

O TRIPOS DE MATEMÁTICA DE 1842: o percurso da preparação de A. Cayley para a realização desse exame

Kleyton Vinicyus Godoy¹

RESUMO

Arthur Cayley (1821-1895) foi um importante matemático do século XIX que contribuiu principalmente no campo da Teoria das Matrizes, Álgebra e Teoria dos Invariantes. O presente artigo tem por objetivo apresentar brevemente o percurso escolar do matemático até a culminação da realização do exame Tripos de Matemática em 1842. Para isso, faremos uso de duas importantes fontes bibliográficas: Crilly (2006) escreveu a biografia de Arthur Cayley e se apoiou de diversas fontes primárias para detalhar a vida do matemático, portanto, a utilização dessa fonte secundária é indispensável para a descrever a passagem de Cayley desde o *Potticary's School, King's College of London* e por fim, o *Trinity College* da Universidade de Cambridge; a segunda fonte trata-se do editorial de Cambridge de 1843, sendo este a fonte primária que extraímos algumas questões do exame Tripos de Matemática do ano de 1842. Por meio de realizarmos uma tradução da biografia de Arthur Cayley, será possível discutirmos brevemente em relação ao estudo matemático de Cayley nessas instituições e, como resultado, veremos que Cayley obteve a primeira colocação no ano em que realizou o exame Tripos.

Palavras-chave: Arthur Cayley. Tripos de Matemática. Universidade de Cambridge.

ABSTRACT

Arthur Cayley (1821-1895) was an important mathematician of the nineteenth century who contributed mainly in the field of Matrix Theory, Algebra and Theory of Invariants. The aim of this article is to present briefly the scholarly course of the mathematician until the achievement of the Tripos Mathematics exam in 1842. For this, we will use two important bibliographical sources: Crilly (2006) wrote the biography of Arthur Cayley and relied on several primary sources to detail the life of the mathematician, therefore, the use of this secondary source is indispensable to describe the passage of Cayley from Potticary's School, King's College of London and finally Trinity College from Cambridge University; the second source is the Cambridge Editorial of 1843, this being the primary source that we extracted some questions from the Tripos Mathematics exam of the year 1842. By doing a translation of Arthur Cayley's biography, we will be able to briefly describe Cayley's mathematical study at these institutions, and as a result, we will see that Cayley was first placed in the year of the Tripos examination.

Keywords: Arthur Cayley. Mathematical Tripos. University of Cambridge.

¹ Doutorando em Educação Matemática da Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" – UNESP, Campus Rio Claro. E-mail: klegodoy@gmail.com

INTRODUÇÃO

Para os homens, o exame Tripos era o único foco de seu estudo. Afinal, os graduandos competiam tanto para si, a fim de se tornarem Senior Wrangler² e para o prestígio de sua universidade. Eles tinham que enfrentar o olhar da universidade em todos os exames, com a coroação do famoso título "*Senior Wranglership*" como prêmio. A fim de exemplificarmos, podemos utilizar o que Monk (2000) apresenta em seu livro dedicado a Bertrand Russell (1872-1970), em que há uma fala do filósofo que nos dá uma noção de que o ensino de Matemática na Universidade de Cambridge era focada com o propósito³ de que seus alunos obtessem uma boa colocação no exame Tripos:

A necessidade de uma boa discriminação entre as habilidades de diferentes alunos examinados levou à ênfase nos “problemas”, em oposição ao “estudo teórico”. As “provas” que eram dadas para os teoremas da matemática eram um insulto à inteligência lógica. De fato, todo o domínio da matemática era ensinado como um conjunto de habilidades de esperteza, por meio das quais se podiam acumular pontos nos Tripos.

(Russell apud Monk, 2000, p. 17)

Grattan-Guinness (2004) comenta que o status de Senior Wranglership proporcionava o status de “estrela do ano” e aumentavam as chances para obter alguma premiação na Ordem do Mérito⁴ – a obtenção de uma conquista na Ordem do Mérito era um ato de grande reconhecimento em consonância com os ideais da sociedade vitoriana⁵ – além disso, o resultado do exame Tripos era divulgado na imprensa oficial britânica que tinha uma grande circulação entre a nobreza e a burguesia, dessa forma, juntamente do reconhecimento proporcionado, aumentava drasticamente a oportunidade de conseguir uma boa colocação no mercado de trabalho.

Geralmente o Tripos de Matemática se caracterizava pela duração de seis dias contínuos de exame, compreendendo 33 horas de trabalhos escritos. Todos os dias, inclusive sábado, os candidatos sentavam para serem examinados duas horas e meia de manhã e três horas à tarde. Esse exame acontecia na sede do Senado em Londres.

² São os alunos de Cambridge que conquistam graus de primeira classe decorrentes de passar com êxito no exame Tripos de Matemática ao final de sua graduação. Era considerada a maior conquista intelectual na sociedade britânica.

³ Bertrand Russell realizou o exame Tripos de Matemática no ano de 1893.

⁴ De acordo com Galloway (2002), as premiações na Ordem de Mérito podiam conquistadas de três maneiras: 1) As *honras* eram concedidas no reconhecimento de méritos em termos de condecoração e serviços; 2) As *condecorações* eram atribuídas de modo a certificar feitos específicos; 3) E por fim, as *medalhas* que eram conferidas de modo a prestigiar atos de valentia, grande e/ou valioso serviço e/ou boa conduta.

⁵ Período do reinado da Rainha Vitória (1819-1901) que compreendeu os anos de 1837-1901.

Curiosamente, segundo Monk (2000), o nome Tripos foi dado ao exame devido aos examinados se sentarem em um banquinho de três pés durante todo o tempo de duração da prova.

O exame Tripos de Matemática, no século XIX, consistia em questões equilibradas entre a Matemática Pura⁶ (sobre temas como o Cálculo Diferencial e Integral, Geometria Analítica, Álgebra, Aritmética, Geometria) e Matemática Mistas⁷ (que incluía perguntas sobre Óptica, Hidrostática, Astronomia, Mecânica, *Principia* de Newton – um estudo obrigatório para qualquer aluno).

Devido a essa diversidade matemática presente nas questões do Tripos, Warwick (2003) comenta que por conta da exigência do estudo requerido para obter sucesso no exame, o processo de preparação dos candidatos teve grande influência em alguns alunos na continuação dos seus estudos posteriores ao Tripos. Por meio da biografia de Arthur Cayley escrita por Crilly (2006), poderemos ver o quanto da preparação para o exame foi importante para o sucesso de Cayley no Tripos, e se fossemos mais adiante veríamos que a observação de Warwick (2003) faz juz ao notarmos os trabalhos de Cayley após a realização do exame Tripos de Matemática.

ARTHUR CAYLEY

Arthur Cayley era um menino inglês de família de posses. Seu pai Henry Cayley, era “merchant”⁸ e era casado com Maria Antonia. Além de Arthur, o casal teve outros 4 filhos: Sophia (1816-1889), William Henry (1818-1819), Charles Bagot (1823-1883) e Henrietta Caroline (1828-1886). A família de Cayley é de procedência russa e Crilly (2006) aponta que os antepassados de Cayley já possuíam posses e ocuparam posições de destaque na sociedade inglesa desde o século XI.

Crilly (2006) comenta que Henry Cayley (pai) teria conhecido o Reverendo George Brown Francis Potticary durante alguma situação cotidiana, e durante este encontro Potticary teria comentado com o pai de Arthur Cayley sobre um estabelecimento de ensino

⁶ D’Alembert (1717-1783), define no seu *Discours Préliminaire* publicado em 1751, que a Matemática Pura é composta por temas contemplados pela Aritmética e Geometria.

⁷ A Matemática Mista, de acordo com Diderot e D’Alembert (2015) foi dividida em temas abordados pela Mecânica, Astronomia, Óptica, Acústica, Pneumática e Arte de Conjecturar (Probabilidades). Existiram outras classificações para esse termo, entretanto, optamos em utilizar o conceito difundido na época por meio da publicação da *Encyclopédie* entre os anos de 1751 e 1765.

⁸ Podemos entender como Comerciante.

privado que ele administrava, dessa forma, em 1831, tanto Arthur que na época tinha 10 anos e seu irmão mais novo Charles Bagot Cayley, foram matriculados na *Potticary's School*. A escola atendia alunos com idades de 8-15 anos e, tal como acontecia com outras escolas particulares na área, teve como objetivo proporcionar uma educação adequada para os jovens cavalheiros.

Segundo Crilly (2006), Arthur mostrou uma habilidade matemática desde cedo, entretanto, Crilly (2006) comenta que essa afirmação não pode ser concluída a partir do sucesso de provas concretas, pois não encontrou registros escolares suficientes desse período que confirmassem este fato.

Crilly apresenta uma observação de um professor de Matemática de Cayley: “*for sums in Long Division to do while the other little boys were at play*” (Crilly, 2006, p. 17, tradução nossa). Essa nota sugere que Cayley encontrou conforto na companhia dos “números” e a segurança de um mundo atemporal separado de seus colegas de classe e sua autossuficiência por cálculos aritméticos foi se desenvolvendo.

Em seguida, o biógrafo de Cayley comenta que, quando mais tarde na vida, Francis Galton⁹, perguntou a Cayley sobre a origem do seu interesse pela matemática, ele respondeu que “*had an early taste for arithmetic*” e uma parcialidade “*for long-division sums*” (Crilly, 2006, p. 17). Isso é pertinente, pois a divisão longa é um ponto onde a aritmética dá lugar à matemática real e uma atividade lúdica poderia facilmente ter alimentado o embrião matemático de Cayley. Embora a capacidade de realizar cálculos complexos não fazer de uma pessoa um matemático, no caso de Cayley podemos imaginar que a habilidade técnica foi combinada com um agudo senso de mistério e beleza, uma fonte de admiração que permaneceu com ele toda a sua vida. Sem dúvida, seu gosto por este tipo de exercício aritmético foi um fator na determinação de sua futura carreira (Crilly, 2006).

ARTHUR CAYLEY: King's College of London

O *King's* era organizado em duas seções, a Seção Júnior, que oferecia ensino normal de assuntos elementares, e uma distinta Seção Sênior. Os alunos que entravam para a Seção Senior geralmente seria de três formas: a primeira forma eram alunos que

⁹ Francis Galton (1822-1911). Antropólogo e matemático inglês.

entravam para as classes de Literatura Geral e da ciência, esses alunos formaram uma entrada anual de cerca de cento e vinte a cada ano, Cayley era um deles; a segunda forma era ser um estudante de Medicina; a terceira maneira de adentrar nessa Seção eram os casos de estudantes ocasionais, ou seja, alunos que poderiam participar de parte do curso normal de três anos.

A Seção Sênior do *King's College* parecia mais um *College* de Oxford ou Cambridge do que uma escola secundária. Normalmente, um estudante da idade de Cayley entraria no departamento júnior e só passaria para a Seção Sênior com a idade de 16 anos. O regulamento para a entrada na Seção Sênior era bastante rigoroso: "*The Principal will inquire into their attainments and former conduct; and, except in cases of remarkable proficiency, of which he will be the judge, none will be admitted under the age of Sixteen years* (Crilly, 2006, p. 19)". Entretanto, as autoridades reconheceram claramente o incomum desempenho escolar do garoto Cayley e, após comprovarem a sua proficiência, ele foi autorizado a entrar direto para a Seção Sênior com apenas quatorze anos.

O curso regular de três anos na Seção Sênior era composto por: Ensino Religioso, Clássicos Gregos e Latinos, Matemática Pura e Mista, História e Literatura Inglesa, além de estudar uma Linguagem Moderna, se fosse de desejo do aluno. No segundo ano, era possível selecionar alguns outros cursos para ampliar os seus estudos. As opções eram: Filosofia Natural, Astronomia, Filosofia Experimental, Geologia, Química, Botânica e Zoologia (Crilly, 2006).

A Seção Sênior tinha como prática o "ensino professoral", e esse ensino era baseado em textos clássicos e não ir muito além deles, ou seja, focar nos clássicos. Ocupar o cargo de professor no *King's College* no período de 1830 a 1840 não significava que os professores tinham dedicação exclusiva ao colégio. Muitos combinavam suas funções de ensino com outros empregos. Os professores recebiam um salário básico, mas o modo de remuneração era baseada em uma espécie de sistema de bônus, em que uma parte do salário era pago por meio de taxas estudantis. As autoridades escolares tomavam um grande cuidado para que os funcionários contratados fossem anglicanos e ortodoxos. Era obrigatório que os professores pertencessem e participassem da Igreja da Inglaterra. A única exceção eram os professores de Línguas Modernas e aqueles que se especializaram em estudos orientais (Crilly, 2006).

Desde 1831, quando o *King's College* abriu ao público, sempre houve uma cadeira de Matemática. O seu primeiro ocupante, Thomas Grainger Hall (1803-1881),

ficou no cargo durante quase quarenta anos. Hall tinha se formado na Universidade de Cambridge em 1824 como Senior Wrangler, e para os primeiros anos, passou seu tempo em Devon trabalhando como tutor. Em seus primeiros anos, ele também atuou como o professor de História no *King's*. Hall foi principalmente, um escritor de livros matemáticos, mas ele também escreveu artigos. Ele se baseou principalmente na *Encyclopaedia Metropolitana on the calculus of variations and the calculus of differences* para a escrita dos livros didáticos (Crilly, 2006).

Hall parece ter sido um desses valiosos professores de matemática que estão sempre minuciosos, mas não excessivamente pedante. Ele suportou uma carga horária pesada, ensinava matemática para cada uma das turmas dos três anos da Seção Sênior do *King's College* e tinha todas as manhãs da semana ocupadas durante cada um dos três períodos do ano. Quando Cayley entrou na escola, Hall pretendia adotar “todos os ramos da matemática geralmente ensinadas nas universidades, e [como] serão entregues na ordem que pode ser encontrado mais conveniente”. Cayley, assim, recebeu um curso abrangente, semelhante a um nível universitário. No primeiro ano de curso, Hall ensinou os livros de Euclides 1-4, 6, 11 (Linhas, Círculos, Áreas, Figuras Regulares Simples, e Sólidos Geométricos), Princípios de Álgebra, Trigonometria Plana, o uso de Tabelas Logarítmicas e Geometria Descritiva. No segundo ano, acrescentou Seções Cônicas, a aplicação da álgebra à geometria, Trigonometria Esférica e, provavelmente, as três primeiras seções do *Principia* de Newton. O terceiro ano de curso foi reservada para tópicos como Equações Diferenciais e as partes analíticas de Hidrostática, Óptica, e Astronomia (Crilly, 2006).

Dentre os “livros didáticos” de Hall, um que merece uma menção especial é sua obra intitulada *Treatise on the Differential and Integral Calculus*, que foi publicada em 1834 e saiu em uma segunda edição ampliada três anos depois, portanto, a elaboração, redação e ampliação ocorreu durante o período que Cayley participou do colégio. Com novas edições aparecendo mais tarde, mexeu com os jovens alunos que poderiam dominar o seu conteúdo, obviamente, com base na matéria ensinada em suas aulas. A presença de Hall no colégio foi um estímulo ao pensamento matemático. O próprio Hall se beneficiou das reformas de Cambridge na matemática instigadas pela *Sociedade Analítica*¹⁰ e é bastante natural para descobrir que seu livro promulgou as suas opiniões sobre a base de cálculo. Em capítulos posteriores ele lidou com o Teorema de Lagrange, a “pedra”

¹⁰ Fundada em 1812, tinha como objetivo promover o uso de Leibniz ou cálculo analítico em oposição ao cálculo newtoniano.

fundamental do cálculo das operações e que governou a abordagem algébrica para o cálculo que foi a prosperar na Inglaterra por todo o século (Crilly, 2006).

Foi significativo Cayley ter obtido sua introdução a tópicos avançados em uma idade jovem. Além disso, Hall certamente foi uma das poucas pessoas na Inglaterra que iria considerar o ensino desses temas ao nível da escola. Os alunos puderam até mesmo passar a assuntos mais avançados sob sua supervisão. Quando terminou seu livro, ele recomendou-os a estudar o tratado de Lacroix *Differential and Integral Calculus* (1816) e *Collection of Examples* (1820) de George Peacock. Quando Cayley adentrou no *King's College*, coincidiu com o período de maior atividade de Hall em matemática, pois, ele estava em seus trinta e poucos anos e ainda ativo como professor. Em 1845 ele foi nomeado como prebendeiro¹¹ da Catedral de St. Paul, momento esse que significou que as atividades de carreira igreja estavam substituindo seus entusiasmos matemáticos. Na década de 1830, o jovem assistente de Hall e professor universitário em matemática foi o ascético e bem-intencionado John Allen. Enquanto Hall foi o professor, Allen acessorava os estímulos matemáticos (Crilly, 2006).

De Thomas Hall, e, possivelmente, de John Allen, Arthur teria ganho mais do que uma apreciação elementar de Euclides. Os temas que Hall ensinou no *King's College* eram geralmente ensinados em Oxford e Cambridge. Em Eton, uma escola pública de liderança, a matemática não era obrigatória até 1837, enquanto antes desse tempo, o ensino de matemática era praticamente inexistente. Em Harrow, outra das principais escolas públicas da Inglaterra, no ano de 1837, todos os meninos tinham que estudar Euclides, em certa medida, mas nas duas horas por semana atribuído à matemática do ensino, dificilmente iam além da aritmética, um pouco de álgebra, e o mínimo de Euclides, apesar da presença do jovem escritor de livros de matemática elementar John William Colenso (1814-1883), na equipe a partir de 1838 até 1842. Mesmo mais tarde, em 1867, apenas três horas por semana foram dedicados ao estudo da matemática nessas escolas, e a matemática estudada estava em uma posição inferior em relação às escolas clássicas (Crilly, 2006).

No *King's College* a preparação dos alunos em relação à matemática era um objeto essencial para preparação de seus alunos para entrarem na graduação em Cambridge. Em Londres, tanto o *King's College* e o “*Godless*” *University College*, que na época tinha Augustus De Morgan (1806-1871) à frente da matemática, eram apontados como os ambientes mais favoráveis para o estudo de matemática na Inglaterra. Com De

¹¹ Aquele que arrematava as prebendas ou as rendas de um bispado.

Morgan, Cayley poderia ter estudado matemática mais pura, mas o seu curso no *King's College* envolveu uma proporção substancial de “Matemática Mista” – a aplicação da matemática a problemas físicos (Crilly, 2006).

ARTHUR CAYLEY: Trinity College

Em Outubro de 1838, Arthur Cayley passou a residir no *Trinity College*, em Cambridge. Ele estava prestes a embarcar em tão brilhante carreira acadêmica de graduação como qualquer estudante em Cambridge, durante o século XIX. Devido seus dons apresentados durante seus estudos no *King's College*, em Londres, Cayley provavelmente já era conhecido com antecedência antes de sua entrada no *Trinity College*, pois, os laços entre essas duas instituições anglicanas eram fortes (Crilly, 2006).

Em seu primeiro ano na universidade, Cayley teve como tutor George Peacock (1791-1858). Atuando como professor de matemática no *Trinity* desde 1815 e tutor universitário a partir de 1823, Peacock forneceu uma ligação entre o *King's College* e o *Trinity College*. Além de Peacock, Thomas Thorp (1797-1878) e William Whewell (1794-1866), também estavam responsáveis pela tutoria de Arthur Cayley. Os tutores atuavam como uma espécie de “pai”, eles davam orientações gerais e cuidavam dos assuntos financeiros de seus alunos, além de serem responsáveis pela supervisão da matrícula (Crilly, 2006).

As aulas na universidade tinha uma quantidade contendo um máximo de quarenta alunos. A rotina dos calouros era vagarosa: as aulas ocorriam durante algumas horas da manhã, após as quais, iam visitar seus professores tutores. Em seguida, almoço e uma caminhada longa, estendendo até o "Grantchester Grind¹²", onde passavam um determinado tempo. Durante às 15:00, na sala de jantar, os alunos socializavam entre si, até a hora do jantar. Além desses períodos, os estudantes também culminavam passar as suas noites estudando (Crilly, 2006).

Em relação aos estudos matemáticos, Cayley iniciava um curso que duraria dez termos e culminaria em seis dias de exames no Senado. Claramente, um prazo mais longo que o curso normal de três anos para o grau ordinário. A peculiaridade da matemática no currículo em Cambridge, neste momento, e ao longo do século, era que ele não foi

¹² Um vilarejo que abrigava a maioria dos professores ativos e aposentados de Cambridge.

ensinado a fim de fornecer uma base para futuros estudos sobre o assunto. Não houve concepção do sujeito como aquele que deve ser envolvido com a formação dos futuros trabalhadores científicos em matemática, muito menos futuras matemáticas. A matemática foi incutida como treinamento para a mente. De acordo com essa crença firmemente defendida, a matemática infundiu o espírito de força e disciplina e era o caráter de formação. Temas baseados matematicamente, como a Lógica, Aritmética, Geometria e Astronomia tinha tradicionalmente formado o currículo medieval: a matemática continua a ser apropriada para a educação de um “cavalheiro” quando Cayley foi para a Universidade (Crilly, 2006).

Matemática foi tema em Cambridge em meados do século XVIII, quando o grau de matemática moderna surgiu, era o único caminho para uma licenciatura até a década de 1820, quando o grau de estudos clássicos tornou-se uma opção. Remanescentes do velho sistema permaneceram e os candidatos eram obrigados a estudar matemática a nível de honras e alcançar o status “Optime Junior” no exame Tripos de matemática antes de prosseguir para os Tripos clássicos. Muitos tiveram seus estudos bloqueados por não passarem neste requisito. Sucesso ou fracasso para apreciar matemática, então como agora, depende, em grande medida, do professor, sentado diante de William Whewell, um de seus tutores, seria uma experiência muito diferente do que com Peacock liderando o caminho (Crilly, 2006).

Em sua juventude, George Peacock tinha sido um membro da influente *Sociedade Analítica* em Cambridge e tinha reconhecido a influência que um professor universitário poderia exercer. Na causa de aumentar o amor da ciência e da matemática, ele prometeu usar este poder. Como um reformador ardente em seus primeiros anos, ele mostrou sua habilidade como um pensador matemático independente. Seu trabalho em álgebra levou ao conceito mais amplo do assunto do que o confinado à representação de "quantidade" por símbolos. Em seu *Treatise on Algebra* (1830), os alunos foram orientados, nos "*principles of symbolic calculation*". No ano que Cayley ingressou em Cambridge, Peacock estava no ponto de codificar ainda mais essas ideias. Embora ocupado com isso, sua carreira acadêmica e profissional da igreja foram avançando. Ele havia sido nomeado Professor Lowndeano¹³ em 1837 e Deão¹⁴ da Catedral de Ely em 1839, mas no primeiro ano de Cayley, ele foi a porta de entrada em estudos matemáticos do jovem (Crilly, 2006).

¹³ Estabelece que o professor titular deveria ministrar dois cursos de vinte aulas a cada ano, um em Astronomia e o outro em Geometria, e passar no mínimo seis semanas realizando observações astronômicas.

Nessa época, a reputação do *Trinity* em matemática não era particularmente elevada. O estudante campeão em Cambridge era o Senior Wrangler, os alunos que atingiam uma determinada média no Tripos Matemática Ordem de Mérito, mas o *Trinity* obteve a honra de ter apenas alguns sucessos esporádico em suas fileiras. Sua primazia entre as faculdades de Cambridge, durante o início do século XIX foi devido à sua forte reputação dos clássicos que Wordsworth (1770-1850) tinha incentivado e promovido. Este atendia sua clientela da escola pública, cuja educação foi formada pelos estudos literários da Grécia e de Roma, em vez de matemática. Dessa forma, por outro aspecto, a superioridade do *Trinity* em clássicos, não nos parece estranho. Dentre os professores de matemática da universidade, James Challis¹⁵ (1803-1882) e Peacock, ambos eram professores recém-nomeados (Crilly, 2006).

Na realidade, havia poucas funções docentes ligadas a cátedra além de suas aulas e tinham praticamente nenhuma influência sobre o currículo do ensino de graduação. Peacock foi eleito para a cadeira de "Astronomia e Geometria", resistente, mas obedientemente ele deu suas primeiras aulas sobre Astronomia, mas Matemática Pura foi seu forte. Levando isso em conta, ele chegou a um acordo com Challis que ele iria restringir-se à "Geometria" de seu título (Crilly, 2006).

Assim, em Outubro de 1838, quando Cayley chegou como um calouro, é provável que as aulas de Peacock eram somente sobre Álgebra e Geometria. O conteúdo dos dois volumes do *Treatise on Algebra*, publicados em 1842 e 1845, contêm a maturação de seus pensamentos sobre o fundamento da álgebra. Nessas obras, de acordo com Boyer (1974), Peacock fez frequentes referências às obras de matemáticos do continente europeu, dessa forma, ele foi responsável em trazer obras Continentais¹⁶ a Cambridge e enfatizou a importância da álgebra aplicada à geometria.

Uma participação em aulas professorais não era necessária para o sucesso nos Tripos, só podemos conjecturar se Cayley estava entre o grande número de pessoas que assistiram as aulas de Peacock. O mais provável é que ele tenha feito, sendo um jovem ambicioso, certamente fez questão de ouvir as aulas de um líder em seu assunto favorito durante seu primeiro ano na universidade. Se não participou, ele não teria essa chance novamente. A carreira de Peacock foi desviada para Ely, no ano seguinte, na nomeação

¹⁴ Dignidade eclesiástica a que está inerente à presidência da Corporação dos cônegos de sé.

¹⁵ Professor Plumiano de Astronomia e Filosofia Experimental, esse professor tinha o objetivo de erigir um observatório e adquirir utensílios e instrumentos (quadrantes, telescópios, etc.), para uso dele e de seus sucessores.

¹⁶ Forma de se referir a Europa Continental.

como Deão, onde deveres incluíam a administração cotidiana da grande catedral medieval (Crilly, 2006).

Peacock entregou sua tutela no Trinity para John Moore Heath (1808-1882), que atuou como seu tutor assistente durante os seis anos anteriores. É improvável que Heath teria sido a mesma influência matemática em Cayley. Crilly (2006) comenta que a transição de Peacock para Heath teria sido de pouca importância para o progresso matemático de Cayley, pois até então, ele estava em segurança nas mãos de seu professor particular para o exame Tripos de Matemática, William Hopkins (1793-1866).

O jovem Cayley, ao adentrar no *Trinity College*, tinha agora as riquezas da Biblioteca de Wren¹⁷ à sua disposição. Mas o que ler? Em sua primeira visita poderíamos ter esperado que ele iria emprestar um livro para apoiar o seu curso de matemática, mas na verdade, ele tirou os três volumes de *Principles of Geology* escrito por Charles Lyell (1797-1875). Este livro tão enormemente popular na época, ricamente ilustrado com mapas e diagramas. Seu título completo, *Principles of Geology: being an attempt to explain the former changes of the earth's surface by reference to causes now in operation*. O fato de Arthur Cayley ter pego emprestado esse livro é um indicativo de seu interesse ativo nas questões intelectuais da época (Crilly, 2006).

Cayley realizou uma nova visita até a biblioteca e desta vez estava lá para tirar obras desafiadoras em matemática. Aos 17 anos, procurou obras nas prateleiras da biblioteca por parte dos matemáticos franceses da geração anterior, provavelmente efeito da influência em Cambridge por meio da *Sociedade Analítica*. Cayley primeiro selecionou *Géométrie Descriptive* por Gaspard Monge (1746-1818), e também, os *Elements de géométrie*, de Adrien Marie Legendre (1752-1833), e *Méchanique Analytique* por Joseph-Louis Lagrange (1736-1813). Estes assuntos foram temas de seus artigos publicados vários anos mais tarde, mas é notável que o processo de contato com essas temáticas iniciaram durante seus primeiros dias na universidade (Crilly, 2006).

Depois da pausa de Natal, a influência francesa continuou com *Théorie analytiques des probabilités* de Laplace (1749-1827), e o *Traité du calcul différentielle et du calcul integral*, de Lacroix (1765-1843). Para uma boa comparação, uma seleção das obras de Rabelais¹⁸, nas versões em inglês e francesa, foram emprestados durante a primavera de 1839. Durante sua carreira de graduação, Cayley fez uso limitado da

¹⁷ Biblioteca do Trinity College.

¹⁸ Francis Rabelais (1494-1553), escritor, padre e médico francês na época do Renascimento.

biblioteca da faculdade, mas o que ele tinha emprestado mostra uma dieta equilibrada. Nos anos seguintes, ele absorveu outras obras clássicas, como as *Leçons sur le calcul des fonctions* por Lagrange, o *Exercices de mathématiques* de Cauchy, o *Traité de Méchaniques Céleste* por Laplace, e a *Analise des équations indéterminées* por Joseph Fourier (1768-1830) (Crilly, 2006).

ARTHUR CAYLEY: Tripos de matemática de 1842

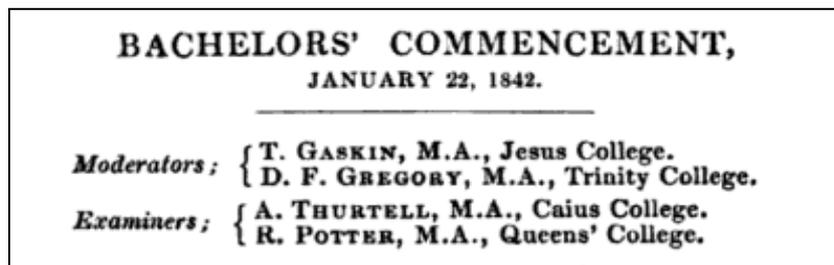
Para tentar garantir seu sucesso no exame, Cayley escolheu o popular William Hopkins (1793-1866) como seu treinador matemático particular. Os treinadores mantinham um acompanhamento das questões do Tripos e como elas apareceram de ano para ano, passavam as melhores técnicas do exame para os seus alunos particulares. Em seu papel como treinador, Hopkins ensinou cálculo diferencial, cálculo das variações, instrumentação astronômica, hidrostática e dinâmica, teoria lunar e planetária, mecânica, óptica, som e luz (Crilly, 2006).

Para Cayley e todos os iniciantes matemáticos e cientistas que participaram de seu curso de estudo, tiveram uma experiência rigorosa. Como subproduto, os alunos de Hopkins ganharam uma atitude de pesquisa em seus trabalhos e isso gerou um "espírito de investigação", foi talvez esse o seu maior presente para seus estudantes. Hopkins expos seus alunos a teorias “*up-to-date*”, como as obras de Lagrange *Berlim Mémoires* e *Mécanique Analytique* (Crilly, 2006).

A cada ano, a universidade nomeava um quarteto de Cambridge à Casa Senado, sendo dois moderadores para supervisionar o processo e definir as questões, além de mais dois examinadores para ajudar. Podemos observar na Figura 1 que o moderador sênior foi Thomas Gaskin (1810-1887), apoiado por DF Gregory¹⁹, o editor do *Cambridge Mathematical Journal*.

¹⁹ Duncan Farquharson Gregory (1813-1844).

Figura 1 – Comissão examinadora do Tripos de 1842



Fonte: Cambridge, 1843, p. 393.

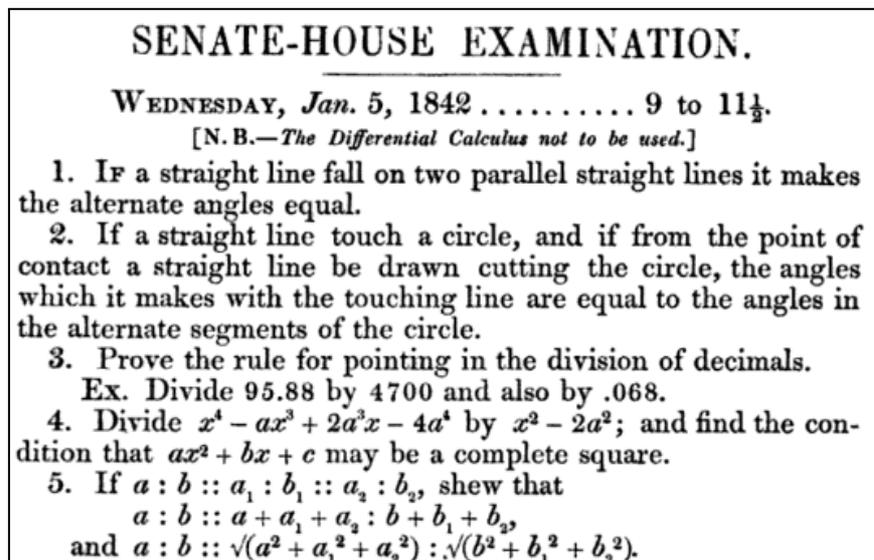
Os candidatos eram todos homens jovens, dentre eles Cayley tinha apenas alguns meses após ter completado 20 anos, nem mesmo ainda possuía a idade de maioridade quando ele sentou-se pronto para realizar o exame no Senado. Sentado perto dele estavam William Castlehow e Samuel Carter (do *Emmanuel College*, dois homens perto da capacidade e com a esperança de brilhar por seu colégio e a si mesmos. Edward Cook e James Clubbe oriundos de *St. John's*, grande rival do *Trinity College* (Crilly, 2006).

O primeiro dia de exame foi realizado numa quarta-feira em 5 de Janeiro de 1842, e como podemos observar pela Figura 2, o primeiro papel do exame foi introdutório e levou a rubrica: “Cálculo Diferencial não pode ser usado”, entretanto, essa regra não se perpetuou para todos os dias do exame. A aplicação do exame em 1842 durou até o dia 11 de Janeiro.

No próprio papel, os candidatos foram convidados a responder a tantas perguntas que podiam, portanto, vantagem para um escritor com velocidade. A resolução de problemas também foi testada, portanto, rapidez e prontidão foram habilidades testadas. As questões do exame foram definidas antes de Cayley refletir que algumas dessas perguntas seriam temas de seu futuro como pesquisador.

A Figura 2 também apresenta as 5 primeiras questões – é fácil percebermos que são questões que envolvem raciocínios de Matemática Pura – de um total de 16 questões que foram aplicadas na primeira parte do dia 5 de Janeiro num total de duas horas e meia pela manhã.

Figura 2 – Cabeçalho e algumas questões do exame Tripos de 1842



Fonte: Cambridge, 1843, p. 395.

Apresentaremos algumas das questões extraídas do editorial de 1843 da Universidade de Cambridge que compuseram a realização do exame Tripos de Cayley em 1842.

Na parte da tarde os candidatos possuem um total de 3 horas para realizarem a prova, dentre as 13h até 16h. Nesse primeiro momento, listaremos 5 de um total de 17 questões²⁰ aplicadas no primeiro dia (5 de Janeiro) na parte da tarde:

3) “Encontre a distância do centro de gravidade de qualquer número de partículas numa mesma linha reta, de um determinado ponto dele [centro]”.

6) “O caminho de um projétil no vácuo é uma parábola com seu eixo vertical, e a velocidade em qualquer ponto é aquela adquirida ao seguir a diretriz”.

8) “Se uma superfície for imersa em um fluido de densidade uniforme, demonstre que a pressão em qualquer ponto é proporcional à sua profundidade abaixo da superfície do fluido. Compare as pressões sobre um lado e sobre a base horizontal de um tetraedro regular cheio de fluido”.

13) “Enuncie e prove o Lema X de Newton.” [a partir do *Principia*]

17) “Distingua anos tropicais, siderais e anomalísticos. Tendo dado o comprimento de um ano tropical, determine o comprimento do ano sideral, sendo que o comprimento do ano tropical é de 365,242264 dias”.

²⁰ A numeração das questões obedece a mesma aplicada no exame. Nesse artigo, a ideia é apresentar somente algumas das questões, por isso, elas não estarão em sequência. As questões foram traduzidas pelo autor.

Vejamos agora 5 de um total de 14 questões aplicadas na manhã do dia 6 de Janeiro:

1) “Quando qualquer número de forças em um plano mantém um corpo rígido em equilíbrio sobre um ponto fixo, a pressão no ponto fixo é a mesma como se todas as forças fossem transferidas para lá, mantém suas magnitudes e direções?”

5) “Estabeleça o princípio de D’Alembert e aplique-o para encontrar o movimento quando um peso puxa outro para cima e no eixo; determine também as tensões das cordas.”

7) “Distingua entre "Calor Específico" e "Calor Latente". Explique por que o vapor de alta pressão, emitido de um orifício, não queima tão severamente como o vapor sob a pressão atmosférica.”

10) “Dois corpos, atraindo um ao outro, descrevem figuras semelhantes sobre seus centros de gravidade e um sobre o outro.”

11) “Mostre que, sob a ação do Sol, a linha de nódulos da órbita lunar regride durante toda revolução da Lua”.

A prova continuou no período da tarde, dessa forma, destacamos 5 de um total de 17 questões aplicadas no entardecer do dia 6 de Janeiro:

1) “Se θ for o ângulo entre as diagonais de um paralelogramo cujos lados a , b estão inclinadas a um ângulo α entre si, então $\tan\theta = \frac{2ab\sin\alpha}{a^2 - b^2}$.”

2) “Se $\cos^2\theta = \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}$, $\cos^2\theta' = \frac{\cos\alpha'}{\cos\beta'}$, e $\frac{\tan\theta}{\tan\theta'} = \frac{\tan\alpha}{\tan\alpha'}$; mostre que $\tan\frac{\alpha}{2} \tan\frac{\alpha'}{2} = \tan\frac{\beta}{2}$.”

5) Se $x = ye^y$, mostre que $\text{sen}(a + y) = \text{sen } a + a_1 \frac{x}{1} + a_2 \frac{x^2}{1.2} + \dots + a_n \frac{x^n}{1.2 \dots n} + \dots$ onde $a_1 = \cos\alpha$; e $a_n = (-1)^{n-1} (1 + n^2)^{\frac{n-1}{2}} \cos\{\alpha + (n-1)\cot^{-1}n\}$.”

11) “Duas estrelas conhecidas são vistas em um dado lugar A numa mesma vertical, quando em outro lugar B elas estão subindo juntas. Encontre a latitude e longitude de B”.

15) “Uma bola cuja elasticidade é e é projetada com uma velocidade V em uma direção fazendo um $< (\theta + \alpha)$ com a horizontal, e rebate num plano cuja inclinação é α , que passa pelo ponto de projeção. Mostre que se R_x, R_{x+1}, R_{x+2} , são três intervalos consecutivos no plano inclinado após os respectivamente os rebotes $x, x + 1$, e $x + 2$,

$R_{x+2} - (e + e^2)R_{x+1} + e^3R_x = 0$; e que a soma de todos os intervalos no plano inclinado antes da bola começar a deslizar pelo plano $= \frac{2V^2 \operatorname{sen}\beta \operatorname{sen}\theta \cdot \cos(\theta + \beta)}{g \operatorname{sen}\alpha \cdot \cos^2\beta}$; onde $\cot\beta = (1 - e)\cot\alpha$ ".

Por meio dessas questões apresentadas é possível observarmos que as questões do Tripos de 1842 foram equilibradas entre a Matemática Pura e Matemática Mistas²¹. No dia 7 de Janeiro houveram 14 questões aplicadas pela manhã e 24 no período da tarde. Em 8 de Janeiro, na parte da manhã os candidatos foram desafiados por 18 questões e 15 durante a tarde. Uma breve pausa de um dia, e os examinados voltaram dia 10 de Janeiro para responderem 12 questões tanto de manhã quanto a tarde. Finalmente chega o último dia de exame, 11 de Janeiro, dia em que os candidatos tiveram a última leva de questões, sendo 9 pela manhã e 9 também pelo período vespertino.

Como pudemos observar em algumas das questões apresentadas, algumas tinham a temática de Astronomia, dessa forma, Crilly (2006) comenta que o estudo da astronomia foi uma parte importante do currículo do *Trinity* e foi examinado minuciosamente. "Astronomia", escreveu Whewell, "não é só a rainha das ciências, mas em um sentido mais estrito do termo, a única ciência perfeita", de modo que era um sujeito admirável para o exame a partir deste ponto de vista. Tomando o editorial de Cambridge de 1843, destacamos mais algumas questões gerais dessa temática do tipo:

"Investigue a alteração do eixo maior da órbita de um planeta perturbado".

"Declare os outros resultados da hipótese de fluidez original da Terra, a hipótese subsidiária feita em obtê-los, e as provas da verdade da teoria decorrente da comparação de seus resultados com a observação".

Algumas perguntas foram mais especializadas:

"Encontre o movimento horário dos nódulos da Lua em uma órbita circular, e mostre que o movimento horário médio dos nódulos é a metade do movimento horário, quando a Lua está em syzygy".

"Supondo-se que, na expressão para o raio de uma camada mais ou menos esférica da Terra, considerada como uma massa heterogênea rotativa inicialmente fluida, todos os coeficientes de Laplace exceto os que desaparecem da segunda ordem; prove que os estratos de igual densidade são todos esferóides concêntricos de revolução, cujos eixos

²¹ A denominação atual desse termo é Matemática Aplicada.

coincidem sobre as quais a Terra revolve”. Obs: Os coeficientes de Laplace, são denominados atualmente como Polinômios de Legendre.

Com uma gama de questões dedicadas à matemática da astronomia, não é de surpreender que os graduados de Cambridge tiveram um estudo sério de Astronomia e continuaram esta tradição quando eles deixaram a universidade e tornaram-se membros influentes da *Royal Astronomical Society*. Cayley era um e fez muitas contribuições relacionadas com o movimento da lua e problemas geométricos relacionados com a astronomia (Crilly, 2006).

De acordo com Crilly (2006), algo desenvolvido nos Tripos com imensa importância na educação matemática de Cayley foi o surgimento da geometria analítica. A “Revolução Analítica” que tinha recebido incentivo da Sociedade Analítica em sua passagem de curta duração, foi gradualmente deslocando a geometria descritiva. Nos primeiros trinta anos do século, esta abordagem algébrica à geometria foi firmemente estabelecida na Inglaterra. Vários livros didáticos, ou Continentais apareceram, tais como: *Principles of Analytical Geometry* [1826] de Hamilton, *Analytical Geometry of Three Dimensions* [1830] de John Hymers e também seu *Treatise on Conic Sections* [1837]. Estes tratados, a partir de um ponto de vista avançado e ajudou a estabelecer firmemente geometria analítica com um lugar de destaque no exame Tripos. No exame de 1842, por meio do Editorial de 1843 de Cambridge, podemos ver que Cayley teve a oportunidade de responder a perguntas nesse aspecto, tais como:

"Encontre as equações para uma reta tangente em qualquer ponto de uma curva de dupla curvatura [a curva espaço]. Encontre também a equação para o lugar geométrico de todas as retas tangentes que podem ser atraídas para uma superfície em um ponto".

Para finalizar, destacamos mais algumas questões de Matemática Mista que apareceram no caderno de questões, entretanto, com a temática da Mecânica e Óptica:

“Situe e prove o princípio das velocidades virtuais, aplicá-la e encontrar a condição de equilíbrio quando três forças atuam sobre um ponto”.

“Explique plenamente a causa de distorção de imagens formadas por lentes e espelhos, e mostre em que caso as extremidades de uma imagem formada por uma lente é mais ampliada do que as partes centrais, e em que casos eles são menos ampliada.”

"Um carro se move sobre uma estrada de ferro com uma determinada velocidade em torno de uma curva de raio dado: Encontre o valor pelo qual o trilho exterior deve ser elevada, acima do interno, a fim de que o carro não deve ser tombado para o lado de fora”.

Após essa leva de perguntas do Tripos de Matemática, eis então que no ano de 1842, podemos ver na Figura 3 que apenas trinta e oito graduandos obtiveram a classe Wrangler, entretanto, na ordem de mérito, continha 114 alunos ao todo:

Figura 3 – Classificação dos aprovados no exame Tripos de 1842

WRANGLERS.					
1	CAYLEY,	Trin	14	Castlehow,	Emm
2	Simpson	Joh	15	Carter,	Emm
3	Mayor, R. B.	Joh	16	Wilson,	Joh
4	Fuller,	Pet	17	Smith, B. F.	Trin
5	Bird,	Joh	18	Fenn,	Trin
6	Jarvis,	Corpus		Ainger,	Joh
7	Shortland,	Pemb		Goode,	Pemb
8	Austin,	Pet	21	Westmorland	Jes
9	Fenwick,	Corpus	22	Dumergue	Corpus
10	Jones,	Clare	23	Bryan,	Trin
11	Frost,	Joh	24	Shears,	Joh
12	Parnell,	Joh	25	Greenwell,	Joh
13	Johnstone,	Joh	26	Suffield,	Caius
27	Middlemist,	Christ's			
28	Davies, H.	Queens'			
29	Cook,	Joh			
30	Penny,	Joh			
31	Davies,	Joh			
32	Eastwood,	Caius			
33	Venables,	Pemb			
34	Baily,	Christ's			
35	Light,	Joh			
36	Walker,	Sid			
37	Tandy,	Joh			
38	Kinder,	Trin			

Fonte: Cambridge, 1843, p. 393.

Portanto, em janeiro de 1842, Cayley, foi o foco da atenção quando ele tomou o seu lugar no Senado como a celebridade do dia. Os acadêmicos vestiram seus trajes cerimoniais, a bandeira foi pendurada livremente entre portas e edifícios, e os sinos soaram. Cayley foi apresentado ao vice-chanceler com toda a pompa que Cambridge conseguiu lhe reunir: O Senior Wrangler é conduzido sozinho em meio a enormes aplausos que abalam o edifício. Cayley obteve a maior honra que a Universidade de Cambridge tem de conceder a um intelectual singular.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

O exame de 1842 representou um desafio intelectual formidável, as perguntas que Cayley foi obrigado a responder foram selecionadas a partir de um amplo programa de estudos que abordavam tópicos de Matemática Pura e Matemática Mista.

Pudemos observar que em janeiro de 1842, Cayley despontava como um dos favoritos do *Trinity College* para obter uma boa colocação da universidade no exame Tripos, e neste ano havia, conforme o editorial de Cambridge (1843), aproximadamente 120 candidatos, dos quais 20 eram do *Trinity*, tendo Arthur Cayley alcançado a primeira

colocação dentre todos os alunos da Universidade de Cambridge, dessa forma, obteve o título²² de 1st Senior Wrangler do ano de 1842.

Alcançar a posição de Senior Wrangler era o pivô de todo o sistema inglês nesse período, portanto, com uma quantidade considerável de candidatos na demanda de concorrentes, os graduandos precisavam se dedicar arduamente na tentativa de obter um bom resultado no Tripos. Atingir uma boa nota, ou seja, obter o título de Senior Wrangler, era a porta de entrada para conseguir uma boa posição no mercado de trabalho.

Por meio da biografia de Arthur Cayley escrita por Crilly (2006), é possível observarmos que o matemático teve uma certa aptidão aos estudos desde quando ainda estava na sua formação básica no *Pottycary's School*, e isso só aumentou no decorrer da sua vida escolar, tendo suas habilidades reconhecidas no *King's College of London* ao ganhar diversas medalhas de premiação pelos estudos e, principalmente ao conquistar por mérito a passagem da Seção Júnior para a Seção Senior do colégio antes da idade regular dos estudantes dessa seção.

É importante destacarmos que o prêmio de Senior Wrangler, na época, não era um fato comum no *Trinity College*. Cayley tinha ganho a reputação de ser um mero matemático, o que lhe fez grande injustiça, pois como pudemos ver por meio do trabalho de Crilly (2006), Cayley era realmente um homem de muita informação variada.

Para finalizar, destacamos ainda que após o sucesso no Tripos de Matemática, Cayley novamente mostrou suas altas habilidades ao ganhar o monetário “*Smith's Prize*”, prêmio concedido após um cronograma que compreende uma semana de exames competitivos. A diferença entre o “*Smith's Prize*” e o Tripos era um balanceamento maior em questões de Filosofia Natural ao invés de Matemática.

REFERÊNCIAS

Boyer, C. B. (1974). *História da matemática*. Trad. Elza F. Gomide. São Paulo: Edgard Blücher.

Cambridge. (1843). *The Cambridge University Magazine*. Volume 2. W. P. Grant, Trinity street, Cambridge.

²² Vale a pena destacarmos que os aprovados no Tripos de Matemática eram identificados de acordo com a sua classificação no exame e o ano de realização [Vamos considerar 1842 para exemplificar]. Por exemplo, o terceiro colocado era chamado de 3rd Senior Wrangler de 1842, o décimo primeiro era identificado por 11th Senior Wrangler de 1842, e assim por diante.

Crilly, T. (2006). *Arthur Cayley Mathematician Laureate of the Victorian Age*. Baltimore, The John Hopkins University Press.

Diderot, D.; D'Alembert, J. R. (2015). *Enciclopédia, ou Dicionário razoado das ciências, das artes e dos ofícios*. Volume 1: Discurso preliminar e outros textos / Denis Diderot, Jean le Ronde D'Alembert; organização e tradução Pedro Paulo Pimenta, Maria das Graças de Souza – 1. ed – São Paulo, SP: Editora Unesp.

Galloway, P. (2002). *Companious of honour*. Ed: Chancery Publications.

Grattan-Guinness, I. (2004). *The Tripos in a century of Mathematical Physics at Cambridge University*. SIAM News, Volume 37, Number 4.

Monk, R. (2000). *Bertrand Russell – Matemática: sonhos e pesadelo*. Trad. Luiz Henrique de A. Dutra. São Paulo: Editora Unesp.

Warwick, A. (2003). *Masters of Theory*. Cambridge and the Rise of Mathematical Physics. University of Chicago Press.