Zetetiké

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

O jogo pedagógico “brincando com a probabilidade” para os anos iniciais do ensino fundamental: o espaço amostral

The pedagogical game “playing with probability” for the early years of elementary school: the sample space

Ailton Paulo de Oliveira Júnior[1]

Nilceia Datori Barbosa[2]

Resumo

O presente trabalho tem como objetivo analisar as tarefas elaboradas para um jogo pedagógico relacionadas ao conceito de espaço amostral segundo a Teoria Antropológica do Didático (TAD). Tomando como referência a Base Nacional Comum Curricular – BNCC, proposta curricular brasileira no que diz respeito aos conteúdos e habilidades a serem trabalhados na unidade temática “Estatística e Probabilidade” para os anos iniciais do Ensino Fundamental, elaboramos cartas Perguntas (?) para o jogo, que são tarefas baseadas em situações problemas cujo objetivo é favorecer a apreensão do conhecimento probabilístico. Mostrou-se a possibilidade de desenvolver um trabalho pedagógico baseado em jogos e resolução de problemas que envolva conteúdos probabilísticos, criando um recurso que favoreça o repensar sobre os métodos estratégicos, redimensionando-os a fim de minimizar o hiato existente entre as atividades lúdicas cotidianas realizadas pelos alunos, espontaneamente, e o trabalho desencadeado em sala de aula.

Palavras-chave: Jogo pedagógico; Ensino de Probabilidade; Ensino Fundamental; Base Nacional Comum Curricular.

Abstract

The present work has as objective to analyze the elaborated tasks for a pedagogical game related to the Anthropological Theory of Teaching (TAD). Taking as a reference the Common National Curriculum Base - BNCC, a Brazilian curriculum proposal regarding the contents and skills to be worked on in the thematic unit “Statistics and Probability” for the early years of Elementary School, we elaborate Questions (?) cards for the game, which are tasks based on problem situations whose objective is to favor the apprehension of probabilistic knowledge. It was shown the possibility of developing a pedagogical work based on games and problem solving involving probabilistic content, creating a resource that favors the rethinking of strategic methods, resizing them to minimize the gap between the daily playful activities performed. by the students, spontaneously, and the work triggered in the classroom.

Keywords: Educational game; Probability Teaching; Elementary School; Common National Curriculum Base.

Introdução

Submetido em: 26/09/2019 – **Aceito em**: 25/04/2020 – **Publicado em**: 29/05/2020

[1] Doutor em Educação pela Universidade de São Paulo – USP. Professor Associado II da Universidade Federal do ABC - UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil. E-mail: ailton.junior@ufabc.edu.br.

[2] Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Ensino e História das Ciências e da Matemática da Universidade Federal do ABC – UFABC, Santo André, São Paulo, Brasil. E-mail: nilceia.datori@ufabc.edu.br.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Consideramos que existe uma real necessidade de cidadãos terem domínio sobre os conhecimentos básicos de probabilidade, acreditando que esta tem um papel relevante na formação do cidadão. De acordo com Bennett (2003) e Everitt (1999) a aprendizagem da probabilidade contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico, que permite aos cidadãos compreender e comunicar diferentes tipos de informação presentes em inúmeras situações da vida cotidiana nas quais fenômenos aleatórios, acaso e incerteza estão presentes. E ainda, porque o ensino de probabilidade é pouco evidenciado nos anos iniciais do Ensino Fundamental, necessitando de pesquisas nessa área.

Pensando nesses pontos de vista e acreditando que o jogo é capaz de possibilitar simulações de tarefas que provocam e exigem soluções imediatas, caracterizando-se assim como um recurso eficaz para o exercício de aprendizagem ativa, optamos por criar um jogo de tabuleiro cuja movimentação das peças se fará por meio das respostas corretas dos jogadores frente à cartas perguntas que serão compostas por tarefas que fazem parte do cotidiano da criança.

Em relação aos jogos, ~~de acordo com~~ a Base Nacional Comum Curricular – BNCC (MEC, 2017), proposta curricular brasileira publicada em dezembro de 2017, indica que é importante fazer uma distinção entre jogo como conteúdo específico e jogo como ferramenta auxiliar de ensino. Não é raro que, no campo educacional, jogos e brincadeiras sejam inventados com o objetivo de provocar interações sociais específicas entre seus participantes ou para fixar determinados conhecimentos. O jogo, nesse sentido, é entendido como meio para se aprender outra coisa.

Além disso, introduzir o jogo ou outras tarefas lúdicas na sala de aula não precisa ser um processo complexo no ensino de matemática onde várias abordagens e problemas surgem a partir da resolução de problemas que pode ser vista como um prêmio ou um objetivo a ser alcançado. Alguns pesquisadores já analisaram as vantagens da introdução de jogos em aula através do estudo de casos práticos de aplicação (Torres, 2001; Chamoso, Durán, García, Martín & Rodríguez, 2004; Hernández, Kataoka & Silva, 2010; Bracho, Mas, Jiménez & García, 2011; Malaspina, 2012; Villarroel & Sgreccia, 2012).

Associando o jogo á resolução de problemas, Grando (2004) explicita que o cerne da resolução de problemas está no processo de criação de estratégias e na análise, processada pelo aluno, das várias possibilidades de resolução sendo que no jogo ocorre fato semelhante, pois representa uma situação-problema determinada por regras, em que o indivíduo busca, a todo o momento, elaborando estratégias e reestruturando-as, vencer o jogo, ou seja, resolver o problema. Esse dinamismo característico do jogo é o que possibilita identificá-lo no contexto da resolução de problemas.

E continuando a discutir essa relação, os processos de ensino e aprendizagem de Matemática por meio da metodologia da resolução de problemas e da utilização de jogos possibilita aos estudantes a criação de estratégias que favorecem a apropriação de conceitos matemáticos, de forma que “novas compreensões da matemática embutidas na tarefa” (Van de Walle, 2009, p. 58) leva-os a pensar, a questionar e a discutir suas ideias e estratégias nas

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

atividades realizadas no trabalho individual, em dupla ou em pequenos grupos.

A resolução de problemas e os jogos pedagógicos no ensino de probabilidade

Considerando como nasceu a Probabilidade, autores defendem a ideia de que brincar é a melhor maneira das crianças aprenderem os conceitos probabilísticos como Góngora (2011) ao propor que, para trabalhar a Probabilidade, sejam utilizados jogos de azar a partir de uma abordagem lúdica e pedagógica, de forma que, não só os alunos tenham um primeiro contato com o campo da Probabilidade de uma forma divertida, mas também, significativa.

Considerando o ensino de probabilidade Vásquez e Alsina (2014) propõem para o estudo de conceitos probabilísticos o uso de materiais concretos como fichas, dados e jogos de azar, pois serão de grande ajuda na condução de experimentos aleatórios que reforçarão os conceitos probabilísticos. Torra (2016) expõe vários exemplos de atividades com material manipulativo para crianças do Ensino Fundamental e pode-se perceber claramente como a experimentação e a ação favorecem a construção do conhecimento.

Pontuando o uso de jogos no ensino, Alsina (2011) explica que o jogo ajuda a criança a fugir da realidade para resolver conflitos de forma simbólica e, assim, criar uma série de processos mentais que ajudam a internalizar o conhecimento matemático, mas de uma maneira agradável, brincalhona e em que a socialização também é incentivada. Brincar motiva, excita e ajuda a superar o medo de fracassar diante de problemas ou operações.

Ainda focando nos jogos e indicando a importância da probabilidade desde a formação inicial da Educação Básica, Vásquez e Alsina (2014) lembram que no currículo nacional chileno o ensino da probabilidade inicia com atividades muito simples em que o acaso esteja presente, favorecendo assim o surgimento de intuições. E considerando a importância de que as crianças apreendam o conceito de acaso é sugerido a realização de jogos aleatórios, como jogar moedas e dados

Destacando alguns aspectos da utilização de jogos, Londoño (2010) sublinha que para aprender de forma inteligente e tornar-se consciente das operações, não há nada melhor do que interagir com os outros e manipular objetos e, um exemplo, poderia ser, projetar um jogo para fazê-lo com os colegas em que eles têm que lançar um dado um número elevado de vezes e verificar a probabilidade de obter um número específico.

Completando essa ideia Florez e Vivás (2007) indicam que o jogo é uma ferramenta lúdica valiosa, pois as crianças podem dedicar muito tempo à mesma atividade não ficando entediadas. O jogar desperta a curiosidade, o instinto de exploração, o gosto pela investigação, criando variantes, mudando as coisas de lugar, surpreendendo-os e nos surpreendendo com os resultados. O jogo favorece o desenvolvimento mental, promove a criatividade e desperta a alegria.

Ainda associando o ensino da probabilidade a jogos, Corbalán (2002) sugere o uso de jogos pré-instrucionais, ou seja, aqueles que são utilizados antes da aquisição de conceitos ou

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

procedimentos supondo que no processo da introdução de conceito probabilísticos aos alunos é conveniente realizar toda uma bateria de atividades antes de poder seguir para qualquer tipo de definição ou formalização, embora não pareça muito precisa ou rigorosa. Nesse núcleo é altamente recomendado introduzir jogos.

Destacando conceitos probabilísticos, Edo, Deulofeu e Badillo (2007) apontam que apesar da existência do acaso, quando alunos são jogadores em um jogo pedagógico, esses devem tomar decisões que podem influenciar o jogo. Durante a partida são geradas as seguintes questões: Com quais das minhas peças eu avancei? É melhor salvar esta peça? Se eu me mover, vou matar um adversário? etc. Embora os jogos continuem a depender em grande parte do acaso, o lançamento dos dados influencia no resultado, mas também depende de como os jogadores se posicionam na tomada de decisões.

Procedimentos Metodológicos

O objetivo deste trabalho foi mostrar o processo de criação de um jogo pedagógico para o desenvolvimento de conceitos probabilísticos nos anos iniciais do Ensino Fundamental, especificamente a noção de espaço amostral, propostos na BNCC, base curricular brasileira publicada em dezembro de 2017, e apoiada pela Teoria Antropológica do Didático - TAD. Concebemos que criar é o mesmo que trilhar o caminho da concepção do jogo pedagógico que denominamos como “Brincando com a Probabilidade”.

Partindo desse objetivo elencamos nessa pesquisa alguns objetivos específicos. São eles:

- ✓ Criar tarefas apoiadas pela TAD que aborde os conteúdos probabilísticos (noção de espaço amostral) propostos pela BNCC, embasados em Nunes e Bryant (2012) e convergindo para as propostas de Gal (2005), Coutinho (2001) e Batanero e Godino (2002) para os anos iniciais do Ensino Fundamental;
- ✓ Aproximar, por meio dessas tarefas, a probabilidade das ações cotidianas voltada ao ensino de espaço amostral;
- ✓ Descrever técnicas que resolvem as tarefas;
- ✓ Fundamentar teoricamente e/ou conceitualmente a utilização das técnicas aplicadas;
- ✓ Explorar conceitos probabilísticos a partir da metodologia de ensino da resolução de problemas.

Chamamos de tarefas as diversas situações problemas que irão compor as cartas “perguntas” do jogo, situações estas baseadas na metodologia da resolução de problemas. De acordo com Van de Walle (2009) o jogo pode não se parecer com um problema, mas pode, entretanto, estar fundamentado em um problema. Se o jogo faz os alunos refletirem sobre as ideias que eles ainda não formularam muito bem, então ele se ajusta à definição de uma tarefa baseada em resolução de problemas.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Para alcançarmos esses objetivos esta pesquisa foi orientada principalmente pela BNCC, que traz os conteúdos e as habilidades a serem trabalhadas nos anos iniciais do Ensino Fundamental e pela TAD, que permitiu uma análise praxeológica matemática (probabilística) e didática sobre as tarefas.

Essa noção praxeológica, em sua forma mais simples, pode ser descrita em dois níveis, ou seja, nas palavras de Chevallard, Bosch e Gascón (2001)**,** na atividade matemática ou em qualquer outra atividade, existem dois blocos que se complementam, de um lado as tarefas e as técnicas, e do outro, as tecnologias e teorias.

No bloco considerado prático-técnico (*práxis*) serão apresentadas as técnicas associadas à resolução da tarefa. De acordo com Chevallard (1999), uma praxeologia relativa à tarefa T precisa (em princípio) de uma maneira de realizar, ou seja, uma forma de executar determinada tarefa.

No bloco do saber (*logos)*, o primeiro componente é um discurso racional, denominado tecnologia (θ) e a teoria (Θ) que representa um nível superior de justificação, explicação e produção que desempenha com relação à tecnologia (θ) o mesmo papel que esta tem com relação à técnica (τ) (Chevallard, 1999).

Pensando nesta praxeologia, as situações problemas elaboradas que compõem as cartas do jogo são compostas por *tarefas,* constituídas de uma sequência de *subtarefa*s que podem ser realizadas utilizando diversas *técnicas,* justificadas pela *tecnologia,* que se utiliza de *teorias* relacionadas à probabilidade como objeto de estudo.

Acreditamos que por meio da TAD será possível ampliar o olhar sobre cada tarefa proposta, desde as estratégias até o discurso teórico sobre essas estratégias.

O jogo pedagógico à luz da TAD

Partindo do nosso objeto de estudo e ao que as pesquisas realizadas na área nos revelam sobre a contribuição dos jogos associados à resolução de problemas, buscamos criar um jogo baseado na resolução de problemas que aborde conteúdos probabilísticos para os anos iniciais do Ensino Fundamental, especialmente o espaço amostral.

O jogo pedagógico como ferramenta para o ensino de probabilidade nos anos iniciais do ensino fundamental

O jogo foi criado considerando os conteúdos propostos pela BNCC com o intuito de auxiliar tanto na apreensão dos conteúdos por parte dos alunos, como para auxiliar o professor a identificar possíveis dificuldades dos alunos em relação a tais conteúdos.

Neste aspecto, o jogo proposto oferece ao professor algumas possibilidades de trabalho em sala de aula, das quais poderá ser utilizado tanto para avaliar os conhecimentos prévios das crianças, como para introduzir um assunto que depois poderá ser desenvolvido

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

com mais tempo em sala de aula, ou, introduzir um assunto em sala de aula e depois reforçar com o jogo, como também para aprofundar um conteúdo específico.

Além disso, pode-se realizar em sala de aula alguns experimentos que são propostos nas cartas do jogo, o que traria possibilidade para promover intervenção em prol da construção das noções dos conceitos probabilísticos.

Envolvendo a probabilidade num ambiente lúdico de um jogo de tabuleiro, pretendemos propiciar a sensação de se estar em oposição a uma situação formal de aprendizado. O jogo é composto por um tabuleiro (Figura 1), em formato de percurso, cuja intenção é trazer elementos lúdicos, de provocação durante o jogo.

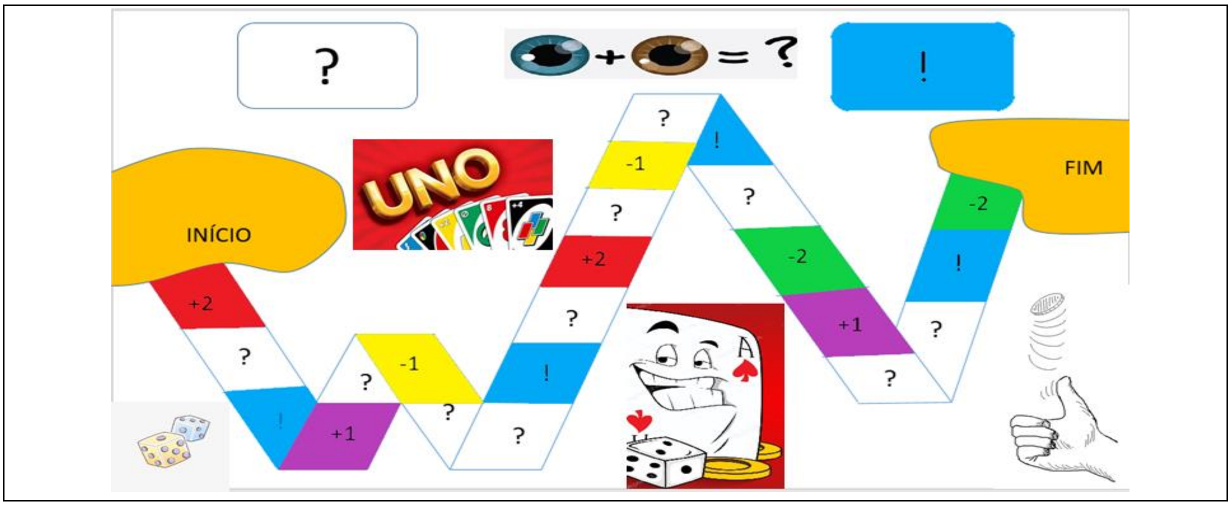


Figura 1 - Tabuleiro do Jogo "Brincando com a Probabilidade" para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Importantes personagens da história da Probabilidade e da Estatística como Karl Pearson e Ronald Fisher foram confeccionados em biscuit para a representação de cada um dos grupos (Figura 2).

Figura 2 - Fotos de Karl Pearson e Ronald Fisher e suas versões em biscuit para a representação de cada um dos grupos no jogo.

Trazendo informações sobre esses personagens, Castro (2007) diz que Karl Pearson redefiniu a própria estatística, como uma ciência abstrata com direito próprio, relacionada com todas as ciências, além dos estudos sociais e atuariais aos quais estava restrita e Rosário (2009) considera que Ronald Aylmer Fisher foi o maior estatístico do século XX, sendo praticamente impossível realizar ciência sem as ideias desenvolvidas por ele sobre máxima

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

verossimilhança, teoria de pequenas amostras, neodarwinismo, teoria da seleção, dentre outras.

Para que se possa percorrer o tabuleiro com os famosos personagens estatísticos/probabilísticos em biscuit deve ser utilizado um dado comum (Figura 3). Destacamos aspectos históricos da origem da probabilidade considerando que jogos com dados (ou objetos similares) existem desde o Egito Antigo (Lopes & Meirelles, 2005) e fazem parte da história da Probabilidade desde muito antes dessa área se consolidar dentro da Matemática.

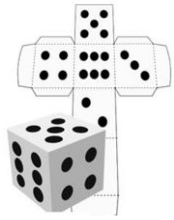


Figura 3 - Representação de dado comum para proceder ao jogo.

Além disso, deve-se considerar que as cartas do jogo envolvem os conteúdos probabilísticos (espaço amostral) que identificamos como Perguntas (?) sendo as tarefas propostas.

Quanto à organização, sugerimos dividir os alunos em grupos compostos por, no mínimo dois e no máximo quatro integrantes e listamos as regras do jogo que são as seguintes:

1) Para iniciar o jogo as personagens deverão ser posicionadas na casa "Início" e logo em seguida os grupos lançarão o dado para determinar quem iniciará a partida.

2) O grupo que obtiver o maior número no lançamento do dado começa a partida pegando uma carta do monte das "perguntas" (*?*), da qual um dos componentes irá ler em voz alta para o grupo responder.

3) O grupo respondendo acertadamente à questão, deverá avançar no tabuleiro a quantidade de casas indicada no valor obtido no lançamento do dado.

4) Caso o grupo erre a questão não poderá mover a peça do lugar e o outro grupo terá o direito de responder à pergunta, das quais acertando poderá avançar o total de casas correspondentes à questão.

5) Caso os dois grupos não acertem a solução do problema, havendo a possibilidade, o professor poderá intervir no jogo com perguntas que auxiliem os alunos na busca da solução, de forma que juntos percebam e comentem os "erros" cometidos;

6) Sempre que a personagem cair na casa "pergunta" (*?*), uma carta desse monte deverá ser retirada e esse processo se repete.

7) Após andar uma casa, será a vez do outro grupo jogar.

8) Quando a personagem representante do grupo cair na casa "Avance casas" (+1), (+2),

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

deverá avançar a quantidade de casas corresponde, da mesma forma, se cair na casa "Retornar casas" (-1), (-2), deverá retornar à quantidade de casas correspondentes;

9) Ganha a partida o grupo que chegar primeiro ao final do tabuleiro, ou seja, na casa "Fim".

O ensino de probabilidade e a resolução de problemas no jogo pedagógico para os anos iniciais do ensino fundamental à luz da TAD

Utilizando a TAD como suporte metodológico, na elaboração das tarefas que constituem as cartas do jogo buscou-se conectar a BNCC (MEC, 2017) e o Programa de Ensino desenvolvido por Nunes e Bryant (2012) desenvolvido na Inglaterra para ser aplicado nos anos iniciais da Educação Básica, de forma a possibilitar também um diálogo com pesquisas realizadas na área de probabilidade, como as propostas por Gal (2005), Coutinho (2001) e Batanero e Godino (2002).

De acordo com a BNCC (MEC, 2017), o estudo das probabilidades nos anos iniciais do Ensino Fundamental deve focar no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, propiciando situações em que a criança comece a perceber que nem todos os eventos são determinísticos e a partir daí, aos poucos ir ampliando a ideia de evento aleatório.

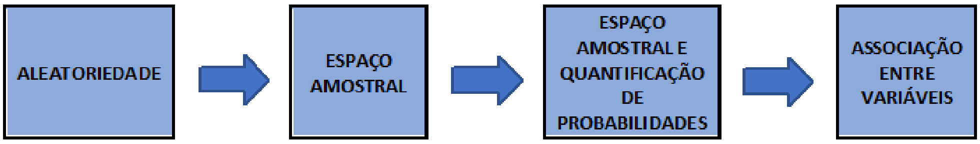
Partindo de propostas de ensino indicadas em pesquisas desenvolvidas por Gal (2005), Coutinho (2001) e Batanero e Godino (2002), indica-se que o estudo de probabilidade deve desenvolver a compreensão de três noções básicas: percepção do acaso, ideia de experiência aleatória e noção de probabilidade.

Reforçando propostas de ensino, o Programa de Ensino desenvolvido por Nunes e Bryant (2012), foca dois aspectos em relação ao ensino de probabilidade: (1) Promover a compreensão das crianças sobre os conceitos de aleatoriedade, avaliando a melhora da capacidade delas de resolver problemas matemáticos em situações que envolvam incerteza; (2) Promover a compreensão das crianças sobre operações numéricas em um contexto em que se pode ter certeza dos resultados e, a partir daí, avaliar se o entendimento das ideias matemáticas que envolvem certeza pode contribuir e melhorar também o seu conhecimento de Probabilidade.

Vale salientar que este Programa de Ensino contempla alguns dos elementos descritos no modelo de letramento probabilístico proposto por Gal (2005) e relacionados ao tratamento da aleatoriedade, cálculos probabilísticos e questões críticas.

Na figura abaixo trazida de Nunes e Bryant (2012), figura 4, apresentamos o esquema desse programa de ensino que inicia nas ideias mais simples sobre aleatoriedade, passa pela quantificação de probabilidades e chega até o entendimento do risco (associação entre variáveis).

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609



Fonte: Nunes e Bryant (2012)

Figura 4 - Etapas do programa de ensino sobre probabilidade e risco.

Na segunda unidade da proposta de Nunes, Bryant, Evans, Gottardis e Terlektsi (2015) é abordado o conceito de Espaço Amostral que, segundo esses autores é o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento aleatório que têm um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade. Nunes et al. (2015) indicam a necessidade em identificar o espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Reforçando a definição de espaço amostral trazemos Magalhães e Lima (2005) que o define como o conjunto de todos os resultados possíveis de um certo experimento ou fenômeno aleatório.

Tarefas abordando os conceitos de espaço amostral

As atividades curriculares elaboradas pela proposição de problemas têm seu processo de criação considerando os conteúdos da proposta curricular da BNCC (MEC, 2017), de forma a possibilitar aos alunos a compreensão inicial de conceitos básicos de probabilidade, como a análise da ideia de acaso em situações do cotidiano, chances de eventos aleatórios e espaço amostral. (Quadro 1).

Quadro 1 - Objetivos e Habilidades dos conteúdos probabilísticos propostos na Base Nacional Comum Curricular – BNCC do 3° e 5° anos do Ensino Fundamental.

Anos	**3° Ano**	**5° Ano**
Objetivos	Análise da ideia de acaso em situações do cotidiano: espaço amostral.	Espaço amostral: análise de chances de eventos aleatórios.
Habilidades	Identificar, em eventos familiares aleatórios, todos os resultados possíveis, estimando os que têm maiores ou menores chances de ocorrência.	Apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

Fonte: Brasil (2017, p. 284-285; 292-293).

Consideramos que o espaço amostral é conteúdo fundamental, que serve como ponto de partida para o estudo das probabilidades.

Indicando definições de espaço amostral, Magalhães e Lima (2005) dizem que um fenômeno ou experimento aleatório é uma situação ou acontecimento cujos resultados não podem ser previstos com certeza e apresentam os seguintes exemplos: (1) condições climáticas do próximo domingo que não podem as ter estabelecidas com total acerto; (2) da mesma forma, a taxa de inflação do próximo mês. Coutinho (1994) completa, afirmando que o experimento aleatório é aquele que seja possível repetir tantas vezes quantas se queira

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

exatamente nas mesmas condições, sendo possível identificar todos os resultados possíveis sem que se possa identificar a priori aquele que vai ocorrer.

Partindo da construção dos conceitos probabilísticos, para Bryant e Nunes (2012) devemos reconhecer que o primeiro e essencial passo na solução de qualquer problema de probabilidade é descobrir todos os possíveis eventos e sequências de eventos que poderiam acontecer. O conjunto de todos os eventos possíveis é chamado de "espaço amostral" e a elaboração do espaço amostral não é apenas uma parte necessária do cálculo das probabilidades de determinado evento, mas também um elemento essencial para compreender a natureza da probabilidade.

Também para Keren (1984) e Chernoff (2009) trabalhar com o espaço amostral é o primeiro passo e essencial para resolver qualquer problema de probabilidade. Complementam que, em muitos, é o mais importante, já que a solução costuma ser bastante óbvia para alguém que conhece e lista todas as possibilidades de um determinado experimento aleatório. No entanto, esse aspecto da probabilidade tem sido negligenciado na pesquisa sobre ideias infantis sobre o acaso, que se concentram em grande parte na compreensão das crianças sobre a aleatoriedade e na capacidade de quantificar e comparar as probabilidades.

Destacando aspectos importantes no processo ensino aprendizagem desse conceito, Campos e Carvalho (2016) dizem que o espaço amostral envolve o raciocínio contra intuitivo e combinatório onde o conjunto de todos os eventos possíveis tem um papel que não pode ser subestimado nos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade e Nunes et al. (2015) advogam que é preciso ser capaz de trabalhar com qualquer espaço amostral em qualquer tarefa para compreender e calcular as probabilidades de eventos específicos.

Ainda de acordo com o SEB (2014), documento do Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa, para encontrarmos os resultados prováveis e as chances de ocorrência de cada evento é preciso identificar primeiro todos os resultados possíveis – definir o espaço amostral e Borba (2017) diz que a formação e categorização do espaço amostral desempenha importante papel na compreensão de situações probabilísticas, sendo que o levantamento das possibilidades que o compõem é fundamental ao entendimento da probabilidade, já que o cálculo de probabilidade é baseado em sua análise.

Por fim, consideramos Bryant e Nunes (2012) quando destacam a importância do espaço amostral ao levantarem uma questão cognitiva geral, que é bastante óbvia, mas nunca foi discutida. Para representar o espaço amostral, a criança deve imaginar o futuro de uma maneira particular e deve pensar em todos os eventos possíveis que poderiam ocorrer em um contexto particular. Estudos desse aspecto do pensamento sobre probabilidade são extremamente necessários.

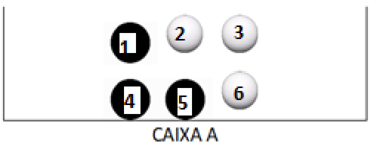
Partindo dessas considerações, apresentamos tarefas relacionadas a “Espaço Amostral” direcionados aos objetivos a serem alcançados no 3° e 5° ano do Ensino Fundamental, segundo a BNCC. Essas tarefas e suas subtarefas (situações problemas), figuras 5 a 10, compõem o jogo pedagógico focado nos princípios da TAD na organização praxeológica didática e matemática (probabilística).

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Lembramos que cada uma das subtarefas apresentadas é uma carta do jogo. O intuito é que os alunos reconheçam como representar todas as possibilidades que podem ser listadas a partir da proposta de um problema voltado a situações que podem, inclusive, vir a ser experimentadas.

Abordando a praxeologia didática para o ensino de probabilidade o objetivo está relacionado à habilidade (EF05MA22) da BNCC (MEC, 2017), que indica apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, ou seja, determinar o espaço amostral. A tarefa 1 (T_1), figuras 5 a 10, configura-se em ampliar a ideia de espaço amostral por meio de diferentes contextos que envolvem diversas situações diárias apresentados nas cartas do jogo.

1. A professora Nilceia Datori apresenta em sala de aula a Caixa A composta por bolas brancas e pretas, sendo que cada uma delas contém um número.
Observando a Caixa A apresentada na figura ao lado, indicar todas as bolas que você pode selecionar.

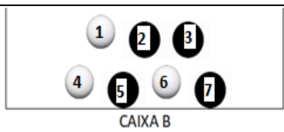


A	B	C	D
{1, 4}	{2, 3, 1, 5}	{5, 4, 3, 6}	{2, 3, 6, 1, 4, 5}

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 5 – Subtarefa 1: Determinar o espaço amostral.

2. A professora Nilceia Datori apresenta em sala de aula a Caixa B composta por bolas brancas e pretas, sendo que cada uma delas contém um número.
Observando a Caixa B apresentada na figura ao lado, indicar todas as bolas que você pode selecionar.



A	B	C	D
{1, 4, 6, 2, 3, 5, 7}	{4, 6, 3, 7, 2}	{5, 2, 7, 4, 6, 1}	{1, 6, 3, 2}

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 6 – Subtarefa 2: Determinar o espaço amostral.

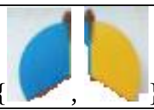
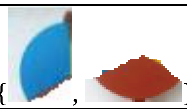
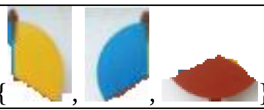
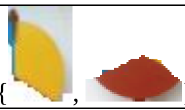
3. Observe a roleta mostrada na figura ao lado. Dentre os números que aparecem quais são todos os resultados possíveis que podem sair após girar a roleta uma vez?

A	B	C	D
{2, 1}	{2, 1, 4, 3}	{3, 2, 1}	{3, 4}

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 7 – Subtarefa 3: Determinar o espaço amostral.

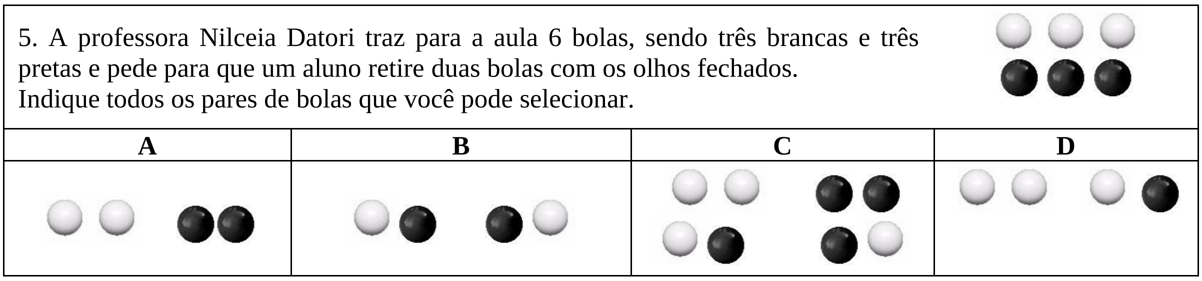
4. Observe a roleta mostrada na figura ao lado. Dentre as cores que aparecem quais são todos os resultados possíveis que podem sair após girar a roleta uma vez?

A	B	C	D
{  }	{  }	{  }	{  }

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

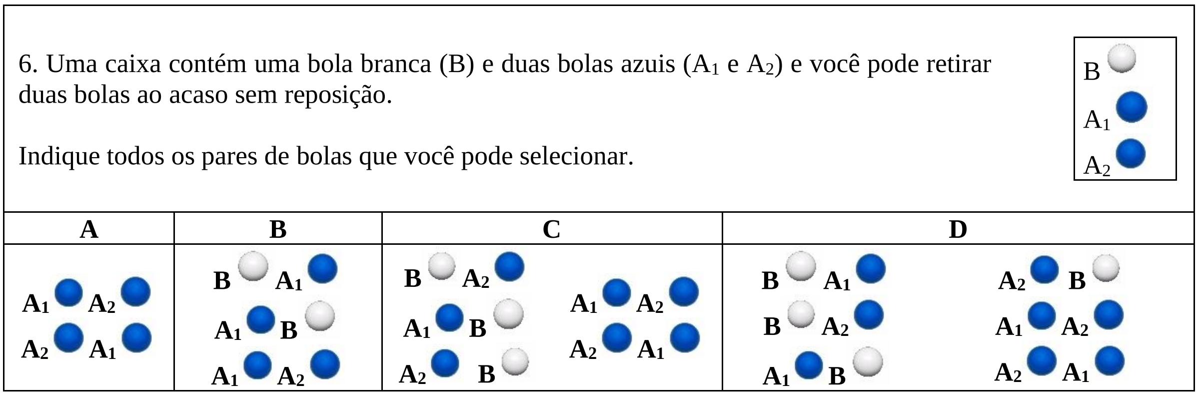
Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 8 – Subtarefa 4: Determinar o espaço amostral.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 9 – Subtarefa 5: Determinar o espaço amostral.



Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 10 – Subtarefa 6: Determinar o espaço amostral.

Ainda nos apoiamos em Cobb, Confrey, Disessa, Lehrer e Schauble (2003) que ao propor uma sequência de atividades, após inicialmente, ter explorado de forma consistente a noção de aleatoriedade, em seguida apresentou a noção de espaço amostral.

Essa sequência de atividades ainda se apoia em uma formação para a aprendizagem de noções concernentes à probabilidade do Ensino Fundamental concebidas por Nunes e Bryant (2012).

Considerando a praxeologia matemática (probabilística) das subtarefas (t_1 a t_6), figuras 5 a 10, a tarefa T_1 busca, a partir de situações diárias, que se aproprie do conceito de espaço amostral na identificação dos resultados possíveis de um experimento aleatório, quadro 2.

Quadro 2 - Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades das figuras 5 a 10 que apresentam tarefas relacionados ao conceito de espaço amostral.

Tarefa 1	Subtarefas		Técnica	
Determinar, a partir de situações-problema, o espaço amostral a partir de	t_1	Consiste em determinar quais são as bolas que podem ser selecionadas da Caixa A que contém três bolas brancas e três bolas pretas.	τ_1	Identificar dentre as opções elencadas aquela que determina a
	t_2	Consiste em determinar quais são as bolas que podem ser selecionadas da Caixa B que contém três bolas brancas e quatro bolas pretas.		

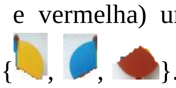
DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

diferentes experimentos aleatórios.	t_3	Consiste em determinar quais são os números possíveis que podem ocorrer após girar uma vez a roleta que apresenta os números 1, 2, 3 e 4.		lista de todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, ou seja, o espaço amostral.
	t_4	Consiste em determinar quais as cores possíveis que podem ocorrer após girar uma vez a roleta que apresenta três cores diferentes: amarelo, azul e vermelho.		
	t_5	Consiste em determinar todos os pares de bolas possíveis de se retirar duas bolas, sem reposição, de uma caixa contendo seis bolas, três brancas e três pretas.		
	t_6	Consiste em determinar todos os pares de bolas possíveis de se retirar duas bolas, sem reposição, de uma caixa contendo uma bola branca (B) e duas bolas azuis (A_1 e A_2).		

Fonte: Elaborado pelos autores.

Retomando as subtarefas do quadro 2 e detalhando a técnica τ_1, temos no quadro 3 essa descrição pormenorizada.

Quadro 3 - Descrição pormenorizada da técnica 1 (τ_1).

Técnica	Subtarefas
τ_1	No caso da subtarefa t_1, a resposta à tarefa proposta é a opção "D", pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto quais são as bolas que você pode selecionar da Caixa A, já que ela contém três bolas de cor banca e três bolas de cor preta. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: D = {}. Cabe destacar que qualquer ordenação das três bolas brancas e das três bolas pretas é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções "A", "B" e "C" não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as bolas que estão presentes na Caixa A.
	No caso da subtarefa t_2, a resposta à tarefa proposta é a opção "A", pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto quais são as bolas que você pode selecionar da Caixa A, já que ela contém três bolas de cor banca e quatro bolas de cor preta. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: A = {}. Cabe destacar que qualquer ordenação das três bolas brancas e das quatro bolas pretas é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções "B", "C" e "D" não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as bolas que estão presentes na Caixa B.
	No caso da subtarefa t_3, a resposta à tarefa proposta é a opção "B", pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, que é girar uma roleta que contém quatro números diferentes (1,2,3,4) uma única vez. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: B = {2, 1, 4, 3}. Cabe destacar que qualquer ordenação dos quatro números é resposta ao problema. Buscamos não apresentar a resposta ao problema correspondendo à sequência numérica para avaliar se há a compreensão do que é o espaço amostral. Ainda indicamos que as opções "A", "C" e "D" não são resultados possíveis, pois não apresentam todos os números constantes da roleta.
	No caso da subtarefa t_4, a resposta à tarefa proposta é a opção "C", pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, que é girar uma roleta que contém três cores diferentes (amarela, azul e vermelha) uma única vez. A opção ainda indica a notação de conjunto, por exemplo: C = {}. Cabe destacar que qualquer ordenação das três cores é resposta ao problema. Ainda indicamos que as opções "A", "B" e "D" não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as cores constantes da roleta.
	No caso da subtarefa t_5, a resposta à tarefa proposta é a opção "C", pois expressa todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto que é designar todas as maneiras possíveis de sair duas

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

	bolas, entre seis bolas (três brancas e três pretas) retiradas ao acaso e sem reposição. Cabe destacar que a ordenação das duas bolas faz diferença na resposta do problema. Ainda indicamos que as opções “A”, “B” e “D” não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as possíveis ordenações.
	No caso da subtarefa t_6, a resposta à tarefa proposta é a opção “D”, pois expressa de forma ordenada todos os resultados possíveis do experimento aleatório proposto, que é designar todas as maneiras possíveis de sair duas bolas, entre três bolas (uma branca e duas azuis), retiradas ao acaso e sem reposição. Cabe destacar que a ordenação das bolas faz diferença na resposta do problema. Ainda indicamos que as opções “A” e “B” e “C” não são resultados possíveis, pois não apresentam todas as possíveis ordenações.

Fonte: Elaborado pelos autores.

O discurso teórico-tecnológico (θ_1, Θ_1), que permite justificar e explicar a técnica τ_1 está embasado na definição de Espaço Amostral segundo Meyer (1982) indicando que para cada experimento ε do tipo que estamos considerando, definiremos o espaço amostral como os resultados possíveis de ε. Geralmente representaremos esse conjunto por *S*. Neste contexto, *S* representa o conjunto fundamental, ou seja, o conjunto de todos os resultados possíveis de um experimento. E complementamos com a definição de Magalhães e Lima (2005) que chama de espaço amostral ao conjunto de todos os resultados possíveis de um certo fenômeno aleatório, sendo representado pela letra grega Ω (ômega).

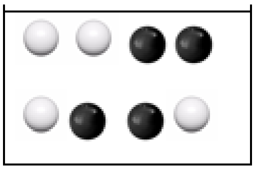
Indicamos ainda a definição de Bussab e Morettin (2004) que dizem que o espaço amostral, Ω, consiste no caso discreto, da enumeração (finita ou infinita) de todos os resultados possíveis do experimento em questão, ou seja, $\Omega = \{\omega_1, \omega_2, \omega_3, ..., \omega_n, ...\}$, onde os elementos de Ω são todos os pontos amostrais ou eventos elementares.

Abordando ainda a praxeologia didática para o ensino de probabilidade o objetivo das seguintes subtarefas, figuras 11 a 14, está relacionado à habilidade (EF05MA22) da BNCC (MEC, 2017), que indica apresentar todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, estimando se esses resultados são igualmente prováveis ou não.

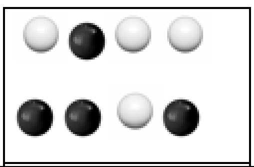
Assim, a tarefa 2 (T_2), figuras 11 a 14, configura-se em que os jogadores ampliem a ideia de espaço amostral focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis, ou não.

7. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola branca. De que caixa você prefere extrair?

Caixa A



Caixa B



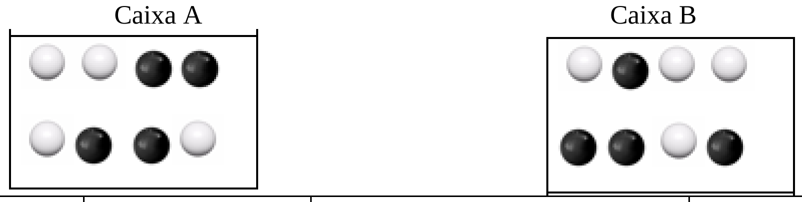
A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 11 – Subtarefa 7: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola branca.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

8. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola preta. De que caixa você prefere extrair?

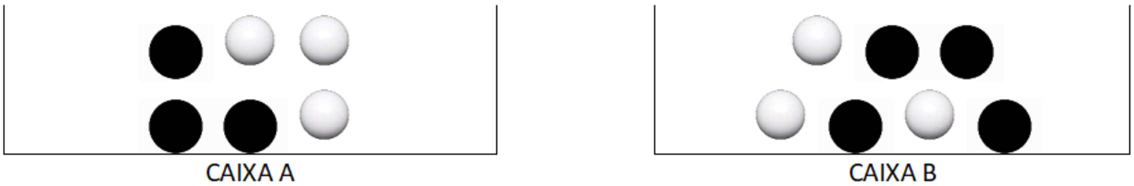


A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 12 – Subtarefa 8: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola preta.

9. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola preta. De que caixa você prefere extrair?

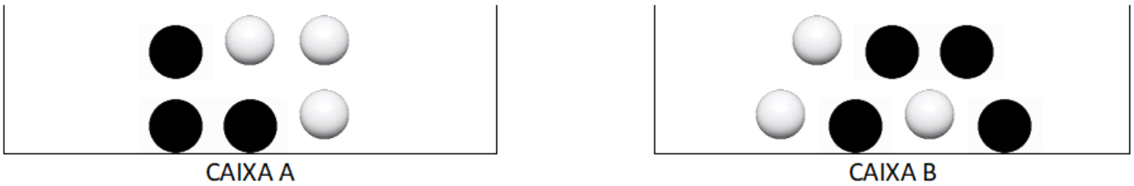


A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Fonte: Elaborado pelos autores.

Figura 13 – Subtarefa 9: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola preta.

10. A professora Nilceia Datori apresenta o seguinte jogo para seus alunos: Eles devem remover uma bola de uma das seguintes caixas (A ou B) com os olhos fechados. Eles ganham se conseguirem uma bola branca. De que caixa você prefere extrair?



A	B	C	D
Caixa A	Caixa B	Qualquer uma das caixas	Nenhuma das caixas

Fonte: Elaborado pela autora.

Figura 14 – Subtarefa 10: Determinar qual das caixas apresenta maior chance de sair uma bola branca.

Considerando a praxeologia matemática (probabilística) das subtarefas (t_7 a t_{10}), figuras 11 a 14, a tarefa T_2 busca-se, a partir de situações diárias, que se aproprie do conceito de espaço amostral focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis, ou não, quadro 4.

Quadro 4 - Descrição do bloco prático-técnico ou saber-fazer referente à TAD das atividades das figuras 11 a 14 que apresentam tarefas relacionados à estimação de resultados que se configuram como igualmente prováveis, ou não.

Tarefa 2	Subtarefas	Técnica

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Identificar a partir de situações-problema, a solução focando na estimação de resultados que se configurem como igualmente prováveis ou não.	t_7	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola branca, com os olhos fechados.	τ_2	Identificar dentre quatro opções possíveis aquela que determina a solução para a questão proposta, partindo da ideia de que todos os resultados possíveis de um experimento aleatório são igualmente prováveis.
	t_8	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola preta, com os olhos fechados.		
	t_9	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola preta, com os olhos fechados.		
	t_{10}	Consiste em determinar qual caixa (A e/ou B) é preferível extrair uma bola branca, com os olhos fechados.		

Fonte: Elaborado pela autora.

Retomando as subtarefas do quadro 4 e detalhando a técnica τ_2, temos no quadro 5 essa descrição pormenorizada.

Quadro 5 - Descrição pormenorizada da técnica 2 (τ_2).

Técnica	**Subtarefas**
τ_2	No caso da subtarefa t_7, a resposta à tarefa é a opção "C", pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que ambas as caixas apresentam o mesmo número de bolas brancas (quatro) e pretas (quatro). Levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, qualquer uma das duas caixas é solução ao problema proposto.
	No caso da subtarefa t_8, a resposta à tarefa é a opção "C", pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que ambas as caixas apresentam o mesmo número de bolas brancas (quatro) e pretas (quatro). Levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, qualquer uma das duas caixas é solução ao problema proposto.
	No caso da subtarefa t_9, a resposta à tarefa é a opção "B", pois ao comparar as duas caixas (A e B), pode-se identificar que a caixa B apresenta quatro bolas pretas e a caixa A três bolas pretas. Dessa forma, levando em consideração que cada bola têm a mesma chance de ser selecionada, como na caixa B há uma bola preta a mais que na caixa A, há uma maior chance de que uma bola dessa cor seja selecionada.
	No caso da subtarefa t_{10}, a resposta à tarefa é a opção "A", pois ao comparar as duas caixas (A e B), é possível identificar que ambas as caixas apresentam o mesmo número de bolas brancas (três), no entanto a Caixa A apresenta menor número de bolas no total. Levando em consideração que cada bola tem a mesma chance de ser selecionada, na Caixa A teremos maior chance de selecionar uma bola branca, portanto é solução ao problema proposto.

Fonte: Elaborado pela autora.

O discurso teórico-tecnológico (θ_2, Θ_2), que permite justificar e explicar a técnica τ_2 pode ser descrito segundo Pinheiro, Cunha, Carvajal e Gomes (2015), ao dizer que espaço amostral é o conjunto de todos os possíveis resultados do experimento aleatório, sendo denotado por S, considerando ainda que o espaço amostral é finito uniforme quando apresenta um número finito de elementos, sendo todos igualmente prováveis.

Considerações Finais

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Os conceitos de probabilidade são complexos com alto grau de abstração, de modo que é necessário progredir gradualmente em direção a uma compreensão adequada da linguagem específica da probabilidade.

Consideramos que o estudo de espaço amostral deve ser iniciado com as crianças nos anos iniciais da sua escolaridade. Para isto, devemos conceber como estratégias para a abordagem do conceito de probabilidade nos anos iniciais uma série de atividades, jogos e sequências didáticas, entre outros procedimentos metodológicos para ajudar as crianças na compreensão das situações em que a aleatoriedade se faz presente.

Nossa proposta, orientada pela BNCC (MEC, 2017), buscou-se explorar conceitos probabilísticos a partir da metodologia de ensino da resolução de problemas inserida em um jogo pedagógico porque consideramos que esta traz importantes conquistas e evoluções aos alunos.

Para nós, pensar nos conceitos básicos da Probabilidade, é elaborar pesquisas que vão ao encontro das necessidades da escola primária, para que assim possamos contribuir com o crescimento e o desenvolvimento de uma sociedade autônoma, crítica, ativa e capaz de tomar decisões frente às informações as quais se depara.

Acreditamos também que o jogo se constitui como um recurso que poderá auxiliar alunos e professores no transcorrer dos processos de ensino e aprendizagem da probabilidade para os anos iniciais do Ensino Fundamental.

Nosso intuito foi de contribuir com os processos de ensino e aprendizagem e consideramos que a criação deste jogo propiciará ao aluno momentos de prazer, trocas e aprendizagem, e ao professor, um recurso teórico dos conteúdos que estão sendo trabalhados.

Acreditamos ainda que por meio da TAD, através da organização matemática e didática, pode-se ampliar o olhar em relação as diversas possibilidades existentes que circundam cada atividade que está sendo desenvolvida, desde o “saber” até o “fazer” matemático.

E, nos termos da TAD, a sua utilização permitiu identificar um conjunto de praxeologias que possibilita caracterizar, tanto o objeto matemático (probabilístico) quanto a abordagem didática para tal objeto. A organização praxeológica foi composta por quatro elementos:

1. Tarefa (T) e suas subtarefas (t), que caracterizaram a ação demandada pela situação-problema proposta para as cartas de perguntas do jogo. Por exemplo, identificar e listar todos os resultados possíveis de um experimento aleatório (espaço amostral) bem como os seus eventos (subconjuntos).

2. Técnica (τ), identifica a forma de realização da tarefa e suas subtarefas. Cada tarefa possui, pelo menos, uma técnica associada a ela. Por exemplo, determinar os diferentes eventos resultantes do lançamento de uma moeda, uma técnica que pode ser associada é a enumeração dos elementos dos subconjuntos do espaço amostral

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

associado a esse experimento aleatório, ou seja, “∅”, “cara”, “coroa” e “cara, coroa”. Considerando outros experimentos, como os propostos nesse trabalho, teremos outras possibilidades conjugadas.

3. Tecnologia (θ)/Teoria (Θ), foi especificada pelo conjunto de definições, propriedades, axiomas e teoremas que justificam a técnica. Por exemplo, a tecnologia que justifica a técnica é a definição de espaço amostral, ou seja, para cada experimento aleatório E, define-se espaço amostral S o conjunto de todos os possíveis resultados desse experimento.

Temos consciência de que a apreensão desses conceitos não ocorre de forma simples, mesmo porque não são conceitos simples, mas acreditamos que a transposição didática adotada no dia a dia faz toda a diferença.

A criação deste jogo também se justifica pelo fato de considerarmos que o ambiente lúdico atrai a atenção da criança, que de maneira espontânea participa e compartilha seus conhecimentos. Acertos e erros caminham lado a lado e a criança aprende de forma prazerosa e significativa.

Referências

Alsina, A. (2011). *Desarrollo de competencias matemáticas con recursos lúdico-manipulativos para niños y niñas de 6 a 12 años.* Madrid: Narcea Ediciones.

Batanero, C. & Godino, J. D. (2002). *Estocástica y su didáctica para maestros.* Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada. Disponível em: https://www.ugr.es/~jgodino/edumaat-maestros/manual/6_Estocastica.pdf

Bennett, D. J. (2003) *Aleatoriedade*. Trad. de W. Barcellos. São Paulo: Martins Fontes.

Borba, R. E. S. R. (2017). Crianças de Anos Iniciais Levantando Espaços Amostrais: Relações Entre Pensamentos Combinatório e Probabilístico. *JIEEM*, 10(2), 86-92.

Bracho, R., Mas, A., Jiménez, N. & García, T. (2011). Formación del profesorado en el uso de materiales manipulativos para el desarrollo del sentido numérico. *UNIÓN – Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 28, 41-60.

Bussab, W. O. & Morettin, P. A. (2004). *Estatística básica.* 5.ed. São Paulo: Saraiva.

Campos, T. M. M. & Carvalho, J. I. F. (2016). Probabilidade nos anos iniciais da Educação Básica: contribuições de um programa de ensino. *EM TEIA – Revista de Educação Matemática e Tecnológica Iberoamericana*, 7(1), 1-18.

Castro, J. A. (2007). Vinheta histórica Karl Pearson: Sesquicentenário de seu nascimento. *Vittalle*, 19(2), 7-9.

Chamoso, J. M., Durán, J., García, J., Martín; J. & Rodríguez, M. (2004). Análisis y experimentación de juegos como instrumentos para enseñar matemáticas. *SUMAA - Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas*, 47, 47-58.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Chernoff, E. (2009). Sample space partitions: An investigative lens. *Journal of Mathematical Behavior*, 28, 19–29.

Chevallard, Y. (1999). L'analise des pratiques enseignantes en théorie antropologique du didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques. La Pensée Sauvage-Editions*, 19(2), 221-265.

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (2001). *Estudar Matemáticas:* O Elo Perdido entre o Ensino e a Aprendizagem. Porto Alegre: Artes Médicas.

Cobb, P., Confrey, J., Disessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, 32(1), 9-13.

Corbalán, F. (2002). *Juegos matemáticos para secundaria y bachillerato*. Madrid: Síntesis.

Coutinho, C. Q. S. (1994). *Introdução ao Conceito de Probabilidade por uma Visão Frequentista*. Dissertação de Mestrado em Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, Brasil. Retirado em 15 de março, 2020, de https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11159/1/dissertacao_cileda_coutinho.pdf.

Coutinho, C. Q. S. (2001). *Introduction aux situations aléatoires dès le Collège:* de la modélisation à la simulation d'expériences de Bernoulli dans l'environnement informatique Cabri-géomètre II. Tese de Doutorado em Didática da Matemática, Université Joseph Fourier, Grenoble I. Retirado em 15 de março, 2020, de https://ardm.eu/autres-manifestations-publications/theses-hdr/introduction-aux-situations-aleatoires-des-le-college-de-la-modelisation-a-la-simulation-dexperiences-de-bernoulli-dans-lenvironnement-informatique-cabri-geometre-ii/.

Edo, M., Deulofeu, J. & Badillo, E. (2007). Juego y matemáticas: Un taller para el desarrollo de estrategias en la escuela. In Berenguer, M. I. et al. (Eds.), *Actas de las 13* Jornadas para el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas, Granada: Publicaciones FESPM.

Everitt, B. S. (1999). *Chance rules:* An informal guide to probability, risk, and statistics. New York: Copernicus/Springer-Verlag.

Florez, R. O. & Vivás, M. G. (2007). La formación como principio y fin de la acción pedagógica. *Revista educación y pedagogía*, 19(47), 165-173.

Gal, I. (2005). Towards' probability literacy for all citizens. In Jones, G. A. (Ed.), *Exploring probability in school:* Challenges for teaching and learning (pp. 39-63). USA: Springer.

Góngora, L. C. V. (2011). Alternativas didácticas para enseñar probabilidad. *Anais da 13 Conferência Interamericana de Educación Matemática* - CIAEM-IACME. Universidade Federal de Pernambuco, Recife, Brasil.

Grando, R. C. (2004). *O jogo e a matemática no contexto da sala de aula***.** São Paulo: Paulus.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Hernández, H. M., Kataoka, V. Y. & Silva, M. (2010). El uso de los juegos para la promoción del razonamiento probabilístico. *UNIÓN* – Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 24, 69-83.

Keren, G. (1984). On the importance of identifying the 'correct' problem space. *Cognition*, 16, 121–128.

Londoño, E. (2010). Desentrañando la lógica interna del constructivismo social de Vygotsky. *(Pensamiento), (palabra) y obra*, 4(4), 76-82.

Lopes, C. A. E. & Meirelles, E. (2005). Estocástica nas séries iniciais. Anais do 18 Encontro Regional de Professores de Matemática. Retirado em 15 de março, 2020, de https://www.ime.unicamp.br/erpm2005/anais/m_cur/mc02_b.pdf

Magalhães, M. N. & Lima, A. C. P. (2005). *Noções de Probabilidade e Estatística.* São Paulo: EDUSP.

Malaspina, U. (2012). El rincón de los problemas. *UNIÓN* – Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 23, 191-200.

Meyer, P. L. (1982). *Probabilidade Aplicações a Estatística*. Rio de Janeiro: LTC.

Ministério da Educação (MEC). (2017). *Base Nacional Comum Curricular:* Educação é a base. Brasília, dez. 2017. Disponível em: http://basenacionalcomuma.mec.gov.br/images/BNCC_20dez_site.pdf

Nunes, T. & Bryant, P. (2012). *Children's understanding of probability:* a literature review (full report). London: Nuffield Foundation. Disponível em: https://www.nuffieldfoundation.org/sites/default/files/files/Nuffield_CuP_FULL_REPORTv_FINAL.pdf

Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Gottardis, L. & Terlektsi, M. *Teaching primary school children about probability*. Teacher handbook. Departamento de Educação, Universidade de Oxford, 2015.

Pinheiro, J. I., Cunha, S. B., Carvajal, S. & Gomes, G. C. (2015). *Estatística Básica*: a arte de trabalhar com dados. Rio de Janeiro: Elsevier.

Rosário, M. F. (2009). 120 anos do nascimento do cientista R. A. Fisher (1890-2010). *Rev. Bras. Biomédica*, 27(4), 659-672.

Secretaria de Educação Básica (SEB). (2014). Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. *Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa*: Educação Estatística / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB.

Torra, M. (2016). Más material manipulable para enseñar matemáticas en educación infantil. *Revista Educación matemática en la infancia*, 5(1), 59-64.

DOI: 10.20396/zet.v28i0.8656609

Torres, M. (2001). El juego en el aula: una experiencia de perfeccionamiento docente en Matemática a nivel institucional. *SUMAA* - Revista para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, 38, 23-29.

Van de Walle, J. A. (2009). *Matemática no Ensino Fundamental***:** formação de professores e aplicação em sala de aula. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Porto Alegre: Artmed.

Vásquez, C. & Alsina, A. (2014). Enseñanza de la probabilidad en educación primaria. Un desafío para la formación inicial y continua del profesorado. *Números, revista de didáctica de las matemáticas*, 85, 5-23.

Villarroel, S. & Sgreccia, N. (2012). Enseñanza de la geometría en secundaria. Caracterización de materiales didácticos concretos y habilidades geométricas. *UNIÓN* – Revista Iberoamericana de Educación Matemática**,** 29, 59-84.