagem. É necessário considerar que aprendizagem mecânica ou memorística e aprendizagem significativa são dois extremos de um continuum. De acordo com Ausubel, Novak e Hanesian (1980), nesse continuum é sempre possível caminhar em direção à aprendizagem significativa, dependendo dos fatores contextuais e da intenção do estudante. Os autores citam que um posicionamento extremo não é adequado, quando se consideram a avaliação e a aprendizagem significativa. A

análise deve buscar componentes sinalizadores de diferenciação progressiva e de reconciliação integrativa.

Novak e Gowin (1996) citam que a exposição de hierarquias no mapa indicia diferenciação progressiva e reconciliação integradora. A ligação de conceitos que, de outro modo, seriam considerados como independentes e ligações cruzadas entre dois segmentos distintos da hierarquia podem sinalizar a ocorrência da reconciliação integradora. Moreira (2010) afirma que, se, na explicação do mapa, o estudante sobe e desce nas hierarquias conceituais, isso também indica reconciliação integradora.

Os mapas conceituais apresentam-se como um instrumento didático, porém não único, para observar indícios da ocorrência de aprendizagem significativa e sua identificação como instrumento pode levar a pensar que se trata de uma fórmula de aplicação; contudo, é preciso compreender que, nas palavras de Novak e Gowin (1984), se trata de um modelo, captando seu significado, avaliando e aproveitando suas características.

## Metodologia

O presente artigo, de caráter qualitativo, foi desenvolvido a partir das aulas de Matemática com uma turma de oito estudantes de uma segunda série do período matutino do ensino médio de uma escola da rede pública de Florianópolis, Santa Catarina, que, no período de duas semanas, se dispuseram a participar das atividades no período vespertino. A experiência foi conduzida pelo professor da turma, autor deste artigo.

Foram realizadas três atividades e, para coleta e análise de dados, optou-se pela terceira atividade, construção dos mapas conceituais. Essa escolha pautou-se tanto em razões de ordem mais pragmática acerca da viabilidade de análise de dados coletados, quanto na necessidade de um foco específico para a discussão a partir da pergunta de pesquisa. As atividades realizadas no primeiro e no segundo blocos cumpriram o papel de familiarizar os estudantes com os aspectos históricos da Geometria.

A ideia principal desta atividade surgiu no decorrer das reflexões realizadas pelo autor, procurando algumas estratégias para apresentar a história da Geometria aos estudantes. Em uma dissertação de mestrado, Farago (2003) apresenta estratégias de aprendizagem contextual, um tipo de aprendizagem que considera o descobrimento, a organização e a invenção, no contexto dos conhecimentos prévios. Procurando adaptar tais estratégias às necessidades, no estudo da Geometria e seus aspectos históricos, foram realizadas algumas

modificações e incorporações de novos dados, de outras atividades e da própria experiência em sala de aula.

### Panorama das atividades desenvolvidas

Primeiramente, a turma foi dividida em dois grupos (G1 e G2). A equipe (G1) ficou responsável por explorar as estratégias utilizadas pelos egípcios para demarcar suas terras às margens do rio Nilo, em função das cheias que ocorriam em determinados períodos.

#### **Título atribuído pelo grupo G1: Os egípcios e as terras após as cheias**

**Objetivo:** Apresentar as estratégias utilizadas pelos egípcios para demarcação de terras após as cheias do rio Nilo.

**Descrição da atividade:** Montagem de uma maquete e sua posterior socialização.

**Material utilizado:** Texto ilustrativo, isopor ou madeira, argila, palitos de fósforo, barbante.

Os alunos preparam a maquete sobre uma mesa, com uso de isopor e utensílios de corte, criando uma espécie de modelo do rio Nilo. Nesse momento, o professor inicia um processo de negociação com os estudantes, por meio do diálogo interativo, contribuindo para o desenvolvimento da atividade proposta (Figura 4).

Figura 4 – Representação do processo da atividade 1 desenvolvida pelo G1



Fonte: Brum (2013).

A equipe (G2) ficou responsável por investigar e apresentar, usando recursos tecnológicos, os grandes matemáticos gregos do século VI a.C. até o século II a.C., que contribuíram para o modelo de pensamento geométrico trabalhado em sala de aula.

### **Título atribuído pelo grupo G2: Os gregos na história da Geometria**

**Objetivo:** Apresentar os principais matemáticos gregos do século VI a.C. até o século II a. C.

**Descrição da atividade:** Levantamento de dados acerca da história da Geometria grega, organização dos dados em diversos materiais, apresentação, socialização.

**Material utilizado:** Projetor multimídia, mapa-múndi, cartazes. texto impresso.

Para esta atividade, os estudantes do G2 buscaram, em dados bibliográficos impressos e na internet, informações que contribuíssem para a montagem da apresentação. A Figura 5 ilustra o momento da socialização da atividade 2.

Figura 5 – Socialização da atividade 2 apresentada pelo G2.



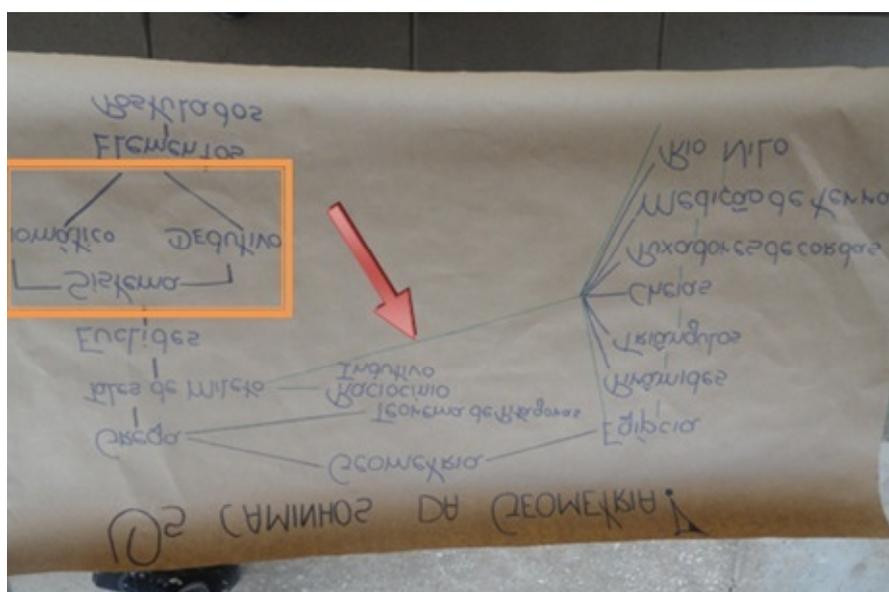
Fonte: Brum (2013).

Durante a apresentação, a relação exposta pelos estudantes entre a escola de Atenas e Alexandria chamou bastante atenção, devido à curiosidade de aprofundar-se no tema. É importante apontar, por outro lado, a existência de certas dificuldades para caracterizar diferenças entre as principais escolas de Matemática da antiga civilização mediterrânea.



uma possível motivação para aprender. É importante apontar que os mapas conceituais não são apenas um instrumento para evidenciar e representar o conhecimento dos estudantes, mas são uma ferramenta poderosa para criar novos conhecimentos (Novak; Cañas, 2012). Apresenta-se na Figura 7 o mapa conceitual construído pelo G2.

Figura 7 – Mapa conceitual construído pelo G2



Fonte: Brum (2013).

### Análise de resultados e discussão

Por meio dos mapas conceituais desenvolvidos em papel pardo, foi possível perceber que os estudantes, em geral, foram criativos, constatação devida à existência de ligações cruzadas e reconciliação integrativa. Moreira (2010) entende que, para alcançar a reconciliação integrativa de maneira mais eficiente, o mapa conceitual deve ser organizado de tal forma que se “baixe e suba”, nas hierarquias conceituais, à medida que novas informações são apresentadas.

Foi observada, nos dois mapas dos grupos, a realização de ligações conceituais a partir dos significados que os alunos atribuíam às palavras, bem como a necessidade de interligar conceitos mais específicos, no topo do mapa, com os conceitos mais específicos. Ausubel, Novak e Hanesian (1980)

relembrem que a aprendizagem passa a ser mais significativa, à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno, adquirindo significado. Houve algumas ligações entre conceitos de maneira transversal, compreendidas como ligações cruzadas. Foi percebido que os estudantes construíram novos conhecimentos, e as ligações cruzadas representaram esse processo por meio do mapa conceitual elaborado.

Os estudantes, nos dois grupos, construíram os mapas conceituais em uma estrutura hierárquica bem definida, iniciando pelo conceito mais geral, representado pelo conceito “Geometria”, tema central da investigação. Moreira (2010) afirma que, caso se entenda a estrutura cognitiva de um estudante em certa área de conhecimento como o conteúdo e a organização conceitual de suas ideias, mapas conceituais podem ser usados como instrumentos para representar a estrutura cognitiva do estudante.

Outro aspecto em destaque nos mapas conceituais é a hierarquia conceitual construída pelos estudantes, identificada por conceitos intermediários e menos específicos (base do mapa conceitual). Nessa situação, o estudante parece perceber que está ocorrendo algo diferente com o seu processo de aprendizagem. Tal percepção pelo estudante é identificada, quando este desenvolve estratégias que melhoram ou aperfeiçoam a aprendizagem dos conteúdos estudados, realizando uma avaliação posterior.

Provavelmente o aluno está desenvolvendo uma meta-aprendizagem, considerada, por Novak e Gowin (1996), como a aprendizagem que lida com a natureza da aprendizagem, ou seja, a aprendizagem acerca da aprendizagem. Para Tavares (2007), ainda que a função mais importante da escola seja dotar o ser humano da capacidade de estruturar internamente a informação e transformá-la em conhecimento, deve propiciar o acesso à meta-aprendizagem, o saber aprender a aprender. Nesse sentido, o mapa conceitual é um instrumento didático facilitador dessa tarefa.

Os estudantes expressaram ligações cruzadas com algumas imagens, representando: os conceitos, a partir das pesquisas realizadas em internet, livros e revistas disponibilizados pelo professor e de proposições que, segundo Novak, Gowin (1996), são expressões verbais de uma ideia composta numa sentença, contendo sentido tanto denotativo quanto conotativo; as funções sintáticas e as relações entre palavras, anotadas em seus cadernos durante as apresentações das atividades. Um aspecto importante e singularmente humano da aprendizagem é a notável capacidade de usar símbolos, imagens ou falas para

representar as regularidades que percebidas nos acontecimentos e objetos que rodeiam o ser humano.

Os mapas conceituais tiveram como objetivo, nessa atividade, representar relações entre conceitos, na forma de proposições estabelecidas pelos estudantes. Podem englobar um conjunto de significados conceituais, numa estrutura de proposições. Servem para tornar claro tanto aos professores como aos estudantes as ideias-chave em que devem focar para uma tarefa de aprendizagem. Segundo Moreira (2010), é preciso entender que os mapas podem ser empregados para dar uma visão geral do que será estudado e devem ser usados, preferentemente, quando os estudantes já têm certa noção do assunto. Nesse caso, podem ser utilizados para integrar e reconciliar relações entre conceitos e promover a diferenciação conceitual. Na sequência, serão analisados os mapas conceituais construídos pelos grupos. Cabe ainda considerar que os mapas serviram como instrumentos para negociar significados.

Analisando especificamente o mapa conceitual construído pelo G1, foi possível identificar uma organização hierárquica adequada dos conceitos, o que resulta em uma diferenciação progressiva, princípio segundo o qual as ideias e os conceitos mais gerais e inclusivos do conteúdo da matéria de ensino devem apresentados, progressivamente, no início da atividade; e diferenciados, em termos de detalhe e especificidade, o que leva a uma aprendizagem significativa subordinada. Segundo Tavares (2007), apoiado em Ausubel, Novak e Hanesian (1980), quando se estrutura um conteúdo para ser apresentado ao estudante, é preciso proporcionar uma diferenciação progressiva, princípio ausubeliano pelo qual o conteúdo deve ser programado de forma que as ideias mais específicas sejam apresentadas inicialmente e progressivamente diferenciadas.

Outra característica importante no mapa conceitual construído pelo G1 foi a presença de ligações cruzadas. Para Moreira (2010), corroborado por Peña et al. (2005), na elaboração do novo conhecimento, as ligações cruzadas que representam ligações entre conceitos, em diferentes segmentos ou domínios do conhecimento, muitas vezes, evidenciam saltos criativos por parte do estudante. Sob a ótica de Tavares (2007), a presença de ligações cruzadas e a conseqüente aparência ramificada denotam uma estrutura cognitiva pobre, e mapas repletos de ligações cruzadas indicam uma estrutura rica. Tais ligações são reveladas no mapa pelo fato de os estudantes relacionarem o conceito “triângulo”, “Os Elementos”, com um conceito mais específico, “Euclides”, evidenciando a importância de estabelecer uma conexão entre eles.

Os estudantes do G1 representaram algumas combinações entre conceitos, por exemplo: “egípcia”, “Tales de Mileto”, “Pirâmides” (círculo azul), bem como “axiomático”, “sistema”, “dedutivo” relacionado ao conceito mais geral “Geometria”, situada no topo do mapa. Para Moreira (2010), uma aprendizagem significativa combinatória ocorre quando o significado vem da interação com um conhecimento mais amplo que o estudante tem em determinada área do conhecimento. Nesse sentido, os mapas conceituais constituem-se em uma visualização de conceitos e relações hierárquicas que pode ser muito útil, tanto para o professor quanto para o estudante, como um instrumento para exteriorizar seus conhecimentos. Para o autor, não se trata de uma representação precisa e completa do conhecimento do estudante, mas, sim, provavelmente, de uma boa aproximação.

Observando ainda o mapa conceitual construído pelo G1, foi possível identificar, em geral, o uso de palavras-chave para explicitar o significado da relação conceitual. As palavras-chave não precisam ser, necessariamente, só um verbo de ligação. Nesse momento, o estudante relaciona os conceitos de acordo com o seu nível de compreensão, externalizado por frases. O G1 utilizou “calculava a altura das” para conectar os conceitos “Tales de Mileto” com “Pirâmides”, e empregou “construiu um livro” para conectar “Euclides” com “Os Elementos”. O uso de palavras-chave sobre as linhas é defendido por Moreira (2010), por entender que, se o estudante constrói um mapa, unindo dois conceitos por meio de uma linha, ele deve ser capaz de explicar o significado da relação que encontrou entre eles.

Por fim, no mapa construído por G1, outro processo que ocorreu no curso da aprendizagem significativa foi o estabelecimento de relações entre conceitos já estáveis na estrutura cognitiva, ou seja, relações entre os subsunçores, que adquiriram novos significados e levaram a uma reorganização da estrutura cognitiva. Esse fato ocorreu, a partir do momento em que os estudantes, com os conceitos “Os Elementos” e “Euclides” (seta vermelha) claros e estáveis na estrutura cognitiva, perceberam-nos intimamente relacionados e reorganizaram seus significados, pois os compreenderam como manifestações de um conceito mais abrangente, o de “Geometria”. A essa recombinação de conceitos, a esse tipo de relação significativa, Moreira (2010) se refere como “reconciliação integrativa”, resultando em uma aprendizagem superordenada.

Com relação ao mapa conceitual construído pelo G2, foi possível identificar uma organização hierárquica adequada entre os conceitos, o que evidencia uma diferenciação progressiva e mostra uma tendência gradual em

direção a uma hierarquia vertical, na qual os conceitos mais gerais estão no topo do mapa conceitual e os mais específicos, na sua base. Segundo Moreira (2010), a diferenciação progressiva está muito relacionada à forma mais comum de aprendizagem significativa: a subordinada.

Outro ponto importante observado no mapa conceitual construído pelo G2 foi a criatividade dos estudantes para determinar ligações cruzadas. Elas evidenciam que o conhecimento não está compartimentalizado e que houve uma interação conceitual na estrutura cognitiva; contudo, foi detectada a ausência de palavras-chave entre os conceitos, o que, na compreensão de Moreira (2010), empobrece as relações, omitindo o significado das conexões, e restringe o potencial do mapa conceitual.

Os estudantes do G2 combinaram conceitos, por exemplo, “Grega”, “Egípcia”, “Teorema de Pitágoras”, bem como “axiomático”, “dedutivo” e “Os Elementos” (retângulo alaranjado) relacionado ao conceito mais geral “Euclides”. Ausubel, Novak e Hanesian (1980) entendem que as proposições combinatórias são menos ancoráveis a conhecimentos já existentes na estrutura cognitiva e acrescentam, ainda, que as generalizações matemáticas podem ser exemplos típicos dessa aprendizagem.

Por fim, no mapa construído por G2, não se identificou, no curso da aprendizagem significativa, o estabelecimento de relações entre proposições e conceitos, proporcionando reconciliações entre estes. Essa ausência mostra que os estudantes do G2 não apontaram similaridades e diferenças significativas, nem reconciliaram discrepâncias reais ou aparentes. Para Ausubel, Novak e Hanesian (1980), muitas vezes, a dificuldade maior não está na discriminação, mas, sim, na aparente contradição entre os conceitos novos e as ideias já estabelecidas na estrutura cognitiva do estudante. Uma possível consequência dessa contradição é o estudante descartar uma nova proposição como válida, tentando departamentalizá-la como aspecto isolado, sem conectá-la a conhecimentos anteriores.

### Considerações finais

Nesta investigação, foram analisados mapas conceituais elaborados por estudantes da segunda série do Ensino Médio, ao final de duas atividades sobre história da Geometria, revelando, em geral, uma organização hierárquica nos conceitos explorados. É importante reconhecer que os mapas conceituais nunca estão encerrados em si e necessitam, após seu término, de uma revisão, o que permite que outras ligações cruzadas ou diferenciações progressivas sejam efetuadas.

É importante o papel do professor na mediação, para que os estudantes reconheçam que os conceitos, em geral, estão relacionados entre si, sendo necessário identificar as ligações cruzadas. É conveniente evitar a utilização de frases completas como conceitos, para indicar que o mapa pode ainda ser aumentado a partir da frase (Novak; Cañas, 2012).

Com relação à problemática apontada no início da investigação, se a utilização de mapas conceituais como instrumento de avaliação pode contribuir para proporcionar aos estudantes uma aprendizagem significativa acerca dos conteúdos de história da Geometria em sala de aula, chegou-se à conclusão de que é possível contribuir para uma aprendizagem significativa de conceitos no ensino de história da Geometria, em que esse novo conhecimento – promovido pelos organizadores prévios explorados por meio de atividades referentes ao tema estudado – se relacionará com um aspecto relevante na estrutura cognitiva do indivíduo.

É preciso reconhecer a função essencial que o professor tem no acompanhamento de todo o processo de construção dos mapas conceituais pelos estudantes, buscando identificar potenciais problemas que possam emergir, orientando-os e motivando-os para que construam, sem se preocupar, primeiramente, com estética ou acertos. À medida que os estudantes relacionam os conceitos, eles mesmos percebem que o mapa pode ser melhorado e, dessa forma, podem ampliar o mapa conceitual, relacionando outros conceitos específicos e construindo novos significados: “[...] a nossa intenção não é simplesmente que os alunos produzam bons mapas; o valor educativo está no reconhecer e valorizar a mudança no significado da experiência humana” (Novak; Gowin, 1996, p. 57).

No que diz respeito às limitações da investigação, reconhece-se que, em função dos objetivos propostos no planejamento do professor, houve necessidade de alguns acertos no tempo de duração das atividades; de recortes, ajustes e mudanças na ação em sala de aula, na proposta das atividades e na mediação do processo de ensino-aprendizagem. Com certeza, o tempo disponível não foi o ideal para que parte dos estudantes pudesse colaborar efetivamente na construção dos mapas conceituais.

De qualquer forma, ao longo do estudo foi constatado que os alunos conseguiram construir mapas conceituais com alguma diferenciação progressiva de conceitos e relações cruzadas, indicando a formação de proposições importantes relativas ao conteúdo estudado. Uma perspectiva que se apresenta, nesta investigação, para o futuro, é a análise de todas as atividades

desenvolvidas pelos estudantes, o que não foi possível realizar devido ao recorte estabelecido.

Além das eminências à luz destas opiniões, também é possível inferir que alguns dos estudantes, durante o período de realização das atividades, começaram a desenvolver o processo de meta-aprendizagem. Este fato foi observado, quando se averiguaram respostas em que o próprio estudante avaliou seu melhor desempenho à medida que construía mapas conceituais, indicando, dessa maneira, a organização do seu pensamento no processo de aprendizagem.

Em conclusão, é possível afirmar que os mapas são instrumentos que contribuem para aspectos fundamentais da aprendizagem significativa. O estudo revelou, ainda que de maneira limitada, assimilação de conceitos, formas de organização hierárquica pelos estudantes, indícios de ocorrência de aprendizagem significativa. Espera-se que a continuidade da investigação possibilite ramificações na construção dos mapas conceituais.

## Referências

- ALMOULOUD, S. A. et al. A geometria no ensino fundamental: reflexões sobre uma experiência de formação envolvendo professores e alunos. *Revista Brasileira de Educação*, Rio de Janeiro, n. 27, set./out./nov./dez. 2004. Disponível em: [www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf](http://www.scielo.br/pdf/rbedu/n27/n27a06.pdf). Acesso em: 01 nov. 2012.
- AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. *Psicologia Educacional*. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BOYER, C. B. *História da Matemática*. 2. ed. São Paulo: Blücher, 1996.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática*. Brasília: MEC /SEF, 1998.
- CHASSOT, A. *A ciência através dos tempos*. São Paulo: Moderna, 1994.
- COLL, C.; MARCHESI, A.; PALACIOS, J. *Desenvolvimento psicológico e educação: psicologia da educação escolar*. 2. ed. Porto Alegre: Artmed, 2007.
- D'AMBROSIO, U. Matemática, ensino e educação: uma proposta global. São Paulo: *Temas & Debates* – Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Rio Claro. ano IV, n. 3, p. 1-16, 1991.
- EVES, H. *Introdução à história da Matemática*. São Paulo: Unicamp, 2002.
- FARAGO, J. L. *Do ensino da história da matemática à sua contextualização para uma aprendizagem significativa*. 68f. 2003. Dissertação (Mestrado) – UFSC, Florianópolis, 2003.
- FAZENDA, I. C. A. *Didática e interdisciplinaridade*. São Paulo: Papirus, 2007.

- GARBI, Gilberto G. *A rainha das ciências: um passeio histórico pelo maravilhoso mundo da matemática*. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2006.
- LIMA, G. A. B. Mapa conceitual como ferramenta para organização do conhecimento em sistema de hipertextos e seus aspectos cognitivos. *Perspectiva em Ciência da Informação*, São Paulo, v. 9, n. 2, p. 134-145, jul./dez. 2004.
- LORENZATO, S. Por que não ensinar Geometria? *Educação em Revista* – Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBM, Rio de Janeiro, ano 3, n. 4, p. 4-13, 1º sem. 1995.
- MENDES, I. A.; BEZERRA, J. Q. *Geometria espacial: interdisciplinar*. Natal: EDUFRN, 2005.
- MILODNOW, L. *A janela de Euclides: a história da geometria, das linhas paralelas ao hiperespaço*. São Paulo: Geração, 2010.
- MIRANDA, M. I. O proformação e a formação continuada como processo de ressignificação da prática pedagógica. *Ensino em Revista*, Minas Gerais, p. 137-159, jul.02/jul.03 2003.
- MIRAS, M. Um ponto de partida para a aprendizagem de novos conteúdos: os conhecimentos prévios. In: COLL, C. et al. *O construtivismo na sala de aula*. São Paulo: Ática, 2010. Páginas do artigo.
- MOREIRA, M. A. *Mapas conceituais e aprendizagem significativa*. São Paulo: Centauro, 2010.
- MOREIRA, M. A.; BUCHWEITZ, B. *Novas estratégias de Ensino e Aprendizagem: mapas conceituais e o Vê epistemológico*. Lisboa: Plátano, 1993.
- MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. *Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel*. São Paulo: Centauro, 2001.
- NOVAK, J. D.; CAÑAS, A. J. *The Theory Underlying Concept Maps and How to Construct and Use Them*. Disponível em: <<http://cmap.ihmc.us/TheoryConceptMaps.htm>>. Acesso em: 02 nov. 2012.
- NOVAK, J. D.; GOWIN, B. D. *Aprender a aprender*. Lisboa: Plátano, 1996.
- PACCA, J. L. A.; SCARINCI, A. L. A ressignificação das atividades na sala de aula. *Revista Ensaio*, Minas Gerais, v. 13, n. 1, p. 57-72, 2011.
- PAVANELLO, R. N. O abandono do ensino da geometria no Brasil: causas e conseqüências. *Revista Zetetiké*, ano 1, n. 1, p. 7-17, 1993.
- PEÑA, Antonio Ontoria et al. *Mapas conceituais: uma técnica para aprender*. São Paulo: Loyola, 2005.
- PERRENOUD, P. *As competências para ensinar no século XXI: a formação dos professores e o desafio da avaliação*. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- POZO, J. I. *Teorias cognitivas da aprendizagem*. 3. ed. São Paulo: Artes Médicas, 1998.
- RIBAS, M. H. *Formação de professores: escolas, práticas e saberes*. Ponta Grossa: Ed. UEPG, 2004.
- TAVARES, R. Construindo mapas conceituais. *Ciências & Cognição*, São Paulo, v. 12, p. 72 – 85, 2007. Disponível em: <http://www.cienciasecognicao.org/pdf/v12/m347187.pdf>. Acesso em 21 nov. 2012.

VEIGA, I. A. *Profissão docente: novos sentidos, novas perspectivas*. São Paulo: Papirus, 2008.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

O conteúdo anexo foi utilizado com os estudantes, após a identificação de seus conhecimentos prévios, por meio de um questionário sobre conceitos da história da Geometria. O tema abaixo foi apresentado em três momentos: a história da Geometria, a história de Euclides e os grandes matemáticos gregos. Ao término desses momentos, os estudantes foram levados a construir mapas conceituais, no intuito de explicitar a organização da estrutura cognitiva com relação ao tema história da Geometria.

## **Anexo**

Alguns pontos acerca da história da geometria até o século iii a.c.

Segundo Eves (2002), os primeiros registros utilizados pelos povos antigos acerca da Geometria apareceram de algumas questões emergentes do primitivo estado, em que o homem se limitava a caçar e a procurar alimento. Por meio da necessidade de aprender a semear vegetais e a criar animais que só se reproduziam em determinadas épocas do ano, é que o homem começou a fazer anotações das estações do ano, utilizando-se de desenhos para entender o comportamento das fases da lua e do sol.

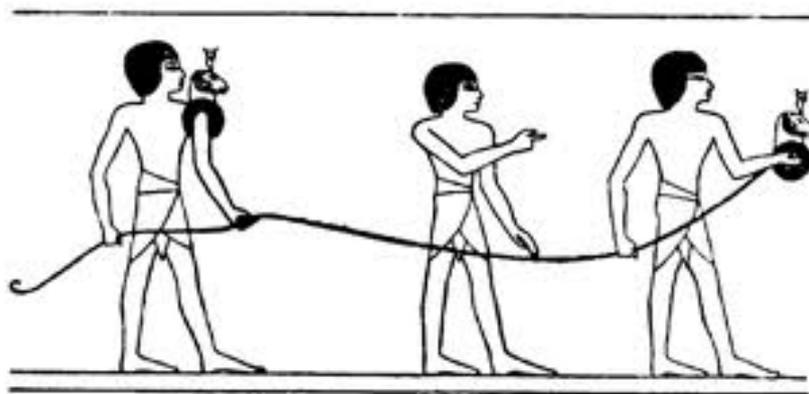
A Geometria é a uma das mais remotas manifestações da Matemática conhecidas, tendo na sua composição duas palavras gregas: geos (terra) e metron (medida). Medir as terras para fixar os limites das propriedades era uma tarefa importante nas civilizações antigas, especialmente no Egito, quando as águas transbordavam do seu leito natural, derrubando os marcos fixados no ano anterior, obrigando os proprietários de terra a refazer os limites de suas áreas de cultivo.

Chassot (1994) relembra que os egípcios se utilizavam de inúmeros princípios úteis de linhas, ângulos e figuras para delimitar as terras, reconhecendo que as inundações espalhavam um rico material orgânico sobre os campos, constituindo uma oportunidade de transformar as regiões agricultáveis, tendo em vista que a terra era hostil e árida. Em decorrência dos alagamentos, as terras ficavam sem marcação, o que provocou, na época, diversos conflitos, baseado na ideia de que, como o faraó possuía todas as terras

e bens, a cobrança de impostos era inevitável. O governo determinava os impostos da terra em função da altura da enchente do ano e da área de superfície das propriedades. Eves (2002) cita a possibilidade de a Geometria tenha tido sua origem a partir das atividades ligadas a agricultura e engenharia, desenvolvidas nessa região.

Partindo dessa ideia, para demarcar novamente os limites das terras, existiam os puxadores de corda, literalmente conhecidos como “harpedonaptas”. O harpedonapta (Figura 3) empregava escravos que sustentavam a corda para ele. Essa corda possuía marcações, constituída por distâncias iguais, servindo de vértices para a construção de triângulos. O método utilizado por esses topógrafos era engenhoso e sofisticado, desafiando nossa compreensão. Diríamos hoje que os esticadores de corda não formavam linhas, mas curvas geodésicas em toda a extensão da terra. A ideia de geodésica está associada à menor distância entre dois pontos na geometria curva, estudada somente a partir do século XVII.

Figura 3 – Os homens da corda, conhecidos por harpedonaptas



Fonte: Eves (2002, p. 77)

Segundo Boyer (1996) e Eves (2002), os esticadores de corda tinham conhecimentos de Geometria que poderiam resolver os problemas de cheias que ocorriam às margens do Nilo, sendo considerado em termos atuais um avanço para a época. Os conhecimentos dos antigos egípcios eram percebidos por meio da utilização do raciocínio indutivo, isto é, obtinham vários princípios por intermédio de observação e experimentação. Eves (2002) traz à luz que os egípcios mediam muitos triângulos e muitos ângulos retos e notaram que, quase

sempre, a soma dos três ângulos de um triângulo era aproximadamente igual a dois ângulos retos.

Quando havia muita diferença, existia uma explicação: os ângulos não haviam sido corretamente medidos ou as linhas não estavam retas. Essa pode ser uma compreensão que os egípcios detinham o conhecimento acerca do teorema de Pitágoras. Os gregos, por volta de 300 a.C., assimilaram dos egípcios seus princípios, seus métodos, dando-lhes o nome de Geometria. Entretanto, apreciavam a Geometria não apenas em virtude de suas aplicações práticas, empíricas, mas de seu interesse teórico, pois desejavam compreender a matéria por ela mesma, tornando-a dedutiva.

Todo o interesse de compreensão da Geometria ocorreu com os trabalhos do filósofo grego Heródoto, acreditando que a Geometria, como ramo matemático, surgiu enquanto atividade empírica dos povos antigos para atender as necessidades da época, como construir casas, partilhar terras férteis e observar os astros. Outro filósofo que destinou grande interesse ao estudo puro, abstrato e científico da Geometria foi Aristóteles (384 - 322 A.C.), discípulo de Platão, que foi questionado sobre como era possível um navio desaparecer em partes no horizonte. Se a Terra é plana, ponderou Aristóteles, deveria desaparecer por inteiro.

Para Milodnow (2010), Aristóteles, ao ficar de pé na orla marítima, observando os navios desaparecerem no horizonte, foi surpreendido por um pensamento peculiar. Como pode o casco sumir primeiro, depois mastros e velas? Aristóteles percebeu de forma genial, usando da lógica e fixando seu olhar para o espaço vazio, que a terra é curva. As investigações e as novas descobertas acerca da Geometria ocorreram com o passar dos anos, nos trabalhos incessantes de vários matemáticos gregos, como Tales de Mileto, Arquimedes de Siracusa, Hipócrates, Eratóstenes, Heron, Diofanto de Alexandria, Pitágoras, que sistematizaram os conhecimentos geométricos da época. Mas o manifesto da revolução original da Geometria foi escrito por um homem grego, misterioso, chamado Euclides, que fez a cidade egípcia de Alexandria tornar-se o “Centro mundial da Geometria”.

### A importância de Euclides para a geometria

Euclides de Alexandria nasceu na Síria, na cidade de Alexandria, por volta de 360 a.C. e faleceu em 295 a.C. Viveu no litoral sul do mar Mediterrâneo, um pouco a oeste do rio Nilo. Estudou na escola platônica de Atenas, ensinou Matemática no Museu de Alexandria e é considerado um dos mais significativos estudiosos de todos os tempos. Desenvolveu uma teoria

dedutiva, sob a forma de axiomas e postulados, construindo assim uma relação entre noções e as suas propriedades, sintetizando e organizando trabalhos de outros geômetras, culminando em 13 rolos de pergaminhos intitulados Os Elementos.

Existem evidências apresentadas por historiadores de que nenhum dos originais da obra de Euclides sobreviveu, tendo sido mais tarde transmitidos por meio de cópias, desaparecendo quase que completamente. Os Elementos, segundo Garbi (2006), tornariam-se a principal referência até os dias atuais, sendo superada em publicações somente pela Bíblia. Euclides foi o primeiro geômetra a disponibilizar todo o conhecimento geométrico de seu tempo por meio de uma Matemática axiomatizada, conhecida na literatura por Geometria Euclidiana, composta em torno de 470 proposições, de maneira transparente e harmoniosa, preestabelecidas por definições, postulados e noções comuns. Euclides elucida a distinção entre postulado e axioma, afirmando que axioma deve ter caráter convincente, isto é, verdade comum a todos os estudos, enquanto postulado tem característica menos trivial, necessitando de certas requisições (Mendes; Bezerra, 2005).

Um fato importante na história de Euclides é que ele nunca reivindicou ter sido original em relação a qualquer teorema, apenas assumiu seu papel de organizador e sistematizador da Geometria compreendida pelos gregos. Ele foi o arquiteto dos relatos abrangentes sobre a natureza de espaço bidimensional através do pensamento puro, sem nenhuma alusão ao mundo físico (Milodnow, 2010). A contribuição mais significativa de Os Elementos de Euclides foi a apresentação de um método lógico e surpreendente: tornar visíveis os termos, utilizando formulações precisas, garantindo a compreensão dos símbolos utilizados, deduzindo, assim, as conseqüências lógicas aplicadas aos axiomas e teoremas demonstrados.

Submetido em 08/01/2013

Aprovado em 11/02/2014