Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT

ISSN: 2447-6447

Submetido: 26/06/2020
Aprovado: 24/07/2020

SABERES MATEMÁTICOS NO ENSINO INDUSTRIAL: o caso dos Números Complexos e Incomplexos

SAVOIRS MATHÉMATIQUES DANS L'ÉDUCATION INDUSTRIELLE : le cas des Nombres Complexes et Incomplexes

Oscar Silva Neto[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0001-8368-8119

David Antonio da Costa[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0003-4493-9207

RESUMO

Este trabalho surge no âmbito da História da educação matemática para discutir os enunciados e propriedades dos Números Complexos e Incomplexos e sua utilização com os sistemas métricos ou metrológicos no ensino industrial brasileiro. O objetivo é analisar a obra *Caderno de Matemática*, pertencente à uma coleção denominada Biblioteca do Ensino Industrial, de autoria de Arlindo Clemente e publicada pelo Ministério da Educação e Cultura em parceria com a Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI), com enfoque para o conteúdo dos números já nominados, com o propósito de responder à seguinte questão: números complexos e incomplexos podem ser considerados como *matemática a ensinar* nas escolas de ensino industrial brasileiras? Como referenciais teórico-metodológicos adotam-se as categorias de análise "saberes *a* ensinar" e "saberes *para* ensinar", de Hofstetter e Schneuwly (2017) bem como "matemática *a* ensinar" e "matemática *para* ensinar", de Valente (2020). Como resultados, verifica-se que a nomenclatura perdurou por mais de 400 anos, mas teve modificações consubstanciais nas definições e conteúdos trabalhados. Além disso, verifica-se que a obra analisada traz definições ligeiras e sucintas e dá importância aos exercícios e problemas, que eram destinados aos alunos dos cursos ligados aos ofícios em metal, madeira, eletricidade e artes gráficas.
Palavras-chave: Saberes matemáticos. Ensino Industrial. Números Complexos e Incomplexos. História da educação matemática.

RÉSUMÉ

Ce travail se pose dans le contexte de l'histoire de l'éducation mathématique pour discuter des énoncés et des propriétés des nombres complexes et incomplexes et de leur utilisation avec des systèmes métriques ou métrologiques dans le cadre de l'éducation industriel brésilien. L'objectif est d'analyser le livre *Caderno de Matemática*, appartenant à une collection appelée *Biblioteca do Ensino Industrial*, créé par Arlindo Clemente et publié par le Ministère de l'Éducation et de la Culture en partenariat avec la Commission américano-brésilienne sur l'éducation industrielle (CBAI), en mettant l'accent pour le contenu des numéros déjà nomes, dans le but de répondre à la question suivante: des nombres complexes et incomplexes peuvent-ils être considérés comme des mathématiques à enseigner dans les écoles d'éducation industrielle brésiliennes. En tant que références théoriques et méthodologiques, les catégories d'analyse « savoirs à enseigner » et « savoirs pour enseigner », par Hofstetter et Schneuwly (2017), ainsi que « mathématiques à enseigner » et « mathématiques pour enseigner », par Valente (2020) sont adoptées. En conséquence, il apparaît que la nomenclature a duré plus de 400 ans, mais que des modifications substantielles ont été apportées aux définitions et au contenu. De plus, il apparaît que le travail

[1] Mestre em Ensino de Matemática (UFRGS). Doutorando em Educação Científica e Tecnológica (UFSC) e Professor do Departamento Acadêmico de Linguagem, Tecnologia, Educação e Ciência (IFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Mauro Ramos, nº 950, Centro, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, CEP: 88020-300. E-mail: oscar.neto@ifsc.edu.br

[2] Doutor em Educação Matemática (PUC/SP). Professor Adjunto do Departamento de Metodologia de Ensino (UFSC), Florianópolis, Santa Catarina, Brasil. Endereço para correspondência: Campus Universitário Trindade, 1º andar, sala 103, Bloco B, CED, Caixa Postal 476, Trindade, Florianópolis, Santa Catarina, Brasil, CEP: 88040-900. E-mail: david.costa@ufsc.br

analysé apporte des définitions claires et succinctes et donne de l'importance aux exercices et aux problèmes, qui étaient destinés aux étudiants des cours liés à l'artisanat en métal, bois, électricité et arts graphiques.
Mot-Clés: Savoirs Mathématiques. Éducation Industrielle. Nombres Complexes et Incomplexes. Histoire de l'éducation mathématique.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

> *A análise histórica revela-se fundamental para evidenciar que os saberes de formação de professores não se transformam por somatório de novos temas necessariamente.*
> *(Bertini, Morais & Valente, 2017, p. 67).*

A discussão a respeito dos saberes nas pesquisas educacionais é deveras estudada. Saberes são tomados, por exemplo, como tema central para as profissões do ensino e da formação[3]. Outras vezes, são considerados como uma questão crucial para a institucionalização da formação de professores[4]. Porém, conceituar *saberes* não é tarefa fácil.

No entanto, há que se considerar que os saberes escolares se distinguem de outros tipos de saberes. De acordo com Barbaresco e Costa (2019, p. 64), "Os saberes escolares [...] são proposições que em conjuntos vão constituir uma representação de um conteúdo intelectual como, por exemplo, aritmética, geometria e etc". Portanto, este trabalho volta seu foco para os saberes da escola, aqueles que circulam no meio escolar.

Se escrever um conceito de *saber* já é tarefa árdua, o que dizer, então, de saberes matemáticos? Hoffmann (2017, p. 43) os define como sendo "as matérias e os conteúdos que compõem os currículos e envolve a matemática". Já Valente (2015, p. 358) procura analisar "os saberes matemáticos presentes numa cultura escolar não disciplinar. Isso conduz ao uso do termo *matéria escolar*". Há, ainda os que consideram que estes saberes matemáticos se "constituem como objetos que são criados para cumprir seu propósito voltado para o ensino" (Barbaresco & Costa, 2019, p. 76). O que se pode dizer, entretanto, é que

> "Saber" pode primeiro ser compreendido num sentido amplo que engloba saber (saberes matemáticos, saberes literários, saberes históricos) e saber-fazer ("saber nadar", "saber escrever" ou ainda "saber ensinar") [...] ou como enuncia Comênius para que existem três formas de saberes (*scire)*: formar pela inteligência [...]; formar pela mão e formar pela língua [...]. Ensinar e formar têm sempre necessariamente por objeto saberes neste amplo sentido (Hofstetter & Schneuwly, 2017, p. 132-133).

A partir das discussões referentes ao tipo de saberes que são inerentes às profissões do ensino e da formação, Valente (2020, p. 1) questiona: "*How to characterize historically the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics?*[5]". Para auxiliar nesta tarefa, o autor explica que são mobilizados dois tipos de saberes, considerados por Hofstetter e

[3] Para mais detalhes, ver Hofstetter e Schneuwly (2017).
[4] Para mais detalhes, ver Lussi Borer (2017).
[5] Como caracterizar historicamente o saber profissional do professor que ensina matemática? (tradução livre dos autores).

Schneuwly (2017): os saberes *a* ensinar e os saberes *para* ensinar. Os primeiros são os "saberes que são os objetos do seu trabalho"; e os segundos são os "saberes que são as ferramentas do seu trabalho" (Hofstetter & Schneuwly, 2017, p. 131-132). Valente (2020) enfatiza que, apesar de serem contemporâneas, estas caracterizações podem ser utilizadas para analisar tempos passados.

Nesta esteira, considera-se que os saberes escolares podem ser tomados como saberes *a* ensinar. Estes saberes são tomados como um objeto do ensino. Estes objetos, aliados às ferramentas, permitem caracterizar a profissão do ensino como diferente das demais profissões. E o autor enfatiza: "*professional knowledge is given by the relationship, at a given time, between knowledge to teach and knowledge for teaching*"[6] (Valente, 2020, p. 1).

A partir destas relações, Valente (2020) considera a existência de duas matemáticas: a matemática *a* ensinar e a matemática *para* ensinar. A articulação entre essas duas matemáticas "*will theoretically characterize the professional knowledge of the teacher who teaches mathematics*"[7] (Valente, 2020, p. 2). Mais que isso: essa articulação "coloca em nível de superação as análises que congelam o saber matemático, cercando-o de didáticas especiais que não têm *status* epistemológico de saber. Faz-nos atentar [...] para o movimento de produção e transformação de saberes profissionais" (Bertini, Morais & Valente, 2017, p. 69).

Metodologicamente falando, há que se considerar que este tipo de pesquisa deve ser entendido como "*theoretical construction derived from the systematization of teaching experiences carried out in a given period*"[8] (Valente, 2020, p. 2). Ainda, de acordo com o autor, essas experiências de ensino devem ser analisadas "*by means of traces of the past of these experiences, which were left in the present, and which have become subject to study*"[9] (*Ibid.,* p. 3). Tais experiências podem ser encontradas em diversos tipos de documentação, incluindo aí os livros de matemática. Para Valente, "*The analysis of a mathematics textbook, too, can be treated as a document of teaching experience. In fact, such material fixes, at a given time, teaching content, ways to teach, school purposes, etc*"[10] (*Ibid.,* p. 3). Ainda de acordo com Valente, essa análise deve ser considerada como "*a work of reconstruction of the knowledge*

[6] O saber profissional é dado por uma relação, em um determinado tempo, entre o saber *a* ensinar e o saber *para* ensinar" (tradução livre dos autores).
[7] "caracterizará teoricamente o saber profissional do professor que ensina matemática" (tradução livre dos autores).
[8] "uma construção teórica derivada da sistematização de experiências de ensino realizadas em um determinado período" (tradução livre dos autores).
[9] "por meio de traços do passado dessas experiências, as quais foram deixadas no presente e que têm se tornado sujeitos do estudo" (tradução livre dos autores).
[10] A análise de um livro de matemática, também, pode ser tratada como um documento de experiências de ensino. De fato, esse material fixa, num determinado tempo, conteúdos de ensino, formas de ensinar, proposições escolares, etc. (tradução livre dos autores).

mobilized forits production, the elaboration of the document by a given author or authors”[11] (*Ibid.,* p. 3).

Neste sentido, destaca-se que a análise feita neste trabalho se dá a partir do livro *Caderno de Matemática*, volume 2 (2ª série), datado de 1955, elaborado pelo Ministério da Educação e Cultura e pela Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI), especificamente na primeira unidade que trata dos Números Complexos e Incomplexos. Este livro de matemática mostra conteúdos fixados para o ensino numa determinada época e suas formas de ensino e o trabalho aqui objetiva interpretar esse saber que foi mobilizado para a sua produção.

SOBRE O ENSINO INDUSTRIAL

No ano de 1959, entre os dias 20 e 25 de julho, realizou-se no Rio de Janeiro o “III Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática”. A Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário (CADES) dividiu os trabalhos deste Congresso em sete comissões. Uma delas (a terceira), porém, dizia respeito ao “Ensino Industrial”.

Entende-se por ensino industrial aquele criado pelo Decreto-Lei nº 4073, de 30 de janeiro de 1942, que “é o ramo de ensino, de segundo grau, destinado à preparação profissional dos trabalhadores da indústria e das atividades artesanais, e ainda dos trabalhadores dos transportes, das comunicações e da pesca” (Brasil, 1942).

O ensino industrial era ministrado em dois ciclos, sendo o primeiro aquele que abrangia quatro ordens de ensino, a saber: o industrial básico; o de mestria; o artesanal e a aprendizagem. O segundo ciclo era composto por duas ordens de ensino: o técnico e o pedagógico. “A cada ordem corresponderiam os cursos respectivos” (Fonseca, 1961, p. 268). De acordo com a definição

> Os cursos industriais, com duração de quatro anos, seriam destinados à formação dos artífices altamente qualificados; nêles se poderiam matricular jovens com idade entre 12 e 17 anos e que tivessem o curso primário completo, estando, entretanto, sujeitos a exames médicos e vestibulares onde se pesquisaria a aptidão mental para os trabalhos a realizar (Fonseca, 1961, p. 268).

Verifica-se, portanto, que os cursos industriais eram aqueles ofertados após o ensino primário.

[11] “um trabalho de reconstrução do saber mobilizado para a sua produção, a elaboração do documento por um ou mais autores” (tradução livre dos autores).

Foi neste Congresso de 1959 que a matemática teve um olhar voltado para o ensino industrial. De acordo com Maciel (2018, p. 197), "Em 1959, a Matemática para os cursos industriais ganhou destaque no III Congresso Brasileiro de Ensino de Matemática e ficou evidente que a disciplina tinha papel de instrumento imprescindível para os aprendizes industriais". De acordo com o autor, os alunos dos cursos industriais necessitavam da matemática como um instrumento para o seu ofício.

A partir deste evento, foi elaborado o programa mínimo de Matemática para os cursos industriais básicos. A proposta apresentada para a 1ª série dos respectivos cursos contemplava os seguintes conteúdos: "1. Grandeza e Número. Operações; 2. Múltiplos e Divisores; 3. Frações; 4. Morfologia geométrica; 5. Metrologia; 6. Números Complexos" (MEC/CADES, 1959, p. 224).

Tendo em vista que a matemática era vista como um instrumento para o desempenho de um ofício e, ainda, observando as prescrições do programa mínimo para os cursos industriais, pode-se inferir que se trata de saberes *a* ensinar, uma vez que "[...] toda instituição de formação e de ensino se define pelos saberes *a* ensinar que a especificam" (Hofstetter & Schneuwly, 2017, p. 137).

A leitura destes conteúdos para a 1ª Série foi o disparador que os autores deste texto tiveram para proporem a discussão a respeito dos Números Complexos (e, consequentemente, dos Incomplexos) no Ensino Industrial.

OS NÚMEROS COMPLEXOS E INCOMPLEXOS

Nos dias de hoje, a denominação "Números Complexos" se refere àquela dada por Gauss, com a ideia de números imaginários, ou seja, a teoria de que existe um conjunto de números representado por C tais que podem ser escritos da forma $z = a + bi$. Houve significativa mudança de interpretação destes números ao longo dos tempos. "A denominação "números complexos", com o passar dos anos, sofreu modificações na disciplina de Matemática. Assim, atualmente utilizam-se "números complexos" para designar números que não são reais (imaginários) ou que são reais" (Longen, 2007, p. 78).

Porém, os Números Complexos nem sempre foram utilizados neste contexto de números imaginários. O que se quer dizer é que há uma "teoria dos chamados números complexos que, de modo distinto à teoria dos números complexos de Gauss, não é conhecida pelos matemáticos atualmente" (Ferreira, 2018, resumo) e que eram estes números ensinados no ensino industrial brasileiro e, por isso, compunham um conjunto de saberes *a* ensinar para aquela modalidade de ensino.

Porém, já é de algum tempo que essa terminologia aparece no ensino de Matemática. Aliás, Ferreira (2018) afirma que

> houve um uso extenso dos números complexos por diferentes países, como França, Inglaterra, Portugal, Brasil, Espanha e Itália. No entanto, na Alemanha os "números complexos" não foram usados, o que possibilitou que Gauss fosse capaz de propor em 1831 o termo números complexos no sentido que a gente conhece (Ferreira, 2018, p. 3).

De acordo com a pesquisa de Ferreira (2018), a expressão "Números Complexos" aparece na obra intitulada *Nouveaux Élémens de Géométrie*, de Arnauld, em 1667. Nesta obra, a ideia era a de que números complexos "são definidos como uma grandeza composta de dois ou mais termos unidos por uma adição ou uma subtração" (Ferreira, 2018, p. 8). De acordo com a autora, em 1739, Deidier também definiu números complexos e incomplexos na sua obra *Suite de L'Arithmetique des Géométres*.

Porém, Charles-Étienne-Louis Camus na obra *Cours de Mathématique. Première partie. Élémens d'Arithmétique,* datada de 1753, também apresentou a definição de números complexos e incomplexos.

Figura 1 – Definição de Número Complexo e Incomplexo.

ÉLÉMENS
D'ARITHMÉTIQUE.

LIVRE SECOND.

Des Opérations de l'Arithmétique sur les Nombres incomplexes.

LES Opérations de l'Arithmétique se réduisent à ces quatre problèmes; *ajoûter*, *soustraire*, *multiplier*, *diviser*. Toutes les autres opérations plus composées ne sont que des combinaisons de celles-ci.

Les quatre Opérations de l'Arithmétique se font sur des nombres *incomplexes*, ou sur des nombres *complexes*.

4 Les *nombres incomplexes* sont ceux qui n'ont qu'une unité principale, comme la livre tournois, la toise & toute autre unité qui seroit ou arbitraire ou établie par l'usage.

Les *nombres complexes* sont ceux qui ont plusieurs unités principales différentes, & qui devroient plutôt être appellés *sommes* que *nombres*, parce qu'un nombre est la collection de plusieurs unités égales.

Fonte: Camus (1753, p. 27).

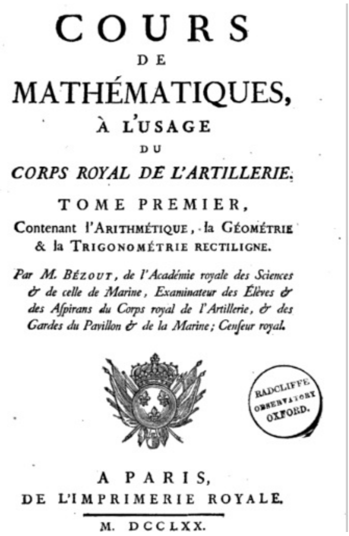
No livro segundo, denominado de "Operações de Aritmética sobre os números incomplexos", o autor assim define:

> Les *nombres incomplexes* sont ceux qui n'ont qu'une unité principale, comme la livre tournois, la toise[12] & toute autre unité qui seroit ou arbitraire ou établie par l'usage.
> Les *nombres complexes* sont ceux qui ont plusieurs unités principales différentes, & qui devroient plutôt être appellés *sommes* que *nombres*, parce qu'um nombre est la collection de plusiers unités égales[13] (Camus, 1753, p. 27).

A definição de Camus dá a ideia de que um número complexo é formado por uma soma de outros números, ou seja, uma coleção de unidades diferentes. Já a ideia de número incomplexo surge como um número que possui apenas uma unidade principal, sem a soma de outras.

Bézout (1770), na obra *Cours de mathématiques, à l'usage du corps royal de l'artillerie*, também apresenta a definição.

Figura 2 – Primeira página do Cours de Mathématiques de Bézout (1770).



COURS
DE
MATHÉMATIQUES,
À L'USAGE
DU
CORPS ROYAL DE L'ARTILLERIE.
TOME PREMIER,
Contenant l'ARITHMÉTIQUE, la GÉOMÉTRIE & la TRIGONOMÉTRIE RECTILIGNE.
Par M. BÉZOUT, de l'Académie royale des Sciences & de celle de Marine, Examinateur des Élèves & des Aspirans du Corps royal de l'Artillerie, & des Gardes du Pavillon & de la Marine; Censeur royal.
RADCLIFFE OBSERVATORY OXFORD.
A PARIS,
DE L'IMPRIMERIE ROYALE.
M. DCCLXX.

Fonte: Bézout (1770, p. 1).

Nos *Elementos de Aritmética,* o autor apresenta as *Noções preliminares sobre a natureza das diferentes espécies de números.* Para ele,

> Um nombre qui est composé de parties rapportées, ainsi, à différentes unités, est ce qu'on appelle um nombre *complexe*; & par opposition, celui qui ne renferme qu'une feule espèce d'unités, s'appelle *nombre incomplexe*. $8^{\text{liv.}}$ ou 8 livres sont un nombre incomplexe. $8^{\text{liv.}}$ 17^{s} 8^{d} ou 8 livres 17 sous 8 deniers, sont um nombre complexe[14] (Bézout, 1770, p. 8, grifo no original).

[12] Unidade de medida em vigor antes da adoção do sistema métrico, valendo seis pés, um pouco menos de dois metros (1,949 m em Paris). Informação disponível em: https://www.cnrtl.fr/definition/toise.

[13] Os *números incomplexos* são aqueles que possuem apenas uma unidade principal, como a libra, a toesa e qualquer outra unidade arbitrária ou estabelecida pelo uso. Os *números complexos* são aqueles que têm várias unidades principais diferentes, e que deveriam ser chamados de *somas* em vez de *números*, porque um número é a coleção de várias unidades iguais (tradução livre dos autores).

[14] Um número que é composto de partes relatadas, portanto, em diferentes unidades, é o que é chamado de número *complexo*; &, por outro lado, aquele que contém apenas um tipo de unidade, é chamado de *número incomplexo*. 8liv. ou 8 *libras* é um número incomplexo. 8liv. 17s 8d ou 8 *libras* 17 *soldos* de 8 *dinheiros*, é um número complexo (tradução livre dos autores).

Percebe-se da citação acima que as definições de Bézout são semelhantes às de Camus. Se há soma de unidades diferentes, há um número complexo. Se não há, um incomplexo.

Longe de querer esgotar os estudos a respeito da origem e evolução destes conceitos no decorrer dos tempos, este trabalho quer apenas focar naquilo que diz respeito ao ensino industrial. Ferreira (2018) faz uma vasta pesquisa a respeito do tema, que merece ser apreciada para outros fins. A autora traça comparativos entre diferentes países e em épocas distintas, sempre dando enfoque no conceito de números complexos e incomplexos tomado por este trabalho, ou seja, distinto daquele dado por Gauss e que é utilizado até os dias de hoje.

No Brasil, é possível perceber também a utilização dos números complexos e incomplexos tal qual o objetivo deste trabalho. Por exemplo, no Colégio Pedro II, os programas de ensino traziam o tema no rol de conteúdos. Assim afirma Ferreira (2018):

> o ensino dos números complexos consta na maioria dos programas do colégio Pedro II de 1850 a 1930 (com exceção dos programas de 1881, 1882, 1892, 1895 e 1901). Até 1879 (inclusive), os números complexos constavam em todos os programas de ensino do colégio (Ferreira, 2018, p. 28).

Zuin (2008) faz um estudo a respeito dos livros didáticos de aritmética no Brasil, até os anos de 1860. De acordo com a autora,

> Uma análise dos livros de aritmética, publicados até a década de sessenta do Oitocentos, dedicados aos anos iniciais da escolarização, demonstra que, em geral, os tópicos presentes nesses manuais se concentravam em:
> − Números e as quatro operações fundamentais;
> − Frações;
> − Números complexos;
> − Sistema de pesos e medidas;
> − Razões;
> − Proporções;
> − Regra de três (Zuin, 2008, p. 2).

A citação mostra que o assunto foi trabalhado nos primeiros anos do Ensino Fundamental no Brasil até meados do século XIX. Porém, nos *Elementos de Arithmética* de 1906 o assunto também é tratado.

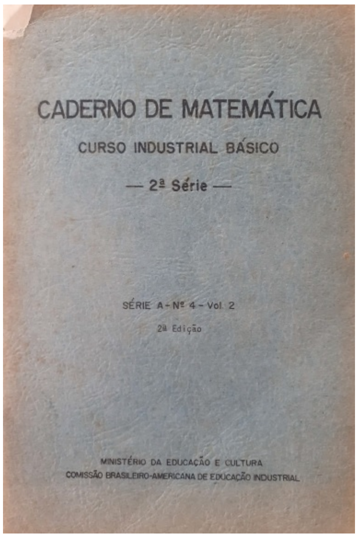
> Número complexo é o que consta de unidades de grandezas diversas, sendo todas sujeitas a uma mesma que se denomina principal. Número incomplexo é o que consta de uma ou mais unidades de uma mesma grandeza. Os números: 34 braças, 7 palmos, 5 pollegadas; 23 dias, 17 horas, 37 minutos são complexos. Os números 348 arrobas, 25 almudes são incomplexos (Vianna, 1906, p. 143).

Essa definição vai ao encontro das demais apresentadas por Camus (1753) e Bézout (1770). Porém, torna-se um pouco mais didática, uma vez que seus exemplos são mais claros. Ao citar, por exemplo, que 23 dias, 17 horas e 37 minutos são números complexos, deixa a ideia de que a soma de unidades diferentes deve-se dar, pois, para as suas subdivisões (tomam-se “horas” e “minutos” como subdivisões do “dia”, tomado como unidade principal).

O *CORPUS* ANALÍTICO DA PESQUISA

O *corpus* analítico deste trabalho se resume em uma coleção denominada “Caderno de Matemática”, destinada aos Cursos Industriais Básicos, num total de quatro volumes, sendo um volume para cada uma das quatro séries daquela modalidade de ensino. Trata-se de uma coleção escrita pelo professor Arlindo Clemente, com a identificação “Série A – nº 4 – Vol. 2”, produzida pelo Ministério da Educação e Saúde e pela Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI)[15]. A primeira edição é datada de janeiro de 1951 e a segunda, de março de 1955. O volume aqui analisado é referente à 2ª Série.

Figura 3 – Capa do Caderno de Matemática da 2ª Série de 1955.



Fonte: Acervo digital dos autores.

Esta é uma obra pertencente à *Biblioteca do Ensino Industrial*, “que nada mais era do que um conjunto de publicações, organizadas em quatro séries” (Silva Neto & Costa, 2019a, p. 5). A organização em séries se dava da seguinte maneira:

> *Cultura Geral* (Série A), que contemplava as disciplinas de Português, Matemática e Geografia; *Educação Industrial* (Série B), que priorizava temáticas voltadas para organização e planejamento de oficinas dos vários cursos, séries metódicas, Metodologia e Psicologia do ensino industrial; *Cultura Técnica* (Série C), com títulos pontuais como conserto de calçados,

[15] A Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI) é o órgão executivo de um acordo firmado entre o Ministério da Educação e Cultura e a *Education Division – The Institute of Inter-American Affaire*, sobre a educação industrial (CBAI, 1955, p. 1).

tratamento térmico de metais; e, *Didáticas para oficinas* (Série D), voltadas para "tecnologia, operações e tarefas" dos cursos (Machado, 2010, p. 293, grifo no original).

Como se vê na capa, ela pertencia à Série A, nº 4. Ou seja: é uma obra da denominada série *Cultura Geral*, de número 4, e seu volume 2 refere-se à segunda série. Na relação de obras já publicadas pela CBAI referente à Série A, a que se encontra em análise figura na quarta posição.

Quadro 1 – Relação de obras da Série A publicadas pela CBAI.

BIBLIOTECA DO ENSINO INDUSTRIAL **Obras já publicadas:** **SÉRIE A – CULTURA GERAL** Nº 1 – Geografia do Brasil – Hélio de Alcântara Avelar Nº 2 – Textos de Português – A. J. Chediak Nº 3 – Textos de Português – Paulo Lantelme Nº 4 – Caderno de Matemática – Arlindo Clemente

Fonte: CBAI (1951, contracapa).

De acordo com os autores responsáveis pela apresentação da obra, ela foi elaborada com o objetivo de "servir como subsídio aos professores e alunos, para o desenvolvimento do programa de Matemática dos cursos industriais básicos" (Bologna & Sheridan, 1951, apresentação).

O material foi elaborado pelo professor da Escola Técnica Nacional, Arlindo Clemente. "Encarregou-se do preparo da nova edição o próprio autor, Engº. Arlindo Clemente, que se dedicou a êsse trabalho com a responsabilidade de seu reconhecido mérito" (Sampaio & Sheridan, 1955, p. 3).

Arlindo Clemente foi uma figura importante para o ensino industrial brasileiro. Silva Neto & Costa (2019b) o classificaram como um *expert* em educação, tal como proposto por Hofstetter, Schneuwly e Freymond (2017), e dissertaram a respeito de sua contribuição para o campo da História da educação matemática. De acordo com os autores, "O professor Arlindo Clemente, de fato, fez circular saberes através da produção de livros e materiais didáticos" (Silva Neto & Costa, 2019b, p. 178). Suas produções vão desde a publicação de Apostilas de Matemática para as quatro séries do ensino industrial básico, que mais tarde se tornaram os Cadernos de Matemática, coleção analisada neste trabalho, além de coleção de matemática para o ensino técnico industrial, coleção esta dividida em dois volumes.

De acordo com a literatura a respeito do ensino industrial brasileiro, Arlindo Clemente era reconhecido como um

> nome dos mais destacados entre os que lecionam na Escola Técnica Nacional e reconhecido como dos mais competentes do magistério do Rio de Janeiro. Inteligência brilhante, espírito lúcido, dotado de grande clareza de exposição, conhecedor perfeito da arte e da ciência de ensinar, à qual se entregou com extremos de dedicação, elaborou o Professor Arlindo Clemente uma obra preciosa que há de ficar como um dos marcos do desenvolvimento do ensino técnico em nosso meio (Fonseca, 1968, p. 11).

Além de *expert,* Arlindo Clemente também foi considerado um intelectual do ensino industrial brasileiro. Silva Neto (2019) verificou que ele possuía os quatros requisitos básicos para ser considerado como tal, proposto por Vieira (2011). Ele pertencia ao grupo social que estabeleceu relações com o Estado e ajudou a produzir a legitimação dos intelectuais como representantes do poder político. Além disso, ocupou várias cadeiras e publicou uma série de materiais sobre o ensino de matemática, demonstrando seu sentimento de missão ou de dever social. Também é possível dizer que o professor elaborou e fez veicular seu discurso que estabelece a relação entre educação e modernidade. Por último, pode-se dizer que Arlindo Clemente assumiu a centralidade do Estado como agente político para efetivação do projeto moderno de reforma social (Silva Neto, 2019).

Feitas as considerações preliminares a respeito da obra, passa-se à análise dela, que é objetivo deste trabalho. Conforme o índice da própria obra datada de 1955, os "Números Complexos" apareceram no rol de conteúdos da 2ª série.

> COMPLEXOS
> 1. Medida de tempo, ângulo, comprimento em unidades inglesas.
> 2. Redução de complexos e incomplexos e vice-versa.
> 3. Transformação de complexos em fração e vice-versa.
> 4. Operações sobre complexos (CBAI, 1955, p. 5).

Importante mencionar que, nos Anais do III Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática, o mesmo conteúdo aparece listado no rol de conteúdos da 1ª Série, o que faz concluir que houve mudanças na distribuição dos conteúdos a serem ministrados no Ensino Industrial.

Pode-se afirmar que os tópicos que aparecem neste índice devem ser encarados como saberes que eram legítimos e que estavam em acordo com a formação para a indústria, uma vez que foram selecionados a partir de discussões concernentes ao ensino industrial da época. "Portanto, estamos diante de um saber objetivado[16], primeiro por se tratar de saberes que estão

[16] Os *saberes objetivados* remetem a "[...] as realidades com o estatuto de representações [...] dando lugar a enunciados proposicionais e sendo objeto de uma valorização social sancionada por uma atividade de transmissão-comunicação. Elas, essas

postos por um programa de ensino, em segundo, por estarem materializados no livro, que pode ser compreendido como um instrumento que tem o papel de transmissão destes saberes" (Barbaresco & Costa, 2019, p. 72). Assim, a obra *Caderno de Matemática* é "[...] uma fonte privilegiada para se captar a *matemática a ensinar*" (*Ibid.,* p. 72).

Na primeira unidade, muito sucintamente, CBAI (1955) apresenta as unidades legais de tempo, como sendo o *segundo (s),* e a de ângulo, como sendo o *ângulo reto (r)*. O ângulo reto é subdivido em 90 partes iguais, obtendo-se o *grau sexagesimal.* Aparecem como múltiplos e submúltiplos do segundo: o dia (d), a hora (h), o minuto (m) e o segundo (s). Já como submúltiplos do ângulo reto são enunciados o grau (°), o minuto (') e o segundo (").

Uma outra unidade apresentada pela obra é a *unidade inglesa de comprimento.* São apresentadas a milha, a jarda, o pé e a polegada, estabelecendo a seguinte relação entre eles:

1 jarda = 3 pés = 36 polegadas
1 pé = 12 polegadas

Outras relações entre o sistema métrico e sistema inglês podem ser verificados no trabalho de Silva Neto & Costa (2019a).

Em relação às definições, a obra traz apenas a definição de números complexos: "Chama-se <u>número complexo</u> ao número formado por duas ou mais unidades de ordens diferentes, não decimais e redutíveis a uma só" (CBAI, 1955, p. 8, grifo no original). Apesar de se tratar de definição que se compara à de Camus (1753), Bézout (1770) e Vianna (1906), trata-se da definição mais detalhista, por acrescentar a característica de "ordens diferentes, não decimais e redutíveis a uma só", detalhes ausentes nas definições anteriormente apresentadas.

Nesta obra, pode-se verificar que este conteúdo se apresenta como um recurso para se trabalhar com medidas. Porém, neste trabalho, ele assume o *status* de *matemática a ensinar*, ou seja, um saber que é necessário ser ensinado.

Como exemplo da definição, a obra analisada apresenta: 2 anos 3 meses e 7 dias. Sem mais explicações ou exemplos, ela mostra a transformação de um número complexo em incomplexo (mesmo sem defini-lo) e vice-versa. O primeiro exercício é de transformar 79 polegadas em um número complexo.

representações, têm consequentemente uma existência distinta daqueles que as enunciam ou daqueles que delas se apropriam. São conserváveis, acumuláveis, apropriáveis. (Barbier, 1996, p. 9 *apud* Hofstetter & Schneuwly, 2017, p. 131).

Assume-se, portanto, que 79 polegadas seja um número incomplexo, haja vista ser a expressão de uma unidade. A partir da relação existente (1 pé = 12 polegadas), deve-se dividir 79 por 12.

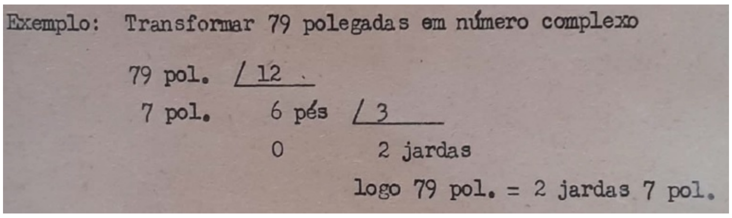
79 pol. |**12**
7 pol. **6 pés**

Da relação existente de que 1 jarda equivale a 3 pés, basta dividir 6 por 3:

6 pés |**3**
0 **2 jardas**

Assim sendo, conclui-se que 79 polegadas = 2 jardas 7 polegadas. Porém, a obra não traz a solução em detalhes. Ela faz a transformação em divisões sucessivas, na mesma sequência:

Figura 4 – Transformação de um Número Incomplexo em Complexo.


Exemplo: Transformar 79 polegadas em número complexo

79 pol. / 12
7 pol. 6 pés / 3
0 2 jardas
logo 79 pol. = 2 jardas 7 pol.

Fonte: CBAI (1955, p. 8).

Como conclusão, é assim apresentado no livro: "Com efeito: se 1 pé = 12 polegadas, haverá tantos pés quantas vezes 12 estiver contido em 79, sendo o resto polegadas. Idêntico raciocínio rege a redução a jardas" (CBAI, 1955, p. 8).

A recíproca também é trabalhada. No próximo exercício, o aluno deveria transformar em número incomplexo 3 jardas, 2 pés e 7 polegadas. A ideia parece ser mais simples: basta transformar todas as unidades para polegadas e somá-las ao final. Assim:

Quadro 2 – Transformação de um Número Complexo em Incomplexo.

3 jardas	(1 jarda = 3 pés) = 9 pés	(1 pé = 12 polegadas) = 108 polegadas
2 pés	-	(1 pé = 12 polegadas) = 24 polegadas
7 polegadas	-	7 polegadas
		108+24+7 = 139 polegadas

Fonte: elaborado pelos autores.

A conclusão desta operação é a que segue: "Com efeito: uma jarda tendo 3 pés, 3 jardas terão 3 x 3 = 9 pés que serão somadas com os 2 pés dados. Raciocínio idêntico rege a redução a polegadas" (CBAI, 1955, p. 9). As conclusões aparecem de forma simples e objetiva. Não há outras explicações nem exemplos resolvidos. Isto, porque, na própria Apresentação, os autores mencionam que "Cada unidade do programa é objeto de uma ligeira explanação teórica, seguida de exercícios e problemas aplicados a trabalhos típicos dos ofícios em metal, madeira, eletricidade e artes gráficas" (Bologna & Sheridan, 1951, Apresentação).

Antes de verificar os exercícios, a obra também apresenta as regras de transformação de número complexo em fração ordinária e vice-versa. O primeiro exemplo é o de transformar 3 jardas, 2 pés e 7 polegadas em fração ordinária. Como já visto no Quadro 2, esse número foi convertido para 139 polegadas. Como existe a relação 1 jarda = 36 polegadas, a transformação em fração ordinária resulta assim: $\frac{139}{36}$ jardas. A regra para essa transformação é dada pela Figura 5:

Figura 5 – Transformação de um Número Complexo em Fração Ordinária.

Regra: O númerador da fração é o número complexo dado reduzido a número incomplexo. O denominador é no caso 1 jarda reduzida a polegadas.

Fonte: CBAI (1955, p. 9).

Já para transformar uma fração ordinária de um complexo em número complexo, o livro também apresenta um procedimento simples. Como exemplo, ele solicita que seja transformada a fração ordinária $\frac{17}{3}$ jardas em número complexo. Num primeiro momento, o aluno deve efetuar a divisão de 17 por 3.

$$\begin{array}{r|l} 17 & 3 \\ \hline 2 & 5 \text{ jardas} \end{array}$$

Como o resto foi 2 jardas, o algoritmo sugere a transformação para a unidade seguinte, qual seja, pés. Sabe-se que 2 jardas equivalem a 6 pés. Assim,

$$\begin{array}{r|l} 6 & 3 \\ \hline 0 & 2 \text{ pés} \end{array}$$

Desse modo, conclui-se que a fração $\frac{17}{3}$ jardas equivale a 5 jardas e 2 pés. A Figura 6 ilustra a regra a ser aplicada nessa transformação.

Figura 6 – Transformação de Fração Ordinária de um complexo em Número Complexo.

Regra: Divide-se o numerador pelo denominador, o cociente será a maior unidade do complexo; o resto é convertido na unidade seguinte. Divide-se o produto pelo denominador, obtendo-se a segunda unidade do complexo e reduz-se o resto à unidade seguinte. Opera-se do mesmo modo até se conseguir a menor unidade procurada. Se houver resto, êle será o numerador da fração cujo denominador é o primitivo. Esta fração é da menor unidade do complexo.

Fonte: CBAI (1955, p. 9).

Na sequência, o livro mostra as operações que são possíveis de realizar com estes tipos de números: adição, subtração, multiplicação e divisão. A intenção é apresentá-las ligeiramente, tal qual faz o livro em análise.

Para realizar a *adição* de dois ou mais números complexos, basta somar separadamente as unidades de cada ordem e depois, se necessário, reduzir cada unidade e somá-los à unidade subsequente. Explica-se.

Exemplo: Somar 3 anos, 7 meses e 24 dias com 1 ano, 9 meses e 17 dias com 2 anos, 10 meses e 30 dias. Esquematicamente essa soma fica assim estruturada:

$$\begin{array}{rrr} 3a & 7m & 24d \\ +\ 1a & 9m & 17d \\ 2a & 10m & 30d \\ \hline 6a & 26m & 71d \end{array}$$

A próxima etapa consiste em reduzir ao máximo as unidades restantes. Iniciando pelos dias, basta dividir 71 por 30 (1 mês = 30 dias). Desse resultado, obtém-se 2 meses e 11 dias. Assim, basta adicionar estes 2 meses aos 26 restantes, obtendo 28.

$$6a \quad 28m \quad 11d$$

Da mesma maneira, os 28 meses precisam ser reduzidos. Assim, basta dividir 28 por 12 (1 ano = 12 meses). Obtém-se, portanto, 2 anos e 4 meses. De modo análogo, basta acrescentar estes 2 anos aos 6 inicialmente obtidos, resultando 8 anos. Ao final, obteve-se:

$$8a \quad 4m \quad 11d$$

Para a operação de *subtração*, a sugestão é exatamente a mesma. Diminuem-se separadamente as unidades de cada ordem e, se necessário, faz-se as reduções necessárias.

Como exemplo, deve-se diminuir 7 graus, 10 minutos e 10 segundos e 3 graus, 8 minutos e 3 segundos. Esquematicamente, ficam assim dispostos:

$$\begin{array}{r} - \begin{array}{ccc} 7° & 10' & 10'' \\ 3° & 8' & 3'' \end{array} \\ \hline \begin{array}{ccc} 4° & 2' & 7'' \end{array} \end{array}$$

Caso as unidades do minuendo sejam menores que as do subtraendo, faz-se necessário realizar as devidas reduções para que a subtração seja possível.

Em relação à *multiplicação*, é possível distinguir dois cenários possíveis: um é a multiplicação de um complexo por incomplexo; o outro, é a de um incomplexo por complexo. No primeiro caso, basta multiplicar cada uma das unidades do número complexo pelo incomplexo, efetuando as reduções convenientes. Exemplo:

$$\begin{array}{r} 3° \quad 15' \quad 17'' \\ \times 9 \\ \hline 27° \quad 135' \quad 153'' \end{array}$$

Efetuando-se as devidas reduções, obtém-se $29° \quad 17' \quad 23''$. Já na multiplicação de um incomplexo por um complexo, basta reduzir o número complexo à fração ordinária e efetuar a operação, reduzindo a fração resultante a incomplexo.

Exemplo: Multiplicar 3 por 2 jardas 5 pés 5 polegadas. Reduzindo o número complexo à uma fração ordinária, obtém-se $\frac{101}{36}$ jardas, aplicando a regra constante na Figura 6.

Assim, obtém-se: $3 \times \frac{101}{36} = \frac{303}{36} =$ 8 jardas 1 pé 3 polegadas.

A operação de *divisão* também é apresentada no livro, com apenas um exemplo. Porém, identificou-se um erro na resolução do único exemplo fornecido. Para a regra da divisão, o livro apresenta a seguinte regra, conforme Figura 7:

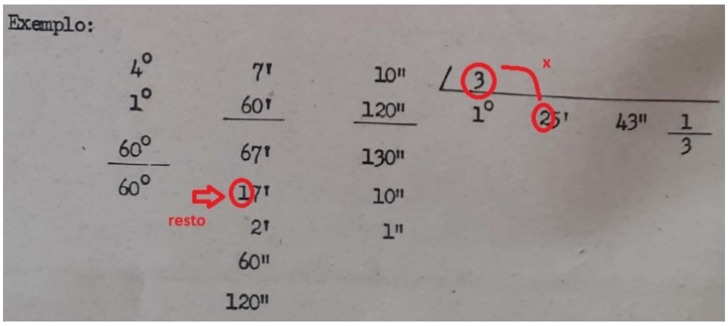
Figura 7 – Regra da divisão de números complexos.

Regra: Dividem-se os graus pelo divisor. Converte-se o resto à unidade seguinte e soma-se com as unidades dadas da mesma espécie.
Divide-se o resultado pelo divisor. O resto é convertido a unidade seguinte e somado com as dadas da mesma espécie efetuando-se nova divisão. O último resto será o numerador da fração cujo denominador é o divisor. Esta fração é da menor unidade do complexo.

Fonte: CBAI (1955, p. 13).

No único exemplo fornecido, o aluno deveria resolver a divisão de 4° 7' 10" por 3. Porém, ao ler a resolução apresentada pelo livro, os autores se depararam com um equívoco. A Figura 8 mostra a resolução dada pelo livro.

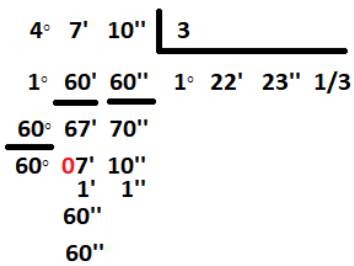
Figura 8 – Resolução da divisão de números complexos.



Fonte: CBAI (1955, p. 12).

Ao efetuar a multiplicação do divisor 3 pela primeira parte dos minutos (o algarismo 2), o resultado desta multiplicação (3x2) é 6. Ao colocar o resto, em vez de incluir o algarismo 0 (zero), equivocadamente se incluiu o algarismo 1, o que prejudicou todo o desenvolvimento subsequente.

De acordo com as regras estabelecidas mostradas na Figura 7, a correta solução seria a que segue:



Portanto, o resultado correto da divisão proposta é $1° \ \ 22' \ \ 23'' \ \frac{1}{3}$ e não o apresentado pelo livro. Acredita-se que se constitui de erro grave, uma vez que se trata do único exemplo a ser dado ao leitor e que pode influenciar diretamente no aprendizado do algoritmo desejado.

Uma vez apresentadas as quatro operações, a própria apresentação do livro informa que elas são sucedidas de problemas e exercícios que se aplicam a trabalhos típicos dos ofícios, como os em metal, madeira, eletricidade e artes gráficas.

Na seção denominada *Aplicações*, são apresentados alguns exemplos práticos com a utilização de números complexos e incomplexos. O primeiro exemplo diz respeito ao cálculo da idade de uma pessoa: “Calcular a idade de uma pessoa que nasceu em 17 de maio de 1832 e faleceu em 20 de julho de 1900” (CBAI, 1955, p. 13).

A disposição da resolução é a semelhante à da subtração. Como a idade da pessoa é calculada pela diferença entre a data de falecimento e a de nascimento, logo virá:

$$\begin{array}{rrr} & 1900a \quad 7m \quad 20d \\ - & 1832a \quad 5m \quad 17d \\ \hline & 68a \quad 2m \quad 3d \end{array}$$

Assim, a idade da pessoa é de 68 anos, 2 meses e 3 dias.

O segundo exemplo diz respeito à quantidade de tempo gasto para executar determinado trabalho. Assim diz o enunciado: “Para executar certo trabalho, um operário gastou 2 horas 15 minutos 35 segundos. Quanto tempo gastará para executar 7 trabalhos iguais?” (CBAI, 1955, p. 13).

Como se trata de trabalhos iguais, a disposição de resolução é a mesma da multiplicação. Logo, basta multiplicar 2h 15min 35s por 7.

$$\begin{array}{r} 2h \quad 15min \quad 35s \\ \times\, 7 \\ \hline 14h \quad 105min \quad 245s \end{array}$$

Porém, aqui são necessárias as devidas reduções. 245 segundos equivalem a 4 minutos e 5 segundos. Assim, deve-se somar 105 + 4, obtendo 109 minutos. Estes devem ser reduzidos, pois 109 minutos equivalem a 1 hora e 49 minutos. Também deve-se somar 14 + 1, obtendo um total de 15 horas. Logo, o tempo necessário para executar o trabalho era de 15 horas 49 minutos e 5 segundos. Destaque-se que, na resolução constante no livro, o resultado encontra-se correto. Porém, ao fim da resolução, quando da resposta final, o livro também traz um erro, conforme Figura 9.

Figura 9 – Resultado do exercício envolvendo multiplicação de números complexos.

Resultado: 15 horas 49 minutos 35 segundos.

Fonte: CBAI (1955, p. 12).

A obra segue com uma seção de exercícios. Os quatro primeiros dizem respeito à redução de número complexo em incomplexo e vice-versa, bem como de número complexo à fração ordinária e vice-versa. Os subsequentes enunciam o verbo “efetuar” e neles aparecem dois exercícios de cada uma das operações (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Na sequência, são apresentados quatro problemas práticos envolvendo as operações. Um deles é referente ao cálculo de longitudes; o segundo, envolve o cálculo da idade de uma pessoa, tal qual o exemplo; já o terceiro diz respeito ao cálculo do ganho pelo trabalho, dado um valor de salário-hora; e o quarto, um exercício que trata do cálculo de velocidades.

Aqui é possível dizer que estes exercícios procuram mostrar o uso prático do saber posto. A prática de somar, subtrair, multiplicar e dividir, presentes nos enunciados destes exercícios, mobilizam o saber agora aprendido, qual seja, as operações com números complexos e incomplexos. Isto exemplifica como este conteúdo foi mobilizado nesta prática específica. E, portanto, assume-se o conteúdo de números complexos e incomplexos como um saber a ser ensinado, ou seja, uma *matemática a ensinar,* que se constituiu como um saber escolar, ou seja, um saber inerente às escolas industriais brasileiras daquela época.

A literatura mostra que o tópico de números complexos foi se tornando obsoleto com o passar dos anos, “sendo, contudo, a terminologia “números complexos” completamente abandonada nos livros dedicados ao nível de ensino primário” (Zuin, 2007, p. 9).

Porém, ao analisar outra obra escrita por Arlindo Clemente destinada ao Ensino Técnico Industrial, é possível perceber que Clemente (1968) menciona que o assunto “Números Complexos” faz parte do rol de conteúdos do Programa de Matemática da 1ª Série do Ensino Técnico Industrial da Escola Técnica Nacional (Clemente, 1968, p. 191). No entanto, a definição encontrada nesta outra obra é a de que “Número Complexo é um par ordenado de números reais (a,b) que satisfaçam às seguintes condições” (*Ibid.,* p. 181). Daí, parte para definir o que chama de unidade real e unidade imaginária e estipula que $j = \sqrt{-1}$, tal qual fez Gauss, diferenciando-se da nomenclatura utilizada por Camus (1753), Bézout (1770), Vianna (1906) e assumida na escrita deste trabalho.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Trabalhar com saberes nem sempre é tarefa fácil. Para os pesquisadores em História da educação matemática, isto exige um preparo de um ferramental teórico-metodológico utilizado por historiadores. Porém, esta tem sido uma crescente nas pesquisas em educação dos últimos anos.

A partir de conceitos de saberes *a* ensinar e *para* ensinar, categorias de análise mobilizadas pelos professores suíços, é inserida na cena da pesquisa duas subcategorias, pode-se assim dizer: a matemática *a* ensinar e a matemática *para* ensinar. A articulação delas é a que define teoricamente um saber profissional do professor que ensina Matemática.

A partir desta temática, o artigo se propôs a analisar uma obra intitulada *Caderno de Matemática*, escrita a partir de notas de aula do professor Arlindo Clemente, destinada aos alunos e professores do ensino industrial brasileiro, fomentada em parceria do Ministério da Educação e Cultura com a Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI).

A temática escolhida foi acerca dos Números Complexos e Incomplexos. Percebe-se que há diferenças no uso destes conceitos. No passado, eram vistos como soma de unidades diferentes. Atualmente, são tidos como números imaginários, ou seja, como uma ampliação do Conjunto dos Números Reais, como dado por Gauss. Estes números complexos estudados neste artigo permaneceram nos manuais e no ensino industrial brasileiro até o fim da década de 1950 e meados da década de 1960. Como se viu, ele desapareceu e deu lugar a “outro” tipo de número complexo. Infere-se, porém, que muitos educadores matemáticos desconhecem o sentido anteriormente dado, o que pode levar a interpretações equivocadas e anacronismos.

Tendo em vista as fontes mobilizadas, é possível afirmar que o conteúdo de números complexos e incomplexos se constituiu como um saber a ser ensinado e, além disso, passou a ser objetivado e circulou em escolas industriais do país. Assim sendo, pode-se concluir que estes conteúdos podem ser encarados como uma *matemática a ensinar* nas escolas industriais brasileiras em meados do século XX.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

REFERÊNCIAS

Barbaresco, C. S. & Costa, D. A. da (2019). “Complemento Aritmético de um número”: um saber matemático a ensinar. *Acta Scientiae*, 21(n. especial), 62-77. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21issEid5222.

Bertini, L. de F., Morais, R. dos S. & Valente, W. R. (2017). *A matemática a ensinar e a matemática para ensinar:* novos estudos sobre a formação de professores. Livraria da Física.

Bézout, E. (1770). *Cours de mathématiques, à l'usage du corps royal de l'artillerie* (Tome premier, contenant l'Arithmétique, la Géométrie & la Trigonométrie Rectiligne). De l'Imprimerie Royale.

Bologna, I. & Sheridan, E. M. (1951). Apresentação. Em Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI), *Caderno de Matemática* (para os cursos industriais básicos). 4ª série. MEC/CBAI.

Brasil. (1942). *Decreto-Lei nº 4073 de 30 de janeiro de 1942*. Lei Orgânica do Ensino Industrial. Recuperado de http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Decreto-Lei/1937-1946/Del4073.htm.

Camus, C. E. L. (1753). *Cours de mathématique. Premiére Partie. Élémens d'Arithmétique* (Nouvelle Édition). Ballard.

Clemente, A. (1968). *Matemática* (Vol. 1 - Ensino Técnico Industrial – Coleção E.T.I.). Ao Livro Técnico S.A.

Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI). (1951). *Caderno de Matemática* (para os cursos industriais básicos). 4ª série. MEC/CBAI.

Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI). (1955). *Caderno de Matemática* (Curso Industrial Básico) (2ª ed.). 2ª série. MEC/CBAI.

Ferreira, D. de M. L. (2018). *Descobrindo e analisando práticas matemáticas desconhecidas – o caso dos "Números Complexos"*. [Dissertação de Mestrado em Ensino de Matemática, Universidade Federal do Rio de Janeiro]. Recuperado de http://www.pg.im.ufrj.br/pemat/88%20Debora%20Ferreira.pdf.

Fonseca, C. S. da. (1961). *História do Ensino Industrial do Brasil* (1º Volume). Escola Técnica Nacional do Rio de Janeiro.

Fonseca, C. S. da. (1968). Apresentação. Em A. Clemente, *Matemática* (Vol. I). Coleção Ensino Técnico Industrial. Ao Livro Técnico.

Hoffmann, Y. T. (2017). *Os saberes matemáticos nas reformas educacionais do ensino primário em Santa Catarina (início do séc. XX)* [Dissertação de Mestrado em Educação Científica e Tecnológica, Universidade Federal de Santa Catarina]. Repositório Institucional da UFSC. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/177010.

Hofstetter, R. & Schneuwly, B. (2017). Saberes: um tema central para as profissões do ensino e da formação. Em R. Hofstetter & W. R. Valente (Org.), *Saberes em (trans)formação*: tema central da formação de professores (pp. 113-172). Livraria da Física.

Hofstetter, R., Schneuwly, B. & Freymond, M. de. (2017). "Penetrar na verdade da escola para ter elementos concretos de sua avaliação" – A irresistível institucionalização do *expert* em educação (século XIX e XX). Em R. Hofstetter & W. R. Valente (Org.), *Saberes em (trans)formação*: tema central da formação de professores (pp. 55-112). Livraria da Física.

Longen, A. (2007). *Livros didáticos de Algacyr Munhoz Maeder sob um olhar da Educação Matemática*. [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Federal do Paraná]. Repositório Digital Institucional da UFPR. Recuperado de http://hdl.handle.net/1884/11304.

Lussi Borer, V. (2017). Saberes: uma questão crucia para a institucionalização da formação de professores. Em R. Hofstetter & W. R. Valente (Org.), *Saberes em (trans)formação*: tema central da formação de professores (pp. 173-199). Livraria da Física.

Machado, M. L. B. (2010). *Racionalidade, trabalho e "Harmonia Social":* Configurações do projeto de modernização brasileira e ensino industrial na Escola Técnica de Curitiba (1930-1960). [Tese de Doutorado em Educação, Universidade Estadual de Campinas]. Repositório da Produção Científica e Intelectual da Unicamp. Recuperado de http://repositorio.unicamp.br/jspui/handle/REPOSIP/251324.

Maciel, P. R. C. (2018). *A Matemática na Escola Técnica Nacional (1942-1965):* Uma disciplina diferente? [Tese de Doutorado em Ciência, Tecnologia e Educação, Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca, CEFET/RJ]. Plataforma Sucupira. Recuperado de https://sucupira.capes.gov.br/sucupira/public/consultas/coleta/trabalhoConclusao/viewTrabalhoConclusao.jsf?popup=true&id_trabalho=6278183.

Ministério da Educação e Cultura [MEC]/Campanha de Aperfeiçoamento e Difusão do Ensino Secundário [CADES]. (1959). *Anais do IIIº Congresso Brasileiro do Ensino de Matemática*. Gráfica Olímpica Editôra.

Sampaio, F. P. & Sheridan, E. M. (1955). Prefácio à 2ª edição. Em Comissão Brasileiro-Americana de Educação Industrial (CBAI), *Caderno de Matemática* (Curso Industrial Básico) (2ª ed.). 2ª série. MEC/CBAI.

Silva Neto, O. (2019). *Experts* e/ou Intelectuais? As contribuições dos personagens do ensino industrial brasileiro para o ensino de matemática. *Anais do XXIII Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*, São Paulo (SP), (23), 1-12. Recuperado de http://eventos.sbem.com.br/index.php/EBRAPEM/EBRAPEM2019/paper/viewFile/700/581.

Silva Neto, O. & Costa, D. A. da. (2019a). Biblioteca do Ensino Industrial: uma análise da obra "Medidas" produzida pela C.B.A.I. *Comunicações do XVII Seminário Temático: Materiais Didáticos e História da Educação Matemática*, Aracaju (SE), (17), 1-14. Recuperado de https://xviiseminariotematico.paginas.ufsc.br/sessao-de-comunicacao-3/.

Silva Neto, O. & Costa, D. A. da. (2019b). Arlindo Clemente: o *expert* em educação e sua contribuição para a escrita da História da Educação Matemática. *Revista Cocar*, edição especial (6), 173-188. Recuperado de https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/204829.

Valente, W. R. (2015). História da Educação Matemática nos anos iniciais: a passagem do simples/complexo para o fácil/difícil. *Cadernos de História da Educação*, 14(1), 357-367. Recuperado de http://www.seer.ufu.br/index.php/che/article/view/32131.

Valente, W. R. (2020). Teacher Training and Historical Studies on Professional Knowledge: Mathematics to Teach and Mathematics for Teaching. *Pedagogical Research*, 5(3), 1-4. Recuperado de https://doi.org/10.29333/pr/8318.

Vianna, J. J. L. (1906). *Elementos de Arithmética* (11ª ed.). Livraria Francisco Alves.

Vieira, C. E. (2011). Erasmo Pilotto: identidade, engajamento político e crenças dos intelectuais vinculados ao campo educacional brasileiro. Em J.L. Leite & C. Alves (Org.), *Intelectuais e História da Educação no Brasil*: poder, cultura e políticas (pp. 25-54). EDUFES.

Zuin, E. de S. L. (2007). *Por uma nova arithmética:* O sistema métrico decimal como um saber escolar em Portugal e no Brasil oitocentistas [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, PUC/SP]. TEDE – Sistema de Publicação Eletrônica de Teses e Dissertações. Recuperado de https://tede2.pucsp.br/handle/handle/11205.

Zuin, E. de S. L. (2008). Alterações na aritmética escolar do Brasil Oitocentista: entre os pesos e medidas. *Anais do Congresso Brasileiro de História da Educação*, Aracaju (SE), (5), 1-13. Recuperado de http://www.sbhe.org.br/novo/congressos/cbhe_2008/pdf/85.pdf.