

Conocimiento y práctica profesional del profesor de matemáticas: características de una agenda de investigación¹

Salvador Llinares²

RESUMEN: La innovación curricular en matemáticas es un contexto para analizar la relación entre el conocimiento y la práctica profesional del profesor de matemáticas. En este trabajo se describen algunas características y algunos resultados de una agenda de investigación desarrollada en la Universidad de Sevilla durante los últimos años por el Grupo de Investigación en Educación Matemática (GIEM³) centrada en el análisis de la relación entre el conocimiento profesional de los profesores de matemáticas, los procesos de innovación de la enseñanza de tópicos matemáticos específicos y la práctica del profesor.

PALABRAS CLAVES: profesor de matemática; práctica profesional; conocimiento profesional; reforma educativa.

ABSTRACT: Professional Practice and Knowledge of the Mathematics Teacher: characteristics of an Investigation Agenda.

Innovative processes in mathematics teaching are considered contexts in which the relationships between knowledge and practice of mathematics teacher can be analysed. In this paper some aspects and findings from a research agenda

¹ Trabajo realizado con el apoyo del proyecto PS94-0099 *Conocimiento de contenido pedagógico específico de las Matemáticas y Reforma Educativa. Relaciones en la Enseñanza de las matemáticas*. Financiado por el Ministerio de Educación y Ciencia, DGCYT. Madrid, España. Partes de este informe han sido presentadas en TIEM98, Barcelona (España) y la Escuela de Verano de Educación Matemática portuguesa-española-italiana, Santarém99 (Portugal).

² Departamento de Didáctica de las Matemáticas, Facultad de Ciencias de la Educación Universidad de Sevilla, España.

³ GIEM está formado por I. Escudero, M. García, C. Medina, S. Llinares y V. Sánchez.
[Http://www.cica.es/aliens/ddmus/giem.htm](http://www.cica.es/aliens/ddmus/giem.htm)

focus on the interplay among reform in mathematics teaching, mathematics teacher's professional knowledge and the instructional practice are presented.

KEYWORDS: mathematics teacher; professional practice; professional knowledge; educational reform.

1. Reforma en la enseñanza de las matemáticas y práctica profesional del profesor de matemáticas

Desde hace algún tiempo se está planteando la necesidad de una reforma en la enseñanza de las matemáticas. La enseñanza de las matemáticas en España no es ajena a ese movimiento y desde la mitad de la década de los ochenta se han iniciado cambios en la propia estructura del sistema educativo (obligatoriedad de la enseñanza hasta los 16 años), en los fundamentos y contenidos del currículum y en nuevos principios que desde las administraciones educativas organizan la formación de profesores de matemáticas. En este nuevo contexto se considera clave el papel del profesor ampliándose su ámbito de responsabilidad en la organización curricular. Sin embargo, el profesor también es visto como un individuo reflexivo que actúa como filtro de las nuevas indicaciones curriculares (PONTE, 1992) admitiéndose que no realiza una adaptación lineal de estas indicaciones. Esta situación generará cuestiones sobre la relación entre lo "viejo" y lo "nuevo" y cómo el profesor maneja dicha relación para caracterizar las prácticas matemáticas que se constituyen en sus aulas. Es decir, cuestiones que inciden en la caracterización de la práctica profesional del profesor de matemáticas.

Como consecuencia de lo anterior, la reforma del currículum de matemáticas en los niveles 6-12 y 12-18 proporcionan un contexto para el análisis y descripción cualitativa de la naturaleza de la práctica profesional del profesor de matemáticas. Un foco de atención en este contexto lo constituye los procesos que el profesor genera cuando intenta cambiar el contenido de su enseñanza o cambiar el énfasis en la enseñanza de tópicos concretos. El análisis de estos procesos puede aportar información práctica y conceptual a nuestra comprensión de

(I) la influencia del conocimiento y concepciones del profesor en la enseñanza de las matemáticas y por tanto en las prácticas matemáticas generadas en el aula (BROPHY, 1991), y

(II) los procesos de transición de los profesores de matemáticas (FENNEMA & NELSON, 1997). Desde aquí, resulta de interés (i) la descripción del conocimiento del profesor de los contenidos matemáticos como objetos de enseñanza-aprendizaje (formas de conocer del profesor) y la implicación de las formas de conocer del profesor en la definición de su agenda de enseñanza, (ii) el papel del profesor en la definición de las prácticas matemáticas que se generan en el aula (su gestión del

proceso de enseñanza-aprendizaje), y (iii) los factores que intervienen en sus procesos de transición cuando intenta cambiar su enseñanza.

2. La práctica profesional del profesor de matemáticas

La práctica del profesor no está inscrita únicamente en lo que sucede en las aulas, sino que se conceptualiza desde una perspectiva más amplia en la que se incluye las tutorías, los seminarios, la relación con otros profesores y el sistema educativo (KRAINER, 1999), los programas de formación, etc. junto con la articulación, justificación y comunicación de sus acciones y decisiones, pudiendo llegar a caracterizar una *comunidad de práctica*. Desde esta perspectiva amplia, una de las actividades del profesor es la realizada en el aula con sus alumnos. Cuando vemos una clase de matemáticas en la que un profesor de matemáticas está trabajando con sus alumnos con unos problemas matemáticos con el objeto de que logren una determinada comprensión de unas nociones matemáticas, la actividad del profesor se puede ver como la realización de unas tareas profesionales que caracterizan este aspecto del trabajo de enseñar matemáticas. Este aspecto de la práctica profesional del profesor de matemáticas se ve como el conjunto de actividades que genera y de las justificaciones dadas cuando realiza las tareas que definen la enseñanza de las matemáticas. En este artículo nosotros vamos a centrarnos primordialmente en la caracterización de las actividades en el aula (preacción, interacción y reflexión posterior) como un aspecto de la práctica profesional del profesor y mostrar algunos de los enfoques desarrollados en esta agenda de investigación. Desde nuestra perspectiva la práctica profesional del profesor hay que entenderla como el conjunto de acciones del profesor en la enseñanza y su justificación y fundamentación (discurso justificativo de los modos de hacer del profesor). El análisis se centra inicialmente en *describir, caracterizar y modelizar el papel del profesor en la definición de las actividades matemáticas en el aula*.

Existen diferentes perspectivas para estudiar la práctica del profesor en el aula (DOYLE, 1986; JACKSON, 1975; Llinares & Sánchez, 1990). Ha habido intentos de conceptualizar la práctica del profesor en el aula desde la "teoría de la actividad" de los psicólogos soviéticos (CHRISTIASEN y WALTHER, 1986), desde posiciones socioculturales (WOOD, 1995; CHEVALLARD, 1997; LAVE & WENGER, 1991), para dar cuenta de las características de los procesos de transición del profesor en contextos de reforma (CLARKE, 1997) y desde posiciones constructivistas intentando identificar los aspectos de la práctica que pueden ser de importancia teórica (SIMON & TZUR, 1999).

Desde estas referencias previas podemos identificar dos lugares a los que mirar para realizar una descripción de la práctica profesional del profesor de ma-

temáticas en el contexto de la clase (i) la organización y el contenido de las tareas que caracterizan su agenda de enseñanza que están vinculadas a sus proceso interpretativos del contenido matemático como objeto de enseñanza aprendizaje; y (ii) la gestión que realiza de las interacciones entre el conocimiento matemático y los estudiantes derivada de un objetivo didáctico. Sin embargo, nuevas formas de concebir la noción de actividad, del aprendizaje y del propio contenido matemático conducen a tener que adoptar nuevas maneras de mirar estos dos lugares.

2.1. Aproximación a la noción de conocimiento del profesor y su relación con la enseñanza de las matemáticas⁴

Una cuestión que ha generado la Reforma es como poder llegar a describir la forma en que el conocimiento profesional del profesor de matemáticas refleja las nuevas demandas y explicitar sus influencias sobre los procesos interpretativos del profesor. La conceptualización del conocimiento del profesor como situado (FENNEMA & FRANKE, 1992; LEINHARDT, 1988) ha puesto de manifiesto la importancia de (i) las referencias previas del profesor en el momento de interpretar y desarrollar las nuevas demandas curriculares, y (ii) los procesos cognitivos del profesor en la organización de su mundo experiencial. Estas referencias previas están enraizadas en su experiencia profesional de enseñar matemáticas (su historia profesional) y subrayan la importancia de los procesos de aprendizaje profesional para entender la forma en la que el profesor interpreta e incorpora las nuevas demandas en la enseñanza de las matemáticas. Es decir, cómo los profesores desarrollan nuevo conocimiento de las matemáticas que enseñan mediante una elaboración didáctica y la reflexión (SCHÖN, 1983).

Los esfuerzos por conceptualizar el constructo *conocimiento del profesor* ha permitido orientar los trabajos de investigación en este campo (BROMME, 1994; LLINARES, S. 1995; GROSSMAN et al. 1989). La complejidad del constructo se pone de manifiesto ante las diferentes perspectivas adoptadas en su análisis. La introducción de SHULMAN (1986) de los términos *conocimiento de contenido pedagógico*

y *razonamiento pedagógico* dirigió la atención hacia el papel del conocimiento del profesor del contenido que debe enseñar. Por otra parte, desde la caracterización del conocimiento profesional del profesor se ha planteado la cuestión sobre la existencia de un conocimiento especializado de la labor de enseñar matemáticas. Sin embargo, NODDING (1992) plantea sus dudas sobre si el éxito de la expresión 'conocimiento de contenido pedagógico' puede ser más una exigencia política que un cuerpo real de conocimiento (en el sentido de poseer un conocimiento especializado y el control de acceso a la profesión). Para resolver estas dudas es necesario, según NODDING, identificar y describir este conocimiento tal como aparece en los docentes, y decidir si este conocimiento está relacionado a una mejor actuación del profesor - su práctica profesional- (NODDING, 1992; pp. 198).

Otras cuestiones planteadas han sido (i) la relación entre el 'conocimiento de matemáticas' y el "conocimiento de contenido pedagógico" (MCEWAN & BULL, 1991) y (ii) la relación entre el "conocimiento práctico" y el "conocimiento académico" al plantear cuestiones sobre la relación entre conocimiento y creencias y sobre quien valida el conocimiento del profesor (FESTERMACHER, 1994). En relación al primer aspecto, MCEWAN & BULL (1991) rechazan la posible posición dualista que se puede derivar de la propuesta de SHULMAN. Estos autores afirman que todo conocimiento es de alguna forma 'pedagógico' y subrayan que no existe una clara distinción epistemológica entre el trabajo del profesor (enseñar) y el trabajo del científico. MCEWAN y BULL consideran que el conocimiento, tanto si se genera en la actividad científica, como el que procede de la actividad del profesor tiene una dimensión pedagógica afirmando (siguiendo a DEWEY) ... *no es lo que los profesores saben lo que los hace diferentes de los científicos, sino lo que hacen con lo que conocen ...* afirmando que ... *no existe diferencia formal entre el conocimiento de la disciplina y el conocimiento de contenido pedagógico. En la medida en que se dirige a audiencias particulares, todo conocimiento disciplinar es pedagógico* (MCEWAN & BULL, 1991; pp.331). Por otra parte, FESTERMACHER (1994) desde el análisis epistemológico sugiere que lo que SHULMAN plantea no son tipos diferentes de conocimiento sino... *Parcen más formas de conocer ...* (FESTERMACHER, 1994; pp. 16). En este contexto SCHÖN (1983), en los intentos por dignificar la naturaleza de la experiencia profesional, ha subrayado el valor de la reflexión en la explicitación del conocimiento tácito y en la transformación de el conocer-en-la-acción en conocimiento-en-acción. Por consiguiente, la interpretación que el profesor realiza de las situaciones de enseñanza de las matemáticas en la que se encuentra, le permite identificar aquellos aspectos claves que le ayudan a definir dicha situación según él la ve y en las que debe actuar (GARCÍA & LLINARES, 1999). Desde esta perspectiva, la comprensión de las situaciones en la enseñanza de las matemáticas por parte del profesor no tiene unas características objetivas propias, dadas de antemano, sino que se construyen de manera dialéctica entre el profesor y la propia situación. Esta última reflexión subraya

⁴ En esta sección solo realizamos una aproximación parcial a esta cuestión. Se ha adoptado un enfoque centrado principalmente en el conocimiento del profesor del contenido a enseñar. Una consecuencia de esta decisión es que quedan fuera del análisis otros enfoques como los inspirados en la relación entre conocimiento y diferentes posiciones epistemológicas (TOM & VALLI, 1990), los que enfatizan el conocimiento práctico personal, "craft knowledge", etc (CONNELLY & CLANDININ, 1985) o el conocimiento narrativo desde la posición de BRUNER (1990) sobre las formas de conocer.

la importancia de analizar el papel del profesor en la constitución de las prácticas matemáticas que se generan en el aula (interacción profesor-alumno-contenido dirigidos por un objetivo educativo). Como consecuencia, el foco de análisis se traslada a la actividad en el aula de matemáticas desde la perspectiva de la práctica profesional del profesor.

2.2. Formas de conocer del profesor como referencia para el análisis de la práctica profesional: la organización del contenido matemático para la enseñanza

El primer aspecto al que mirar cuando intentamos describir y caracterizar la práctica profesional del profesor en el aula es la organización del contenido matemático y el conjunto de problemas que el profesor plantea a los estudiantes para desencadenar el proceso de enseñanza-aprendizaje, junto con las justificaciones que el profesor realiza de dicha organización. Los problemas son propuestos inicialmente por el profesor con el objeto de favorecer que los estudiantes construyan una determinada comprensión de unas nociones y procedimientos matemáticos. Se ha empleado el término "inicialmente" a conciencia, ya que el sistema de actividad generado en el aula puede provocar la aparición de contenido no inicialmente previsto y que el profesor debe gestionar para que los alumnos mantengan su relación con las nociones matemáticas que se quieren estudiar (ESCUDERO & SÁNCHEZ, 1999a-b). Los problemas inicialmente propuestos por el profesor y la organización del contenido matemático que adopta para la enseñanza responden a una interpretación (reconstrucción) de las nociones matemáticas consideradas como objetos de enseñanza-aprendizaje desde referencias como la organización curricular y la propia historia profesional del profesor. Por ejemplo, desde el universo técnico definido por los programas oficiales - documentos de la Administración Educativa- y por los libros de texto (GARCÍA & LLINARES, 1999). Los procesos interpretativos de los profesores que producen estas reconstrucciones ponen de manifiesto que el profesor está en interacción dialéctica con la situación (SCHÖN, 1983). En este proceso de dotar de significado a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que viene caracterizado por los procesos interpretativos de los profesores, es donde se ubica la reconstrucción que el profesor realiza de las nociones y procedimientos matemáticos al considerarlos como objetos de enseñanza-aprendizaje.

Esta reconstrucción que hace el profesor de las nociones y procedimientos matemáticos, desde la perspectiva de su uso en las situaciones de enseñanza-aprendizaje, caracteriza inicialmente sus objetivos didácticos, las tareas matemáticas que va a proponer, la organización del contenido matemático para la ense-

ñanza y los procedimientos que pretende que se generen en el aula. De esta manera la reconstrucción que el profesor realiza de las nociones y procedimientos matemáticos como objetos de enseñanza-aprendizaje y su organización para la enseñanza determinan el contenido de su agenda de enseñanza. La agenda del profesor, entendida como el conjunto de objetivos, tareas y decisiones de acción vinculados a la enseñanza de una determinada noción matemática, refleja la organización del conocimiento matemático que el profesor realiza desde la perspectiva de la enseñanza-aprendizaje. La justificación del profesor de la agenda de enseñanza (organización del contenido, características de las tareas, objetivos, etc) junto con la descripción de la agenda de enseñanza constituye una primera referencia para la caracterización de su práctica profesional en el contexto aula.

Como consecuencia de esta situación, las investigaciones sobre la naturaleza del conocimiento profesional pueden ser consideradas una variación de las investigaciones sobre la relación entre la cognición y la actividad (BROMME & TILLEMA, 1995). Desde la perspectiva de la profesión BROMME y TILLEMA (1995) conceptualizan el conocimiento profesional como lo que se requiere para definir y comprender los problemas a los que un profesional se enfrenta. En esta caracterización se incluye información específica sobre hechos y métodos probados de resolución de problemas, además *el conjunto cognitivo de instrumentos necesarios para la práctica profesional con éxito también incluye imágenes, metáforas y actitudes* (BROMME & TILLEMA, 1995; pp. 263). Como consecuencia parece necesario explicitar estos aspectos para el análisis del sistema de actividad que se desarrolla en las aulas de matemáticas como una segunda referencia en la caracterización de la práctica profesional del profesor de matemáticas. Además, desde perspectivas socioculturales - interaccionistas y práctica situada - (COBB & WENGER, 1995; LAVE & WENGER, 1991) se subraya la relación entre el conocimiento y las situaciones en las que se usa y se adquiere asumiendo que el contexto social y físico donde tiene lugar la actividad forman parte del aprendizaje producido. Esta perspectiva coloca el énfasis en la práctica matemática generada y en la naturaleza de las interacciones entre la situación, los problemas planteados y el profesor y los estudiantes.

2.3. La gestión de la enseñanza-aprendizaje como un aspecto de la práctica profesional del profesor de matemáticas

El segundo aspecto desde el cual describir la actividad del profesor es la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje (relación entre el conocimiento matemático y el estudiante). El aula se conceptualiza como una microcultura en

la que los significados se generan a través de las actividades compartidas entre el profesor y los estudiantes en interacción ante una tarea matemática. El foco puede ser:

- las interacciones y regularidades y como estas permiten caracterizar el significado adscrito a las nociones matemáticas (COBB & BAUERSFELD, 1995; VOIGT, 1985). La identificación de constructos teóricos en la descripción de la gestión del profesor de las interacciones en el aula puede ayudarnos a modelizar la práctica profesional del profesor. La descripción de regularidades en la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje y el papel del conocimiento del profesor en la definición de estas regularidades nos aproxima a dicha modelización de la práctica del profesor (ESCUDEIRO & SÁNCHEZ, 1999-b);
- el papel desempeñado por el profesor en la definición de unas determinadas prácticas matemáticas en el aula. La descripción de diferentes maneras en las que el profesor interactúa con los estudiantes en su relación con el contenido matemático pueden ser vistas como un medio en el análisis de la práctica del profesor (LLINARES, 1999-b);
- las relaciones entre las actividades instruccionales, la interacción en el aula y las reflexiones del profesor muestran los fundamentos de la toma de decisiones del profesor. En particular la relación entre las creencias del profesor y sus acciones ayudan a encontrar justificación de las diferentes conductas del profesor y de los dilemas de enseñanza a los que se enfrenta (LLINARES, 1999). Al identificar qué elementos son los que focalizan la atención del profesor en el análisis de su propia práctica nos permitirá trascender la frontera de lo implícito o tácito; y
- descripción y conceptualización de la práctica del profesor dando cuenta del uso en el aula de los instrumentos materiales y conceptuales en la constitución interactiva de los significados.

Las reflexiones en esta sección, generadas a través de la revisión de la literatura y de los primeros intentos por analizar los datos que estábamos obteniendo en nuestras investigaciones, nos permiten tener una primera descripción tentativa de la información que estamos considerando. Esta información ha sido resumida en el cuadro 1 en el que se han introducido algunas referencias que hemos tenido en cuenta. En este cuadro se recogen tres maneras de mirar diferentes aspectos de la práctica del profesor - cognitiva, interaccionista y práctica situada -, sus supuestos y las nociones conceptuales y foco que permiten hacer operativos los supuestos previos.

Cuadro 1. *Perspectivas, Supuestos, nociones conceptuales y foco, y referencias en el análisis de la práctica del profesor de matemáticas.*

PERSPECTIVA	SUPUESTOS	NOCIONES CONCEPTUALES Y FOCO	INSTITUMENTOS DE INVESTIGACIÓN, UNIDADES DE ANÁLISIS Y EQUÍVALENTES	REFERENCIAS
Cognitiva (psicológica conceptual)	• El profesor como <i>intelectual</i> reflexivo que constituye su conocimiento a través de la reflexión sobre la acción.	• Clasificación y análisis de las tareas profesionales: -Análisis de canones y situaciones. -Análisis de la enseñanza y aprendizaje.	• Clasificación y análisis de las tareas profesionales: -Análisis de canones y situaciones. -Análisis de la enseñanza y aprendizaje.	BROPHY, J. (Ed.) (1981) <i>Advances in Research on Teaching. Vol. 2: Teachers' Knowledge of Subject Matter as it Relates to their Teaching Practice</i> . London: JAI Press.
• La enseñanza como <i>práctica</i>	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la propia enseñanza -Elicitación y análisis de elementos constructivos.	• Análisis de la propia enseñanza -Elicitación y análisis de elementos constructivos.	LEINHARDT, G. & GREENHO, J. (1986) <i>The cognitive skill of teaching</i> . <i>Journal of Educational Psychology</i> , 78(2), 75-95.
• El conocimiento profesional	• El conocimiento profesional se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de los segmentos de enseñanza	• Análisis de los segmentos de enseñanza	WILSON, S.; SHELMAN, L. & FICHETTI, A. (1987) 150 different ways of knowing: representations of knowledge in teaching. En J. CALDERSHEAD (Ed.), <i>Engaging Teachers' Thinking</i> . London: Cassell.
• Relatividad del conocimiento	• El conocimiento profesional se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Trivias de aprendizaje hipotéticas identificadas por el profesor	• Trivias de aprendizaje hipotéticas identificadas por el profesor	SCHON, D. (1983) <i>The Reflective Practitioner: How professionals Think in Action</i> . New York: Basic Books.
• Relatividad de la acción	• El conocimiento profesional se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis del discurso	• Análisis del discurso	COBB, P. & BAUERSFELD, H. (Eds.) (1996) <i>The emergence of mathematical meaning: interaction in classroom cultures</i> . Hillsdale, NJ: LEA.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	BARTHélémy, B. (1994) <i>Theoretical and empirical approaches to classroom interaction</i> . En R. BIEHLER (Ed.), <i>Didactics of Mathematics at a Scientific Discipline</i> . Kluwer Academic Pub. Pp. 123-152.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	STEINBECK, H. (1997) <i>Epistemological investigation of classroom interaction in elementary teaching</i> . <i>Educational Studies in Mathematics</i> , 32, 49-90.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	VOIGT, J. (1983) <i>Pattern and routine in classroom interaction</i> . <i>Recherches en Didactique des Mathématiques</i> , 6(1), 69-118.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	AUER, J. (1999) <i>The dilemma of transparency: Seeing and learning through risk in the mathematics classroom</i> . <i>Journal for Research in Mathematics Education</i> , 30(1), 47-64.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	LAVE, J. & WENGER, E. (1991) <i>Situated Learning. Legitimate Peripheral Participation</i> . Cambridge, USA: Cambridge University Press.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	MEIRI, L. (1998) <i>Making sense of instructional devices: the emergence of transparency in mathematical activity</i> . <i>Journal for Research in Mathematics Education</i> , 20(2), 121-142.
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	WATSON, A. (Eds.) (1998) <i>Situated cognition and learning of mathematics</i> . Oxford: Oxford Centre for Mathematics Education Research
• Relatividad entre el conocimiento, las creencias y la práctica del profesor: dilemas de enseñanza.	• El conocimiento profesional y las creencias se desarrolla en el contexto de la enseñanza de tipos específicos.	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante	• Análisis de la "enseñanza" profesor-alumno-estudiante

Ortiz: Una agenda de investigación cuyo foco es el conocimiento del profesor que asume que existe cierta relación entre el conocimiento y la práctica. Debe ser entonces ésta centrada en la descripción y análisis del conocimiento.

Ejemplo: las investigaciones de Connolly y Cawthon (1998) son el resultado de una investigación sobre el conocimiento matemático de los profesores de matemáticas y sus implicaciones para la enseñanza y el aprendizaje.

Cuadro 1: Aquí en este cuadro se han recogido las tres perspectivas que describen las interacciones entre el profesor y los estudiantes en el aula.

3. La identificación de una agenda de investigación en Educación Matemática.

Un ejemplo en la Universidad de Sevilla (España)

Considerando al profesor como un profesional reflexivo, los documentos que aportan indicaciones para la reforma de la enseñanza de las matemáticas son interpretados por el profesor tomando como referencias su conocimiento, concepciones y experiencias previas. Esta cuestión nos sitúa en la intersección de (a) la enseñanza de las matemáticas como profesión y (b) la adopción de perspectivas cognitivas y socioculturales para el análisis de la práctica profesional del profesor de matemáticas. En esta intersección aparece la noción de "conocimiento situado" del profesor de matemáticas para una conceptualización de los procesos de aprendizaje profesional, los procesos de transición y cambio del profesor y en la caracterización de una comunidad de práctica profesional.

Desde este contexto, en nuestras investigaciones adoptamos inicialmente una perspectiva cognitiva en el análisis del conocimiento profesional del profesor de matemáticas de secundaria (con las referencias descritas en la primera sección de este trabajo). Nos preguntábamos cómo los profesores desarrollaban nuevo conocimiento de un tópico matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje en respuesta a los intentos para cambiar la enseñanza de las matemáticas (formas de conocer el contenido a enseñar). El foco de atención fue el proceso de elaboración que el profesor realiza de sus saberes de referencia (conocimiento proposicional, conocimiento científico) y desde su experiencia. Los resultados de esta primera indagación nos permitió identificar diferentes formas de conocer del profesor de matemáticas y que tomábamos como referencia en el análisis de su práctica profesional. Cuando el foco de atención se trasladó a la práctica en el aula complementamos la perspectiva anterior con una aproximación al análisis de la práctica que nos permitiera dar cuenta de (i) las regularidades en las interacciones en el aula, (ii) del uso que el profesor hacía de los problemas matemáticos, modos de representación, etc. en la constitución de los procesos interactivos de generación de los significados, (iii) el papel del profesor en la definición de unas determinadas prácticas matemáticas en el aula, y (iv) los procesos reflexivos del profesor que ponían de manifiesto la compleja relación entre las creencias y la práctica.

Vamos a describir algunas características de las investigaciones que hemos realizado centradas en estudiar las relaciones entre el conocimiento y la práctica profesional del profesor de Matemáticas. Con el propósito de comprender mejor la naturaleza de dicha relación e identificar aspectos de la práctica del profesor que nos ayuden en nuestra reflexión conceptual centramos la atención en:

- la forma en que el profesor reconstruye el contenido matemático como objeto de enseñanza-aprendizaje;

- las características de las 'prácticas habituales' del profesor de matemáticas en el aula desde la perspectiva del uso del conocimiento.

Estos aspectos plantean cuestiones tanto de índole conceptual como metodológico dirigidas a comprender la naturaleza de las nociones 'conocimiento profesional del profesor de matemáticas' y 'práctica profesional del profesor de matemáticas'. Esta situación ha sido articulada a través de la complementariedad de aproximaciones cognitivas y sociológicas (sociocultural) al estudio de las relaciones entre la cognición y la práctica del profesor de matemáticas. La potencialidad hipotética de esta agenda de investigación está en desarrollar planteamientos complementarios desde posicionamientos cognitivos y socioculturales. Así, intentamos obtener información sobre el conocimiento profesional y la práctica del profesor de matemáticas desde:

perspectiva epistemológica: naturaleza del conocimiento del profesor de matemáticas;

perspectiva psicológica: contenido y estructura;

perspectiva socio-cultural: contenido y uso, prácticas vinculadas al uso del conocimiento en la enseñanza de tópicos matemáticos en aulas específicas (las prácticas matemáticas).

Los cuadros 2 y 3 recogen los focos de atención, los supuestos y las nociones teóricas y referencias contextuales que hemos estado considerando en las dos fases en las que hemos desarrollado los estudios en esta agenda de investigación:

relación profesor-contenido matemático a enseñar (nociones matemáticas como objetos de enseñanza-aprendizaje en un nivel educativo); y

profesor y práctica social: la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje (la interacción en el aula).

La justificación y relevancia práctica de esta agenda de investigación está en que nos aproxima a comprender mejor las características de la relación entre el conocimiento y la práctica profesional del profesor de matemáticas y tiene incidencia en (i) nuestra comprensión de la lógica interna de los procesos de innovación y por tanto permite estar mejor informados de la manera de desarrollarse los procesos de cambio en el nivel de la práctica del aula, y (ii) aporta información sobre los procesos de generación del conocimiento profesional del profesor en contexto específicos proporcionando referencias para la delimitación del contenido y estructura de los procesos formativos de los profesores de matemáticas (LLINARES, 1998).

Relación profesor - contenido matemático a enseñar (noción matemática como objetos de enseñanza-aprendizaje en un nivel educativo)		
FOCO	SUPUESTOS	NOCIONES TEÓRICAS Y REFERENCIAS CONTEXTUALES
<ul style="list-style-type: none"> Contenido y estructura del conocimiento del profesor que fundamenta sus decisiones en situaciones de enseñanza de noción matemática. (García, 1997). Procesos a través de los cuales el profesor "dota de significado" a sus dominios de experiencia y resultados - las noción matemática como objetos de enseñanza-aprendizaje - (García & Llinares, 1999; Llinares, 1997). 	<ul style="list-style-type: none"> i) El mundo es real pero los individuos varían su percepción de él, ii) Una concepción del mundo real de un individuo tiene integridad para ese individuo, iii) Los profesores usan teorías pre-existentes personales para explicar y planear su enseñanza, iv) Los profesores prueban sus teorías para ver si son provechosas y modificarlas a la luz de esas pruebas (Pope, 1993) 	<ul style="list-style-type: none"> - Dominio experiencial - Aspectos característicos y procesos interpretativos - Integración cognitiva - Reflexión-sobre-la-acción - Reconstrucción personal de las noción matemática como objetos de enseñanza-aprendizaje - Enseñanza como diseño - Procesos interpretativos ("framing") - Reforma y enseñanza de las matemáticas: procesos de transición de los profesores
<ul style="list-style-type: none"> Relaciones entre el conocimiento del profesor de la forma en que los alumnos llegan a comprender los conceptos matemáticos y la generación de dilemas de enseñanza (Llinares, en prensa) 	<ul style="list-style-type: none"> - El conocimiento del profesor se genera en contextos profesionales y está relacionado al contenido a enseñar, centrado en los aprendices, de naturaleza situada y con aspectos procedimentales (Bromme & Tilleman, 1995) (... y estructurado por la experiencia práctica en sus propias clases (Bromme, 1994; p.81) 	<ul style="list-style-type: none"> - Dominios de conocimiento: conocimiento del profesor del contenido a enseñar, conocimiento del profesor de los estudiantes como aprendices. - Concepciones - Dilemas/ tensiones desde la perspectiva adoptada hacia las noción matemática - Agenda de enseñanza

Cuadro 2. Foco de las cuestiones de investigación, supuestos, noción teórica y referencias contextuales en la relación profesor contenido matemático a enseñar

Por último, cabe señalar que en las investigaciones realizadas al estudiar la práctica del profesor de matemáticas hemos generado y adaptado constructos teóricos que nos están ayudando a caracterizarla. En relación a las tareas y su organización:

la noción "objeto de enseñanza-aprendizaje" construido personalmente por el profesor, que da cuenta de la reconstrucción del profesor de las noción y procedimientos matemáticos desde la perspectiva de la enseñanza;

la idea de "agenda de enseñanza" que da cuenta de la organización del contenido matemático (a través de las tareas instruccionales) con el objeto de desencadenar el proceso de enseñanza-aprendizaje caracterizado por la relación entre el estudiante y los conceptos y procedimientos matemáticos.

Profesor y práctica social: gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje (Interacción en el aula)		
FOCO	SUPUESTOS	NOCIONES TEÓRICAS Y REFERENCIAS CONTEXTUALES
	<ul style="list-style-type: none"> * Relación entre las características de los problemas (tareas instruccionales), la interacción en el aula (problema- profesor-alumno) y las reflexiones del profesor (LLINARES, 1999) 	<ul style="list-style-type: none"> - Relación entre creencias y práctica - Reflexión-sobre-la-acción - Dilemas de enseñanza <p>- Colaboración profesor-investigadores</p> <p>- Reforma y enseñanza de las matemáticas: procesos de transición del profesor</p>
	<ul style="list-style-type: none"> * Relación entre conocimiento profesional y práctica: gestión del profesor de contenido. Relación entre la estructura de la lección y las maneras de comprender el contenido matemático del profesor (ESCUDERO & SÁNCHEZ, 1999-a) 	<ul style="list-style-type: none"> - Estructura de la lección (segmentos) - Dominios de conocimiento - Integración cognitiva de diferentes dominios de conocimiento
	<ul style="list-style-type: none"> * Descripción y caracterización de segmentos de la lección, la relación entre las acciones y las justificaciones del profesor y la organización del contenido matemático en la estructura de la lección (ESCUDERO & SÁNCHEZ, 1999-b) 	<ul style="list-style-type: none"> - Regularidades: patrones temáticos - Organización del contenido matemático en la estructura de la lección
	<ul style="list-style-type: none"> * Características del uso del profesor de determinados instrumentos (modos de representación y problemas matemáticos) durante la constitución de las prácticas matemáticas en el aula 	<ul style="list-style-type: none"> - Comunidad de práctica y prácticas matemáticas - Instrumentos y tecnología - "Transparencia"

Cuadro 3. Foco de las cuestiones de investigación, supuestos, noción teórica y referencias contextuales en el análisis de la interacción en el aula.

En relación a la gestión del proceso de enseñanza-aprendizaje:
las regularidades en las interacciones;
la relación entre las acciones de enseñanza y las creencias como desencadenante de los dilemas de enseñanza;
las características en el uso de diferentes instrumentos en la gestión de la interacción entre los alumnos y el contenido matemático.

En las secciones siguientes se describirán algunos de los resultados vinculados a estos aspectos de la práctica profesional del profesor de matemáticas obtenidos en el análisis de la enseñanza del concepto función para alumnos de 14-16 años.

4. El caso de la enseñanza del concepto función en la Educación Secundaria (14-16 años)

La concreción de los aspectos anteriores para el caso específico del análisis de la enseñanza del concepto función (14-16) se ha realizado tras definir la intersección de tres ámbitos de investigación:

- I. cambios en el concepto función como objeto de enseñanza-aprendizaje;
- II. cambio del profesor de matemáticas en el contexto de la reforma de la enseñanza de las matemáticas; y
- III. la reflexión metodológica como ámbito de análisis en las investigaciones en Educación Matemática.

I) La consideración del concepto función como objeto de enseñanza-aprendizaje ha venido enriquecida durante los últimos años por los aportes empíricos y analíticos realizados desde diversos campos (COONEY & WILSON, 1994; SIERPINSKA, 1992; SFARD, 1992). DUBINSKY y HAREL (1992) consideran que la concepción proceso del concepto función implica una transformación dinámica de cantidades siguiendo algún patrón repetible, de tal forma que, dada la misma cantidad, producirá la misma cantidad transformada; por otra parte, una función se concibe como un objeto si es posible desarrollar una acción sobre ella que la transforma. En este sentido, la concepción objeto se construye mediante un proceso de encapsulación (DUBINSKY y HAREL, 1992; p. 85). Por otra parte, desde una perspectiva cognitiva, VINNER y DREYFUS (1989) han caracterizado la imagen del concepto en los estudiantes como el conjunto de todas las

descripciones mentales asociadas en la mente del estudiante con el nombre del concepto, junto con todas las propiedades que lo caracterizan. Se incluyen diferentes modos de representación, gráficos, simbólicos, diagramas, etc. En algún sentido, la imagen del concepto que construye el estudiante es producto de su experiencia con los ejemplos y contra ejemplos del concepto con los que se va encontrando en sus tareas escolares (VINNER y DREYFUS, 1989; p.359). Finalmente, las reflexiones centradas en la noción de modo de representación o sistema de símbolo y el papel que desempeñan en el aprendizaje del concepto función (JANVIER, 1987; LEINHARDT et al. 1990).

II) En segundo lugar, el análisis de las relaciones entre los procesos de pensamiento del profesor y el contexto han estado incorporando reflexiones desde la noción del conocimiento profesional del profesor (BROMME y TILLEMA, 1996). En este ámbito de análisis, las iniciativas de Reforma en el que se encuentra actualmente la enseñanza de las matemáticas se convierten en un contexto adecuado para analizar los procesos de transición del profesor de matemáticas (FENNEMA y NELSON, 1997) que permite establecer una ventana para estudiar las prácticas en el aula de matemáticas y el papel desempeñado por el conocimiento del profesor (LEINHARDT et al., 1991; STEIN, BAXTER y LEINHARDT, 1990). El análisis del *uso del conocimiento* del profesor desde una perspectiva profesional permite identificar *procesos deliberativos* (ERAUT, 1994), *dilemas y nudos cognitivos* (LAMPERT, 1985; WAGNER, 1987) generados por el profesor en el desarrollo de su práctica profesional. Para ERAUT, los procesos deliberativos se generan cuando el profesor debe acceder y hacer uso del conocimiento proposicional para gestionar los diferentes procesos que constituyen la acción profesional. En este sentido los procesos deliberativos requieren combinaciones únicas de conocimiento proposicional, conocimiento de la situación y juicio profesional, que en muchas ocasiones no producirá una simple respuesta correcta ni garantizará la consecución plena del objetivo pretendido (ERAUT, 1994).

III) Finalmente, según SCHOENFELD (1994) *la identificación de una nueva clase de fenómenos bajo estudio requiere un nuevo conjunto de explicaciones y un nuevo conjunto de instrumentos para describirlos*. Desde esta consideración, la reflexión metodológica se considera un ámbito de análisis propio en las investigaciones en Educación Matemática. Las nuevas formas de ver los objetos de estudio en el campo de la Educación Matemática muestran su complejidad y derivan por tanto en la necesaria complementariedad entre diferentes perspectivas teóricas que llevan nuevos diseños y métodos de indagación .

Las cuestiones a través de las cuales se articula esta agenda de investigación, desde la intersección de estos tres ámbitos de investigación, son:

1. ¿Cómo los intentos por implementar currículos innovadores influyen en el contenido y uso del conocimiento del profesor del concepto función como objeto de enseñanza-aprendizaje?