

- SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. Coordenadoria de Estudos e Normas Pedagógicas – CENP. *Proposta Curricular para o Ensino de Matemática - 2º. grau*. São Paulo, SE/CENP, 1991, 2ª ed.
- SFARD, A., *Operational origins of mathematical objects and the quandary of reification - the case of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 59-84, 1992.
- SIERPINSKA, A., *On understanding the notion of function*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 25-58, 1992.
- STEINBRING, H., BUSSI, M.G.B. & SIERPINSKA, A. (Eds.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom*, NCTM, Reston, U.S.A., 1998.
- USISKIN, Z., *Mathematics as a Language*, in *Communication in Mathematics, K-12 and Beyond*, NCTM, Yearbook, U.S.A., p.231-242, 1996.
- VINNER, S., *The role of definitions in the teaching and learning of mathematics*, in Tall, D. (ed.) – *Advanced Mathematical Thinking*, Mathematics Education Library, v.11, The Netherlands: Kluwer, p.65-81, 1991.
- _____. *The function concept as a prototype for problems in mathematics learning*, in "The concept of function - aspects of epistemology and pedagogy", Dubinsky & Harel (Ed.), M.A.A. Notes, v.25, p. 195-213, 1992.
- VYGOTSKY, L.S., *The instrumental method in Psychology*, in J.V. Wertsch (Ed.) "The concept of activity in Soviet Psychology", Armonk, New York, M.E. Sharpe Inc., p. 134-143, 1981.
- _____. *Pensamento e Linguagem*, 2ª Ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989a.
- _____. *A formação Social da Mente*, 3ª Ed., São Paulo: Martins Fontes, 1989b.
- ZUFFI, E.M., *O tema 'funções' e a linguagem matemática de professores do Ensino Médio – por uma aprendizagem de significados*, São Paulo: Faculdade de Educação, USP, jun. 1999, 307p. (tese de doutorado em Didática - Ensino de Ciências e Matemática).

Uma Relação Entre a Teoria Histórico-cultural e a Epistemologia Histórico-crítica no Ensino de Funções: A Mediação

José Análio de Oliveira Trindade*

Méricles Thadeu Moretti**

RESUMO: O objetivo do artigo é buscar uma aproximação entre a teoria histórico-cultural de VYGOTSKY e a epistemologia histórico-crítica de BACHELARD. Inicialmente, faremos uma reflexão sobre as principais idéias de VYGOTSKY, em particular, sobre a idéia de mediação e suas implicações à educação. Num segundo momento discutiremos os conceitos de ruptura e obstáculo epistemológico, isto é, a base da discussão do conhecimento científico na epistemologia bachelardiana e a possível aplicação da mediação no processo de superação destes obstáculos. Finalmente, daremos um exemplo desta aplicação na formação do conceito de função, em especial, na superação de alguns dos obstáculos epistemológicos relativos à aprendizagem deste conceito.

PALAVRAS-CHAVE: Modelo histórico-cultural; epistemologia histórico-crítica; mediação; obstáculo epistemológico; função.

ABSTRACT: A relation between historic-cultural theory and historic-critical epistemology: the mediation.

The purpose of this article is to look for an approximation between Vygotsky's historic-cultural theory and Bachelard's historic-

* Professor do Colégio de Aplicação da UFSC e Doutorando em Educação do PPGE/CED/UFSC/ Florianópolis/SC.

** Doutor em Didática da Matemática pela Université Louis Pasteur de Estrasburgo/França e Professor do Departamento de Matemática da UFSC e do PPGE/CED/UFSC/Florianópolis/SC.

critical epistemology. We start with a discussion of Vygotsky's main ideas, especially, the idea of mediation and its implications in education, after which we discuss the concepts of epistemological rupture and obstacle, that is, the basis of a discussion of scientific knowledge in the Bachelardian epistemology and a possible application of mediation to the process of overcoming these obstacles. Finally, we offer an example of this application to the construction of the concept of function, especially in the overcoming of some of the epistemological obstacles related to the learning of this concept.

KEYWORDS: Historico-cultural model; historico-critical epistemology; epistemological obstacle; function.

O Modelo Histórico-cultural de Vygotsky

Na perspectiva sociointeracionista de VYGOTSKY (1988, 1993, 1998), ambiente e organismo determinam-se mutuamente, a partir de interações recíprocas. Nesse sentido, a possibilidade do homem constituir-se enquanto sujeito e apropriar-se do legado cultural da humanidade vai depender não apenas do desenvolvimento de seu sistema nervoso mas, principalmente, da qualidade de suas interações com o meio físico e social em que vive. Através dessas interações o homem participa ativamente tanto na construção e transformação do ambiente como de si mesmo. É portanto, por meio desta relação dialética com o mundo que o homem se constitui e se desenvolve.

Segundo este ponto de vista, há uma relação recíproca e dialética entre o biológico e o social no processo de constituição e desenvolvimento dos seres humanos. O biológico, aquilo que é inato, por si só não é suficiente para promover essa constituição e esse desenvolvimento. As características individuais do ser humano (visão de mundo, valores, conhecimentos, etc.) são construídas ao longo de sua vida e dependem das suas interações com o meio físico e social onde está inserido. Além dessa ação recíproca existente entre o organismo e o meio, VYGOTSKY (1988, 1993, 1998) destaca e atribui especial importância à presença do fator humano no ambiente.

Visto que o desenvolvimento do ser humano está intimamente relacionado ao contexto sociocultural em que ele está inserido e é decorrente de

suas contínuas reorganizações internas frente às rupturas e desequilíbrios a que ele está exposto, torna-se impossível considerar o desenvolvimento do sujeito como um processo previsível, universal, linear ou gradual. Por conseguinte, os sistemas funcionais de aprendizagem de um indivíduo, ainda que semelhantes aos de outro, não podem ser tomados como idênticos (REGO, 1990).

VYGOTSKY (1988, 1993, 1998) observou que os fatores biológicos preponderam sobre os sociais apenas no início da vida da criança. Aos poucos, o desenvolvimento do pensamento e o próprio comportamento da criança passam a ser orientados pelas interações com seu grupo social e com os objetos de sua cultura. Através dessas interações, os processos psicológicos mais complexos começam a se formar. Desse modo, no processo da formação cognitiva é possível distinguir duas linhas qualitativamente diferentes de desenvolvimento: os processos elementares, que são de origem biológica, e as funções psicológicas superiores, que são de origem sociocultural. Segundo ele, a história do comportamento da criança nasce do entrelaçamento dessas duas linhas.

Portanto, o desenvolvimento do ser humano se dá a partir das suas interações com o meio sociocultural em que vive, já que as formas psicológicas mais sofisticadas emergem da vida social. Assim, o desenvolvimento do psiquismo humano é sempre mediado pelo outro (outras pessoas do grupo cultural), e é através dessas mediações que os membros imaturos da espécie humana vão se apropriar dos modos de funcionamento psicológico, do comportamento e da cultura, enfim, do patrimônio da história da humanidade e de seu grupo cultural. No momento que são internalizados, estes processos começam a ocorrer sem a intermediação de outras pessoas. A atividade que antes precisava ser mediada (regulação interpsicológica ou atividade interpessoal) passa agora a constituir-se num processo voluntário e independente (regulação intrapsicológica ou atividade intrapessoal) (REGO, 1990).

A mediação para VYGOTSKY (1993) é um conceito central na explicação do funcionamento psicológico. Segundo ele, a relação do homem com o mundo não é direta, mas, fundamentalmente uma relação mediada. A mediação é um processo de intervenção de um elemento intermediário na relação entre o sujeito e o objeto. A relação deixa, então, de ser direta e passa a ser mediada por ferramentas auxiliares da atividade humana. VYGOTSKY (1993) apresenta dois tipos de mediadores entre as funções psicológicas superiores e o mundo real: os instrumentos e os signos. Os instru-

mentos são elementos externos ao indivíduo, direcionados ao mundo exterior, sendo sua função a de provocar mudanças nos objetos. Os signos (qualquer tipo de símbolo convencional como a linguagem, sistema simbólico algébrico, escrita, etc.) - instrumentos psicológicos por excelência - são orientados para o próprio sujeito, para dentro do indivíduo, mediatizam não só seu pensamento, como o próprio processo social. São, portanto, ferramentas fundamentais para o desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

A obra de VYGOTSKY (1988, 1993, 1998) está repleta de exemplos de como se dá essa mediação em diferentes processos psicológicos, mas foi sobretudo em relação à mediação pela linguagem oral que ganhou destaque. A fala tem um papel fundamental de organizadora da atividade prática e das funções psicológicas humanas. Segundo ele, a verdadeira essência do comportamento humano complexo se dá a partir da unidade dialética da atividade simbólica (fala) e da atividade prática. A linguagem tem, então, duas funções básicas: instrumento do pensamento e da comunicação. A conquista da linguagem representa portanto um marco no desenvolvimento do homem.

Em síntese, na perspectiva vygotskiana, é na interação social e por intermédio do uso de signos que se dá o desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Desse modo, esse desenvolvimento está intimamente vinculado ao aprendizado, à apropriação por intermédio de signos (linguagem) do legado cultural da humanidade. O aprendizado é considerado, assim, um aspecto necessário e fundamental no processo de desenvolvimento das funções psicológicas superiores.

Mas, para que exista esta apropriação, é preciso também que exista internalização que implica a transformação dos processos externos (interpsicológicos) em um processo intrapsicológico (no qual a atividade é reconstruída internamente). Na concepção de VYGOTSKY (1998), todas as funções psicológicas superiores aparecem duas vezes no curso do desenvolvimento do ser humano: primeiro, no nível social e depois, no nível individual; primeiro, entre pessoas (interpsicológico) e depois, no interior do ser humano (intrapsicológico). Segundo ele, isso é válido para a linguagem, a atenção voluntária, a memória lógica, a formação de conceitos e o desenvolvimento da vontade. Esta é portanto a forma mediatizada através da qual o ser humano se apropria do conhecimento historicamente produzido e socialmente disponível.

Para melhor explicitar a importância das interações sociais no desenvolvimento cognitivo, VYGOTSKY (1998) cria o conceito de zona de de-

envolvimento proximal, como sendo a distância entre aquilo que a criança é capaz de fazer sozinha (nível de desenvolvimento real) e aquilo que ela consegue realizar sob a orientação de um adulto ou em colaboração com outras crianças (nível de desenvolvimento potencial). A zona de desenvolvimento proximal constitui-se por aquelas funções que ainda não estão maduras, mas sim em processo de maturação, quer dizer, que ainda se encontram em um estágio embrionário. Nesse sentido, o desenvolvimento da criança é visto de forma prospectiva.

O conceito de zona de desenvolvimento proximal é de fundamental importância para o plano educacional, justamente porque permite verificar não somente os ciclos já completados pela criança, como também aqueles que estão em vias de formação, o que permite a elaboração de estratégias pedagógicas que auxiliem nesse processo. Cabe ao professor interferir na zona de desenvolvimento proximal dos alunos, provocar avanços que não ocorreriam espontaneamente, uma vez que, para VYGOTSKY (1998), o único bom ensino é aquele que se adianta ao desenvolvimento, ou seja, que se dirige às funções psicológicas que estão em vias de se completarem.

Segundo VYGOTSKY (1988), o aprendizado de modo geral e o aprendizado escolar em particular, não apenas possibilitam, como orientam, e estimulam processos de desenvolvimento. A escola, por oferecer conteúdos e desenvolver atividades específicas, tem um papel fundamental e insubstituível no desenvolvimento das funções psicológicas superiores. Como assinala LEONTIÉV, in VYGOTSKY (1988, p. 147), o processo de educação escolar é qualitativamente diferente do processo de educação em geral, pois, *na escola, a criança está diante de uma tarefa particular: entender as bases dos estudos científicos, ou seja, um sistema de concepções científicas.*

Outro tema de grande importância na obra de VYGOTSKY é o processo de formação de conceitos. Esse processo integra e sintetiza as principais idéias do autor a respeito do desenvolvimento humano: as relações entre pensamento e linguagem, o papel mediador da cultura na constituição do modo de funcionamento psicológico do indivíduo e o processo de internalização de conhecimentos e significados socialmente elaborados.

Os conceitos são construções culturais internalizadas pelos indivíduos ao longo de seu processo de desenvolvimento dentro dos diversos grupos culturais. VYGOTSKY (1993) distingue duas categorias de conceitos: os conceitos cotidianos ou espontâneos que se referem àqueles conhecimentos

construídos na experiência pessoal, concreta e cotidiana das crianças e os conceitos científicos que se referem àqueles conhecimentos elaborados na sala de aula, adquiridos através do ensino sistemático. Apesar de diferentes, os dois tipos de conceito estão intimamente relacionados e influenciam-se mutuamente. Na perspectiva vygotskiana, os conceitos não são aprendidos por meio do treino, do exercício e da repetição, nem tampouco por mera transmissão pelo professor ao aluno. Para aprender um conceito é necessário, além das informações recebidas do exterior, uma intensa atividade mental. O processo de formação de conceitos, fundamental no desenvolvimento dos processos psicológicos superiores, é longo e complexo, pois nos remetem à discussão das relações entre pensamento e linguagem, à questão da mediação cultural no processo de construção de significados por parte do indivíduo, ao processo de internalização e ao papel da escola na transmissão de conhecimentos diferentes daqueles aprendidos na vida cotidiana (OLIVEIRA, 1992, p. 23).

Ao considerar que a mente humana é social e culturalmente construída, VYGOTSKY (1993) abriu novas perspectivas de análise do próprio processo de construção de conhecimentos. Sua obra traz grandes contribuições para a área da educação, na medida em que oferece elementos importantes para a compreensão de como se dá a integração entre ensino, aprendizagem e desenvolvimento, suscitando assim uma reavaliação e um redimensionamento da prática educacional.

Os postulados de Vygotsky parecem apontar para a necessidade de criação de uma escola bem diferente da que conhecemos. Uma escola em que as pessoas possam dialogar, duvidar, discutir, questionar e compartilhar saberes. Onde há espaço para transformações, para as diferenças, para o erro, para as contradições, para a colaboração mútua e para a criatividade. Uma escola em que professores e alunos tenham autonomia, possam pensar, refletir sobre seu próprio processo de construção de conhecimentos e ter acesso a novas informações. Uma escola em que o conhecimento já sistematizado não é tratado de forma dogmática e esvaziado de significado (REGO, 1995, p. 118).

Várias são as reflexões sobre a prática escolar que poderiam ser feitas com base nas idéias de VYGOTSKY. No entanto, os limites deste trabalho não nos permitem explorar as inúmeras implicações dessas idéias à educação. Assim, abordaremos brevemente na seção seguinte uma possível aplicação do modelo histórico-cultural, em particular sobre o papel da mediação na superação dos obstáculos epistemológicos.

A Mediação e os Obstáculos Epistemológicos

Segundo a teoria histórico-cultural, o desenvolvimento e a aprendizagem estão inter-relacionados desde o nascimento da criança. Através da interação com o meio físico e social a criança realiza uma série de aprendizagens. A partir do dia-a-dia, das observações, manipulações, imitações e instruções de pessoas mais experientes, as crianças obtêm respostas para uma série de questões. Como membros de um grupo sócio-cultural determinado, elas vivenciam experiências que as iniciam em sua própria cultura, a partir das quais constroem suas características individuais de ser humano (conceitos, valores, idéias, objetos concretos, concepção de mundo, etc.). Muito antes de entrarem na escola, elas já construíram uma série de conhecimentos do mundo que as cerca. Por exemplo, antes de estudar matemática na escola, as crianças já tiveram experiências com quantidades e, portanto, já lidaram com noções matemáticas. No entanto, ao ingressarem na escola, um outro tipo de conhecimento se processa.

Quando o aluno chega à escola, ele já detém uma cultura adquirida, espontaneamente, no seu dia-a-dia, a *cultura primeira* (SNYDERS, 1988). Porém, esta se mostra circunscrita e limitada para possibilitar a compreensão crítica da realidade, seja natural, seja social. A função da mediação da *cultura elaborada* (SNYDERS, 1988) é possibilitar a ruptura com este estado de coisas, levando o aluno a adquirir um patamar mais universal de compreensão do mundo e da realidade, com possibilidades mais amplas de ação e desenvolvimento de suas funções psicológicas superiores.

Um exemplo disso é o fato de que, praticamente em todas as culturas, surgem procedimentos aditivos de forma espontânea, a partir da experiência cotidiana, mas nunca aparecem procedimentos multiplicativos ou outros mais sofisticados, a não ser que haja instrução formal. A passagem a concepções multiplicativas constitui uma verdadeira mudança conceitual. Para que esta mudança ocorra é preciso superar fortes restrições internas que constituem verdadeiros *obstáculos epistemológicos*, que só podem ser vencidos em situações ou contextos de instrução formal (GÓMEZ-GRANELL, 1998).

Para BACHELARD (1983), é também através de rupturas que se passará do conhecimento comum (*cultura primeira*, SNYDERS, 1988; conhecimento espontâneo, VYGOTSKY, 1993) para o conhecimento cientí-

fico (cultura elaborada, SNYDERS, 1988; conceitos científicos, VYGOTSKY, 1993). Da mesma forma, é através de rupturas que o conhecimento científico se constrói (BACHELARD, 1983).

Os conceitos de "ruptura" e "obstáculo epistemológico" são a base da discussão do conhecimento científico na epistemologia bachelardiana. O termo "ruptura" é usado por BACHELARD (1983) para indicar uma descontinuidade entre o conhecimento comum e o conhecimento científico e também para caracterizar dificuldades na construção de conhecimentos.

Para BACHELARD (1983), compreender o progresso do conhecimento científico é, pois, antes de mais nada, discutir o problema do "obstáculo epistemológico". Esta noção foi introduzida e analisada no seu livro *La formation de L'esprit scientifique, como sendo retardos e perturbações que se incrustam no próprio ato de conhecer, (...) uma resistência do pensamento ao pensamento* (BACHELARD, apud JAPIASSÚ, 1976, p. 171).

A noção de obstáculo epistemológico abrange tanto aspectos do desenvolvimento histórico do pensamento científico como da prática educacional (BACHELARD, 1983). Nessa, os obstáculos epistemológicos se propõem como "obstáculos pedagógicos", são barreiras à apropriação do conhecimento científico, uma vez que obstruem a atividade racional do aluno.

SIERPINSKA (1988), ao analisar o ato individual de construção dos conhecimentos num contexto mais amplo, situa a noção de obstáculo epistemológico num contexto social, no interior de uma concepção da Matemática do ponto de vista de sistema cultural. Ela recupera a noção de obstáculo epistemológico em BACHELARD (1938), ressaltando que obstáculos são fatores psicológicos (portanto internos, e não externos como a complexidade e a fugacidade dos fenômenos ou a fragilidade de nossos sentidos), períodos de retardamento, estagnação, perturbação, regressão que se incrustam no ato de conhecer.

Num esforço de explicar a noção de obstáculo epistemológico no quadro de uma teoria da cultura e de uma concepção da Matemática como sistema cultural, WILDER (1981) e SIERPINSKA (1988) estabelecem paralelos entre o ato individual de construção de conhecimentos e a construção do conhecimento matemático.

A interpretação da Matemática produzida pelos matemáticos como um sistema cultural, está presente em trabalhos como os de MORRIS KLINE (1976), RAYMOND WILDER (1981) e RESTIVO (1984). WILDER (1981) entende por "sistema cultural", um sistema unido por laços de comunicação entre

Indivíduos humanos e composto de elementos de cultura, os quais foram explicitamente divididos em três níveis (I, II e III) que HALL (1959) denominou, respectivamente: formal, informal e técnico (Apud SIERPINSKA, 1988). O nível I constitui-se de uma estrutura de convicções, crenças, atitudes, valores, normas, cânones, ritos, a nossa visão de mundo. Os elementos de cultura desse nível são, ou podem ser, facilmente explicitáveis. Esses conhecimentos são transmitidos por instrução e advertência e não por explicação e justificação.

O nível II constitui-se de regras e esquemas inconscientes de pensamento e de comportamentos, de maneiras de comunicar com os outros. Os elementos desse nível são, em geral, inconscientes: só vamos nos dar conta da existência dessas regras de pensamento, dessas interpretações de situações, desses caminhos de aproximação de problemas utilizados, no momento em que eles se tornam inadaptados. Esses elementos são aprendidos pela prática e imitação durante a socialização e educação. Porém, frequentemente, nem o professor nem o estudante, que o imita, têm consciência da aprendizagem que nesse processo se desenvolve.

O nível III constitui-se de conhecimentos explícitos, logicamente justificados, necessários nas diferentes profissões, possuídos por um grupo de pessoas associadas por um fator comum, como a ação de pertencer a um mesmo grupo ou a uma mesma profissão. Esse nível contém os conhecimentos cuja validade é sustentada por suas relações com sistemas de conhecimentos, socialmente qualificados como científico. Da mesma forma que os conhecimentos do nível I, os do nível III são também explícitos, mas, diferentemente, daqueles, esses requerem justificativas racionais. Em resumo, o nível III é aquele dos conhecimentos profissionais e científicos, os quais são aprendidos por meio de instrução explícita e voluntária, como os elementos do nível formal I, contudo, aqui, as regras são justificáveis e os erros, explicados.

Segundo este ponto de vista, a Matemática forma um sistema cultural, ela própria um sub-sistema da cultura na qual vivem os matemáticos. A Matemática enquanto sistema cultural também possui esses três níveis. O nível técnico (III) é o nível das teorias matemáticas, isto é, o lugar dos enunciados sistematizados e organizados, submetidos a normatizações que articulam uma estrutura própria. O nível informal (II) da cultura matemática contém o saber matemático implícito, que permite aos matemáticos propor e resolver problemas. Ainda que, esse saber (ou essa arte como se refere SIERPINSKA) tenha seus esquemas e suas regras, ele é difícil de transmitir. O nível formal (I) diz respeito às convicções, crenças, preconceitos, dog-

mas, ritos e normas relacionados à Matemática e aos matemáticos. Ele contém as atitudes filosóficas para com a Matemática, as concepções sobre a evolução da Matemática e sobre os métodos que nela são aceitáveis. Um outro elemento desse nível cultural que tem significativa importância, na maneira segundo a qual se constrói os conceitos matemáticos, é nossa visão de mundo, em particular as categorias fundamentais do pensamento humano como concepções do tempo, do espaço, do número, do conceito de causa, de infinito, etc.

Para SIERPINSKA (1992), esses três níveis não são independentes. Grande parte dos conceitos e problemas que estudamos no nível técnico, assim como os caminhos envolvidos na resolução desses problemas, podem ser explanados pelos conteúdos dos níveis formal e informal de nosso conhecimento. Os elementos culturais desses níveis, isto é, nossas convicções, crenças e atitudes para com a Matemática, bem como nossos esquemas inconscientes de pensamento, desempenham importante papel nos processos de construção, ensino e aprendizagem dos conceitos matemáticos pertencentes ao nível técnico. Por outro lado, nossas realizações no nível técnico podem mudar nossas concepções e nossos esquemas de pensamento.

Portanto, enquanto nossas crenças são "crenças ocultas", e nossos esquemas de pensamento inconscientes, eles podem muito bem funcionar como obstáculos para nosso pensamento no nível técnico (SIERPINSKA, 1992, p. 28; tradução nossa).

Quando falamos de obstáculos, estamos falando de sua superação. Dizemos que um obstáculo é superado se somos capazes de manter uma distância de nossas crenças ou esquemas de pensamento, se temos consciência de suas conseqüências e somos capazes de considerar outros pontos de vista.

No caso de um obstáculo do nível formal, como por exemplo, a crença numa filosofia para com a Matemática, superá-lo não é, simplesmente se converter a outra filosofia, mas conservar, modificar ou rejeitar essa filosofia a partir de uma análise crítica sobre suas possibilidades e suas limitações frente a outras filosofias.

SIERPINSKA (1988) apresenta o exemplo de um estudante que se opõe à introdução do infinito em Matemática por acreditar, profundamente, na origem empírica dessa área do conhecimento e por não crer na existência real do infinito. Como as concepções de infinito e as atitudes filosóficas para com a Matemática estão, intimamente, relacionadas às concepções da noção de li-

mite, o estudante pode rejeitar essa noção como sendo desprovida de sentido. Ele pode até mesmo aceitar o limite como uma convenção, sem mudar sua opinião sobre a não existência do infinito na realidade. Mas para que ele aceite a noção de limite é necessário que ele esteja convencido da utilidade dessa noção na explicação dos fenômenos físicos e tome consciência de que sua atitude filosófica para com a Matemática é demasiadamente limitada.

O ensino tem um importante, árduo e delicado papel nesse processo de superação do obstáculo, devendo negociar a noção de limite, encontrar os argumentos para mostrar sua utilidade, escolher situações em que as concepções do estudante não possam mais funcionar, sem no entanto avaliar, explicitamente, como verdadeiras ou falsas essas concepções. Para SIERPINSKA (1988), as filosofias não podem ser consideradas nem como verdadeiras, nem como falsas, mas apenas como mais ou menos fecundas.

Da mesma forma, vamos superar os obstáculos provenientes do nível informal, isto é, as regras e esquemas inconscientes de pensamento e de solução de problemas, no momento em que passamos a utilizá-los, conscientemente, num domínio próprio e a considerar outros possíveis (SIERPINSKA, 1988).

A descrição que fizemos a respeito dos obstáculos epistemológicos pode, facilmente, conduzir o leitor a ter uma impressão dos obstáculos como coisas negativas no nosso desenvolvimento conceitual, as quais devem ser evitadas no ensino e aprendizagem, mas não é essa a idéia que queremos transmitir.

Os obstáculos epistemológicos têm uma importante função em nosso pensamento para que possamos compreender a evolução dos conceitos matemáticos em seu desenvolvimento tanto histórico como individual. Essa função é positiva e negativa ao mesmo tempo. Positiva, no sentido de que para entendermos algo, já temos alguma concepção anterior, algum entendimento ou pré-conceito fundados em nossos esquemas de pensamento, crenças e atitudes, isto é, em nossos elementos culturais dos níveis formal e informal. Negativa, no sentido de que para avançarmos em direção a um melhor entendimento ou visão das coisas que estamos considerando, se faz necessário tomarmos consciência dessas atitudes e esquemas de pensamento, e nos colocarmos contra eles. Quando isso não ocorre, o obstáculo não é superado, o que impede a razão de prosseguir no sentido de um novo conhecimento. Assim, de um modo geral, os obstáculos podem ser compreendidos através de sua dupla ação, como freio e motor de progresso no desenvolvimento interno de uma Ciência.

A superação dos obstáculos pressupõe portanto, uma "psicanálise dos erros iniciais" – "erros epistemológicos" – que são concepções que os estudantes têm acerca de uma idéia, de uma informação ou do objeto de estudo.

As causas de estagnação e mesmo de regressão, que BACHELARD (1983), classifica de obstáculos epistemológicos, são um dos mecanismos mais importantes na construção do conhecimento e, portanto, é fundamental que seja elucidado. Os trabalhos recentes que marcam as várias pesquisas em didática da Matemática (BROUSSEAU, 1976; VERGNAUD, 1988; ARTIGUE, 1990; SIERPINSKA, 1985; GLAESER, 1981) e das Ciências (VIENNOT, 1989; JOHNSON, 1989; GIORDAN, 1989) têm reconhecido a importância pedagógica desta noção no processo de formação dos saberes do estudante e na elaboração de modelos de intervenção didática, visando suscitar uma evolução desses conhecimentos.

Várias são as interpretações e aproximações feitas a respeito dessa idéia e das possíveis formas de intervenção para a sua superação. Na literatura de pesquisa sobre obstáculos epistemológicos, a questão do tratamento didático dos obstáculos é também muito discutida, não havendo uma abordagem universal para tratá-los. A escolha das situações didáticas para o seu enfrentamento vai depender do tipo e da resistência do obstáculo a ser enfrentado. Uma das estratégias apontada pelos pesquisadores na literatura e que permanece sendo utilizada para se lidar com os obstáculos é o conflito sócio-cognitivo (BROUSSEAU, 1988).

A questão pedagógica que se coloca é, naturalmente, como propiciar a mudança do conhecimento comum (cultura primeira), gerado a partir das experiências cotidianas para o conhecimento científico (cultura elaborada), gerado a partir de experimentações específicas. Como promover as rupturas na forma de pensar e na visão de mundo dos estudantes para que eles se apropriem do conhecimento científico?

Estas rupturas não ocorrem de forma automática ou espontânea. Inúmeros trabalhos levados a efeito nos últimos anos no campo da Didática em Matemática e em Ciências demonstram que as concepções elaboradas pelos alunos a respeito de um certo número de fenômenos científicos subsistem mesmo após o ensino formal do assunto e ressurgem em sua argumentação, logo que se solicita uma explicação acerca do fenômeno em questão (VIENNOT, 1979; TIBERGHEN, 1984; DÉSAUTELS e LAROCHELLE, 1989).

Para promover estas rupturas é necessária a atuação do professor e dos outros membros do grupo social na mediação entre a cultura e o indivíduo e

na promoção dos processos interpsicológicos que serão posteriormente internalizados. É através dos outros que as relações entre sujeito e objeto de conhecimento são estabelecidas. As rupturas não ocorrem se não houver situações de aprendizado que as provoquem, a passagem a concepções multiplicativas requer superar fortes restrições internas que constituem verdadeiros obstáculos epistemológicos, que só podem ser vencidos em situações ou contextos de instrução formal.

As interações sociais (professor-alunos e alunos-alunos) são essenciais para a promoção destas rupturas e para a produção de conhecimentos por parte dos alunos, particularmente aquelas que promovam o diálogo, a cooperação, a troca de informações mútuas e o conflito sócio-cognitivo em especial. Elas têm um papel fundamental tanto na concepção do desenvolvimento cognitivo da escola de psicologia social genética (DOISE, MUGNY e PERRET-CLERMONT, 1975; MUGNY, 1985) quanto na concepção de aprendizado subjacente à teoria das situações didáticas (BROUSSEAU, 1986).

Neste processo, o professor tem uma função de extrema relevância já que é o elemento mediador e possibilitador das interações entre os alunos e desses com os objetos de conhecimento. A intervenção "nas zonas de desenvolvimento proximal" dos alunos é de responsabilidade do professor, ainda que não exclusiva, visto como o parceiro privilegiado, justamente porque, tendo adquirido o nível de cultura necessário para o desempenho de sua atividade, dá direção ao ensino e à aprendizagem. Ele exerce o papel de mediador entre a cultura elaborada, acumulada e em processo de acumulação pela humanidade, e o estudante, entre o coletivo da sociedade e o individual do aluno. Cabe a ele criar as condições para que o aluno aprenda e se desenvolva, de forma ativa, inteligível e sistemática.

Um Exemplo das Múltiplas Formas de Mediação na Formação do Conceito de Função

Para que o leitor possa melhor avaliar o papel das múltiplas formas de mediação na formação de conceitos, daremos a seguir um exemplo de sua aplicação na formação do conceito de função, em particular na superação de alguns obstáculos epistemológicos à aprendizagem desse conceito. SIERPINSKA (1992), a partir de uma análise epistemológica e histórica do desenvolvimento do conceito de função e de seu trabalho anterior com estudantes de dezessete anos de idade no ginásio da Polônia

(SIERPINSKA, 1989), identifica a existência de dezesseis obstáculos epistemológicos a serem vencidos pelos estudantes no ensino de funções. Entre estes obstáculos queremos destacar o seguinte: *Somente relações descritíveis por fórmula analítica são dignas de receberem o nome de funções*. A escolha da discussão de tal obstáculo se deve ao fato de que ele tem sido um importante impedimento para que os alunos se apropriem do conceito de função. SIERPINSKA (1992) classifica esse obstáculo como pertencente ao nível das atitudes, crenças e convicções, da nossa visão de mundo. Segundo ela, esse obstáculo é relativo ao papel da álgebra na Matemática e reflete a tendência de alguns grandes matemáticos, durante o processo histórico de construção do conceito de função. A identificação de funções com expressões analíticas foi um fato histórico que ainda se encontra presente no ensino deste conceito. É obvio que uma certa familiaridade com a álgebra é necessária para o estudo de funções. A falta dessa familiaridade torna a compreensão de funções muito difícil, se não impossível (SIERPINSKA, 1992). No Brasil, da mesma forma que na Polônia, quando o conceito geral de função é introduzido, a experiência que os alunos têm com álgebra é a de usar letras como incógnitas, transformar expressões algébricas com o auxílio de identidades, envolvendo produtos notáveis e resolver equações lineares simples. Mas, de maneira geral, esse ensino de equações vem sendo feito de forma adestradora, por meio da qual o aluno passa a manipular símbolos sem perceber seus significados. Nesse tipo de trabalho, apenas se destacam incógnitas e dados, não se exploram as noções de variável nem de dependência, básicas para a construção do conceito de função. Como afirma SIERPINSKA (1992), isto é uma experiência demasiado estreita para o aluno apoderar-se do sentido de uma expressão como $y = ax$, na qual x e y devem ser vistas como variáveis e não incógnitas e seu papel tem que ser distinguido daquele do símbolo a que é um parâmetro.

Se por um lado, a falta de uma certa familiaridade com a álgebra dificulta ou até mesmo inviabiliza o conhecimento de funções, por outro, saber algébrico acompanhado da crença na força da álgebra para resolver quase automaticamente muitos tipos de problemas, pode ser um impedimento ao entendimento do conceito geral de função, como mostra a História da Matemática. Nos séculos XVII e XVIII, mesmo que, no começo da resolução de um problema, proporções e igualdades fossem usadas para representar alguma relação funcional, no transcorrer da solução, elas iam perdendo esse significado e transformavam-se em meras expressões algébricas, nas quais operações formais eram executadas. Foi nessa época

que os matemáticos acumularam uma vasta experiência em descrever relações, sendo os resultados mais compensadores obtidos no campo das expressões analíticas de relações. Isto teve como consequência tornar os instrumentos analíticos para descrever relações mais importantes que as próprias relações. Nessa época, o encantamento com a álgebra e, conseqüentemente, com a expressão analítica de função, levou à crença, ainda hoje presente no ensino de funções, de que somente relações que possam ser descritas por fórmulas analíticas merecem o nome de função. Além disso, às vezes, há uma confusão entre a função e o instrumento analítico para descrever sua lei. Assim, identificar funções com expressões analíticas é um obstáculo histórico causado pelo foco de atenção na pesquisa de instrumentos para descrever relações funcionais. E, da mesma forma que SIERPINSKA (1992), nós encontramos na prática pedagógica formas degeneradas desse obstáculo em nossos alunos. Conforme os resultados de investigação de MENDES (1994), para a maioria dos alunos, uma situação dada representa uma função se ela pode ser expressa por uma fórmula explícita, de preferência uma expressão analítica. Para esses alunos, talvez como para os matemáticos do século XVIII, função se restringe, na verdade, a expressões analíticas.

Como veremos a seguir, as múltiplas formas de mediação têm um papel fundamental na superação deste obstáculo e, conseqüentemente, na formação do conceito de função. SIERPINSKA (1992) destaca a importância de se fornecer aos estudantes um espectro das diversas formas de dar funções, falar sobre funções e representar funções. Devemos propor aos alunos atividades nas quais eles tenham a oportunidade de se familiarizarem com as diversas formas de representar funções e de articulá-las de forma permanente, a fim de evitar que eles identifiquem funções com apenas uma das suas representações, o que, como vimos anteriormente, pode se constituir num obstáculo à aprendizagem do conceito de função. Este estabelecimento de conexões entre as múltiplas representações de funções é, reconhecidamente, fundamental para o estudo de funções (MEIRA, 1993; DREYFUS & EISENBERG, 1982).

Uma outra forma de representação de funções que deve ser explorada com os alunos é a representação verbal (em linguagem corrente, escrita ou oral). Os alunos devem ser estimulados a descreverem em linguagem corrente a lei que rege um fenômeno e a apresentarem argumentos que justifiquem a validade da lei para qualquer caso, para então representá-la em linguagem algébrica ou geométrica. Eles devem ser levados a perceberem e verbalizarem os objetos de mudanças, a dizerem não apenas como

muda, mas o que muda. A utilização da linguagem oral e escrita auxilia o aluno a organizar o próprio raciocínio, a fazer a passagem de uma forma de representação para a outra e a explicitação das noções de variável, dependência, regularidade e generalização. É a linguagem exercendo as suas funções fundamentais de instrumento do pensamento e da comunicação. Estas noções devem ser trabalhadas ao mesmo tempo que as formas de representar funções.

A articulação dessas diversas formas de representar funções e o emprego constante da representação verbal para a identificação dos objetos de mudança no estudo das mudanças são condições necessárias para que os obstáculos epistemológicos de identificar funções com apenas uma de suas representações e de considerar mudanças como fenômenos sejam superados. Em suma, é preciso promover uma mediação semiótica através de diferentes formas para que possamos superar esses obstáculos e possibilitar a formação do conceito de função.

No ensino atual de funções e nos livros didáticos em geral, funções são identificadas com expressões analíticas, o que se constitui num obstáculo à aprendizagem desse conceito. A apresentação do conceito de função é feita através da sua forma analítica, a partir dela é construída a tabela correspondente e com os dados da tabela é feita a representação gráfica no plano cartesiano. Essa é a ordem usual de apresentação das diversas formas de representar uma função. Um fato interessante observado em cursos de atualização para professores de Ciências e Matemática, que bem ilustra esta identificação de funções com expressões analíticas, é o espanto manifestado por boa parte dos professores, quando chegam ao modelo analítico de um fenômeno observado: *"Ah! Mas isso é função!"* O que nos leva a dizer que, mesmo já tendo trabalhado com o conceito de função e com as suas várias formas de representação, a concepção de função da maioria dos professores é também como expressão analítica.

É necessário reafirmar que não estamos sugerindo o abandono do estudo analítico das funções. Não se trata disso. Estamos negando a forma tradicional em que as funções são apresentadas, quase que exclusivamente na sua forma analítica, sem que os alunos compreendam o seu significado em relação a situações reais. É óbvio que o estudo analítico de funções continua, naturalmente, a ser importante, mas ele deve surgir com base em atividades, sistematicamente feitas a partir das representações numéricas e gráficas. Dessa forma, a expressão algébrica adquire significado próprio. Trata-se de primeiro desenvolver o conceito intuitivo de função, para depois formalizá-lo.

Da mesma forma que as demais representações, as representações algébricas têm um papel essencial na construção do conceito de função. Elas não só produzem um resumo de um grande número de dados, mas, mais importante que isso, elas conduzem à noção de uma "regra" bem melhor do que as representações numéricas ou gráficas. Essa regra é dada, em geral, sob a forma de uma equação que relaciona entre si as variáveis que designam as grandezas concretas envolvidas no fenômeno observado. Em muitos casos, é possível isolar uma das variáveis e colocá-la em função das demais. Dizemos, então, que essa variável é a variável dependente e as outras são as variáveis independentes. As representações algébricas, portanto, condensam muitas informações, entre elas, a regra e a idéia de dependência (BERGERON e HERSCOVICS, 1982). É preciso, no entanto, que no estudo das representações algébricas de funções essas informações sejam exploradas com os alunos e que sejam buscados significados para os símbolos que compõem as representações. Como assinala VYGOTSKY (1983, 1993, 1998), num processo de aprendizagem mediatizada por meio de signos, é indispensável que se dê a apreensão do significado desses signos. As fórmulas da Geometria, da Física e das outras Ciências são bons exemplos de representações algébricas de funções onde essas e outras informações podem ser exploradas com significado. Essa exploração das noções de variável e de dependência entre variáveis envolvidas numa equação poderia iniciar-se com grande vantagem no trabalho de equações, na sexta série do primeiro grau, onde apenas se destacam incógnitas e dados. Assim, estaremos contribuindo para que os alunos percebam que uma equação pode ser interpretada como uma condição sobre uma incógnita ou como uma regra com a qual algumas variáveis se relacionam; que existe uma diferença entre considerar letras em equações e em funções; que esses são dois modos de pensamento matemático diferentes: um em termos de quantidades conhecidas e desconhecidas, o outro em termos de quantidades variáveis e constantes.

O estudo das representações gráficas de funções é, também, de fundamental importância para o aprendizado desse conceito. Representações gráficas são talvez a forma mais utilizada de representação de funções e a maneira mais adequada para apresentar informações sobre linearidade, intervalos de crescimento e decrescimento, máximos e mínimos, taxa de variação, regularidade, continuidade. A partir desses conceitos os alunos podem fazer previsões, interpolar e extrapolar. Aprendendo gráficos, eles se preparam para relacionar diversos tipos de funções.

Embora os gráficos estejam, desde muito cedo, constantemente presentes na vida dos alunos, a primeira experiência sistematizada deles com

os mesmos é no estudo de funções, no final do primeiro grau. Para a maioria deles lidar com gráficos cartesianos não se constitui numa tarefa fácil. De fato eles encontram grandes dificuldades na construção e interpretação de gráficos. A idéia de fazer corresponder pontos de um plano a pares de números não é natural e precisa ser trabalhada com os alunos (TINOCO, 1995).

É fundamental propormos aos alunos atividades em que eles tenham a oportunidade de trabalhar não apenas com os gráficos das funções padronizadas ($y = ax$; $y = ax+b$; $y = ax^2$; $y = ax^3$ e $y = x/a$) que são estudadas nas escolas, mas também com gráficos não padronizados, que não correspondem a nenhuma expressão algébrica conhecida.

Além dos gráficos utilizados para representar funções matemáticas, é importante também que os alunos trabalhem com outras formas de representação gráfica, tais como os gráficos de setores, de barras, histogramas e pirâmides, que representem situações que tenham significado para eles. Gráficos relacionados com assuntos da atualidade e/ou de outras disciplinas são bons exemplos de situações a partir das quais se poderia iniciar, já nas primeiras séries do primeiro grau, o trabalho de exploração de gráficos, com o objetivo de familiarizar o aluno com sua interpretação e o conceito de função.

Como foi sugerido anteriormente, no trabalho com as representações analíticas de funções, devemos também aqui, no estudo das representações gráficas de funções, explorar as idéias de variável, dependência, regularidade e generalização, essenciais à construção do conceito de função, ao mesmo tempo em que os alunos se familiarizam com os diversos tipos de gráficos. A exploração dessas idéias é de fundamental importância para a identificação dos objetos de mudança e elas ficam cada vez mais claras à medida que os alunos constroem e interpretam gráficos.

Como já mencionamos, a identificação de regularidades em situações reais, em seqüências numéricas ou padrões geométricos é uma habilidade essencial à construção do conceito de função. Nesse sentido, devemos incluir também, no estudo introdutório de funções, atividades com tabelas e seqüências. As tabelas podem servir como um poderoso instrumento pedagógico no estudo de seqüências funcionais, dando suporte à investigação da dependência entre variáveis, à elaboração de hipóteses sobre o comportamento de padrões numéricos e à sua interpretação gráfica e algébrica (MEIRA, 1993).

Por meio da produção e interpretação de tabelas, os alunos podem construir o conceito de função como uma série de operações aritméticas

realizáveis sobre quantidades dispostas horizontal e verticalmente na tabela. Podem calcular imagens de números dados, números que têm dadas imagens, e até procurar encontrar a regra algébrica que determina a relação entre os valores dados e as imagens desses valores. Atividades com tabelas são, portanto, de fundamental importância para o aprendizado de funções. É preciso, no entanto, utilizá-las como material de apoio para a investigação de relações entre quantidades e não, simplesmente, como um mero arquivo de coordenadas a serem grafadas no plano Cartesiano (MEIRA, 1993).

Esses são alguns dos aspectos relevantes das implicações didático-pedagógicas da epistemologia bachelardiana e do papel das múltiplas formas de mediação para a construção do conceito de função. Obviamente, não estamos aqui prescrevendo condições suficientes para o aprendizado de funções, mas condições necessárias para a construção desse conceito, tendo em vista as implicações didático-pedagógicas da análise epistemológica e da aplicação da idéia de mediação. Não significa também, que a observância desses pontos esgote a abordagem de todos os aspectos referentes ao conceito de função; muitos outros relativos à construção desse conceito devem ser buscados e investigados para que os alunos possam desenvolver a base para o aprendizado deste tema. No entanto, o que discutimos acima se constitui em uma contribuição para a construção das noções primeiras de funções.

Considerações Finais

O presente trabalho é uma tentativa de iniciarmos uma aproximação entre o conhecimento matemático e o modelo histórico-cultural. No âmbito deste trabalho fizemos uma reflexão sobre as principais idéias de VYGOTSKY (1988, 1993, 1998), em particular sobre a idéia de mediação e sua aplicação no processo de superação dos obstáculos epistemológicos relativos à formação do conceito de função. No entanto, sabemos que o processo de formação de conceitos não se resume apenas ao estudo da mediação, mas nos remete também à discussão das relações entre pensamento e linguagem e ao processo de internalização. Neste sentido, temos consciência da necessidade de desenvolvermos estudos a respeito das várias idéias envolvidas no processo de formação de conceitos. Para um entendimento desse processo, muitas questões devem ser estudadas, como,

por exemplo: Qual o papel dos processos interpsicológicos na construção dos conhecimentos científicos? Como interagem os processos interpessoais e intrapessoais para a construção desses conhecimentos? Como os processos interpsicológicos afetam o funcionamento cognitivo dos alunos? Quais são as imagens conceituais, as representações mentais desenvolvidas pelos alunos a partir dos processos interpsicológicos? De que dependem os processos interpsicológicos? Como poderemos investigar o que ocorre nos níveis interpsicológico e intrapsicológico? Como se dá a passagem entre esses dois níveis? e outros.

Referências Bibliográficas

- BACHELARD, G. *Epistemologia: trechos escolhidos*. Org. Dominique Lecourt. Rio de Janeiro, Zahar Editores, 1983.
- BERGERON, J. & HERSCOVICS, N. Levels in the understanding of the functions concept. In: *Proceedings of the Conference on Functions*. G. van Barneveld & P. Verstappen (Eds.). Enschede, The Netherlands: National Institute of Curriculum Development, 1982.
- BROUSSEAU, G. *Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques*. Vol. 7, nº 2, 33-115, 1986.
- DÉSAUTELS, J., LAROCHELLE, M. *Qu'est-ce que le savoir scientifique? Points de vue d'adolescents et d'adolescentes*. Québec: Presses de l'Université Laval, 1989.
- DOISE, W., MUGNY, G., PERRET-CLERMONT, A. Social Interaction and the Development of cognitive operations. In: *European Journal of Social Psychology*, v.5, 367-383, 1975.
- DREYFUS, T. & EISENBERG, T. Intuitive functional concepts: A baseline study. In: *Journal for Research in Mathematics Education*, 13 (5), 360-380, 1982.
- GÓMEZ-GRANELL, C. Construção e instrução no ensino da matemática: "o tratado do inútil combate". In: *Substratum: Temas Fundamentais em Psicologia e Educação*, Porto Alegre, Artmed, v.2, n.5, 117-132, 1998.
- JAPIASSU, H. *Para ler Bachelard*. Rio de Janeiro, Livraria Francisco Alves Editora, 1976.

- KLINE, M. *O fracasso da matemática moderna*. São Paulo: IBRASA, 1976.
- MEIRA, L. Aprendizagem e ensino de funções. In: *Estudos em psicologia da educação matemática*. Recife, Editora Universitária da UFPE, 1993.
- MENDES, M. H. M. *O conceito de função: aspectos históricos e dificuldades apresentadas por alunos na transição do segundo para o terceiro grau*. Dissertação de Mestrado. PUC do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 1994.
- OLIVEIRA, M. K. Vygotsky: Alguns equívocos na interpretação de seu pensamento. In: *Cadernos de Pesquisa*, São Paulo, FCC, nº 81, 67-69, 1992.
- PINO, A. O conceito de mediação semiótica em Vygotsky e seu papel na explicação do psiquismo humano. In: *Cadernos Cedes*, São Paulo, Papirus, nº 24, 32-43, 1991.
- REGO, T. C. *Vygotsky: uma perspectiva histórico-cultural da educação*. Petrópolis, Rio de Janeiro, Vozes, 1995.
- RESTIVO, S. Representations and the Sociology of Mathematical Knowledge. In: *Les savoirs dans les pratiques quotidiennes: recherches sur les représentations*. Paris: Centre National de la Recherche Scientifique, 1984.
- SIERPINSKA, A. Obstacles épistémologiques relatifs à la notion de limite. In: *Recherches en didactique des mathématiques*, vol. 6, 1, 5-67, 1985.
- SIERPINSKA, A. Sur un programme de recherche lié à la notion d'obstacle épistémologique. In: BEDNARZ, N. et GARNIER, (eds) *Construction des savoirs: obstacles et conflits*. Montréal, CIRADE, 130-147, 1988.
- SIERPINSKA, A. On understand the notion of function. In: HAREL, G. and DUBINSKY, E. (eds) *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. Mathematical Association of America, vol. 25, 25-58, 1992.
- SNYDERS, G. *A Alegria na Escola*. São Paulo, Editora Manole, 1988.
- TIBERGHIE, I. A. Heat and Temperature. In: *Children's ideas in science*. Milton Keynes: Open University Press, 1984.
- TINOCO, L. A. A. Construindo o Conceito de Função no 1º Grau. (Mimeo). Projeto Fundação. Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro. Rio de Janeiro, 1995.

- VIENNOT, L. *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*. Paris: Hermann, 1979.
- VIGOTSKI, L. S. *Pensamento e linguagem*. São Paulo, Martins Fontes, 1993.
- VIGOTSKI, L. S. *A Formação Social da Mente*. São Paulo, Martins Fontes, 1998.
- VIGOTSKI, L. S. *Linguagem, Desenvolvimento e Aprendizagem*. São Paulo, Ícone Editora, 1988.
- WILDER, R. L. *Mathematics as a Cultural System*. Oxford: Pergamon Press, 1981.

Alterando o Ensino da Trigonometria em Escolas Públicas de Nível Médio: A Representação de Algumas Professoras*

Maria José Lourenção Briguenti**

RESUMO: Este estudo, que se desenvolveu por meio de uma análise qualitativa dos dados encontrados em entrevistas realizadas com três professoras de Matemática de escolas da rede pública estadual, teve como objetivo verificar a possibilidade de apropriação, no dia-a-dia, de uma proposta alternativa para o ensino e aprendizagem de Trigonometria, em diferentes situações de ensino, bem como em diferentes turnos e escolas de nível médio. Foi possível encontrar, mediante as representações das três professoras de Matemática envolvidas no processo, como foi realizado o processo de ensino, desvendando as concepções dessas professoras sobre o mesmo; qual a visão que elas têm sobre a influência da metodologia proposta; como se deu o envolvimento dos alunos durante o processo; a existência de outros fatores que influenciaram o processo de ensino. Foi ainda possível concluir que a proposta investigada pode ser apropriada pelos professores de Matemática da rede estadual de ensino.

PALAVRAS-CHAVE: Educação Matemática; ensino de Trigonometria; representação de professor.

* Tese de Doutorado apresentada junto ao Programa de Pós Graduação em Educação, na UNESP de Marília, 1998.

** Profa. Dra. do Departamento de Ciências Exatas e do Centro de Pesquisa e Pós Graduação da Universidade Sagrado Coração de Bauru- USC.