

## ACERCA DE LAS NOCIONES DE ESTABILIDAD EN ELECTRICIDAD, LA RELACIÓN ENTRE EL CALOR Y LA ELECTRICIDAD

Jesús Eduardo Hinojos Ramos<sup>1</sup>  
Rosa María Farfán Márquez<sup>2</sup>

### RESUMEN

En este artículo realizamos un análisis histórico-epistemológico en el marco de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. En esta investigación, realizamos la problematización de las obras de tres electricistas del siglo XIX, concretamente Ohm, Thomson y Maxwell, donde se identifican las analogías que ellos utilizaron para modelar el comportamiento de la electricidad, a partir del fenómeno de difusión del calor y su similitud física y matemática como un fenómeno que presenta comportamiento estable. Encontramos además en dichas obras, la presencia del obstáculo epistemológico del pensamiento sustancial (en el sentido de Bachelard), el cual corresponde a un paradigma del pensamiento científico del siglo XIX y que sigue presentándose actualmente en el ámbito escolar. Así mismo, analizamos los elementos de la obra de Maxwell, que muestran una confrontación con el pensamiento sustancial.

**Palabras clave:** Estado estacionario. Analogía. Calor. Electricidad. Socioepistemología.

### ABSTRACT

In this article, we present the historical-epistemological analysis based on the Socioepistemological Theory of Mathematics Education. In this research, we use the methodological tool of *problematization* to analyze the works of three electricians of the 19<sup>th</sup> century, specifically Ohm, Thomson and Maxwell, where we identify the analogies used by them to model the behavior of electricity by its physical and mathematical similarities with the diffusion of heat, a phenomenon which arrives to a steady-state. We also find about the presence of an epistemological obstacle, the substantial way of thinking (in Bachelard's sense), which is a paradigm of the scientific thinking during the 19<sup>th</sup> century, which still shows itself in school environments. We also present the elements from Maxwell's work which show a confrontation with the substantial way of thinking

**Keywords:** Steady state. Analogy. Heat. Electricity. Socioepistemology.

---

<sup>1</sup> Estudiante de doctorado del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. E-mail: [jesus.hinojos@cinvestav.mx](mailto:jesus.hinojos@cinvestav.mx)

<sup>2</sup> Investigadora titular del Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México. E-mail: [rfarfan@cinvestav.mx](mailto:rfarfan@cinvestav.mx)

## INTRODUCCIÓN

El presente artículo corresponde a la revisión bibliográfica en el marco de la Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa (TSME), esta teoría estudia la construcción social del conocimiento matemático, centrando la atención en sus *usos* y las *prácticas* asociadas a éste. El conocimiento matemático en uso es denominado *saber* y este es reconocido en sus diferentes formas: popular, técnico y culto. El análisis del saber matemático se realiza en la TSME a través de la *problematización*, herramienta que permite *ver* la evolución histórica desde una postura pragmática del saber (proceso de *historización*) y cómo éste es confrontado con la didáctica actual (proceso de *dialectización*) (Cantoral, 2013).

Nuestra investigación tiene como objetivo el caracterizar las prácticas asociadas al estudio de fenómenos de estado estable, a través de las acciones y actividades que llevan a cabo estudiantes de ingeniería electrónica, al enfrentar problemas relacionados con su quehacer profesional, concretamente en un contexto de electricidad.

Para cumplir una parte de este objetivo, nos dimos a la tarea de realizar una *problematización* de la *noción de estado estacionario* en las ciencias eléctricas, para ello realizamos un análisis de las obras originales de tres científicos del siglo XIX, concretamente *Die galvanische Kette* de Georg Simon Ohm (1827); *On the Motion of Heat in Homogeneous Solid Bodies, and its Connexion with the Mathematical Theory of Electricity* (1842) y *On the Mathematical Theory of Electricity in Equilibrium* (1872) de William Thomson (Lord Kelvin); y *A Treatise on Electricity and Magnetism* de James Clerk Maxwell; este análisis de las obras corresponde al proceso de *historización* en la *problematización* del saber matemático.

Así mismo, se realizó una revisión de un plan de estudios de ingeniería electrónica de una institución educativa del norte de México, donde identificamos dónde y cómo se aplica la serie de Fourier, al estudiar fenómenos de carácter estable; esta revisión corresponde al proceso de *dialectización*.

Estas dos fases de la *problematización* del saber matemático se reportan en el presente artículo, así como el método de exploración y las perspectivas para continuar con el desarrollo de la investigación.

## ANTECEDENTES

La investigación de Farfán (2012), mostró que la propagación de calor fue un fenómeno estrechamente relacionado con el desarrollo de la ingeniería como ciencia durante el siglo XVIII, pues dicho ambiente fenomenológico permitió darle forma a la didáctica y metodologías empleadas para la enseñanza en los sistemas educativos actuales, donde la formulación de teorías formales debe tener una fuerte base en datos empíricos y la experimentación.

El hecho de privilegiar a la experiencia se presenta en el trabajo de Fourier de 1822, la *Theorie analytique de la Chaleur*, donde identifica que las teorías de la Física de su época le eran insuficientes para explicar la naturaleza del calor y su propagación.

En la culminación de su trabajo, Fourier obtuvo una ecuación diferencial, que le permitió modelar el comportamiento del calor al fluir en un medio sólido; Fourier, al estudiar el fenómeno físico, logró hacer la distinción entre lo que permanecía constante y lo variable sin importar de que medio material se tratara, con lo que completó el modelo de la ecuación de propagación del calor (Farfán, 2012, p. 17-18).

Fourier mostró un nuevo paradigma del pensamiento científico, acerca de los conceptos de función: la convergencia de las series; de esto, Farfán (2012) menciona que lo importante de la obra de Fourier es el estudio que realizó con dicha ecuación; encontrar el estado permanente al que llegarán las temperaturas después de un tiempo infinito (dicho en otras palabras, el estado de estabilidad al que llegarán las temperaturas), que además por la naturaleza física del fenómeno, se deduce, debe ser convergente.

Es en este sentido, que el estudio de la transferencia de calor, según Montiel (2011), es el contexto que da significado a la serie trigonométrica a través de la formalización, evidenciando con las investigaciones de Farfán, que la reconstrucción del fenómeno físico en el ámbito escolar exige la articulación de las dimensiones y características del mismo con los contextos geométricos, gráficos y analíticos, manteniendo especial énfasis en la distinción de ¿qué varía? y ¿qué produce la variación?, para predecir cuándo la variación llega a un estado estable, sin embargo estas habilidades no son cultivadas en el ámbito escolar actual de manera habitual.

En relación con el desarrollo de la electricidad, los trabajos de Fourier influenciaron la evolución de esta rama de la ciencia que, según Narasimhan (1999), no eran comprendidos durante esa época ni existían teorías que conjuntaran la electrostática con la electrodinámica, esto se dio años después, en los trabajos realizados por Ohm, Thomson y Maxwell, quienes trataron de explicar los fenómenos de las ciencias eléctricas, utilizando una analogía particular de la propagación del calor y la difusión de la electricidad

En las obras de los tres científicos ya mencionados, encontramos cierta influencia de la obra de Fourier, en el desarrollo de la matemática que modela el comportamiento de la electricidad.

## OBJETIVO DEL ESCRITO Y PERTINENCIA

Por tanto, el presente escrito tiene como objetivo presentar lo que hemos reconocido como analogías entre el calor y la electricidad, desarrolladas por científicos del siglo XIX, a la luz de la TSME, la comparación entre las analogías y dar evidencia de la presencia de un Obstáculo Epistemológico (en el sentido de Bachelard (2000, p. 115-153)).

Realizar este análisis de obras originales, nos ha permitido identificar elementos y significados acerca de las nociones de estabilidad en el desarrollo de la electricidad como ciencia, los cuales se han perdido o transformado al llevarse al sistema escolar, de manera que estos puedan orientar a un rediseño del discurso matemático escolar.

## FUNDAMENTO TEÓRICO Y MÉTODO DE LA INVESTIGACIÓN

El saber matemático surge como respuesta a prácticas de la sociedad ante problemas determinados, normalmente desarrollándose en ámbitos no escolares, sin embargo, estos saberes al introducirse en la escuela, sufren una transformación para adaptarlos a dicho ambiente, organizándolos como un sistema de razón que norma los contenidos, modos de participación en la escuela y roles de los docentes y alumnos; este sistema de razón, desde la perspectiva de la TSME es denominado *discurso Matemático Escolar* (dME). Este discurso es un consenso social validado por el sistema escolar, que no solamente organiza los contenidos, sino que se extiende a establecer las bases de comunicación y construcción de significados compartidos (Cantoral et al, 2006).

Con el fin de construir una red de significados compartidos escolarmente, el dME, establece las siguientes características:

- Una hegemonía para los contenidos matemáticos, es decir, les otorga un cierto peso o jerarquía con respecto a otros contenidos.
- Descontextualiza y despersonaliza al conocimiento matemático dándole un carácter utilitario, en otras palabras, el conocimiento es aprendido para ser aplicado correctamente en ciertas situaciones o bien, estrategias preestablecidas como verdades desde el punto de vista escolar (Reyes-Gasperini, 2016).
- La descontextualización y despersonalización, se deben a que el conocimiento esta desligado del contexto natural que le dio origen, llamado carencia de marcos de referencia para dar significado al conocimiento.
- Esta carencia de marcos de referencia, provoca además que el conocimiento se presente de manera acabada y continua, es decir como si el conocimiento siempre hubiese existido de la forma en que es enseñado, mostrándose sólo como el resultado final, un objeto matemático inerte e inamovible, o procedimientos sólo memorizables.
- Finalmente, estos objetos inertes e inamovibles son mostrados de manera dispersa, la atomización en objetos, por ejemplo, se tienen puntos coordenados que originan a una

recta, la recta es una expresión algebraica de grado uno, como sigue el grado dos, el siguiente tema es la parábola, y así sucesivamente.

Estas características, según reportan Soto y Cantoral (2014), provocan un fenómeno de exclusión, donde los actores del sistema didáctico no forman parte de la construcción del conocimiento matemático.

En la escuela, la transposición didáctica (en el sentido de Yves Chevallard, 1998), convierte al saber matemático en un conocimiento matemático, el cual es introducido al aula a través del, ya mencionado, dME; el saber se descontextualiza y despersonaliza para permitir su aprendizaje, esto significa que el saber pierde su contexto de origen y se convierte en un objeto más a ser estudiado en la escuela, a través de una organización de temas aislados.

En la TSME, se utiliza una herramienta metodológica que permite identificar dichos elementos que contextualizan y personalizan al saber, esta herramienta se denomina la *problematización del conocimiento matemático*, que consiste en dos etapas interrelacionadas: (1) identificar los momentos históricos donde emerge el conocimiento y se consolida como un saber, a través de los usos (*historizar*), y (2) su confrontación con la manera en cómo la matemática es aprendida en la escuela o cómo esta fue evolucionando hasta hoy (*dialectizar*), de tal manera que puedan visualizarse los distintos marcos de referencia que dan significado a la matemática escolar, a través de la epistemología y las prácticas (Cantoral, 2013; Reyes-Gasperini, 2016).

Elegimos además como método para la investigación a la ingeniería didáctica (Artigue, 2015; Farfán 2012), puesto que identificamos de las obras originales del siglo XIX, algunos elementos clave para el estudio de la difusión de la electricidad a través de la analogía con la difusión del calor, esta constituye la *fase de análisis preliminar*; tomando como punto de partida la investigación de Farfán (2012), acerca del fenómeno de propagación de calor de Fourier, debido a que el desarrollo de las teorías acerca del comportamiento de la electricidad fue influenciado de manera importante por el trabajo de Fourier. En el presente artículo se presenta este *análisis preliminar*, que consiste en la *problematización: dialectización e historización*.

## PROBLEMATIZACIÓN: DIALECTIZACIÓN

¿Por qué utilizamos la *serie de Fourier* en ingeniería electrónica?, el porqué de su aplicación en dicha disciplina llevó a realizar una revisión de planes y programas de estudio de asignaturas donde la *serie* se declara dentro del temario o la bibliografía de los cursos; entre las asignaturas donde aparece de manera más frecuente son:

- *Señales y sistemas*, donde es utilizada como una herramienta de aplicación para descomponer formas de onda (representaciones gráficas) de una señal eléctrica, en sus componentes armónicas, de tal manera que pueda ser utilizada como una estrategia de análisis de circuitos con señales más complicadas en cursos posteriores.

- *Análisis de circuitos eléctricos*, donde se utiliza junto con el principio de la superposición para simplificar cálculos en circuitos eléctricos alimentados con fuentes de voltaje o corriente cuya forma de onda se representa mediante la expresión matemática de la serie.
- *Electrónica de potencia*, donde aparece como una herramienta de aplicación para encontrar la magnitud de los armónicos y su ubicación en el espectro de frecuencias al analizar circuitos convertidores de energía eléctrica.

A partir de la revisión de planes y programas de estudio, pudimos identificar que la serie de Fourier se encuentra, escolarmente, en el estatus de herramienta de aplicación, es decir, se enseña como una matemática a aplicar en problemas específicos, de manera que se presenta como un conocimiento descontextualizado de su origen.

Una revisión bibliográfica posterior llevó a encontrar, además, que tanto en la investigación en didáctica de la ingeniería y en la investigación de desarrollo tecnológico en ingeniería, no se hace mención de la serie de Fourier sino de la *noción de estado estacionario* (ver por ejemplo: Malyna, Duarte, Hendrix y van Horck (2004); Fuad, de Koning y van der Woude (2001); Li y Tymerski (1998); Mahdavi, Emaadi, Bellar y Ehsani (1997)), mientras que en los planes y programas de estudio, la serie aparece declarada de manera explícita.

Preguntándonos acerca del *origen del uso* de la serie de Fourier en ingeniería electrónica, se estudió en primera instancia el trabajo de Farfán (2012), de donde se identifica el ambiente fenomenológico utilizado por Fourier: la propagación del calor, dado que la determinación del estado permanente de las temperaturas está estrechamente relacionada con la convergencia de series; así mismo, en las teorías acerca de la difusión de la electricidad del siglo XIX, reconocemos que se trata de un ambiente fenomenológico donde un circuito eléctrico alcanza un estado permanente

Lo anterior derivó en modificar la pregunta *¿Por qué utilizamos la serie de Fourier en ingeniería electrónica?*, hacia *¿Qué relación existe entre la propagación del calor y la electricidad?*; tomando como punto de partida a la propagación del calor, identificamos en Narasimhan (1999) que la obra de Fourier tuvo una influencia importante en los científicos del siglo XIX, en electricidad fue particularmente notoria la influencia en Ohm, Thomson y Maxwell, por lo que a continuación, tomamos las obras (de los autores mencionados) donde aparece el uso de la analogía como una forma de construcción de la teoría de la difusión de la electricidad, a partir de la difusión del calor.

Durante el siglo XVIII, la constitución de las ciencias eléctricas se encontraban arraigadas a un paradigma newtoniano del pensamiento, donde *la atracción entre los cuerpos en el espacio se da de manera instantánea, sin necesidad de un medio material e inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia que los separa*, este paradigma de pensamiento predominó en los trabajos de Charles Coulomb, donde estableció la manera de calcular la fuerza de atracción o repulsión entre cargas eléctricas, André-Marie Ampère siguió esta línea de pensamiento en el desarrollo de sus teorías. Sin embargo, Michael Faraday, William Thomson y James Clerk Maxwell siguieron otros paradigmas de pensamiento, donde el medio tiene influencia sobre el fenómeno; uno de dichos paradigmas

no newtonianos que permitió el desarrollo de las ciencias eléctricas, a través del uso de analogías, fue la teoría analítica del calor de Fourier (Acevedo, 2004).

Como menciona Narasimhan (1999), la estructura conceptual y matemática de la ecuación de difusión del calor, inspiró de manera importante a los científicos de diversas disciplinas. El trabajo de Fourier fue analizado a la luz de diversas ciencias durante los siglos XVIII y XIX, la electricidad fue una de las ciencias que se vio beneficiada a través de la analogía de la difusión del calor con la difusión de la electricidad.

De manera sucinta, encontramos que Ohm en 1827 enunció las leyes que determinan el movimiento de la electricidad en alambres conductores, Thomson en 1842 y 1872 determinó la analogía entre la difusión del calor y la electricidad estática, y en 1881, se publica el tratado de electricidad y magnetismo de Maxwell (segunda edición, corregida por los colegas del autor, posterior a su muerte).

El *método que sigue la historización* es: hacer referencia del contexto de la época, las inquietudes del autor para realizar su desarrollo científico, sus principales hallazgos y una reconstrucción del desarrollo matemático que proponen, aunado a lo anterior, se enfatizó en identificar las nociones de los parámetros eléctricos que se ponen en juego en esa época con las actuales.

## PROBLEMATIZACIÓN: HISTORIZACIÓN

### EL FENÓMENO DE LA DIFUSIÓN DE LA ELECTRICIDAD, SEGÚN OHM

Según menciona Acevedo (2004), Fourier en su obra desarrolló una teoría que permitió matematizar la propagación del calor, a través de una hipótesis central: *el flujo de calor es proporcional al grado de temperatura*, esta hipótesis le permitió a Ohm establecer analogías para comparar el efecto de la fuerza electroscópica con la temperatura y la conducción eléctrica con el flujo de calor.

Ohm (1827), científico alemán, publica en Berlín un escrito titulado *Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet*, donde se dio a la tarea de aclarar los conceptos de la electricidad galvánica con rigor matemático y una fuerte base en datos empíricos, obtenidos a través de experimentos en laboratorio. En su libro, Ohm describe el fenómeno de la difusión de la electricidad por medio de la analogía con el fenómeno de la difusión del calor, mencionando:

Die Form und Behandlung der so erhaltenen Differenzialgleichungen ist denen für die Wärmebewegung durch Fourier und Poisson uns gegebenen so ähnlich, dals sich schon hieraus, wenn auch weiter keine andern Gründe vorhanden wären, der Schluss auf einen innern Zusammenhang zwischen beiden Naturerscheinungen mit allem Rechte machen liesse, und dieses identitätsverhältnils nimmt zu, je weiter man es verfolgt

(Ohm, 1827, p. 5).<sup>3</sup>

Aquí, Ohm menciona que la forma de las ecuaciones diferenciales que obtiene al resolver el problema y tratamiento matemático es obtenido de manera similar al dado por Fourier y Poisson respecto al movimiento del calor, de modo que la similitud entre ambos tipos de fenómenos se vuelve más cercano conforme el estudio es más profundo.

La influencia de Fourier se puede observar concretamente con el modelo matemático que obtiene Ohm para difusión de la electricidad, el uso del razonamiento inductivo (con base en evidencia) y en la idealización empírica del fenómeno de difusión.

Ohm comienza describiendo el fenómeno de la difusión de la electricidad, realizando ciertas consideraciones basadas en sus observaciones y la experimentación:

- La difusión se realiza en una sola dirección, puesto que *la electricidad se mueve a través de alambres conductores*.
- Los alambres conductores, por simplicidad, son tratados como cuerpos cilíndricos o prismáticos, homogéneos e isotrópicos, es decir, que sus características internas y físicas no varían.
- Existe una condición de equilibrio eléctrico, el cual describe como *la tendencia natural de dos cuerpos eléctricamente distintos a alcanzar un estado donde estos son iguales*.
- La tendencia a alcanzar el equilibrio se da cuando existe una diferencia entre las fuerzas electroscópicas (fuerzas de atracción o repulsión que exhiben los cuerpos cargados eléctricamente, medibles a través del electroscopio; actualmente se denomina voltaje); la fuerza también tiende a equilibrarse y desaparece cuando el equilibrio se alcanza.
- Al tratarse de *electricidad que fluye internamente en un cuerpo*, no existe escape de la misma hacia la atmósfera circundante.
- Cuando el estado de equilibrio es alcanzado, la difusión de la electricidad es independiente del tiempo.

La primera consideración de Ohm es *el movimiento de la electricidad* en un alambre conductor, prismático, cilíndrico y homogéneo, en el que todos los puntos que conforman su extensión y son perpendiculares al eje sobre el que se proyecta el alambre poseen la misma fuerza electroscópica, de modo que el *movimiento de la electricidad* sólo se efectúa en la dirección de dicho eje; esto muestra una idealización del fenómeno por parte del autor, pues considera que se trata de un alambre formado por un material sin ningún tipo de impurezas, además de esto, considera que el *fenómeno eléctrico es un tipo de sustancia*, evidenciado en su consideración de que *ésta no se escapa del alambre hacia la atmósfera*, así mismo, considera que *el fenómeno eléctrico actúa hasta alcanzar el equilibrio de manera instantánea*.

---

<sup>3</sup> La forma y tratamiento que se le da a las ecuaciones diferenciales que se obtienen son similares a las de la difusión del calor de Fourier y Poisson, tanto así, que no hay más razón que considerar que la conexión entre ambos tipos de fenómenos naturales es tan profunda, que sus similitudes se incrementan tanto más lo estudiamos (Ohm, 1827, p. 5, traducción nuestra).



Para continuar con su análisis, Ohm divide el alambre en un número infinito de discos de grosor infinitamente pequeño, esta consideración la hace de manera que no varíe significativamente la fuerza electroscópica en la circunferencia de cada disco; además presenta una expresión algebraica a la que llama cantidad de electricidad ( $\rho$ ), dicha cantidad pasa de un disco a otro en un intervalo de tiempo infinitamente corto ( $dt$ ).

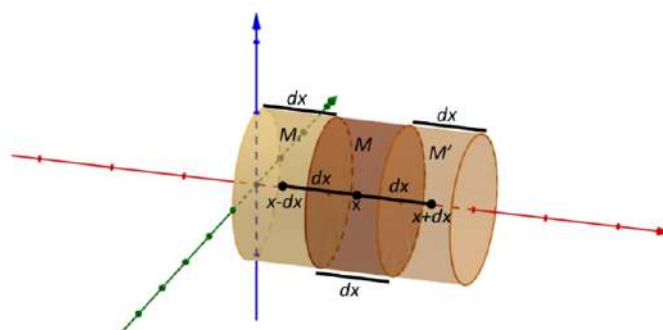
$$\rho = \frac{\chi(u' - u)dt}{s} \dots [1]$$

En esta expresión,  $\chi$  corresponde a la conductividad (capacidad para conducir electricidad) del alambre,  $(u' - u)$  a la diferencia de fuerzas electroscópicas y  $s$  la distancia que recorre la electricidad (el grosor de cada disco es infinitamente pequeño).

Si se elige cualquiera de los discos y lo denominamos  $M$ , el centro del disco se ubicará en una abscisa de valor  $x$ , y su grosor, infinitamente pequeño, estará representado por  $dx$ ; entonces el disco a su derecha  $M'$ , se ubicará en  $x + dx$  y el de la izquierda  $M_1$  en  $x - dx$ . Entonces, según Ohm, la fuerza electroscópica  $u$  del disco  $M$ , en el estado transitorio, corresponderá a una función dependiente de la ubicación  $x$  y del tiempo  $t$ .

De esta manera,  $u'$  y  $u_1$  corresponden a los valores de la fuerza electroscópica para los discos ubicados en  $x + dx$  y  $x - dx$  respectivamente, por lo que, representarán a la fuerza electroscópica de cada disco situado a los lados del disco  $M$ ; la distancia desde el centro de los discos  $M'$  y  $M_1$  al centro del disco  $M$  corresponde a la distancia  $dx$ ; lo descrito anteriormente puede observarse en la figura 1.

**Figura 1 – Determinación de discos de grosor diferencial en el alambre**



Haciendo uso de la expresión [1], Ohm establece que la cantidad de electricidad que pasa por los discos  $M'$  y  $M_1$ , se representa por las expresiones siguientes:

$$\rho' = \frac{\chi(u' - u)dt}{dx} \dots [2]$$

$$\rho_1 = \frac{\chi(u_1 - u)dt}{dx} \dots [3]$$

Entonces, la cantidad total de electricidad  $\rho$  en el disco  $M$  es equivalente a la suma de las expresiones [2] y [3]:

$$\rho = \frac{\chi(u_1 - u)dt}{dx} + \frac{\chi(u' - u)dt}{dx} = \frac{\chi(u_1 + u' - 2u)dt}{dx} \dots [4]$$

Esta expresión se simplifica mediante el uso de la serie de Taylor para  $u_1$  y  $u'$ , obteniendo que  $u_1 + u' = 2u + \frac{d^2u}{dx^2}(dx)^2$ , sustituyendo en [4].

$$\rho = \chi \frac{d^2u}{dx^2} dxdt \dots [5]$$

Ohm indica que la *conductividad* ( $\chi$ ) se mantiene constante pues la distancia de acción entre cada par de discos es infinitamente pequeña, y además es proporcional a las dimensiones totales del cuerpo cilíndrico; la *magnitud* (en este caso se trata del área de la sección transversal del cilindro) del disco se considera como  $\omega$ , y es posible separarla de la *conductividad* ( $\chi$ ), manteniendo la porción restante con el mismo símbolo (de aquí la *conductividad* acompañada por la parte de la *magnitud* de la sección se denomina la *conductividad absoluta* ( $\omega\chi$ )), la expresión [5] se reescribe del siguiente modo:

$$\rho = \chi\omega \frac{d^2u}{dx^2} dxdt \dots [6]$$

Así mismo, para no dejar fuera la posible influencia de la atmósfera que rodea al disco  $M$ , Ohm propone considerar la circunferencia del disco como  $c$  y a la porción del disco en exposición directa a la atmósfera por el producto de  $cdx$ ; esto provoca que el cambio en la *cantidad de electricidad* del disco  $M$ , al ser afectado por la atmósfera que lo rodea en el instante de tiempo  $dt$ , sea  $bcudxdt$ ; donde  $b$  es el coeficiente dependiente de la atmósfera y  $u$  la fuerza electroscópica.

Entonces, el cambio total en la *cantidad de electricidad transferida*, considerando las pérdidas por el escape de electricidad a la atmósfera sería la diferencia de [5] con el término dependiente de la atmósfera:

$$\rho = \chi\omega \frac{d^2u}{dx^2} dxdt - bcudxdt \dots [7]$$

Ohm considera además al *cambio total de la fuerza electroscópica a través de tiempo*, el cual para el disco  $M$  con dimensiones  $\omega$  y grosor  $dx$ , en un instante de tiempo infinitamente corto ( $dt$ ) corresponde a:

$$\Delta_{Tot} = \gamma\omega \frac{du}{dt} dxdt \dots [8]$$

Respecto a uno de los coeficientes de la ecuación, concretamente  $\gamma$ , Ohm menciona lo siguiente:

Wenn die Erfahrung lehrte, dafs verschiedene Körper von einerlei Ausdebnungsgrösse durch dieselbe Elektrizitätsmenge eine verschiedene Aenderung in ihrer elektroskopischen Kraft erleiden, so müsste zu

vorigem Ausdrücke noch ein diese Eigenthümlichkeit der verschiedenen Körper messender Koeffizient  $\gamma$  gefügt werden. Die Erfahrung hat über diese aus dem Verhalten der Wärme zu den Körpern entlehnte Muthmaßung noch nicht entschieden

(Ohm, 1827, p. 119).<sup>4</sup>

Aquí, Ohm declara que dicho *coeficiente  $\gamma$  es un equivalente que toma prestado de la teoría del calor y corresponde a la capacidad calorífica de un cuerpo*, sin embargo, sólo supone su existencia, pues sus datos empíricos no dan evidencia de ello; esta analogía la atribuye de manera directa a la diferencia de los materiales de los cuerpos electrificados, teorizando que, a pesar de que estos sean del mismo tamaño y electrificados con la misma cantidad, la fuerza electroscópica que se obtenga será distinta entre ellos (al respecto de esto Maxwell da una explicación en su tratado de 1881, que se mencionará más adelante).

Si siguiendo con el desarrollo matemático, Ohm define que la *cantidad de electricidad transferida* debe ser igual al *cambio total de la fuerza electroscópica a través de tiempo* para disco  $M$ , por lo que se tendría que [7] y [8] deben ser iguales.

$$\rho = \Delta_{Tot} \dots [9]$$

$$\chi\omega \frac{d^2u}{dx^2} dxdt - bcudxdt = \gamma\omega \frac{du}{dt} dxdt \dots [10]$$

Simplificando se llega a la siguiente ecuación:

$$\gamma \frac{du}{dt} = \chi \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u \dots [11]$$

Cuya solución es una función que determina a la *fuerza electroscópica ( $u$ ) que depende de la distancia ( $x$ ) que recorre la electricidad y el tiempo ( $t$ )*, es decir  $u = u(x, t)$ , que, como puede observarse, es idéntica a la ecuación de difusión del calor mostrada por Fourier (1822, p. 158) en su obra de 1822, donde la solución es una función donde el valor de la temperatura depende de la distancia y el tiempo.

$$C \frac{dv}{dt} = \frac{K}{D} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{hl}{DS} v \dots [12]$$

Finalmente, Ohm muestra tres soluciones para dicha ecuación, sus consideraciones y resultados se muestran a continuación:

- *Caso 1. Cuando el circuito es independiente del tiempo y la atmósfera no influye sobre él*

<sup>4</sup> La experiencia nos ha mostrado que, considerando cuerpos distintos, pero del mismo tamaño, conteniendo la misma cantidad de electricidad, sufren distinto efecto de fuerzas electroscópicas, por tanto, un coeficiente  $\gamma$  corresponderá a esta característica particular de los cuerpos que puedan relacionarse con la expresión [refiriéndose a 8]. Aun así, la experiencia no nos ha dado evidencia de este parámetro, que ha sido tomado de la teoría del calor (Ohm, 1827, p. 119, traducción nuestra).

Se propone para este caso, un conductor prismático homogéneo, curvado sobre sí mismo de longitud  $l$ , considerando que la excitación eléctrica se da en el punto donde las dos terminales se juntan y es igual a  $a$ .

El resultado que Ohm obtiene son dos ecuaciones lineales para ciertos dos casos particulares, donde el circuito está aterrizado y donde está conectado a una fuente externa:

$$u(x) = \frac{a}{l}(x - \lambda) \dots [13]$$

Que representa a la fuerza electroscópica  $u$  en un circuito voltaico, de longitud  $l$ , sometido a una tensión  $a$  y tocado en algún punto  $\lambda$  donde  $u(\lambda) = 0$ , para cualquier punto  $x$  de la longitud del circuito.

$$u(x) = \frac{a}{l}(x - \lambda) + \alpha \dots [14]$$

Que representa a la fuerza electroscópica en cualquier punto de un circuito voltaico, tocado en algún punto  $\lambda$  donde  $u(\lambda) = \alpha$ .

- *Caso 2. Cuando el circuito es independiente del tiempo y la atmósfera sí ejerce influencia sobre él*

Se propone para este caso, un conductor prismático homogéneo, curvado sobre sí mismo exactamente a la mitad del mismo y de longitud  $2l$ , siendo el punto  $x = 0$  donde se efectúa el dobléz, equidistante de las terminales, la excitación eléctrica se da en el punto donde las dos terminales se juntan y es igual a  $a$

El resultado que obtiene Ohm, son dos ecuaciones que representan a la fuerza electroscópica, uno donde se tiene una influencia atmosférica que proporciona una fuerza electroscópica  $b$  y otro donde esta no afecta:

$$u(x) = \frac{1}{2}a \left( \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta(l)} - e^{-\beta(l)}} \right) + \frac{1}{2}b \left( \frac{e^{\beta x} + e^{-\beta x}}{e^{\beta(l)} + e^{-\beta(l)}} \right) \dots [15]$$

Que nos proporciona el valor de la fuerza electroscópica en cualquier valor de  $x$  del circuito, conociendo las tensiones  $a$  y  $b$ . Ahora bien, si el circuito es aislado completamente, la influencia de la tensión  $b = 0$ , quedando la expresión:

$$u(x) = \frac{1}{2}a \left( \frac{e^{\beta x} - e^{-\beta x}}{e^{\beta(l)} - e^{-\beta(l)}} \right) \dots [16]$$

Ambas expresiones para  $u(x)$  cambian en el caso de que  $\beta = 0$ , lo que indicaría que la influencia de la atmósfera es nula y se tendría el caso 1 como solución, para ambas ecuaciones,  $\beta$  representa la influencia atmosférica y es resultado de una simplificación de otros coeficientes

- *Caso 3. Cuando el circuito no se considera independiente del tiempo y la atmósfera puede o no ejercer influencia sobre él*

Considerando el caso donde el estado estable no sea alcanzable de manera inmediata, como ocurre en el caso de las pilas secas.

El resultado será una función que proporciona el valor de la fuerza electroscópica  $u$ , dependiente de  $x$  y  $t$ , es decir,  $u(x, t)$ , sin embargo, conforme pasa el tiempo, la función se vuelve cada vez menos dependiente del tiempo, hasta el momento de alcanzar su estado permanente, donde ahora sólo dependerá de  $x$ . El resultado que Ohm obtiene es una ecuación que contiene un término constante y una sumatoria que decrece conforme el tiempo incrementa.

$$u = \frac{a}{2l}x + a \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{i\pi}{i^2\pi^2 + l^2} \right) \text{sen} \left( \frac{i\pi(x+l)}{l} \right) e^{-\frac{\chi' i^2 \pi^2 t}{l^2}} \right] \dots [17]$$

En esta expresión, el término que contiene a la sumatoria se vuelve cada vez más pequeño conforme incrementa el tiempo hasta que, en cierto momento, desaparece por completo; que es cuando la fuerza electroscópica ha alcanzado su estado estacionario (o estado estable).

El momento en el que se alcanza dicho estado estable, depende en parte de la capacidad de conducción (conductividad) y la longitud del circuito, tardando más tiempo entre menor sea la capacidad de conducción y más entre mayor sea la longitud; finalmente, la expresión para  $u$  es válida mientras el circuito no sea perturbado por fuerzas externas que lo hagan salir de su estado natural.

De acuerdo con Narasimhan (1999), por medio de experimentos cuidadosamente controlados, Ohm demostró que la corriente galvánica en un circuito se mantenía invariante en el tiempo (el flujo era estable) y que la intensidad de la corriente era directamente proporcional al *voltaje* entre las terminales del conductor en la dirección del flujo de la *corriente* e inversamente proporcional a la resistencia del conductor (a la que Ohm llama *longitud reducida*); la *resistencia* del conductor es dependiente del material y la geometría del conductor, pero independiente de la cantidad de corriente y el voltaje, esto permitió a Ohm encontrar la conexión entre la electrostática y la electrodinámica, considerando la parte electrostática a la carga eléctrica que produce la diferencia de potenciales.

Para Ohm, los resultados matemáticos eran acordes con la naturaleza física del problema que estudiaba, a lo largo de su obra hace mención de la íntima relación existente entre el calor y la electricidad, llegando a mencionar que el comportamiento de los dos tipos de fenómenos es el mismo puesto que, las ecuaciones que modelan el comportamiento de ambos son iguales.

Así mismo, en la expresión matemática obtenida como solución de la ecuación diferencial (en el caso 3), se observa que ésta corresponde con lo que actualmente denominamos serie de Fourier:

$$u = \frac{a}{2l}x + a \left[ \sum_{i=1}^{\infty} \left( \frac{i\pi}{i^2\pi^2 + l^2} \right) \text{sen} \left( \frac{i\pi(x+l)}{l} \right) e^{-\frac{\chi' i^2 \pi^2 t}{l^2}} \right] \dots [18]$$

Que, además, corresponde a un fenómeno con comportamiento periódico y acotado que alcanza una estabilidad cuando el tiempo se vuelve infinito.

Ohm, realiza consideraciones respecto a la naturaleza de la electricidad, entre ellas podemos identificar el uso de expresiones tales como: *el movimiento de la electricidad, el fenómeno eléctrico actúa, la fuerza electroscópica ( $u$ ) que depende de la distancia ( $x$ ) que recorre la electricidad y el tiempo ( $t$ )*, entre otros. Estos argumentos al explicar la naturaleza de la electricidad, dejan ver que Ohm considera la electricidad como una sustancia. Maxwell (1881) menciona que, a pesar de la profundidad y argumentaciones mostradas por Ohm en su libro de 1827: Ohm mantiene a lo largo de su obra que, cuando el potencial eléctrico de un cuerpo se eleva a altos niveles, toda su masa es electrificada, como si la electricidad se comprimiera dentro del cuerpo, lo que lo llevó a utilizar las ecuaciones de Fourier para expresar las leyes de conducción de la electricidad a través de un alambre largo, mucho antes de que se supiera la verdadera razón por la cual es apropiado utilizar dichas ecuaciones. La cita del texto de Maxwell es la siguiente:

*If we had supposed that a body when raised to a high potential becomes electrified throughout its substance as if electricity were compressed into it, we should have arrived at equations of this very form. It is remarkable that Ohm himself, misled by the analogy between electricity and heat, entertained an opinion of this kind, and was thus, by means of an erroneous opinion, led to employ the equations of Fourier to express the true laws of conduction of electricity through a long wire, long before the real reason of the appropriateness of these equations had been suspected*

*(Maxwell, 1881, p. 422-423).<sup>5</sup>*

### *EL FENÓMENO DE LA DIFUSIÓN DE LA ELECTRICIDAD, SEGÚN THOMSON.*

Como menciona Acevedo (2004), los primeros trabajos de Thomson acerca de la electricidad, se orientaban a la búsqueda de analogías matemáticas entre los fenómenos térmicos y eléctricos; la forma de analizar la distribución de la electricidad, el modelo físico de propagación de una partícula hacia otra a través de un medio, la acción a distancia y la representación geométrica del flujo de electricidad son algunas de las analogías matemáticas propuestas por Thomson a través de la comparación tanto matemática como física de los fenómenos.

---

<sup>5</sup> Si supusiéramos que un cuerpo, al ser elevado a altos niveles de potencial [eléctrico], se electrifica de manera total en su sustancia, como si la electricidad se comprimiera dentro de él, habríamos llegado a ecuaciones de esta misma forma. Es notable que el mismo Ohm, engañado por la analogía directa entre la electricidad y el calor, tuviera este tipo de pensamiento, a través del cual, aunque erróneamente pensado, lo llevo a emplear las ecuaciones de Fourier para enunciar las verdaderas leyes de la conducción de electricidad en alambres largos, mucho antes de que la verdadera razón por la cual es válido usarlas fuera incluso sospechada (Maxwell, 1881, p. 422-423, traducción nuestra).

Thomson realizó diversos estudios donde estableció las relaciones existentes entre los fenómenos del calor y la electricidad, tomamos dos de sus artículos: *On the Motion of Heat in Homogeneous Solid Bodies, and its Connexion with the Mathematical Theory of Electricity* (1842; 1872) y *On the Mathematical Theory of Electricity in Equilibrium* (1872), donde identificamos las analogías que Thomson considera para establecer teorías acerca del comportamiento de la electricidad estática y la fuerza de atracción.

En *On the Motion of Heat*, Thomson hace mención de ciertas condiciones donde el calor y la electricidad son fenómenos matemáticamente análogos, estableciendo lo siguiente: si una superficie en un sólido infinito se mantiene a temperatura constante, y si un cuerpo conductor, acotado de manera similar por una superficie, fuera electrificado; el flujo de calor en cualquier punto en el primero, es proporcional a la fuerza de atracción en un punto eléctrico similarmente situado en el segundo, y la dirección del flujo de calor, corresponderá con la dirección de la fuerza de atracción. Así mismo, Thomson menciona lo siguiente:

Corresponding to every problem relative to the distribution of electricity on conductors, or to forces of attraction and repulsion exercised by electrified bodies, there is a problem in the uniform motion of heat which presents the same analytical conditions, and which, therefore, considered mathematically, is the same problem

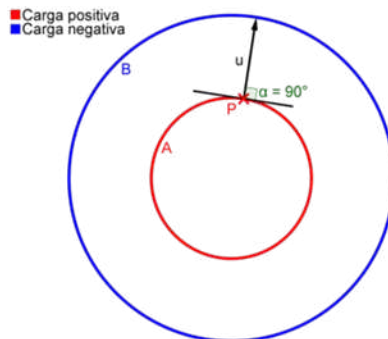
(Thomson, 1872, p. 50).<sup>6</sup>

Relativo a lo anterior, Thomson plantea un problema, donde se consideran dos cuerpos conductores (A y B); A es la carga con una cantidad de electricidad y se aísla del ambiente por medio de B (a modo de carcasa). Entonces, la superficie interna de B se cargará con una cantidad de electricidad igual a la del cuerpo A, pero de tipo contrario, de tal manera que la distribución de la carga eléctrica en B y de la carga eléctrica en A harán que la fuerza de atracción ( $u$ ) resultante en cualquier punto se de en dirección de la normal a la superficie, esto se ilustra en la figura 2.

## Figura 2 – Interpretación del problema de atracción eléctrica de Thomson

---

<sup>6</sup> Correspondiente a todo problema relativo a la distribución de la electricidad en conductores, o a las fuerzas de atracción y repulsión efectuados por cuerpos electrificados, hay un problema en el movimiento uniforme de calor que presenta las mismas condiciones analíticas, y por ello, al considerarlo matemáticamente, es el mismo problema (Thomson, 1872, p. 50, traducción nuestra).



Como el conductor A recibiría fuerzas de atracción de igual magnitud en todas las direcciones, matemáticamente se expresaría como una condición de equilibrio donde el potencial debe ser constante en cualquier punto sobre la superficie de A y cero en cualquier punto sobre la superficie de B; si se considera que A no tiene influencias del exterior, puede suponerse que cualquier punto de la superficie B está muy alejado de A, ahora bien, si el espacio entre las superficies de A y B es un medio dieléctrico (aislante), de acuerdo con el teorema de Coulomb, la intensidad del potencial en cualquier punto de A respecto a B, será igual a la fuerza de atracción dividida entre  $4\pi$ .

Si consideramos ahora el caso, donde el espacio entre A y B es un cuerpo sólido homogéneo y se coloca una fuente de calor en A, existirá una distribución de calor entre los cuerpos, donde A tendrá una temperatura constante, mientras que en B se tendrá una temperatura cero, al igual que el potencial en el caso de la electricidad.

Si se consideran ahora diversos cuerpos cargados con diferentes cantidades, distribuidos en A, o diferentes fuentes de calor igualmente distribuidas en A, el problema es matemáticamente idéntico, de tal forma que la determinación del potencial en el caso eléctrico es igual que la determinación de la temperatura en el caso del calor en cada punto, y la fuerza de atracción es igual que el flujo del calor tanto en dirección como magnitud.

Dado esto, es posible utilizar teoremas determinados por Fourier en la *Theorie Analytique de la Chaleur* para la difusión del calor, como el sustento matemático relativo a la teoría de la electricidad (Thomson, 1872, p. 51-53).

Lo anterior, permite identificar que Thomson utiliza analogías entre los fenómenos físicos, de tal manera que a través de dichas analogías establece equivalencias matemáticas a través de las nociones del estado de equilibrio térmico y el equilibrio electrostático. Interpretamos en los argumentos de Thomson muestran que él considera al flujo de calor y al efecto de la electricidad estática como fenómenos de la misma clase, el pensamiento de la electricidad como sustancia se presenta en la descripción del fenómeno, dando a entender que, el cuerpo electrificado ha sido imbuido con algo que le proporciona dichas características y que, la interacción del cuerpo cargado con otros cuerpos a su alrededor provoca que en ellos se muestren las características eléctricas.



*EL FENÓMENO DE LA DIFUSIÓN DE LA ELECTRICIDAD, SEGÚN MAXWELL.*

James Clerk Maxwell escribió un tratado formado por dos volúmenes, acerca de la relación existente entre la electricidad y el magnetismo, titulado *A Treatise on Electricity and Magnetism*, su intención era que el tratado se utilizara como un libro de texto en la universidad de Cambridge, en él utiliza las teorías que se gestaron a lo largo de los años, entre ellas se pueden encontrar a Green, Faraday, Ohm, Laplace, Hamilton, Thomson, Fourier, entre otros.

El primer volumen del tratado describe las características de los *fenómenos electromagnéticos*, cómo estos están sujetos a ser medidos cuantitativamente y cuáles son las relaciones matemáticas existentes de las cantidades medidas, en él, Maxwell dedica especial atención a la relación existente entre la matemática y la dinámica, de manera que sea a la luz de dicha ciencia como se aclaren y expliquen los fenómenos electromagnéticos, el tratado completo fue revisado y publicado en una segunda edición por los colegas de Maxwell en Cambridge en 1881, puesto que él murió antes de terminar de revisarlo.

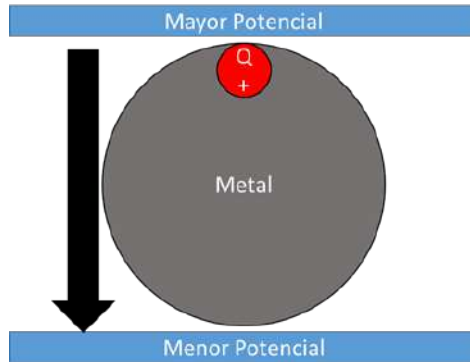
En este tratado, Maxwell establece ciertas características del fenómeno electrostático, entre los que se destacan:

- La carga eléctrica de un cuerpo o sistema de cuerpos se mantiene constante, a menos que reciban electricidad de otros cuerpos, es decir, la carga eléctrica es constante siempre que el cuerpo electrificado se encuentre perfectamente aislado (Maxwell, 1881, p. 35).
- Cuando existe electrificación por *conducción*, la carga total se mantiene constante, pues un cuerpo gana tanta *electricidad positiva* como el otro gana *electricidad negativa* (Maxwell, 1881, p. 36).
- Si se realiza una electrificación por *fricción*, se genera tanta electricidad positiva como negativa (Maxwell, 1881, p. 36).
- La electricidad es una cantidad física medible, donde la totalidad de las cargas positivas o negativas de los cuerpos es igual a la suma algebraica de todas ellas, además de poder ser descrita cualitativamente (Maxwell, 1881, p. 36-37).
- A pesar de ser una cantidad física medible y describible, no es posible asegurar que sea una sustancia o manifestación de energía o bien, que pertenezca a alguna categoría de cantidad física conocida actualmente (hasta 1881) (Maxwell, 1881, p. 37).
- La cantidad de electricidad no es una manifestación de energía, como si lo es el calor, esto es, porque la *energía* de un sistema de cargas eléctricas se obtiene mediante el producto de la *Cantidad de electricidad* de cada parte y otra cantidad física denominada el *Potencial* (Maxwell, 1881, p. 37).

Maxwell (1881, p. 50), menciona que la electricidad se difunde en un cuerpo conductor, de la siguiente forma: si una carga eléctrica es comunicada a un cuerpo metálico, la electricidad se moverá de manera rápida de los lugares con alto potencial hacia

aquellos con bajo potencial, hasta que todo el potencial del cuerpo sea el mismo; esto se ilustra a través de la figura 3.

**Figura 3 - Cuerpo metálico cargado y la dirección de difusión**



La rapidez con la cual se difunde la electricidad es demasiado efímera para ser observada, pues las dimensiones de las piezas metálicas que se utilizan en experimentos son reducidas en comparación con, por ejemplo, los alambres telegráficos, que son muy delgados y largos, de tal forma que, en ellos, el potencial eléctrico no se vuelve uniforme hasta que ha transcurrido un tiempo considerable, esto es debido principalmente a la *resistencia* al paso de la electricidad que presenta el alambre.

Maxwell, a diferencia de los trabajos experimentales desarrollados por Ohm, menciona que el cambio de condición eléctrica no se da de manera uniforme en todo el cuerpo al mismo tiempo, sino que al cuerpo le toma un intervalo de tiempo muy corto, inobservable, en alcanzar dicho estado al tratarse de materiales conductores, aunado esto a la dimensión de los módulos de laboratorio, comparados con los conductores utilizados en la práctica real (comparación entre las resistencias utilizadas por Ohm en su laboratorio y los alambres telegráficos).

Finalmente, Maxwell establece su analogía entre el calor y la electricidad, tomando como punto de partida dos sistemas geoméricamente iguales (Maxwell, 1881, p. 335):

- La *conductividad de calor* en el primero sea proporcional a la *conductividad eléctrica* del segundo.
- La *temperatura* en cualquier parte del primero sea proporcional al *potencial* en la parte correspondiente del segundo.
- Que el *flujo de calor* de una sección de área del primero sea proporcional al *flujo de electricidad* en el área correspondiente del segundo.
- Con estas condiciones se tendría que, el *flujo de electricidad* corresponde al *flujo de calor*, el *potencial* corresponde a la *temperatura*, y, la electricidad fluye de los lugares

con potencial mayor a aquellos con menor, como ocurre con el calor que fluye de lugares con mayor temperatura hacia aquellos con menor.

La analogía se vislumbra completa, pero, existe una diferencia fundamental entre ambos fenómenos: si se suspende un cuerpo conductor dentro de un recipiente conductor por medio de un hilo de seda (aislante), y se carga el recipiente con electricidad; el *potencial* del recipiente y todo su contenido se incrementará de forma instantánea, pero, ni el recipiente ni su contenido mostraran signos de electrificación, sin importar que tan fuerte o duradera sea la electrificación; mientras que, si la temperatura del recipiente se incrementa, el cuerpo dentro de él también la incrementará, pero de manera gradual, si el cuerpo se saca del recipiente, estará caliente y se mantendrá así hasta que haya irradiado calor durante algún tiempo. Un cuerpo puede calentarse al suministrarle calor, dependiendo de sus características físicas (calor específico), mientras que la cantidad de electricidad puede incrementarse sin necesidad de que sea suministrada de manera externa (Maxwell, 1881, p. 335-336).

A modo de ejemplo, Maxwell describe un experimento: si se toma una placa gruesa de cualquier sustancia y se le suministra calor a una de sus caras, de tal manera que el calor fluya a través de dicha placa incrementando su temperatura y, súbitamente, la cara donde fue suministrado el calor se enfría a la misma temperatura que la cara del lado contrario y se deja sola a la placa, la cara donde originalmente se había suministrado calor se volverá a calentar por conducción desde dentro de la misma (Maxwell, 1881, p. 419).

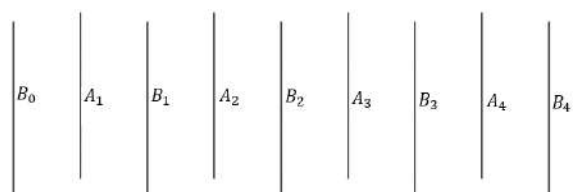
Un fenómeno análogo al mencionado puede producirse en los fenómenos eléctricos, este es el caso de los cables telegráficos, cuyas ecuaciones matemáticas coinciden exactamente con las del calor.

La manera en que Maxwell obtiene la ecuación de difusión de la electricidad es a través de la modelación del alambre de telégrafo transatlántico, a continuación, mostramos la interpretación de su desarrollo (Maxwell, 1881, p. 419-423):

Consideramos una serie de placas conductoras paralelas, separadas por algún material dieléctrico, de tal manera que esto corresponda a la construcción de un conjunto de capacitores.

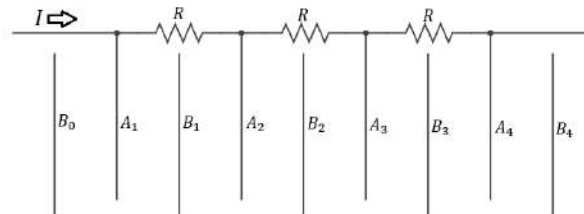
Nombramos  $A_1, A_2, A_3, A_4 \dots$  a las caras conductoras internas y  $B_0, B_1, B_2, B_3, B_4 \dots$  a sus correspondientes caras externas. Esto se muestra en la figura 4.

**Figura 4 – Serie de placas paralelas**



Conectamos  $A_1, A_2, A_3 \dots$  en serie por medio de resistencias de valor  $R$  de modo que pueda existir una corriente eléctrica que fluya a través de ellas de izquierda a derecha; mientras tanto, las caras  $B_0, B_1, B_2 \dots$  se encuentran aisladas del efecto de la electricidad. Esto se muestra en la figura 5.

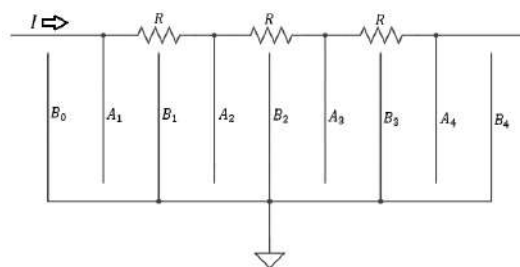
**Figura 5 – Interconexión de capacitores y dirección de flujo eléctrico**



Como la cantidad total de electricidad en todos los lados  $B$  debe permanecer siendo cero, y la electricidad en las caras  $A$  debe ser igual en magnitud, pero opuesta en signo, no existirá electrificación en las superficies y, en consecuencia, no se modificará la corriente eléctrica.

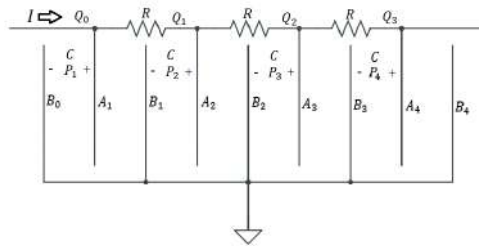
Ahora, conectamos  $B_0, B_1, B_2 \dots$  juntas y posteriormente aterrizadas; entonces el potencial de  $A_1$  será positivo y el de  $B$  será cero, en consecuencia, la placa  $A_1$  se cargará positivamente y la placa  $B_1$  negativamente y así de manera sucesiva en la extensión completa del circuito (ver figura 6).

**Figura 6 – Circuito completo**



Consideremos que la cantidad de carga eléctrica que entra al circuito por la izquierda es  $Q_0$ , y  $Q_1$  la cantidad que pasa por la primera conexión en  $R$ , y así sucesivamente a lo largo del circuito. Así mismo, consideremos los potenciales de las placas  $A_1, A_2, A_3 \dots$  respecto a las placas  $B$  como  $P_1, P_2, P_3 \dots$  y que cada conjunto de placas  $A$  y  $B$  tienen una capacidad eléctrica  $C$  (ver figura 7).

**Figura 7 – Polarización de las placas paralelas del circuito**



La carga presente en cada una de las placas A, corresponderá a la diferencia de la carga que entra y sale de cada conexión, es decir:

$$Q_{A_n} = Q_{n-1} - Q_n \dots [19]$$

Ahora bien, la carga eléctrica en un capacitor es directamente proporcional a la capacitancia y al potencial al que se encuentra sometido, es decir:

$$Q = CP \dots [20]$$

Utilizando las dos relaciones anteriores, se tendrá que la carga de la placa  $A_1$  será:

$$Q_{A_1} = Q_0 - Q_1 \dots [21]$$

$$Q_{A_1} = CP_1 \rightarrow Q_0 - Q_1 = CP_1 \dots [22]$$

De manera similar para la placa  $A_2$ , se tendría  $Q_1 - Q_2 = CP_2$ ; y así sucesivamente para todas las placas del circuito.

Despejando los potenciales de cada ecuación, se tendrían las siguientes equivalencias:

$$P_1 = \frac{(Q_0 - Q_1)}{C}, P_2 = \frac{(Q_1 - Q_2)}{C}, P_3 = \frac{(Q_2 - Q_3)}{C} \dots [23]$$

La Ley de Ohm, indica que, la diferencia de potencial ( $ddP = P_1 - P_2$ ) es proporcional a la corriente y la resistencia eléctricas del circuito:

$$ddP = P_1 - P_2 = RI \dots [24]$$

Así mismo, la corriente eléctrica corresponde al cambio de la carga respecto al tiempo:

$$I = \frac{dQ}{dt} \dots [25]$$

Combinando ambas expresiones, se tendría lo siguiente:

$$P_1 - P_2 = R \frac{dQ}{dt} \dots [26]$$

De este modo, se tendría que la diferencia de potencial vista desde cada resistencia correspondería a:

$$P_1 - P_2 = R \frac{dQ_1}{dt}, P_2 - P_3 = R \frac{dQ_2}{dt} \dots [27]$$

Sustituyendo el valor correspondiente a cada potencial en las ecuaciones anteriores:

$$P_1 - P_2 = R \frac{dQ_1}{dt} \rightarrow \frac{Q_0 - Q_1}{C} - \frac{Q_1 - Q_2}{C} = R \frac{dQ_1}{dt} \dots [28]$$

$$P_2 - P_3 = R \frac{dQ_2}{dt} \rightarrow \frac{Q_1 - Q_2}{C} - \frac{Q_2 - Q_3}{C} = R \frac{dQ_2}{dt} \dots [29]$$

Mediante cierta manipulación algebraica, podemos obtener las siguientes equivalencias:

$$Q_0 - 2Q_1 + Q_2 = RC \frac{dQ_1}{dt} \dots [30]$$

$$Q_1 - 2Q_2 + Q_3 = RC \frac{dQ_2}{dt} \dots [31]$$

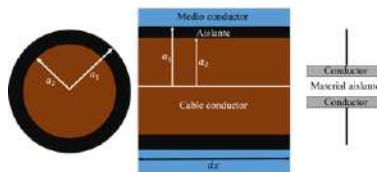
El conjunto de ecuaciones que se obtiene, indica que si existieran un número  $n$  de cantidades  $Q$  de electricidad por determinarse, la ecuación diferencial para encontrar cualquiera de ellas sería lineal y de  $n$ -ésimo orden.

El experimento físico/matemático, así como todas las deducciones y ecuaciones, fueron desarrolladas originalmente por Cromwell Fleetwood Varley y le permitieron simular la acción eléctrica de un cable de 12,000 millas de longitud (alrededor de 19,312 kilómetros) en 1865.

El fundamento detrás de dicho desarrollo es que, un arreglo de capacitores alimentado con una fuerza electromotriz (comenzando por el lado izquierdo), provoca que exista corriente eléctrica en el circuito, primeramente, cargándolos, comenzando en la placa  $A_1$ , de modo que sólo una pequeña parte de la corriente aparece en el extremo derecho después de un tiempo considerable para continuar con el proceso de carga de las placas siguientes. Si se colocaran amperímetros en serie con las resistencias, el efecto de la corriente se observaría de uno en uno, y le tomaría un tiempo prolongado en llegar a las resistencias que se encuentran más alejadas del origen del circuito.

Maxwell, en nuestra interpretación, contextualiza el problema a través del modelo de un cable transatlántico, mediante la consideración de éste como un conductor aislado por un medio dieléctrico de otro conductor, de forma que cada porción del cable es un capacitor, esta equivalencia se ilustra en la figura 8.

**Figura 8 – Equivalencia entre el cable transatlántico (corte frontal y lateral) y un capacitor**



Si consideramos que  $a_1$  y  $a_2$  son los radios externo e interno del aislante y el cable, y  $K$  la capacidad específica para el dieléctrico, la capacidad por cada unidad de longitud

que se considera para el cable estaría dada según la siguiente la ecuación (Maxwell, 1881, p. 176).

$$C = \frac{K}{2 \text{Log} \left( \frac{a_1}{a_2} \right)} \dots [32]$$

Si ahora, se considera a  $v$  el potencial en cualquier punto del cable, y se considera que todas las secciones en las que se divide el cable son iguales;  $Q$  corresponde a la cantidad total de electricidad que atravesó una sección del cable desde que la corriente comenzó a fluir, de aquí, la cantidad que atravesó el cable durante el tiempo  $t$  entre las secciones ubicadas entre  $x$  y  $x + \delta x$ , será:

$$Q - \left( Q + \frac{dQ}{dx} \delta x \right) = - \frac{dQ}{dx} \delta x \dots [33]$$

Donde, recordando la expresión  $Q = CE$ , se tendría,

$$- \frac{dQ}{dx} = Cv \dots [34]$$

Además, se sabe que la componente de la fuerza electromotriz  $v$  para el eje  $x$ , corresponde a  $\mathcal{X} = - \frac{dv}{dx}$ , y, por la Ley de Ohm, este corresponde a:

$$- \frac{dv}{dx} = k \frac{dQ}{dt} \dots [35]$$

Donde  $k$  es la resistencia de la sección del cable y  $\frac{dQ}{dt}$  la fuerza de la corriente eléctrica.

Despejando  $dQ$  de las ecuaciones [34] y [35], se obtienen dos expresiones

$$dQ = -Cvdx \dots [36]$$

$$dQ = - \frac{1}{k} \frac{dv}{dx} dt \dots [37]$$

Estas dos expresiones, al combinarse, permiten obtener una ecuación diferencial, cuya estructura es similar a la ecuación de difusión del calor.

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{kC} \frac{d^2v}{dx^2} \dots [38]$$

Esta ecuación, permite encontrar el valor del potencial en cualquier instante de tiempo y en cualquier punto sobre la longitud del cable; en su estructura, es análoga a la que utilizó Fourier para determinar la temperatura en cualquier punto de un estrato a través del cual fluye el calor en dirección normal al mismo  $\left( \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{K}{CD} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \right)$ . En esta ecuación,  $C$  representa a la capacidad eléctrica por unidad de volumen (lo que Fourier denota como  $CD$ ) y  $\frac{1}{k}$  representa a la conductividad.

Ahora bien, si el aislamiento del cable no es perfecto,  $k_1$  representaría a la resistencia de la sección del cable en dirección radial al aislante; en este caso, existiría una fuga de electricidad hacia el exterior. Si  $\rho_1$  corresponde a la resistencia específica del aislante, se tendría que la resistencia  $k_1$  sería:

$$k_1 = \frac{1}{2\pi} \rho_1 \ln\left(\frac{a_1}{a_2}\right) \dots [39]$$

La ecuación  $\frac{dv}{dt} = \frac{1}{kC} \frac{d^2v}{dx^2}$ , ya no sería válida en dicho caso, puesto que la electricidad no sólo se carga el cable (con la cantidad representada por  $Cv$ ), sino que una parte escaparía a razón de  $\frac{v}{k_1}$ , por lo que la razón del gasto de electricidad sería:

$$\frac{d^2Q}{dxdt} = C \frac{dv}{dt} + \frac{1}{k_1} v \dots [40]$$

Esta ecuación, en conjunto con la Ley de Ohm  $\left(-\frac{dv}{dx} = k \frac{dQ}{dt}\right)$ , permite obtener:

$$C \frac{dv}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{k_1} v \dots [41]$$

Esta última ecuación, corresponde con las obtenidas por Ohm y Fourier, [11] y [12] respectivamente, de la que Maxwell menciona lo siguiente:

This is the partial differential equation which must be solved in order to obtain the potential at any instant at any point of the cable. It is identical with that which Fourier gives to determine the temperature at any point of a stratum through which heat is flowing in a direction normal to the stratum. In the case of heat  $c$  represents the capacity of unit of volume, or what Fourier denotes by  $CD$ , and  $k$  represents the reciprocal of the conductivity

(Maxwell, 1881, p.422).<sup>7</sup>

### COMPARACIÓN DE LAS ECUACIONES DE OHM Y MAXWELL

A continuación, se presenta una tabla comparativa (tabla I) entre el trabajo de Ohm y Maxwell, donde tomamos como elementos: las consideraciones teóricas y sustento matemático de la obra (la racionalidad de los autores), la analogía desarrollada (de manera sucinta) y la ecuación diferencial que obtienen al final del desarrollo matemático. Para esta

<sup>7</sup> Esta es la ecuación diferencial parcial que debe resolverse para encontrar el potencial en cualquier instante y cualquier punto del cable. Es idéntica a la que Fourier utiliza para encontrar la temperatura de cualquier punto en un estrato a través del cual hay flujo de calor. Para este caso,  $c$  [en 41] corresponde a la capacidad por unidad de volumen, la cual Fourier denota como  $CD$  y  $k$  representa al recíproco de la conductividad (Maxwell, 1881, p. 422, traducción nuestra).



comparación, no se consideró el trabajo de Thomson, debido a que no muestra una ecuación diferencial que tenga la misma estructura.

**Tabla I - Comparación entre las ecuaciones de Ohm y Maxwell respecto a la difusión de la electricidad**

	Ohm	Maxwell
<b>Consideraciones teóricas</b>	Basado en tres leyes: la electricidad se transmite de una partícula a la que está inmediatamente al lado de ella, no hay escape de electricidad a la atmósfera y cuando dos cuerpos conductores desiguales se unen en un punto, en dicho punto se da una diferencia de potencial.	Basado principalmente en los descubrimientos y experimentos desarrollados por Faraday, Green, Ohm y Thomson, particularmente en lo relacionado con la electrostática.  Advierte no dejarse llevar por la analogía directa entre los fenómenos térmicos y eléctricos.
<b>Sustento matemático</b>	Utilizó nociones del cálculo infinitesimal y las posturas de Laplace respecto a la acción de cuerpos a distancias de orden superior.	Utilizó nociones del cálculo vectorial y de cuaterniones, principalmente al momento de mostrar sus resultados como fórmulas.
<b>Analogía</b>	El calor es igual a la electricidad, pues la temperatura es correspondiente a la fuerza electroscópica y el flujo de calor a la corriente eléctrica, esto es porque los dos fenómenos tienen un comportamiento similar y existe un cierto coeficiente $\gamma$ análogo a la capacidad calorífica de los cuerpos.	El calor y la electricidad son parecidos, en uno la temperatura es correspondiente al voltaje, el flujo de calor es correspondiente al flujo de electricidad, y la conductividad del calor corresponde a la conductividad eléctrica y, finalmente la electricidad fluye de los lugares con potencial mayor a aquellos con menor, como ocurre con el calor que fluye de lugares con mayor temperatura hacia aquellos con menor.  La diferencia entre ambos fenómenos consiste en que, un cuerpo puede absorber o emitir calor, mientras que no ocurre algo equivalente en el caso de la electrificación.
<b>Ecuación obtenida</b>	$\gamma \frac{du}{dt} = \chi \frac{d^2u}{dx^2} - \frac{bc}{\omega} u$	$C \frac{dv}{dt} = \frac{1}{k} \frac{d^2v}{dx^2} - \frac{1}{k_1} v$

Nota: Fuente: Elaboración propia (2017)

Cómo puede observarse, Ohm y Maxwell utilizan una analogía para explicar el fenómeno de la difusión de la electricidad, por medio del fenómeno de *propagación del calor*, su resultado es un modelo matemático que corresponde a la ecuación de Fourier.

En el caso de Ohm, este tiene la idea de una analogía material y sustancial directa, pues considera que los dos fenómenos son similares físicamente, dado que en la electricidad, las cantidades físicas que la definen corresponden con las del calor, como es el caso de fuerza electromotriz con la temperatura y la corriente eléctrica con el flujo de calor, en su obra, Ohm formaliza su analogía y obtiene una ecuación que le permite estudiar los distintos casos de la difusión de la electricidad al hacer ciertas consideraciones específicas para cada uno de ellos.

Ahora bien, Maxwell, comienza con el establecimiento de una analogía material más formalizada cuidando de no sustancializarla (como lo podemos ver en la sección *El fenómeno de la difusión de la electricidad, según Maxwell*), pues tiene mayores bases teóricas y empíricas que le permiten establecer las relaciones entre la electricidad y el calor. Establece que el voltaje es análogo con la temperatura, la corriente eléctrica es análoga con el flujo de calor, la capacidad eléctrica es análoga con la capacidad calorífica y sólo depende del material; sin embargo, también menciona que Ohm tiene un error conceptual al considerar a la electricidad como una sustancia al establecer la analogía directa con el calor, pues los dos fenómenos tienen diferente comportamiento bajo ciertas circunstancias:

- El *fenómeno de absorción*, que indica que un cuerpo puede absorber calor de su entorno y de este modo modificar su temperatura, o bien irradiar calor a su entorno y modificar la temperatura de los cuerpos a su alrededor; esto no puede realizarse en fenómenos eléctricos, pues un cuerpo no puede ganar electricidad por sí mismo
- Un cuerpo cargado puede permanecer cargado eléctricamente de manera indefinida, mientras que un cuerpo a una cierta temperatura tenderá a perder calor hasta alcanzar el equilibrio térmico con su entorno.

Estas dos diferencias entre los fenómenos las identifica Maxwell, e indica que la *capacitancia* (el coeficiente  $C$  de la ecuación [41]) es el parámetro ( $\gamma$  en la ecuación [11]) del cual Ohm no pudo comprobar su existencia en su trabajo de laboratorio.

Maxwell a través de un modelo para el cable transatlántico, indica que es parecido a un capacitor (ver figura 8), donde la capacitancia es análoga a la capacidad calorífica. La capacitancia  $C$  corresponde con el coeficiente  $\gamma$  que Ohm no pudo establecer en su trabajo, dado que los conductores no poseen capacitancia; además, Maxwell determinó que la analogía establecida en su trabajo sólo es válida cuando se considera al calor y la corriente eléctrica en estado estacionario.

#### *LAS ANALOGÍAS EMPLEADAS POR OHM, THOMSON Y MAXWELL, ELEMENTOS Y SIGNIFICADOS QUE PUEDEN IDENTIFICARSE EN ELLAS*

En la construcción de las analogías de los tres científicos mostradas en los apartados anteriores, pueden identificarse ciertas características del pensamiento propio del siglo XIX. Según reportan Furió y Guisasola (1997), en esa época, la electricidad era considerada como una sustancia que entraba a un cuerpo cuando éste era sometido a un proceso de fricción, esto se debía a la influencia del paradigma newtoniano que les atribuían una naturaleza sustancial a los fenómenos físicos, entre ellos el calor y la electricidad. Velazco y Salinas (2000), reportan que las primeras explicaciones acerca del comportamiento de la electricidad se dieron a través de la teoría de los fluidos eléctricos, siendo una de las primeras la teorización acerca de la existencia de dos tipos de electricidad (*vítrea* y *resinosa*), esta noción actualmente se relaciona con el concepto de carga eléctrica.

Ohm, a través de diversos experimentos empíricos descubrió el efecto de conectar un número de celdas voltaicas en serie en un circuito, donde la corriente resultaba ser proporcional al número de celdas cuando la resistencia externa era muy grande; a través de su teorización, pretendía combinar sus resultados y todos los resultados conocidos previamente en una teoría consistente para los fenómenos donde se manifiesta una corriente eléctrica (Whittaker, 1973).

Lo anterior, lo podemos comprobar en el texto de Ohm, citando:

Ich übergebe hiermit dem Publikum eine Theorie der galvanischen Elektrizität, als einen speziellen Theil der allgemeinen Elektrizitätslehre, und werde nach und nach, so wie gerade Zeit und Lust und Boden es gestatten, mehr solcher Stücke zu einem Ganzen an einander reihen, vorausgesetzt, dass der Werth dieser ersten Ausbeute einigermaßen den Opfern, die sie mir kostet, die Wage hält

(Ohm, 1827, p. 1)<sup>8</sup>.

Ohm decidió optar por la idea de comparar el flujo de la electricidad (la corriente) con el flujo de calor a lo largo de un alambre, teoría conocida por los físicos desde 1822 con la publicación del trabajo de Fourier, citando el texto de Ohm:

Was dieses erste Gesetz betrifft, so bin ich von der Annahme ausgegangen, dals die Mittheilung der Elektrizität von einem Körperelemente nur zu dem ihm zunächst liegenden auf eine unmittelbare Weise erfolge, so dals von jenem Elemente zu jedem andern entfernter liegenden kein unmittelbarer Uebergang Statt findet. Die Gröfse des Ueberanges zwischen zwei zunächst beisammen liegenden Elementen habe ich unter übrigen gleichem Umständen dem Unterschiede der in beiden Elementen befindlichen elektrischen Kräfte proportional gesetzt, gleichwie in der Wärmelehre der Wärmeübergang zwischen zwei Körperelementen dem Unterschiede ihrer Temperaturen proportional genommen wird

(Ohm, 1827, p. 2-3).<sup>9</sup>

De lo anterior, se desprende que Ohm considera que la comunicación de la electricidad se realiza de una partícula a la inmediatamente adyacente, de modo que no existe transición (flujo) de esa partícula a otra que se encuentre a una distancia mayor. Además de comparar que la magnitud del flujo entre dos partículas adyacentes es proporcional a la diferencia de las fuerzas eléctricas existentes en ambas, indicando que es

---

<sup>8</sup> He aquí que me permito mostrar al público una teoría acerca de la electricidad galvánica, como parte especial de una teoría general de la electricidad, que al mismo tiempo permite acomodar las piezas para crear un todo con todas ellas (Ohm, 1827, p. 1, traducción nuestra).

<sup>9</sup> En una primera ley, supongo que la comunicación de electricidad se efectúa sólo de una partícula a la adyacente a ella, sin que haya comunicación con una más alejada. La cantidad de dicha transición, considero es proporcional a la diferencia de las fuerzas eléctricas entre ellas, como en la teoría del calor, esta es proporcional a la diferencia de temperaturas (Ohm, 1827, p. 2-3, traducción nuestra).

análogo a lo que ocurre en la teoría del calor, donde el flujo de calórico entre dos partículas se considera proporcional a la diferencia de sus temperaturas.

Thomson (1872), menciona así mismo en sus trabajos que dadas las condiciones analíticas de un problema de equilibrio electrostático, existe al menos un problema de difusión uniforme de calor que es matemáticamente igual, de modo que es posible utilizar la *Theorié Analytique de la Chaleur* como el sustento matemático para la teoría de la electricidad (Thomson, 1872, p. 51-53).

En sus trabajos, Thomson emplea la analogías físicas y matemáticas para explicar el comportamiento de la distribución de fuentes de calor y fuentes de electricidad. En una de las principales comparaciones presente en *On the Motion of Heat* (Thomson, 1842), indica que la temperatura  $v$  producida por una sola fuente de calor, en un punto ubicado a una distancia  $r$  (hablando de superficies isotérmicas), se da por la ecuación:

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{A}{r^2} \dots [42]$$

Lo anterior deja ver que, el pensamiento matemático de Thomson obedece a una consideración física generalizada, conocida como la ley de los inversos cuadrados, y que está relacionada con el paradigma newtoniano.

La solución de esta ecuación es presentada como  $v = \frac{A}{r} + C$ , donde  $A$  es el valor de la fuente de calor y  $C$  la temperatura inicial. Este modelo del comportamiento del calor, corresponde de manera directa con el resultado del primer caso propuesto por Ohm  $u(x) = \frac{\alpha}{l}(x - \lambda) + \alpha$ , además que, en su artículo, Thomson indica las relaciones directas entre la distribución de fuentes y el flujo de calor con la distribución de cargas y la fuerza de atracción eléctrica, sin considerar el medio que rodea a los cuerpos; esto muestra que la forma de pensamiento de Thomson, respecto a la teoría de la electricidad, se relaciona con el paradigma newtoniano acerca de los fenómenos físicos.

Tanto el paradigma de pensamiento newtoniano, como el de los fluidos eléctricos son confrontados por Maxwell en su tratado de 1881; esto lo identificamos en sus siguientes argumentaciones:

- Si se realiza una electrificación por fricción, se genera tanta electricidad positiva como negativa, la cual es cuantificable, sin embargo, a pesar de ser una cantidad física medible y describible, no es posible asegurar que sea una sustancia o manifestación de energía o bien, que pertenezca a alguna categoría de cantidad física conocida actualmente (hasta 1881), pero, hasta el momento, lo que se ha logrado comprobar es que la carga eléctrica no puede ser creada ni destruida, y que si en una superficie cerrada se detecta que la carga aumenta o disminuye, quiere decir que la misma cantidad ha salido o entrado a la superficie; esto en cambio, no ocurre con el calor, puesto que este puede incrementar o disminuir en una superficie cerrada sin que salga o entre calor en ella, por medio de la transformación de calor en energía o energía en calor (Maxwell, 1881, p. 35-41).

- En el caso del fenómeno de difusión de electricidad en cuerpos conductores, la rapidez con la cual se difunde es demasiado efímera para ser observada, el cambio de condición eléctrica no se da de manera uniforme en todo el cuerpo al mismo tiempo, sino que al cuerpo le toma un intervalo de tiempo muy corto, inobservable, en alcanzar el estado de electrificación al tratarse de materiales conductores, aunado esto a la dimensión de los módulos de laboratorio, que son muy pequeños cuando los comparamos con los conductores utilizados en la práctica real (hablando de su contexto en el estudio de los alambres transatlánticos) (Maxwell, 1881, p. 50).

En los dos párrafos anteriores, observamos que Maxwell confronta tanto las ideas del paradigma newtoniano y las consideraciones de la carga eléctrica como una sustancia o fluido. En primer punto, Maxwell indica que la acción de electrificación no es instantánea, sino que las condiciones del experimento lo aparentan, lo que llevó a afirmar que *Ohm se engañó a sí mismo con su analogía* (Maxwell, 1881, p. 422). En segundo punto, menciona que la manifestación de la electricidad como carga eléctrica es de naturaleza cuantificable, física, pero que no corresponde con una sustancia ni a ninguna categoría de cantidad física conocida en su época.

Otros argumentos que observamos en el trabajo de Maxwell (1881, p. 64) son: el comportamiento de la electricidad es *parecido* al de un fluido incompresible, dado que la cantidad que está en movimiento es constante; existe energía dada una electrificación, esta energía es almacenada en un medio dieléctrico que rodee al cuerpo electrificado; la energía almacenada es energía potencial y se manifiesta como una polarización; la electricidad no es una manifestación de la energía, ni una sustancia, por lo que, al utilizar analogías con otras ramas de la física, se debe tener cuidado de no tratar a la electricidad como alguno de ellos.

Así mismo, Maxwell enuncia en su libro:

In most theories on the subject, Electricity is treated as a substance, but inasmuch as there are two kinds of electrification which, being combined, annul each other, and since we cannot conceive of two substances annulling each other, a distinction has been drawn between Free Electricity and Combined Electricity

(Maxwell, 1881, p. 38).<sup>10</sup>

Estos elementos y confrontaciones de la obra de Maxwell con dejan ver que su noción de carga eléctrica y de la electricidad en general, ya no se relacionan de manera tan marcada con una *corriente de pensamiento* a la que Bachelard (2000) nombra *Pensamiento Sustancialista* (PS). este tipo de pensamiento le da prioridad a la intuición directa obtenida a través de los sentidos y no permite el correcto desarrollo del pensamiento científico, esto es; lo perceptible por los sentidos es un obstáculo para la creación de nueva ciencia, pues la

---

<sup>10</sup> En la mayoría de las teorías acerca del tema, la electricidad es tratada como una sustancia, pero, en cuanto a que existen dos tipos de electricidad que, al combinarse, se anulan una a la otra, no podemos concebir la existencia de dos sustancias que se anulen entre ellas, por lo que consideraremos una distinción entre electricidad libre y electricidad combinada (Maxwell, 1881, p. 38, traducción nuestra).

seducción sustancialista hace que se le dé un carácter de sustancia a cosas que no lo son, por ejemplo: olor, sabor, sentido, visión y sonido (Bachelard, 2000, p. 115-153).

El PS es considerado, desde la postura de Bachelard, como un *Obstáculo Epistemológico* (OE), un elemento psicológico que impide el aprendizaje y se origina cuando un aprendiz se enfrenta a una nueva realidad, donde su conocimiento previo no permite la evolución a un conocimiento nuevo, el OE debe confrontarse de manera que el conocimiento evolucione.

## DISCUSIÓN

Guisasola, Montero y Fernández (2005), reportan que durante el siglo XIX, la electrostática era el único foco de interés de los estudios de electricistas, y la electrodinámica era una rama separada conocida como galvanismo, principalmente debido al comportamiento experimental distinto de ambas, un ejemplo era que una electrocución con cargas estáticas era momentánea, mientras que con electricidad galvánica era continua, como si se tratara del efecto de una especie de ácido que recorre el cuerpo de quien experimenta dicha electrocución, distinto al fluido eléctrico de las cargas, además que, la electricidad galvánica no es medible con un electrómetro, mientras que la estática sí. Esto permite notar que, en esa época, la carga eléctrica no sólo era considerada una sustancia, sino que sus distintas formas de presentarse eran diferentes sustancias con efectos disímiles.

El considerar a la carga eléctrica y a sus efectos como una sustancia se presenta en la didáctica actual, Melo y Cañada (2016) realizaron una investigación con un grupo de estudiantes y su profesora, en ella, observaron que los estudiantes tienen la concepción de la carga como una sustancia, y que la electrificación y la corriente eléctrica son causadas indistintamente por protones y electrones en un circuito, esto lo observaron los investigadores por medio de grabaciones de las sesiones de clases y los argumentos expresados por escrito en encuestas de preguntas abiertas que fueron aplicadas a los estudiantes.

Así mismo, Zubimendi y Ceberio (2005), mencionan que, para los estudiantes, la carga que adquiere un cuerpo depende de las dimensiones de dicho cuerpo, por ejemplo; en una de las respuestas dadas por un estudiante en un cuestionario, este declara que: “se cargará [el cuerpo] hasta que la carga en ambos cuerpos sea la misma o el cuerpo se llene” (Zubimendi y Ceberio, 2005, p. 3). Los autores señalan que un 27%-29% de los estudiantes entrevistados aseguraban que un cuerpo aislante no podía ser cargado con electricidad por ningún método, de igual modo, los estudiantes consideraban a la capacidad eléctrica como una medida de su facilidad para conducir electricidad y no para almacenarla.

La concepción de la electricidad como una sustancia está presente en la génesis de las ciencias eléctricas, esta concepción está ligada a un OE descrito por Bachelard (2000), el PS. Los estudiantes de ingeniería electrónica no están exentos de presentar pensamiento sustancialista, evidenciado en las investigaciones de Guisasola, Montero y Fernández (2005), Melo y Cañada (2016), Velazco y Salinas (2000), entre otros.

El uso de analogías en el desarrollo de la electricidad como una ciencia ha estado presente como una herramienta para establecer modelos que permiten explicar qué sucede con la electricidad y su comportamiento, sin embargo, dichas analogías como medio de construcción son ignoradas en el ámbito escolar, esto puede evidenciarse en investigaciones en didáctica de la ingeniería, física y matemáticas como las mencionadas anteriormente.

Además, como hemos mostrado a lo largo del presente escrito, existe una corriente de pensamiento sustancial en el desarrollo de la electricidad a través de su historia, esto lo observamos por los argumentos Ohm y Thomson al explicar el comportamiento de los fenómenos eléctricos. Maxwell da ciertos indicios de confrontaciones con el PS, de manera que desarrolla una teoría que, si bien, se basa en el uso de analogías con el calor, tiene el cuidado de prestar atención a las diferencias entre ambos fenómenos y de no darle características de sustancias a los fenómenos eléctricos.

Identificamos que estos elementos de confrontación y el OE del PS, pueden aportar significados para caracterizar las nociones del estado estable en circuitos eléctricos, a través del uso de la analogía entre el calor y la electricidad, y una reconstrucción artificial de las argumentaciones de los científicos del siglo XIX, de tal manera que los estudiantes sean confrontados con el obstáculo del PS.

## REFERENCIAS

- Artigue, M. (2015). Perspectives on Design Research: The Case of Didactical Engineering. En A. Bikner-Ahsbahr, C. Knipping y N. Presmeg (Eds.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education. Examples of Methodology and Methods*. 467-496. Estados Unidos: Springer.
- Bachelard, G. (2000). *La formación del espíritu científico*. Argentina, México: Siglo XXI.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría Socioepistemológica de la Matemática Educativa. Estudios sobre construcción social del conocimiento*. España: Gedisa.
- Cantoral, R., Farfán, R., Lezama, J. y Martínez-Sierra, G. (2006). Socioepistemología y representación: algunos ejemplos. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, (Especial), 83-112.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes, D. (2015). El programa Socioepistemológico de Investigación en Matemática Educativa: El caso de Latinoamérica. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 5-17.
- Cordero, F. (2006). La modellazione e la rappresentazione grafica nell'insegnamento-apprendimento della matematica. *La Matematica e la sua Didattica*, 20(1), 59-79.
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. Argentina: Aique Grupo Editor.
- Farfán, R. (2012). *Socioepistemología y ciencia. El caso del estado estacionario y su matematización*. España: Gedisa.

Fourier, J. (1822). *Theorie Analytique de la Chaleur*, Chez Firmin Didot. Père et Fils. Libraires pour les Mathématiques. L'architecture hydraulique et la marine. Rue Jacob No. 24, Francia: Google Digital Books.

Fuad, Y., de Koning, W. y van der Woude, J. (2001). Pulse-Width Modulated D.C.–D.C. Converters. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 38(1), 54-79.

Furió, C. y Guisasola, J. (1997). Deficiencias epistemológicas en la enseñanza habitual de los conceptos de campo y potencial eléctrico. *Enseñanza de las ciencias*, 15(2), 259-271.

Guisasola, J., Montero, A. y Fernández, M. (2005). Concepciones de futuros profesores de ciencias sobre un concepto «olvidado» en la enseñanza de la electricidad: la fuerza electromotriz. *Enseñanza de las Ciencias*, 23(1), 47–60.

Jenko, M. (2016). Educational Approach to Transient Analysis of Electric Circuits by Simulating Equations. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 53(2), 167-180.

Li, D. y Tymerski, R. (1998). A Comparison of Steady State Methods for Power Electronic Circuits. *29<sup>th</sup> Power Electronics Specialists Conference*.

Mahdavi, J., Emaadi, A., Bellar, M. y Ehsani, M. (1997). Analysis of Power Electronic Converters Using the Generalized State-Space Averaging Approach. *IEEE Transactions on Circuits and Systems. I: Fundamental Theory and Applications*, 44(8), 767-770.

Malyna, D., Duarte, J., Hendrix, M. y van Horck, F. (2004). A Comparison of Methods for Finding Steady-State Solution in Power Electronic Circuits. *4<sup>th</sup> Power Electronics and Motion Control Conference*.

Maxwell, J. (1881). *A Treatise on Electricity and Magnetism volume 1*. Reino Unido: Cambridge University Press.

Melo, L. y Cañada, F. (2016). Conocimiento didáctico del contenido dinámico sobre la carga eléctrica: Un estudio de caso. *Campo Abierto*, 35(1), 133-144.

Montiel, G. (2011). *Construcción de conocimiento trigonométrico. Un estudio Socioepistemológico*. México: Ediciones Díaz de Santos.

Narasimhan, T. (1999). Fourier's heat conduction equation: History, influence, and connections. *Reviews of Geophysics*, 37(1), 151-172. United States of America: University of California, Berkeley.

Ohm, G. (1827). *Die Galvanische Kette Mathematisch Bearbeitet*. Alemania.

Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y Socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en Matemáticas*. España: Gedisa.

Soto, D. y Cantoral, R. (2014). Discurso matemático escolar y exclusión. Una visión Socioepistemológica. *Boletim de Educação Matemática*, 28(50), 1525-1544.

Thomson, W. (1842). On the Motion of Heat in Homogeneous Solid Bodies, and its Connexion with the Mathematical Theory of Electricity. *Cambridge Mathematical Journey*. Reino Unido.

Thomson, W. (1872). *Reprints of Papers on Electricity and Magnetism*. Reino Unido: Macmillan & Co.

Velazco, S. y Salinas, J. (2000). Concepciones sobre fenómenos electromagnéticos sustentadas por estudiantes universitarios: sus semejanzas con ideas elaboradas en el desarrollo histórico del



conocimiento científico del área. En P. García, S. Menna y V. Rodríguez (Eds.), *Epistemología e historia de la ciencia*, 6(6), 476-482. Argentina: Universidad Nacional de Córdoba.

Whittaker, E. (1973). *A history of the Theories of Aether and Electricity. From the Age of Descartes to the Close of the Nineteenth Century*. Irlanda: University of Dublin Press.

Zubimendi, J. y Ceberio, M. (2005). Los procesos de carga eléctrica de cuerpos como instrumento de evaluación en el aprendizaje de la electricidad en estudiantes universitarios. *Enseñanza de las ciencias*, (extra) VII Congreso.