O ESTUDO DE POLÍGONOS COM O SOFTWARE RÉGUA E COMPASSO METAL

André Tenório[1]
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Rio de Janeiro / Universidade Federal Fluminense
Celso Pinheiro Correia[2]
Secretaria de Educação do Estado de Rio de Janeiro / Universidade Federal Fluminense
Thaís Tenório[3]
Universidade Federal Fluminense

RESUMO

Usar recursos didáticos digitais influencia o processo de ensino-aprendizagem de Matemática. Todavia, há poucos dados sistemáticos sobre seu efeito no desempenho acadêmico do aluno. Neste trabalho foram comparadas duas abordagens de ensino de polígonos – uma tradicional sem manipulação de softwares educativos e outra construtivista com uso do Régua e Compasso (C.a.R.) Metal. Duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental foram comparadas. Os dados estatísticos não foram suficientes para apontar se o modelo didático construtivista com uso do software foi superior ao tradicional. Entretanto, na turma em que o C.a.R.Metal foi usado, os alunos mostraram-se mais interessados e estimulados. Segundo a percepção do docente, o recurso foi benéfico, pois ajudou no entendimento dos conceitos e das propriedades dos polígonos. A maioria dos alunos soube chegar aos resultados das questões pelo software, mas sentiu dificuldade em transpor o desenvolvimento para o papel. O C.a.R.Metal, aparentemente, não foi capaz de auxiliar os alunos a algebrizar as soluções.

Palavras-Chave: Ensino construtivista. Polígonos. Régua e Compasso Metal.

[1] tenorioifrj@gmail.com
[2] celsinhopc@hotmail.com
[3] tenoriocalc@gmail.com

ABSTRACT

Using digital resources influences the Mathematics teaching-learning process. However, there is little systematic data about its effect on the academic performance of the student. In this paper were compared two teaching methods for polygons – traditional without using software and constructivist with the use of Compass and Ruler (C.a.R) Metal software. Two classes at middle school level were compared. Statistical data from grades were not sufficient to point out whether constructivist teaching provided better results than traditional one. However, among the class using C.a.R.Metal, students seemed more interested and stimulated. It is believed that the technological resource was beneficial, because it helped the understanding of the concepts and the properties of polygons. Most students succeeded in the exercises using the software, but they found difficulties in passing theirs reasoning to paper. C.a.R. Metal apparently was not able to help students on algebraically expressing the solutions.

Keywords: Constructivist learning. Polygons. Compass and Ruler Metal

INTRODUÇÃO

Na Educação Básica, a Matemática já foi uma componente curricular focada no estudo da tabuada e na memorização de fórmulas necessárias à avaliação escolar. As origens e o desenvolvimento de conteúdos eram postos à parte, o que levava os alunos a aplicarem mecanicamente seus saberes, sem estímulo do raciocínio lógico-matemático (CARVALHO, 2005). Contudo, aos poucos, o ensino tornou-se contextualizado. Explicações de como surgiu uma fórmula e qual a sua importância foram então valorizadas no âmbito escolar (BRASIL, 2002; ROCHA, 2010). Entretanto, um modelo didático tradicional continuou a ser adotado.

O ensino tradicional (empregado como sinônimo de modelo didático tradicional) é fundamentado na transmissão e na recepção de informações de modo cumulativo. A hierarquia do professor é mantida e o aluno, induzido a uma postura passiva, submissa e acrítica frente ao conhecimento (GUIMARÃES, ECHEVERRÍA e MORAES, 2006; PORLÁN, RIVERO e POZO, 1997; 1998). Novos conceitos são ministrados sem conexão com anteriores, o que promove a aprendizagem mecânica (MASSONI e MOREIRA, 2010).

Tal modelo didático pode afastar o aluno da escola (LIBÂNEO, 2005). Em busca de formas de atrair a atenção do estudante e trazê-lo para “dentro” das discussões, novas práticas de ensino foram desenvolvidas.

No ensino construtivista, a aprendizagem depende da interação do aprendiz com o conhecimento (LIBÂNEO, 2005), de modo que a construção do saber só é possível a partir do contato e interação com o mundo e com outros indivíduos (BERTRAND, 1991; DONATO e DANTAS, 2009; PORLÁN, RIVERO e POZO, 1997; 1998), apesar disso, não se pode considerá-lo antagônico ao ensino tradicional.

Em modelos didáticos com base construtivista, o professor abandona o papel de detentor do conhecimento e atua como motivador e mediador da aprendizagem (MOREIRA, 1999a; 1999b). Sua atuação envolve propor, orientar e incentivar estratégias de ensino com base na descoberta, no questionamento, na investigação e na experimentação com o intuito de desenvolver no aluno a capacidade de pensar (BRAVO, EGUREN e ROCHA, 2010; CENICH e SANTOS, 2009). O professor, então, deve formular aulas capazes de estimular o aluno a vivenciar situações relacionadas ao conteúdo e verificar se ele aprendeu o que foi ensinado (MOREIRA, 1999a; 1999b). Esse modo de ensinar pode aproveitar as pesquisas em grupo, o uso de materiais concretos, o emprego de jogos, a informatização, entre outros.

Já o aluno, no construtivismo, assume um papel ativo na aprendizagem e deve construir seu conhecimento. Para isso, precisa refletir sobre o conteúdo, questioná-lo e interpretá-lo ao propor hipóteses, explorar alternativas e guardar os resultados de sua investigação e experimentação, o que ajudaria a estimular o raciocínio (BERTRAND, 1991; BRAVO, EGUREN e ROCHA, 2010; CENICH e SANTOS, 2009; LIBÂNEO, 2005). Nesse modelo didático, o desenvolvimento cognitivo do aluno ocorreria mediante suas próprias ações e experiências (BERTRAND, 1991).

O avanço tecnológico dos últimos tempos tornou algumas abordagens de ensino opacas e desinteressantes para os alunos. Empregar em sala de aula recursos, como a televisão e o computador, pode tornar a aprendizagem mais atraente (BRASIL, 2002; COSTA, TENÓRIO e TENÓRIO, 2014; GRAVEN, 2011; GONÇALVES, 2009; TENÓRIO, LEITE e TENÓRIO, 2014; TENÓRIO, COSTA e TENÓRIO, 2014). Utilizá-los também ajuda os alunos a sentirem a escola integrada ao mundo moderno (RICHIT, 2005; VALENTE, 2002).

Na tentativa de estimular a aprendizagem, atualmente, empregar computadores é um caminho factível, sugerido pelas orientações educacionais complementares dos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002) e por diversos educadores (ALVES, 2007; ASSIS, 2005; EBNER, 2012; GRAVINA e SANTAROSA, 1998; SANTANA, 2002).

Na era digital, usar softwares educativos pode tornar as aulas modernas e interessantes (CARRAHER, 2002; SILVA e MOITA, 2010; XAVIER, TENÓRIO e TENÓRIO, 2014). Além de fornecer apoio ao professor por criar um ambiente interativo de investigação e exploração da Matemática (BORBA e PENTEADO, 2001; FERREIRA, DIAS e SOUZA, 2010). Alguns exemplos são o Régua e Compasso (C.a.R.) e o GeoGebra. Ferramentas dinâmicas capazes de funcionarem como um laboratório virtual de aprendizagem (FERREIRA, DIAS e SOUZA, 2010; SILVA e MOITA, 2010).

O processo de ensino-aprendizagem de geometria pode ser especialmente beneficiado por softwares educativos (FERREIRA, DIAS e SOUZA, 2010; SILVA e MOITA, 2010). Eles facilitam a visualização e a construção de figuras sem necessidade de possuir habilidade em desenho, incomum em alunos e professores (AGUIAR, 2014; GUIMARÃES, 2006).

A geometria auxilia o ensino de outros conteúdos matemáticos (BRASIL, 2002; GUIMARÃES, 2006). Então, fazer os alunos entenderem construções, conceitos e propriedades geométricos é uma maneira de promover o posterior entendimento de conteúdos. Todavia dificuldades de compreensão em geometria são frequentes (BREYFOGLE e LYNCH, 2010; FERREIRA, DIAS e SOUZA, 2010; GUIMARÃES, 2006; SILVA e MOITA, 2010). E, muitas vezes, advindas de dificuldades em imaginar figuras e em conectar conteúdos e formas geométricas ao cotidiano (BREYFOGLE e LYNCH, 2010; ROCHA, ACHEGAUA e CARRIJO, 2012). Alguns professores também não se sentem à vontade ao ensinar geometria seja por falta de saberes prévios dos alunos seja por considerarem ter um conhecimento pouco profundo dos conteúdos (GUIMARÃES, 2006; MARTINS, 2008).

O emprego de tecnologias de informação e comunicação (TICs) no ensino de Matemática muda o papel do professor e o torna um guia e facilitador essencial no processo de ensino-aprendizagem. Segundo Gravina e Santarosa (1998, p. 21) “a apropriação de ideias matemáticas significativas nem sempre ocorreriam de forma espontânea, mesmo em ambientes informatizados”.

Para usufruir adequadamente das TICs, o professor precisa receber a capacitação necessária e as escolas, a infraestrutura e a manutenção adequadas. Segundo Fernandes (2004), a falta de habilidade em informática de alguns professores pode gerar insegurança na utilização de recursos digitais. Também é preciso melhorar a infraestrutura dos laboratórios, em muitos casos, mal equipados ou sem manutenção.

O uso de recursos didáticos atuais pode facilitar o processo de ensino-aprendizagem e despertar o senso crítico, o raciocínio e a criatividade diante dos conceitos explorados. Diversos estudos (FERREIRA, DIAS e SOUZA, 2010; LOPES, 2010 e SILVA e MOITA, 2010) abordaram o emprego de TICs no ensino de geometria, inclusive, do C.a.R. (DELATORRE, 2013; SCHEFFER, BRESSAN e ROVANI, 2009; SILVA, 2011).

Neste estudo, o principal objetivo foi comparar duas abordagens de ensino para o conteúdo de polígonos: a tradicional sem manipulação de um software educativo e a construtivista com manuseio do Régua e Compasso (C.a.R.) Metal no laboratório de informática. Investigou-se ainda se a facilidade de visualização promovida pelo software contribuiria para o desenvolvimento de noções geométricas pelo aluno, se o emprego do C.a.R. Metal ajudaria na identificação de polígonos, e se o manuseio de um software melhoraria o rendimento acadêmico dos alunos.

Pesquisas com propostas de abordagem por meio de TICs podem motivar e guiar a prática de ensino dos professores. Fornecer dados quantitativos de comparação entre diferentes modelos didáticos pode trazer evidências da eficácia dos recursos tecnológicos, ainda carentes na literatura segundo Bauerlein (2012).

METODOLOGIA

O modelo didático tradicional e o construtivista com o uso do software C.a.R. Metal foram comparados para o ensino de polígonos. O seguinte conteúdo, previsto no currículo mínimo (RIO DE JANEIRO, 2012), foi discutido:

- Identificar propriedades de ângulos.

- Conhecer propriedades de polígonos.

- Identificar diferentes polígonos.

- Diferenciar ângulos internos e externos.

- Resolver questões de soma de ângulos internos de polígonos.

- Identificar diferentes tipos de quadriláteros.

- Classificar triângulos quantos aos lados e aos ângulos.

A proposta foi testada em 2013 com 45 alunos (em torno de 13 anos) de duas turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública estadual do município de Macaé. O conteúdo de polígonos foi ministrado a ambas. Em uma por meio do modelo didático tradicional (denominada turma controle) e em outra pelo construtivista com o uso do C.a.R. Metal (designada turma alvo).

Na exposição do conteúdo para a turma controle, o livro didático de Dante (2009) foi usado como apoio por ser o disponibilizado gratuitamente pela escola. Os alunos permaneceram em suas carteiras durante a apresentação do conteúdo. No início das aulas, uma ilustração com diversos polígonos regulares e seus nomes foi mostrada. Discutiram-se as características gerais de cada um deles e conceitos geométricos como ângulos, vértices, lados e diagonais. Em seguida foram apresentadas as fórmulas e exemplos para cálculos relacionados a um polígono qualquer: número de diagonais, ângulo interno, ângulo externo, somatório dos ângulos internos e somatório dos ângulos externos. Depois, a classificação de triângulos e quadriláteros foi lecionada. Questões do livro foram recomendadas para estudo.

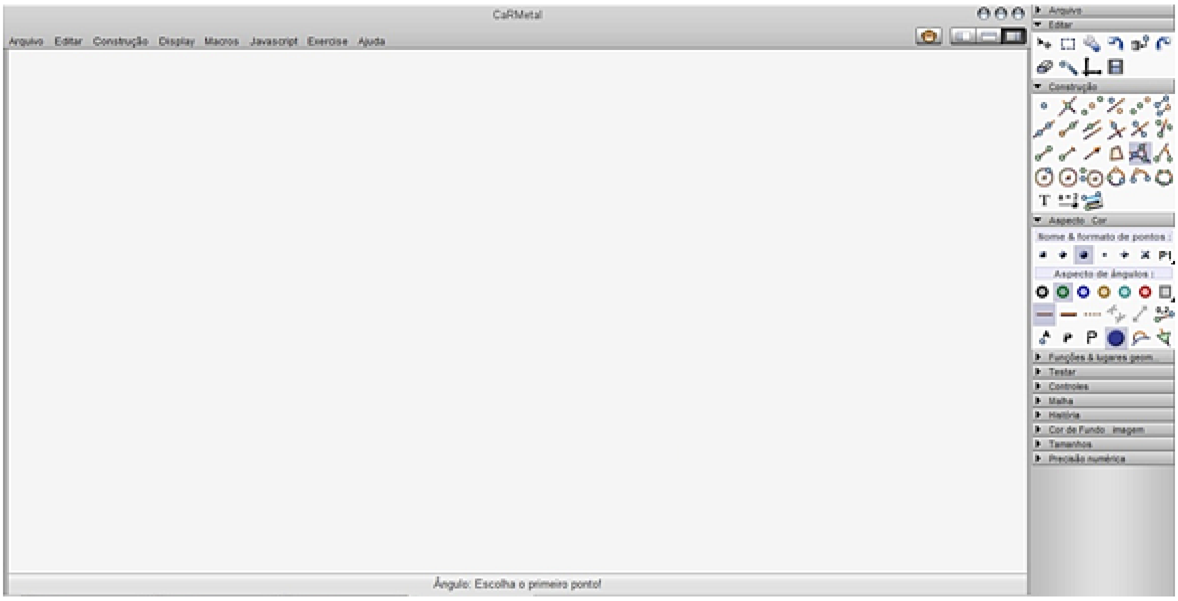


Figura 1 - Interface do software C.a.R. Metal.

Na turma alvo, a apresentação do software C.a.R. Metal e a exposição do conteúdo ocorreram no laboratório de informática. Ele possuía boa infraestrutura com computadores em número adequado e em condições de uso. No início das aulas, a interface do C.a.R. Metal (Figura 1) e seus recursos principais foram apresentados com emprego do datashow. Então, os alunos manipularam livremente o software.

Depois, eles construíram pontos, ângulos e retas. Foram explorados os conceitos geométricos pertinentes. Em seguida, uma ilustração com diversos polígonos regulares e seus nomes foi mostrada. Cada aluno escolheu aleatoriamente um polígono e reproduziu-o no software. Mas, um sentiu curiosidade em saber qual figura havia sido construída pelos colegas ao lado e a interação foi estimulada. Foram discutidas a partir das construções dos alunos as formas de calcular número de diagonais, ângulo interno, ângulo externo, somatório dos ângulos internos e somatório dos ângulos externos de um polígono regular. Quando necessário, os cálculos feitos instantaneamente pelo software foram reproduzidos no papel. Foi solicitado aos alunos que construíssem polígonos de três e quatro lados, sem necessidade de os lados serem iguais. A classificação de triângulos e quadriláteros foi debatida.

Em seguida foi realizada uma primeira verificação de aprendizagem. Depois, o mesmo conteúdo foi reforçado por resolução de questões de forma tradicional na turma controle (23 alunos) e com o auxílio do software C.a.R. Metal na turma alvo (22 alunos). Na turma controle, cada aluno recebeu uma folha impressa com dez exercícios a serem solucionados em aula individualmente. Em casos de dúvidas, o professor foi consultado. Ao final das atividades, todas as questões foram resolvidas no quadro. Na turma alvo, as questões foram apresentadas com o datashow. Os alunos reproduziram as construções pelo C.a.R. Metal com os conhecimentos já adquiridos e resolveram as questões a partir dos recursos do software, embora o desenvolvimento algébrico tenha sido feito também no papel. Em casos de dúvidas, os alunos debatiam entre si e consultavam o professor para verificar as ideias aventadas. Foi averiguado se as questões haviam sido feitas adequadamente. Caso não, o aluno era estimulado a investigar o que havia errado e refazê-la. Após o reforço, ambas as turmas realizaram uma segunda verificação de aprendizagem. Os passos adotados durante a aplicação metodológica foram:

1º) Exposição do conteúdo de polígonos (distinta para cada turma: tradicional na turma controle e construtivista com o C.a.R.Metal na turma alvo);

2º) Primeira verificação de aprendizagem (igual para ambas às turmas);

3º) Reforço pedagógico do conteúdo (distinto para cada turma: tradicional na turma controle e construtivista com o C.a.R.Metal na turma alvo);

4º) Segunda verificação de aprendizagem (igual para ambas às turmas, com mesmo nível de dificuldade da anterior).

As avaliações foram relacionadas estritamente ao conteúdo de polígonos discutido em sala de aula. A primeira valia 10 pontos e contava com 4 questões (2,50 pontos cada). A segunda possuía o mesmo valor e número de questões da primeira. As avaliações, embora idênticas para cada turma, foram desenvolvidas de forma distinta. A avaliação foi uma prova escrita individual na turma controle. Na alvo, uma prova escrita individual realizada com o auxílio do C.a.R. Metal.

O estudo usou a análise comparativa qualitativa e quantitativa. A qualitativa considerou a observação e a descrição dos fatos e impressões ocorridos durante a aplicação da pesquisa. Tentou-se reconhecer se o programa computacional despertaria o interesse dos alunos para aprender geometria.

A comparação quantitativa reputou a análise estatística (Teste *T*) das notas das turmas em cada uma das avaliações. Uma opção metodológica teria sido aplicar em ambas as turmas somente uma avaliação, seguida da comparação direta entre as duas médias de notas. Entretanto, tal procedimento seria obviamente inadequado, porque partiria do pressuposto de que as turmas teriam previamente habilidades e competências idênticas.

A fim de lograr resultados fidedignos foi preciso divisar uma metodologia avaliativa que permitisse contornar a limitação imposta pela inexistência de qualquer base prévia de comparação entre as turmas. A metodologia escolhida consistiu em aplicar em cada turma duas avaliações, consideradas de mesmo nível de dificuldade.

A primeira ocorreu após a apresentação do conteúdo programático e resolução de algumas questões de exemplo. As turmas então passaram por um reforço pedagógico, após o qual foi realizada a segunda avaliação. As avaliações das turmas compartilharam as mesmas questões. Contudo, a turma alvo pôde resolvê-las com o auxílio da TIC antes de algebrizar as respostas da forma tradicional. A diferença entre a segunda nota e a primeira forneceu uma medida do progresso de cada aluno. Desse modo, a média dos progressos da turma alvo (modelo didático construtivista) pôde ser comparada estatisticamente com a média dos progressos da turma controle (modelo didático tradicional).

A metodologia descrita traz uma possível solução à grande dificuldade de medir (quantitativamente) a eficácia de abordagens didáticas inovadoras com amostras pequenas. Ela torna a avaliação de desempenho pedagógico acessível a professores isolados, em antagonismo aos complexos métodos psicométricos de larga escala, empregados no exame nacional do ensino médio por exemplo. A metodologia não buscou avaliar a aprendizagem dos alunos e, sim, comparar a execução de diferentes modelos didáticos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Percepções sobre a aplicação da pesquisa

Neste estudo foram comparados dois modelos didáticos para o ensino de polígonos, o tradicional e o construtivista. Nesse intuito, em uma turma ministraram-se aulas segundo o modelo tradicional (turma controle). Na outra (22 alunos), as aulas adotaram o modelo construtivista, onde cada aluno manipulou o C.a.R. Metal em um computador no laboratório de informática (turma alvo).

De início, as duas turmas foram apresentadas ao conteúdo conforme descrito na seção Metodologia. Discutiram-se as propriedades dos ângulos (alternos, colaterais, correspondentes e opostos pelo vértice); ângulos internos e externos; classificação de polígonos regulares quanto ao número de lados; classificação de triângulos quanto aos lados e aos ângulos; diferenças entre quadriláteros convexos e côncavos; e identificação de quadrado, retângulo, losango e paralelogramo.

Segundo a percepção do professor, a turma alvo mostrou um interesse maior pelo conteúdo de polígonos que a controle. Nessa, os alunos estavam atentos, mas pouco participativos. Assistiram às aulas sem questionar ou debater. Uma postura acrítica do aluno frente ao conhecimento, em geral, ocorre no ensino tradicional conforme descrito por Libâneo (2005).

Em contrapartida, os alunos da turma alvo estavam animados, curiosos e participativos devido ao uso de tecnologias. Posturas similares foram descritas por Aguiar (2014), Alves (2007) e Xavier, Tenório e Tenório (2014). Quando foram ao laboratório de informática pela primeira vez, o professor apresentou o programa e seus recursos básicos, fez algumas construções de exemplo e solicitou aos alunos que manipulassem livremente o C.a.R. Metal para conhecerem o programa. Ainda durante a primeira aula, eles perguntaram: “A próxima aula será no laboratório?”. Silva (2011) também destacou o C.a.R. como um software de geometria dinâmica capaz de tornar o ensino mais prazeroso. Não houve dificuldades de adaptação ao laboratório de informática ou ao manuseio do software.

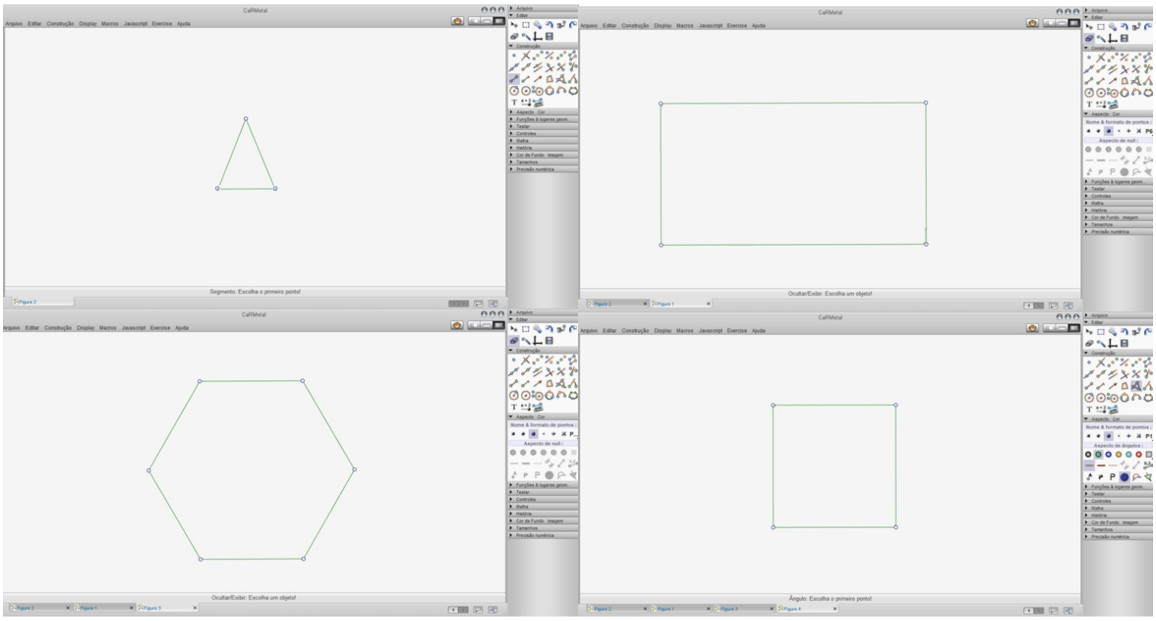


Figura 2 - Atividades elaboradas pelos alunos com o C.a.R. Metal.

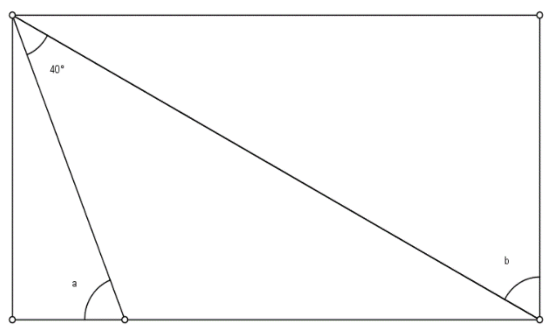
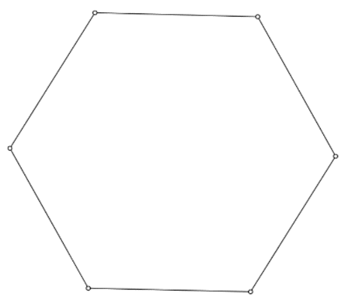
Algumas produções elaboradas pelos alunos na etapa de exposição do conteúdo são ilustradas na Figura 2. Durante as construções, eles buscaram conectar as formas das figuras às encontradas em seu cotidiano, o que segundo Breyfogle e Lynch (2010) e Rocha, Achegaua e Carrijo (2012) seria uma dificuldade comum em geometria.

O mecanismo para a criação de figuras planas com o software foi apreciado e citado como uma forma mais fácil de construção que com o uso de instrumentos de desenho. Alunos pesquisados por Aguiar (2014) também ressaltaram vantagem similar ao manipularem um software de geometria dinâmica.

A exposição do conteúdo de polígonos iniciou-se a partir da visualização e debate sobre as características das diferentes figuras geométricas construídas pelos alunos, como as exibidas na Figura 2. Eles assumiram um papel ativo na aprendizagem e buscaram realizar construções diversas por conta própria, o que converge com as atitudes necessárias ao aluno em um modelo didático construtivista (BRAVO, EGUREN e ROCHA, 2010; CENICH e SANTOS, 2009).

Na proposta, o emprego do C.a.R. Metal ajudou a criar estratégias para motivar o estudo de Matemática ao incentivar o aluno a explorar o conteúdo por meio da investigação e experimentação, o que demanda motivação e criatividade. A cada nova construção, ele buscava entender se havia construído um polígono, identificava qual era o polígono criado e quais seriam os valores de seus ângulos internos e externos, o que estimulou o desenvolvimento do raciocínio e do senso crítico. Depois, registravam, por conta própria, no caderno a construção e suas características, mas sem se preocuparem em desenhá-la com instrumentos de desenho. As aulas foram fundamentadas nas ações dos alunos e a aprendizagem decorreu das experiências durante investigação e experimentação com o software. Para Bertrand (1991), Libâneo (2005) e Moreira (1999a; 1999b), para garantir estratégias de ensino construtivistas, o aluno precisa ter papel ativo na aprendizagem ao propor hipóteses, explorar alternativas e registrar os resultados de suas experiências.

O C.a.R. Metal propiciou o ensino do conteúdo aliado à visualização de figuras geométricas e suas propriedades. Os alunos serem responsáveis por suas construções tornou-os criativos, autônomos e despertou o raciocínio e o senso crítico frente ao conteúdo ministrado. Afinal, ao desenhar as figuras eles começaram a refletir sobre como iriam construí-las, quais seriam suas propriedades e se haviam atingido o objetivo inicial ao final da construção. Este resultado converge com o apontado no estudo com C.a.R. de Mantai e Veiga (2009, p. 2), “A conclusão imediata dos alunos é de que é preciso que a construção seja de acordo com os princípios geométricos, garantindo um pensar crítico no contexto de definições e teoremas”.

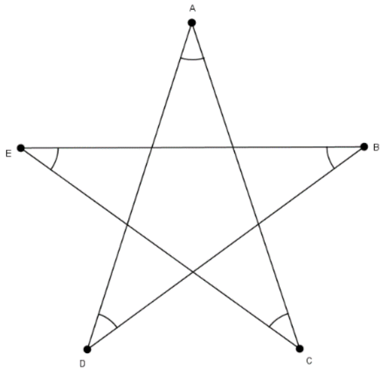
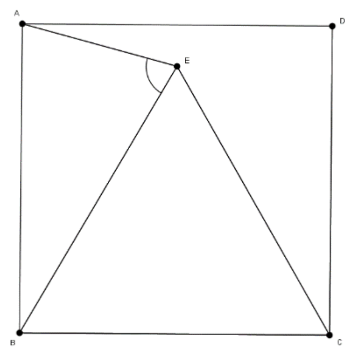
2- (USP) (2,5 pontos) No retângulo abaixo, o valor de a + b em graus é: 	3- (PUC-PR) (2,5 pontos) A soma dos ângulos internos de um hexágono regular é: 

Quadro 1 - Questões 2 e 3 da primeira verificação de aprendizagem.

Após a exposição do conteúdo, a primeira verificação de aprendizagem foi aplicada. Nas duas turmas, os alunos tiveram mais facilidade em resolver as questões 2 e 3 (Quadro 1).

Os erros foram mais frequentes nas questões 1 e 4 (Quadro 2). Muitos não tentaram solucionar a questão 1 na turma controle (Quadro 2). Outros consideraram a estrela um pentágono. Depois da correção da avaliação, alguns questionaram: “Poxa, professor! Como iria imaginar que uma estrela esconde três triângulos?”. Quando reconheceram o erro, os alunos conseguiram por conta própria encontrar a resposta pelo teorema do ângulo externo de um triângulo qualquer. Apenas três alunos da turma controle acertaram a questão 4 (Quadro 2). Os demais não identificaram o triângulo ΔABE como isósceles. Apenas citaram aleatoriamente um valor para o ângulo solicitado.

Em ambas as questões, as dificuldades dos alunos foram identificar as figuras geométricas superpostas, o que seria o primeiro passo para o desenvolvimento da resolução. As falhas não teriam ocorrido se os triângulos em figuras geométricas compostas tivessem sido reconhecidos. Entraves na visualização geométrica foram reportados também por Alves (2007), Delatorre (2013), Gonçalves (2009), Guimarães (2006) e Rocha (2010).

1- (PUC-SP) (2,5 pontos) Qual é a soma dos ângulos dos vértices A, B, C, D e E? 	4- (UFMG) (2,5 pontos) Na figura ABCD é quadrado e ΔBCE é triângulo equilátero. A medida do ângulo $\widehat{AEB}$ equivale a quanto? 

Quadro 2 - Questões 1 e 4 da primeira verificação de aprendizagem.

Para resolver as questões da avaliação com o software, os alunos da turma alvo precisaram identificar os triângulos contidos nas figuras e perceber que os mesmos teoremas seriam aplicáveis ainda que estivessem inseridos em figuras mais complexas. De modo geral, a compreensão foi alcançada, sem, contudo, garantir a resolução correta no papel.

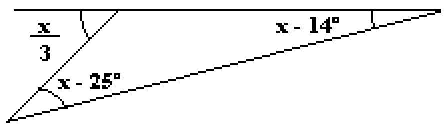
Os alunos souberam chegar às soluções pelo software, mas não conseguiram resolvê-las de forma tradicional apesar de conhecerem o resultado final. Talvez, a falta de habilidade em desenvolver as respostas tenha sido estimulada pelo fato do C.a.R. Metal fornecer os resultados ao mostrar os valores dos ângulos solicitados nas questões, mas não o passo a passo algébrico de como os ângulos foram calculados. Trabalhos com o mesmo software discutidos na seção de introdução não reportaram tal entrave, porém, não foi possível reconhecer se este aspecto havia sido investigado.

As dificuldades dos alunos da turma alvo pareceram ser, principalmente, fundamentadas em deficiências na capacidade de expressar-se algebricamente. Uma forma de amenizar essa dificuldade seria empregar problemas que requeressem equacionar as informações contidas no enunciado, o que promoveria a iniciativa e a autonomia.

Na etapa seguinte da pesquisa, posterior a primeira avaliação, iniciou-se o reforço pedagógico do conteúdo a partir da resolução de questões similares para as duas turmas. O professor continuou a seguir um modelo didático tradicional na turma controle enquanto a turma alvo desenvolveu as atividades de modo construtivista com a manipulação do software.

Os alunos da turma controle consideraram as questões 2 e 4b (Quadro 3) as mais difíceis da lista, apesar da orientação do professor. Os erros envolveram, principalmente, cálculos aritméticos e ou algébricos. Por exemplo:

$$7x = \frac{140°}{7} \leftrightarrow x = 20°$$

(PUC-Rio) Os ângulos internos de um quadrilátero medem 3x - 45, 2x + 10, 2x + 15 e x + 20 graus. O menor ângulo mede: a) 90° b) 65° c) 45° d) 105° e) 80°	4- Calcule, em graus, o valor de **x** em cada triângulo: 
Exercício 2	Exercício 4b

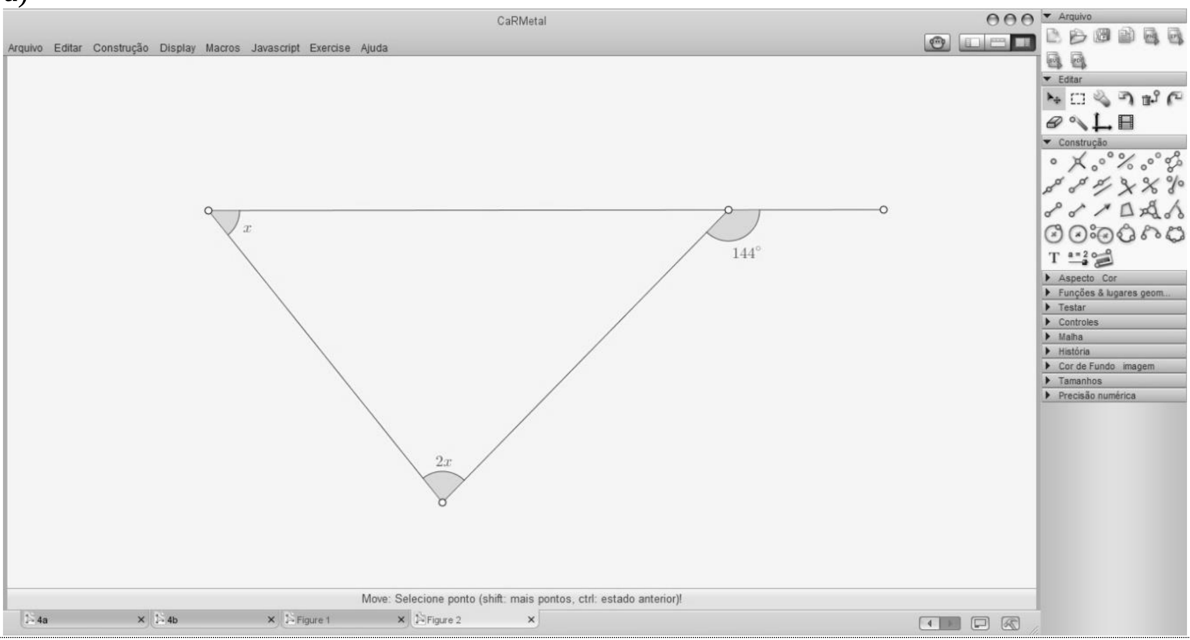
Quadro 3 - Questões 2 e 4b da lista da turma controle.

De acordo com Chiréia (2013), mesmo alunos da 3ª série do ensino médio comentem frequentemente falhas em cálculos aritméticos e algébricos na resolução de questões.

Outra falha comum foi a “invenção” de valores de ângulos para tentar chegar ao resultado, ou seja, o aluno atribuía um valor qualquer arbitrariamente a um determinado ângulo necessário ao desenvolvimento da questão e continuava a resolução. Eles pareceram tentar usar a visualização da figura de modo a escolher valores maiores ou menores que 90°.

Os alunos da turma alvo construíram as figuras de acordo com as orientações do professor e resolveram as situações propostas por conta própria. Contudo, como ocorreu na primeira verificação de aprendizagem, houve dificuldades no desenvolvimento algébrico.

2- Calcule, em graus, o valor de x em cada triângulo construído de acordo com as orientações do professor:
a)



Quadro 4 - Letra a da questão 2 da lista da turma alvo.

Por exemplo, muitos justificaram a resposta na questão 2 (Quadro 4), mas não a algebrizaram. Um aluno respondeu: “O valor de x é 48° pelo teorema do ângulo externo de um triângulo qualquer!”. Quando poderia ter realizado o seguinte desenvolvimento algébrico:

$$x + 2x = 144°$$

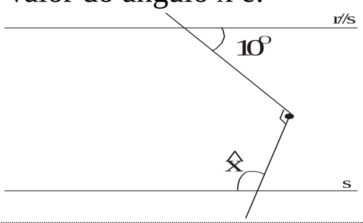
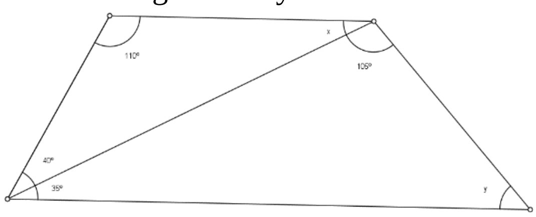
$$3x = 144°$$

$$x = \frac{144°}{3} \rightarrow x = 48°$$

O professor lembrou aos alunos a necessidade de conhecer diferentes métodos de resolução porque nem sempre seria possível alcançar o resultado sem o desenvolvimento algébrico. Alguns reconhecerem que ao empregar a álgebra havia maior rapidez na resolução, probabilidade de acerto e facilidade de encontrar o resultado no papel, afinal usar cálculos algébricos era mais fácil que testar valores até encontrar um adequado à equação proposta.

Além disso, os alunos também reconheceram a necessidade de usá-la porque foram propostas situações em que a resolução algébrica sem o uso do software era necessária, como em questões semelhantes às observadas no quadro 3. A necessidade de cálculos algébricos foi discutida de modo participativo durante o reforço pedagógico. Essa estratégia foi uma boa alternativa, pois os alunos começaram a superar essa dificuldade na avaliação posterior.

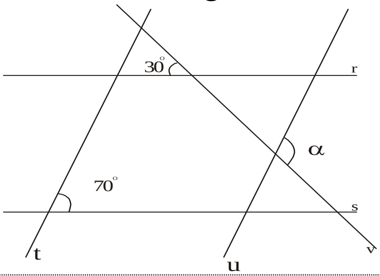
Finalizado o reforço do conteúdo nas duas turmas, a segunda verificação de aprendizagem foi aplicada. Ela apresentava a mesma pontuação total e número de questões que a primeira. Tentou-se manter um nível de dificuldade semelhante ao da avaliação anterior.

3- (PUC-SP) (2,5 pontos) Na figura r//s, então o valor do ângulo x é: 	4- (2,5 pontos) Na figura abaixo, determine os valores dos ângulos x e y: 

Quadro 5 - Questões 3 e 4 da segunda verificação de aprendizagem.

As questões 3 e 4 (Quadro 5) foram consideradas as mais fáceis pelos alunos de ambas as turmas.

2- (UNIFOR-CE) (2,5 pontos) Na figura abaixo tem-se r//s e t//u. Se os ângulos assinalados têm as medidas indicadas em graus, então α é igual a:

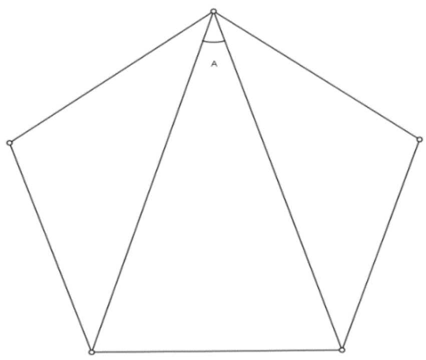


Quadro 6 - Questão 2 da segunda verificação de aprendizagem.

Tanto na turma controle quanto na alvo a questão 2 (Quadro 6) apresentou maior índice de erro. Muitos continuaram a "inventar" valores de ângulos, como na primeira avaliação, o que gerou resultados diversos.

Os alunos da turma controle também tiveram grande dificuldade na questão 1 (Quadro 7), especialmente, em visualizar os triângulos inseridos no pentágono. Outros não perceberam que o triângulo ΔABC era isósceles e a possibilidade de resolver a questão pela fórmula do ângulo interno de um polígono qualquer.

1- (FUVEST-2000) (2,5 pontos) Na figura abaixo, ABCDE é um pentágono regular. A medida, em graus, do ângulo A é:



Quadro 7 - Questão 1 da segunda verificação de aprendizagem.

A tabela 1 mostra as médias e os desvios padrões de cada avaliação para as duas turmas. Tanto na primeira quanto na segunda avaliação a turma alvo obteve médias maiores que a controle. Em ambas, as médias da segunda avaliação foram maiores que as da primeira, provavelmente, devido ao reforço do conteúdo. Os alunos da turma alvo também apresentaram, na segunda avaliação, melhor noção de desenho geométrico com o C.a.R. Metal e maior domínio de álgebra para a resolução das questões.

Tabela 1 - Média e desvio padrão das verificações de aprendizagem das turmas.

Modelo didático	Primeira avaliação	Segunda avaliação
Tradicional	5,00 ± 2,49	5,67 ± 1,63
Construtivista	5,84 ± 2,47	6,93 ± 1,47

De início, muitos alunos da turma alvo souberam obter o resultado final pelo software, mas sentiram dificuldade em passar o desenvolvimento das questões para o papel. Em figuras construídas pelo C.a.R. Metal é possível exibir os valores dos ângulos. O programa mostrar facilmente o resultado das questões traz a problemática do "algebrismo" de como chegar à solução exibida pelo software.

Uma forma de mitigar tal dificuldade seria propor a resolução de questões onde o enunciado demandasse o desenvolvimento algébrico antes do uso do software, de modo que o aluno desenvolvesse a iniciativa e a autonomia para expressar-se algebricamente.

Comparação entre os dois modelos didáticos com base na análise estatística

A turma recebedora do ensino tradicional foi tomada como o grupo controle enquanto a turma com ensino construtivista foi considerada o grupo alvo.

A análise estatística foi realizada em três passos. O primeiro consistiu em determinar se houve de fato progresso na média da turma controle. O segundo foi verificar se ocorreu progresso da média da turma alvo. O passo final da análise foi a confrontação dos progressos das duas turmas.

No primeiro e no segundo passos, a técnica estatística empregada foi o teste *T* de duas amostras pareadas, com nível de significância de 5%. Esse teste estatístico é equivalente a um teste *T* de amostra única aonde os valores da amostra vêm da diferença entre os valores das duas amostras do teste *T* pareado. Em outras palavras, realizou-se um teste *T* de amostra única da média dos progressos. Para ambas as turmas, a hipótese nula do teste foi de que a média dos progressos teria sido menor que ou igual a zero. Logo, tomou-se como hipótese alternativa do teste a média dos progressos ser positiva.

O teste *T* de amostra única é considerado robusto para amostras de tamanho superior a 20; ou seja, apesar dele, em princípio, pressupor uma distribuição normal dos valores da amostra, ainda assim forneceria resultados estatisticamente significantes mesmo para distribuições marcadamente não normais, desde que a amostra possua ao menos 20 valores, e, idealmente, 30.

As duas amostras de notas relativas à turma controle continham 23 valores (Tabela 2). Por isso, apesar de provavelmente prescindível, seria reconfortante averiguar a hipótese de normalidade das amostras. Para tanto, foi usado o teste de normalidade de Shapiro-Wilk com nível de significância de 5%. As duas amostras oriundas das notas das avaliações da turma controle satisfizeram o critério de normalidade.

No entanto, a amostra gerada pela diferença entre as notas (progressos) teve a hipótese de normalidade rejeitada. Para amostras relativamente pequenas, uma amostra gerada a partir de outras pode fracassar no teste de normalidade a despeito das amostras originais serem tidas como normais. Esses casos apontam a incidência de fatores que merecem alguma atenção.

No contexto particular da turma, o afastamento da normalidade deveu-se a um alargamento da cauda da distribuição na região correspondente a grandes aumentos da segunda nota em relação à primeira.

Tabela 2 - Notas obtidas nas avaliações por cada aluno da turma controle.

Turma controle (modelo didático tradicional)			
Alunos	**1ª avaliação**	**2ª avaliação**	**Diferença entre as avaliações**
A	10,00	8,00	-2,00
B	8,00	7,50	-0,50
C	7,00	7,00	0,00
D	5,50	6,00	0,50
E	4,50	5,00	0,50
F	1,00	7,50	6,50
G	9,50	7,00	-2,50
H	5,00	8,00	3,00
I	5,00	5,50	0,50
J	5,00	6,00	1,00
K	4,50	6,00	1,50
L	6,00	6,50	0,50
M	6,50	7,00	0,50
N	7,00	6,50	-0,50
O	3,00	2,00	-1,00
P	0,00	3,50	3,50
Q	1,00	4,50	3,50

R	2,50	3,00	0,50
S	5,00	4,00	-1,00
T	5,00	6,00	1,00
U	3,50	4,00	0,50
V	4,50	5,00	0,50
W	6,00	5,00	-1,00

Alunos com grandes melhoras entre as duas avaliações podem ter tido seu rendimento em uma das avaliações largamente afetado por fatores excepcionais alheios ao reforço pedagógico ministrado no interstício entre elas. Por exemplo, um aluno pode ter sofrido dificuldades na primeira avaliação por motivos diversos ao modelo didático. Esse aluno após constatar seu baixo rendimento inicial pode ter feito um esforço particular para recuperar sua nota na segunda avaliação. Casos como esse alargam a cauda positiva de distribuição das diferenças entre as notas.

Para detectar diferenças extremadas de notas foi usado o critério de rejeição de Pierce. Esse critério rejeita medidas extremadas dentro da amostra, se após sua exclusão a nova amostra ficar mais próxima da normalidade do que a amostra original.

Aplicado à amostra de diferenças de notas (progressos) da turma tradicional, o teste de Pierce rejeitou o valor 6,5 (aluno F). Nenhum outro valor foi rejeitado. Feita a exclusão desse dado, a nova amostra de progressos com 22 valores foi aceita como normal pelo teste de Shapiro-Wilk com 5% de nível de significância.

Tabela 3 - Notas obtidas nas avaliações por cada aluno da turma alvo.

Turma alvo (modelo didático construtivista)			
Alunos	**1ª avaliação**	**2ª avaliação**	**Diferença entre as avaliações**
A	6,00	8,00	2,00
B	7,00	7,50	0,50
C	7,00	8,00	1,00
D	7,50	8,00	0,50
E	9,00	9,00	0,00
F	5,50	7,50	2,00
G	6,50	8,00	1,50
H	7,50	7,50	0,00
I	3,50	7,00	3,50
J	8,50	7,50	-1,00
K	10,00	8,00	-2,00
L	9,00	9,00	0,00
M	3,50	6,50	3,00
N	4,50	7,00	2,50

O	6,50	7,00	0,50
P	5,50	7,50	2,00
Q	1,00	5,00	4,00
R	1,50	4,50	3,00
S	2,50	4,50	2,00
T	7,50	6,50	-1,00
U	5,50	5,50	0,00
V	3,50	3,50	0,00

O primeiro passo da análise estatística foi então executado com a nova amostra reduzida para 22 valores. O teste *T* pareado[4] com nível de significância de 5% revelou não haver evidência estatística para rejeitar a hipótese nula de que o progresso seria não positivo. De fato, o resultado do teste mostrou não haver razão para considerar que o progresso tenha sido diferente de zero, apesar de a média da segunda avaliação ter sido maior do que a da primeira em 0,41 pontos. O motivo do teste não indicar progresso entre as duas avaliações da turma controle deve-se ao desvio padrão da amostra dos progressos ter sido 1,54, grande relativamente à média.

O segundo passo da análise foi aplicar o teste *T* pareado[5] com nível de significância de 5% para comparar as médias das avaliações da turma alvo, tabela 3. As duas amostras possuíam 22 valores. A amostra proveniente da primeira avaliação teve a hipótese de normalidade aceita pelo teste de Shapiro-Wilk com nível de significância 5%. Não obstante, a amostra obtida com a segunda avaliação teve a normalidade rejeitada. Todavia, a amostra resultante da diferença entre as notas (progressos) foi reputada normal pelo teste. Haja vista o teste *T* de duas amostras pareadas ser equivalente a um teste *T* de amostra única para a diferença entre os valores das duas amostras originais, somente a normalidade da distribuição dos progressos é relevante. A média dos progressos na turma alvo foi 1,09 pontos e o desvio padrão, 1,58. O resultado do teste apontou evidência estatística de que houve melhora das notas da turma.

O passo final da análise estatística consistiu em comparar os progressos alcançados pelas duas turmas. Com esse objetivo, recorreu-se ao teste *T* de duas

[4] Variável teste T = 1,245796; graus de liberdade n = 21; valor crítico do teste t_c = 1,720743; hipótese nula de que a variável teste T seria menor que ou igual ao valor crítico.
[5] Variável teste T = 3,241778; graus de liberdade n = 21; valor crítico do teste t_c = 1,720743; hipótese nula de que a variável teste T seria menor que ou igual ao valor crítico.

amostras não pareadas com variâncias diferentes (número de graus de liberdade efetivos dado pela aproximação de Welch-Satterthwaite). O teste *T* não pareado é considerado robusto com relação à hipótese de normalidade para duas amostras de tamanhos superiores a 15.

Ambas as amostras de progressos das turmas tinham 22 valores; e, ademais, tiveram a normalidade avalizada pelo teste de Shapiro-Wilk com nível de significância 5%. Como hipótese nula do teste, tomou-se a suposição de que o progresso médio da turma alvo seria menor que ou igual ao progresso médio da turma controle. Evidentemente, a hipótese alternativa foi o progresso da turma alvo ser maior que o da controle. O teste *T* executado com nível de significância 5% [6] não mostrou haver evidência estatística suficiente para rejeitar a hipótese nula, ou seja, não houve por que considerar o progresso da turma alvo significativamente maior que o da controle. Não obstante, o mesmo teste, quando realizado com sensibilidade reduzida para nível de significância 10% [7], indicou a existência de evidência estatística de que o progresso médio das notas teria sido maior para a turma alvo.

Os dados estatísticos obtidos pela pesquisa não foram suficientes para apontar conclusivamente se o modelo didático construtivista com o emprego do C.a.R. Metal foi superior ou inferior frente ao modelo tradicional.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A era digital trouxe novos recursos passíveis de serem empregados no ensino de Matemática (BRASIL, 2002; EBNER, 2012; SANTANA, 2002). Entre eles,

[6] Variável teste T = 1,450105; número de graus de liberdade efetivos n = 41,97485 ≈ 42; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser diferente da média dos progressos da turma controle, valor crítico t_c=±2,018082; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser menor que a média dos progressos da turma controle, valor crítico t_c=-1,681952; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser maior que a média dos progressos da turma controle, valor crítico t_c=+1,681952.

[7] Variável teste T=1,450105; número de graus de liberdade efetivos n=41,97485 ≈42; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser diferente da média dos progressos da turma controle, o valor crítico t_c=±1,681952; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser menor que a média dos progressos da turma controle, valor crítico t_c=-1,302035; hipótese alternativa de a média dos progressos da turma alvo ser maior que a média dos progressos da turma controle, valor crítico t_c=+1,302035.

softwares educativos. Recursos capazes de promoverem a curiosidade e o interesse dos alunos pela disciplina (AGUIAR, 2014; ALVES, 2007; DELATORRE, 2013; SILVA, 2011).

Os modelos didáticos tradicional e construtivista com o emprego do C.a.R. Metal para o ensino de polígonos foram comparados. A pesquisa envolveu duas turmas. Elas tiveram aulas do mesmo conteúdo, realizaram questões semelhantes e duas avaliações idênticas. A diferença foi os alunos de uma turma manipularem o C.a.R. Metal e da outra, não.

Os dados estatísticos não foram suficientes para apontar conclusivamente se o modelo didático construtivista com uso da TIC foi superior ou inferior frente ao modelo tradicional. Talvez pela dificuldade dos alunos associarem o C.a.R. Metal ao desenvolvimento algébrico.

Contudo, os alunos da turma alvo mostraram maior interesse pelo conteúdo, participação ativa nas aulas a partir da manipulação do software e vontade de discutir as construções geométricas. O fato de, em algumas atividades, os alunos terem escolhido por conta própria qual polígono desenhariam despertou a criatividade e estimulou a iniciativa. Outro fator positivo do software foi aliar ao conteúdo ministrado o raciocínio e o senso crítico. Empregar o C.a.R. nas construções propiciou aos alunos a reflexão sobre o conteúdo e as figuras geométricas. A interação com um ambiente virtual facilitou o ensino do conteúdo pela visualização das figuras e suas propriedades, mas a “algebrização” ficou em segundo plano. Uma alternativa para torná-la mais importante seria explorar, com uso do software, problemas onde o enunciado demandasse desenvolvimento algébrico.

Os alunos da turma alvo souberam manipular o software, mostrar o valor dos ângulos das figuras e compreenderam o conteúdo, pois conseguiram justificar os resultados obtidos, mas houve dificuldade na capacidade de expressar-se algebricamente antes do reforço pedagógico. Na turma controle, os alunos mostraram menos obstáculos ao “algebrizar” resoluções, mas houve falhas em reconhecer polígonos e identificar polígonos superpostos, além de parecerem aplicar fórmulas mecanicamente sem refletir sobre as questões. Então, os dois modelos didáticos apresentaram aspectos positivos e negativos.

Mesclar o modelo didático tradicional e o construtivista com o auxílio do C.a.R. para ensinar polígonos pode melhorar o desenvolvimento do conteúdo por estimular a curiosidade, a criatividade, a participação ativa, o senso crítico, a visualização de figuras planas, mas ainda priorizar o algebrismo para a resolução de questões. Alinhavar a resolução de problemas ao uso do software seria outra alternativa.

REFERÊNCIAS

AGUIAR, D.V. **O ensino de poliedros convexos com o software Poly Pro e com construções manuais.** 2014. 61 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Novas Tecnologias no Ensino de Matemática) – Universidade Federal Fluminense, Rio de Janeiro, 2014.

ALVES, G. Um estudo sobre o desenvolvimento da visualização geométrica com o uso do computador. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE INFORMÁTICA NA EDUCAÇÃO, 18., 2007, São Paulo. **Anais eletrônicos**... São Paulo: Mackenzie, 2007. Disponível em: <http://www.br-ie.org/pub/index.php/sbie/article/view/550/536>. Acesso em: 25 jun. 2015.

ASSIS, L.S. **Concepções de professores de Matemática quanto à utilização de objetos de aprendizagem**: um estudo de caso do projeto RIVED-BRASIL. 2005. 141 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2005.

BAUERLEIN, M. Hyper hype, will digital learning be killed by kindness? **Education Next**, p. 74-75, 2012.

BERTRAND, Y. **Teorias contemporâneas da educação**. Lisboa, Instituto Piaget, 1991.

BORBA, M.C.; PENTEADO, M.G. **Informática e Educação Matemática**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 104 p. (Tendências em educação).

BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio + Orientações Educacionais Complementares**: ciência da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: Ministério da Educação e Cultura, 2002.

BRAVO, B.M.; EGUREN, L.A.; ROCHA, A.L. El rol del docente en la enseñanza de la visión en educación secundaria. Un estudio de caso. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 9, n. 2, p. 283-375, 2010.

BREYFOGLE, M.L.; LYNCH, C.M. van Hiele revisited. **Mathematics teaching in the Middle school**, vol. 16, n. 4, p. 232-238, nov. 2010.

CARRAHER, D.W. A aprendizagem de conceitos matemáticos com auxílio do computador. In: ALENCAR, E.M.S.S. (Org.). **Novas contribuições da psicologia aos processos de ensino e aprendizagem**. São Paulo: Cortez, 2002, p. 10-55.

CARVALHO, P.C.P. **Fazer Matemática e usar Matemática.** Salto para o futuro. Série Matemática não é problema. Boletim 6, 2005. Disponível em: <http://www.tvbrasil.org.br/fotos/salto/series/150311Matematicaproblema.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

CENICH, G.; SANTOS, G. Aprendizaje significativo y colaborativo en un curso online de formación docente. **Revista Electronica de Investigacion en Educacion en Ciencias**, ano 4, n. 2, p. 7-23, 2009.

CHIRÉIA, J.V. Trabalhando com a resolução de problemas na Educação Básica. **Portal dia a dia educação**, 2013. Disponível em: <www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/74-4.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

COSTA, B.J.F.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. A Educação Matemática no Contexto da Etnomatemática Indígena Xavante: um jogo de probabilidade condicional. **Boletim de Educação Matemática**, dez. 2014 (em impressão).

DANTE, L.R. **Tudo é Matemática: 8º ano**. 3. ed. São Paulo: Ática, 2009.

DELATORRE, W.O. **Demonstrações geométricas com auxílio do software de geometria dinâmica como uma metodologia de ensino para a geometria**. 2013. 115 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2013.

DONATO, C.R.; DANTAS, M.A.T. CD-Rom como instrumento de aprendizagem significativa sobre a bioespeleologia sergipana. **Revista Electronica de Investigacion en Educacion en Ciencias**, ano 4, n. 2, p. 39-47, 2009.

EBNER, S. How to enrich your child's life. **The Times**, Londres, p. 2, 26 jan. 2012.

FERNANDES, N.L.R. **Professores e computadores:** navegar é preciso. Porto Alegre: Editora Mediação, 2004.

FERREIRA, S.E.; DIAS, A.O.; SOUZA, R.F. Ensino Geometria com o software Geogebra. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E COMPUTACIONAL, 33., 2010, São Paulo. **Anais eletrônicos**... São Paulo: SBMAC, 2010. Disponível em:<http://www.sbmac.org.br/eventos/cnmac/xxxiii_cnmac/pdf/698.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

GONÇALVES, A.O. O software régua e compasso numa perspectiva construcionista: possibilidades e desafios. In: CONGRESSO NACIONAL DE EDUCAÇÃO, 11., 2009, Paraná. **Anais**... Paraná: PUC-PR, 2009. Disponível em:

<http://www.pucpr.br/eventos/educere/educere2009/anais/pdf/3048_1602.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

GRAVEN, M. Mathematical learning opportunities for young learners with touch screen technology. **Learning and Teaching Mathematics**, vol. 9, p. 43-45, 2011.

GRAVINA, M.A., SANTAROSA, L.M. A aprendizagem da matemática em ambientes informatizados. In: CONGRESSO RIBIE, 4., 1998, Brasília. **Anais eletrônicos**... Brasília, 1998. Disponível em: <http://lsm.dei.uc.pt/ribie/docfiles/txt200342413933117.PDF> Acesso em: 25 jun. 2015.

GUIMARÃES, G.M.A.; ECHEVERRÍA, A.R.; MORAES, I.J. Modelos didáticos no discurso de professores de ciências. **Investigações em Ensino de Ciências**, v. 11, n.3, p. 303-322, 2006.

GUIMARÃES, R.R. **Um estudo do pensamento geométrico de professores das séries iniciais do ensino fundamental segundo o modelo de van Hiele.** 2006. 143 f. Monografia (Especialização em Matemática para Professores: Ênfase em Geometria) – Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2006.

LIBÂNEO, J.C. As teorias pedagógicas modernas resiginificadas pelo debate contemporâneo na educação. In: LIBÂNEO, J.C.; SANTOS, A. (Org.). **Educação na era do conhecimento em rede e transdisciplinaridade**. São Paulo: Alínea, 2005. p. 1-36.

MANTAI, R.D.; VEIGA, L.T. Geometria dinâmica com o software Régua e Compasso. In: ENCONTRO GAÚCHO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 10., 2009, Ijuí. **Anais eletrônicos...** Ijuí: Universidade Regional do Noroeste do Rio Grande, 2009. Disponível em: <http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/cd_egem/fscommand/MC/MC_27.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

MARTINS, L.F. **Motivando o ensino da geometria.** 2008. 56 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática)– Universidade do Extremo Sul Catarinense, Santa Catarina, 2008.

MASSONI, N.T.; MOREIRA, M.A. Un enfoque epistemológico de la enseñanza de la Física: una contribución para el aprendizaje significativo de la Física, con muchas cuestiones sin respuesta. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 9, n. 2, p. 283-308, 2010.

MOREIRA, M.A. **Aprendizagem Significativa**. Brasília: Editora UnB, 1999a.

MOREIRA, M.A. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999b.

PORLÁN, R.; RIVERO A.; POZO, R.M. Conocimiento profesional y epistemología de los profesores I: teoría, métodos e instrumentos. **Enseñanza de las Ciencias**, v. 15, n. 2, p. 155-173, 1997.

PORLÁN, R.; RIVERO A.; POZO, R.M. Conocimiento profesional y epistemología de los profesores II: estudios empíricos e conclusiones. **Enseñanza de lãs Ciencias**, v. 16, n. 2, p. 171-289, 1998.

RICHIT, A. **Projetos em geometria analítica usando software de geometria dinâmica:** repensando a formação inicial docente em matemática. 2005. 169 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, São Paulo, 2005.

RIO DE JANEIRO. **Currículo Mínimo de Matemática.** Secretária Estadual de Educação. Rio de Janeiro, 2012.

ROCHA, G.T. **Contribuições da geometria no aprendizado de matemática.** 2010. Monografia (Trabalho de conclusão de curso) –Faculdade de Educação Ciências e Letras do Sertão Central, Universidade Estadual do Ceará, Ceará, 2010.

ROCHA, L.P.; ACHEGAUA, G.A.; CARRIJO, M.H.S. O trabalho em grupo e o uso de materiais concreto no ensino de geometria espacial para alunos do ensino médio. In: ENCONTRO NACIONAL DE DIDÁTICA E PRÁTICA DE ENSINO, 16., 2012, Campinas. **Anais eletrônicos**... Campinas: UNICAMP, 2012. Disponível em: <http://www2.unimep.br/endipe/3097c.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

SANTANA, J.R. **Novas e velhas tecnologias no ensino da matemática**: uma discussão sobre os aspectos cognitivos no ensino de Geometria mediado por recursos Computacionais. 2002. 200 f. Tese (Doutorado em Educação Brasileira) – Faculdade de Educação da Universidade Federal do Ceará, Ceará, 2002.

SCHEFFER, N.F.; BRESSAN, J.Z.; ROVANI, S. Possibilidades didáticas de investigação do software gratuito régua e compasso na exploração do triângulo equilátero. **Vivências**: Revista Eletrônica de Extensão da URI, Rio Grande do Sul, v. 5, n. 8, p. 27-36, out. 2009.

SILVA, J.J.; MOITA, F.M.G.S.C. O software Régua e Compasso: possibilidades de construção de conceitos geométricos. In: COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DA MATEMÁTICA, 5., 2010, Recife. **Anais eletrônicos**... Disponível em: <http://www.jozeildo.com/documentos/artigo-o-software-regua-e-compasso.pdf>. Acesso em: 25 jun. 2015.

SILVA, J.J. **O software Régua e Compasso como recurso metodológico para o ensino de geometria dinâmica**. 2011. 121 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2011.

TENÓRIO, A.; COSTA, Z.S.S.; TENÓRIO, T. Resolução de exercícios e problemas de função polinomial do 1º grau com e sem o GeoGebra. **Revista do Instituto GeoGebra de São Paulo**, v. 3, n. 2, p. 104-119, 2014.

TENÓRIO, T.; LEITE, R.M.; TENÓRIO, A. Séries televisivas de investigação criminal e o ensino de ciências: uma proposta educacional. **Revista Electrónica de Enseñanza de las Ciencias**, v. 13, n. 1, p. 73-96, 2014.

VALENTE, J.A. A espiral da aprendizagem e as tecnologias da informação e comunicação: repensando conceitos. In: JOLY, M.C.R.A. (Org.). **A tecnologia no ensino**: implicações para a aprendizagem. São Paulo: Casa do Psicólogo, 2002. p. 15-37.

XAVIER, S.A.; TENÓRIO, T.; TENÓRIO, A. Uma proposta de ensino-aprendizagem das leis dos senos e dos cossenos por meio do software Régua e Compasso. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 7, n. 3, p. 158-190, 2014.

Submetido: novembro de 2014

Aceito: maio de 2015