RESENHA

Em defesa de um matemático. HARDY, G. H. Com uma introdução de C. P. Snow. Tradução de Luís Carlos Borges. São Paulo: Martins Fontes, 2000.

*Maria Laura Magalhães Gomes**

Este livro é uma tradução da obra *"A Mathematician's Apology"*, publicada originalmente em 1940 por um dos mais célebres matemáticos ingleses do século XX, Godfrey Harold Hardy (1877-1947). Hardy trabalhou por muitos anos como docente e pesquisador nas duas mais tradicionais instituições universitárias britânicas, Cambridge e Oxford, e escreveu um livro muito famoso, *"A Course of Pure Mathematics"*, cuja primeira edição é de 1908. Sua notoriedade, porém, reside sobretudo no fato de ter sido essencialmente um matemático puro, cujas principais contribuições se situam nos campos da Análise e da Teoria dos Números.

Entre seus trabalhos destacam-se aqueles realizados em parceria com dois matemáticos brilhantes: o inglês John Edensor Littlewood (1885-1977) e o famosíssimo hindu Srinivasa Ramanujan (1887-1920). Este último deve a Hardy sua breve e bem-sucedida carreira na Inglaterra, já que foi ele o responsável por sua ida da Índia para o Trinity College, de Cambridge, em 1914.

"Em defesa de um matemático" foi escrito quando Hardy tinha mais de sessenta anos, e considerava terminada sua carreira como matemático, por já ter perdido todo o seu poder criativo. O livro contém reflexões que revelam e esclarecem algumas das posturas de seu autor muito comentadas por historiadores e filósofos da Matemática: sua exaltação da inutilidade da matemática pura, seu realismo, considerado platônico, e sua valorização do lado estético da Matemática. Assim, BELL (1995), por exemplo, expõe a crença de

---

*. Professora do Departamento de Matemática da UFMG e Doutoranda em Educação Matemática pela Faculdade de Educação da UNICAMP.

Hardy numa realidade matemática exterior aos homens e independente deles; contrário a tal posição, concede ao matemático britânico o seu direito apenas por ter ele realizado "proezas matemáticas".

KLINE (1980), além de comentar esse realismo no contexto do final do século XIX e início do XX, cita Hardy por seu enaltecimento da falta de uso da matemática pura. E DAVIS e HERSH (1985), ao se referirem a uma crença comum da matemática do século XX – a de que alcançar a beleza, a elegância e a profundidade é um objetivo superior ao de produzir uma matemática útil – chegam a cunhar um termo, o "hardismo", para caracterizar a doutrina de que os matemáticos devem dedicar-se somente à matemática inútil.

É certo que neste trabalho de Hardy encontram-se todos esses aspectos, e a ele pertence a maior parte das passagens que Bell, Kline e Davis e Hersh transcrevem para ilustrá-los. Contudo, seguramente, a leitura desta edição de *"Em defesa de um matemático"* enseja mais do que simplesmente constatar as facetas purista, realista e esteticista que, de fato, são características de seu autor. Além do texto de Hardy, integra o volume uma longa e interessante introdução escrita por Charles Percy Snow (1905-1980), um romancista inglês que foi também pesquisador (em Física) em Cambridge e grande amigo do autor. Esse texto permite compreender melhor as posições de Hardy, a partir da exposição e análise de vários aspectos de sua personalidade, acompanhadas da contextualização de sua produção na Inglaterra do final do século XIX até a Segunda Guerra Mundial. E a leitura de todo o livro, em lugar do contato com alguns de seus trechos isolados freqüentemente citados, possibilita apreender a articulação das concepções de seu autor para defender a matemática e a si próprio. Por outro lado, essa mesma leitura favorece algumas reflexões sobre a Matemática e a Educação Matemática no contexto atual.

"Em defesa de um matemático" é organizado em 29 seções que, nesta tradução de ótima qualidade são chamadas de "parágrafos".

Inicialmente (seções 1 e 2), o autor pede desculpas ao leitor por escrever sobre matemática – ele considera que a função de um matemático é produzir resultados, e não falar sobre o que ele próprio ou outros matemáticos fizeram. Sua justificativa deste trabalho é um lamento por não ser mais capaz de realizar a tarefa do matemático profissional:

> *Escrevo sobre a matemática porque, como qualquer outro matemático que passou dos sessenta anos, já não tenho o frescor mental, a energia e a paciência necessários para levar a cabo com eficácia o meu trabalho propriamente dito.* (p. 61).

De imediato, afirma que, embora a matemática seja um campo de estudo valorizado pelo público em geral, que reconhece suas aplicações práticas, isso é insuficiente para o "matemático de verdade", o qual *há de sentir que não é nessas toscas realizações que reside o verdadeiro argumento a favor da matemática, que a reputação popular da matemática baseia-se, em grande parte, na ignorância e na confusão...* (p. 63). Hardy pretende mostrar que, realmente, vale a pena ser um matemático, isto é, fazer a matemática que ele concebe como a verdadeira, e avisa que sua defesa da matemática será uma defesa de si próprio.

As seções numeradas de (3) a (9) são dedicadas a reflexões acerca do trabalho dos matemáticos – este é algo que vale a pena, tendo em vista que o talento para a matemática é muito especializado e precisa ser aproveitado. Isso porque as realizações da matemática são importantes por seu caráter permanente: *seja qual for o seu valor intrínseco, são as mais duradouras de todas* (p. 76-77). Entretanto, essas realizações estão reservadas aos jovens: *não conheço nenhum grande avanço matemático realizado por um homem de mais de cinqüenta anos* (p. 69).

Hardy diz ainda que as pesquisas científicas são motivadas principalmente pela curiosidade intelectual, pelo orgulho profissional e pela ambição de uma boa posição social, que traz poder ou dinheiro, ou ambos. A matemática oferece a oportunidade de realizar essas três coisas, por ser a matéria mais curiosa de todas, por favorecer a exibição da habilidade profissional e por ser um campo em que geralmente se reconhece o valor dos merecedores.

As seções (10) e (11) introduzem o tema da estética na matemática – o matemático, para o autor, é um desenhista de idéias; como *as idéias se esgarçam menos com o tempo do que as palavras* (p. 80), os belos desenhos matemáticos, que são aqueles interligados de maneira harmoniosa, serão mais duradouros que os desenhos do poeta. Hardy acredita também que a apreciação estética da matemática não é algo restrito a poucos – ela está ao alcance até dos não instruídos. Como exemplo, cita a popularidade dos enigmas publicados em jornais e do xadrez, mesmo afirmando que a beleza dessa matemática é *"banal"* (p. 84) ou *"de espécie relativamente inferior"*.(p. 83).

De fato, segundo o autor, um problema de xadrez não é importante, enquanto que a boa matemática, mais do que bela, é *"séria"*. Nenhum problema de xadrez jamais influiu sobre o desenvolvimento geral do pensamento científico, mas *um teorema matemático sério, um teorema que entreliga idéias significativas, tem grande probabilidade de ocasionar avanços importantes na própria matemática e nas outras ciências* (p. 85). Hardy enfatiza aí que a seriedade de um resultado matemático não está em suas conseqüências práticas, e sim na significação das idéias que contém.

Nas seções que seguem, numeradas de (12) a (18), para ilustrar essa "seriedade", ele apresenta, demonstra e comenta dois teoremas *"de primeira categoria"*: o teorema da existência de uma infinidade de números primos e o teorema que afirma a "irracionalidade" de Ö2, atribuídos, respectivamente, a Euclides e a Pitágoras. Em texto impressionantemente bem escrito e claro, em relação ao qual devemos aplaudir mais uma vez a competência do tradutor, o autor comenta de modo brilhante o significado dos dois teoremas e procura mostrar que, não possuindo importância "prática", ambos influenciaram profundamente a matemática e o pensamento científico.

Nas seções identificadas pelos números (19) a (28) localizam-se as famosas concepções de Hardy a respeito da utilidade/inutilidade da ciência e da matemática, suas considerações sobre a matemática pura e a aplicada e sobre a matemática trivial e a "de verdade". Aí estão as passagens às quais apelam BELL (1995), KLINE (1980) e DAVIS e HERSH (1985) para exemplificar o pensamento hardiano. Como os aspectos da utilidade da matemática e do realismo são, em geral, os mais focalizados quando se fala de Hardy, cabem aqui alguns esclarecimentos. Para ele, *uma ciência ou arte é útil se o seu desenvolvimento aumenta, ainda que indiretamente, o bem-estar material e o conforto dos homens, se promove a felicidade, usando essa palavra de uma forma tosca e banal* (p. 109). Hardy admite que uma parte da matemática tem essa utilidade – ela pode aumentar o conforto das pessoas por meio das realizações da engenharia, e no momento em que escreve, começa a encontrar aplicações até na fisiologia. Todavia, não estão aí os usos *"mais nobres"* da matemática, que são *os que ela tem em comum com todas as artes criativas* (p. 110). Propõe, então, as seguintes questões, considerando-se essa conceituação de utilidade:

> *Até que ponto a matemática pode reivindicar para si essa espécie de utilidade? Que tipos de matemática têm mais direito de fazer essa reivindicação? E até que ponto o estudo intensivo da matemática, tal como é compreendido pelos matemáticos, pode ser justificado com base nesse fundamento?* (p.112)

Eis uma síntese das respostas:

1) Boa parte da matemática elementar (inclusive um conhecimento operacional do cálculo diferencial e integral) tem utilidade prática, mas essas partes da matemática são *"aborrecidas"* e têm pouco *"valor estético"* (p. 112).

2) A matemática "de verdade" (pura ou aplicada) é quase totalmente "inútil" e, portanto, não é a "utilidade" que confere sentido ao trabalho de um matemático profissional.

É para mostrar a diferença entre a matemática pura e a aplicada que Hardy apresenta, nas seções (22) e (23), uma explicação do que entende por "realidade física" e "realidade matemática". A primeira é tomada no sentido comum – trata-se do mundo material, o mundo que a ciência física tenta descrever; para a segunda, assinalando a inexistência de um consenso entre matemáticos e filósofos, adota com firmeza a concepção realista:

> *Acredito que a realidade matemática é exterior a nós, que a nossa função é descobri-la ou observá-la, e que os teoremas que provamos e que chamamos de modo grandiloqüente de nossas 'criações" são simplesmente as anotações das nossas observações.* (p. 116)

A matemática aplicada, que lida essencialmente com a realidade física, usa os modelos e esquemas de idéias fornecidos pela matemática pura, e isso se torna claro quando se consideram as geometrias puras e a realidade espaço-temporal do mundo físico. Como realista, Hardy considera que os objetos matemáticos são *muito mais o que parecem ser* do que os objetos do mundo material: *'2' ou '317' não têm nada que ver com a sensação, e as suas propriedades revelam-se com tanto mais clareza quanto mais de perto as observamos* (p. 122). Enquanto isso, a realidade física tem poucos dos atributos que o senso comum confere ao mundo material: o contorno de uma cadeira, por exemplo, envolto na névoa de nossas sensações, torna-se mais indistinto à medida que nela pensamos. Dessa maneira, embora isso pareça paradoxal, o matemático (puro) tem um contato mais direto com a realidade (matemática) do que o físico.

As distinções entre a matemática pura e a aplicada, contudo, têm pouca influência quanto à discussão sobre a utilidade da matemática. Referindo-se às conquistas modernas da matemática aplicada – a relatividade e a mecânica quântica –Hardy escreve (em 1940) que até o momento eram quase tão "inúteis" quanto a Teoria dos Números.

Para o autor, portanto, existem duas matemáticas: a matemática útil, que é feia, aborrecida e na maior parte das vezes "trivial", e a matemática de verdade, que é inútil, porém bela e séria, e só pode justificar-se como uma arte. Por outro lado, a matemática "inútil", como a teoria dos números e a relatividade, se não "faz bem" também não "faz mal", já que até aquele momento (referindo-se a 1940) não se haviam descoberto quaisquer propósitos bélicos para elas. Já a matemática que não é arte tem muitas aplicações na guerra. Hardy, horrorizado pelas duas guerras mundiais, consola-se acreditando que seu trabalho – "inútil" - não havia contribuído para a destruição realizada por qualquer guerra.

A seção que encerra o livro contém fragmentos autobiográficos do autor nos quais ele reflete sobre a ambição que o levou a ser matemático e destaca especialmente sua associação com os excepcionais Littlewood e Ramanujan como a melhor parte de sua contribuição como pesquisador. Hardy finaliza com um balanço de sua vida em que a constatação do sucesso e das realizações não consegue encobrir a amargura de estar acabado como matemático por ter mais de sessenta anos. Ele também se orgulha de suas descobertas não terem feito qualquer diferença para o conforto dos homens. Como diz logo no início do livro, a sua defesa da matemática é, na verdade, a defesa de si próprio. Se para Hardy a matemática de verdade é uma arte, ele se considera um artista, e aí está a justificativa de sua vida. Seu argumento é o de ter acrescentado alguma coisa ao conhecimento, e ter ajudado outras pessoas a acrescentar mais. Essas coisas *têm um valor que difere apenas em grau, mas não em espécie, do valor das criações dos grandes matemáticos ou de qualquer um dos outros artistas, grandes ou pequenos, que deixaram algum tipo de lembrança atrás de si* (p. 140).

Passados sessenta anos desde a primeira edição deste livro, que considerações podem ser feitas a partir de sua leitura, quando pensamos na evolução da Matemática na segunda metade do século XX e nas concepções mais adotadas na atualidade em relação à Educação Matemática?

Precisamos comentar, seguramente, a questão da "inutilidade" e da "pureza" da Teoria dos Números tão proclamadas por Hardy. De fato, até recentemente, era este um dos ramos mais puros da Matemática, com lugar garantido, como queria o autor, no alto de uma torre de marfim. Porém, com Hardy ainda vivo, as duas guerras mundiais ensejaram os primeiros desenvolvimentos de uma ciência secreta, a criptologia ou ciência da cifragem, que, ao longo do século XX, se tornaria uma componente cada vez mais fundamental da segurança dos Estados modernos. A partir de meados dos anos 70, a

concepção e a evolução dos sistemas de cifragem relativa à chave pública vêm envolvendo relações muito íntimas com a Teoria dos Números, as quais têm tido um papel importante no enorme desenvolvimento dos meios de comunicação eletrônicos que vimos presenciando.

Assim, ramos supostamente "puros" da Teoria dos Números vêm sendo cada vez mais aplicados, tornando-se, portanto, "úteis", no sentido de Hardy, e ocasionando tremendos efeitos sociais.[1]

Hardy, portanto, se escrevesse hoje, talvez tivesse de localizar pelo menos algumas partes da Teoria dos Números na categoria da matemática útil. Essas partes adquiririam também a "feiúra" e o "aborrecimento" que ele associa à "utilidade"? Ou continuariam belas e interessantes?

Mesmo existindo ramos ainda não aplicados da Matemática e muito da Teoria dos Números mantendo sua pureza, podendo assim garantir a Hardy, se fosse vivo, suficiente matemática "de verdade" para colocar num espaço isolado da matemática "trivial", o uso, no final do século XX, de tópicos para os quais não se previam aplicações, mostra mais uma vez que a Matemática, ciência em construção pelos homens, não consegue ocupar um lugar isolado do mundo do homem comum. A produção do conhecimento matemático não se separa das condições históricas em que ocorre, observando-se, no final do século XX, como já assinalavam Davis e Hersh em *A Experiência Matemática* (1ª edição em 1982), mudanças no mercado de trabalho dos matemáticos. As instituições universitárias passam a incentivar cada vez mais as aplicações à indústria, as relações com o setor privado e o desenvolvimento de trabalhos orientados para a "utilidade"; esses trabalhos podem "fazer bem" ou "fazer mal", na linguagem de Hardy, e envolvem recursos financeiros vultosos.

Questões desse tipo não podem ausentar-se das reflexões dos educadores matemáticos. A atribuição de qualidades tais como "beleza", "seriedade", "importância", "profundidade" e "verdade" à Matemática que Hardy louva e considera ter produzido, contraposta aos adjetivos "feio", "aborrecido", "banal", que ele concede à Matemática útil, em particular à que está nos programas escolares, com certeza pode soar como uma provocação para a maioria dos educadores. Hardy não pretendia ser educador: ele confessa que não gostava de "ensinar" (p. 138) e se alegra por ter tido de fazer isso muito pouco, sobrando-lhe, assim, muito tempo para a pesquisa. Além disso, quando afirma que

1. Um artigo a respeito das relações entre Teoria dos Números e Criptologia que pode ser lido com proveito é "La science du sécret débauche l'arithmétique", de AUBIN (2000).

os conhecimentos científicos têm pouco valor prático para o homem comum (p. 111), parece estar dizendo que esta é uma razão para que eles não lhe sejam acessíveis, o que francamente configura uma posição um tanto obscurantista.

Todas essas considerações, todavia, não impedem que reconheçamos as grandes qualidades literárias deste livro, preservadas pela tradução, nem que indiquemos sua leitura aos matemáticos e educadores matemáticos, especialmente pelas oportunidades que ela oferece para reflexões sobre os fins e os valores dos conhecimentos de que se ocupam.

Referências Bibliográficas

AUBIN, D. La science du sécret débauche l'arithmétique. In: *Cahiers de Science et Vie*, n. 57, jun. 2000.

BELL, E. T. *Historia de las Matemáticas*. México, D. F.:Fondo de Cultura Económica, 1995.

DAVIS, P. e HERSH, R. *A Experiência Matemática*. Tradução de João Bosco Pitombeira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

KLINE, M. *Mathematics: The Loss of Certainty*. New York: Oxford University Press, 1980.

Resumos de teses e dissertações de Mestrado ou Doutorado, relativas à Área de Educação Matemática, produzidas e defendidas na FE/UNICAMP durante o ano 2000 [1]

Dissertações de Mestrado EDU-MAT defendidas na FE/UNICAMP em 2000

M62) BONETE, Izabel Passos. ***As Geometrias não-euclidianas em cursos de Licenciatura: algumas experiências.*** **Guarapuava/Campinas: UNICENTRO/FE-UNICAMP. Orientador : Dionísio Burak**

Este trabalho pretende refletir e discutir sobre o ensino das geometrias não-euclidianas em um curso de licenciatura, no sentido de provocar, nos futuros professores do ensino fundamental e médio mudanças nas concepções de espaço e verdade matemática. Para tanto, foi realizado um estudo sobre a situação da geometria e do seu ensino e um estudo teórico sobre as mudanças qualitativas pelas quais passou a geometria desde a Antigüidade até os dias atuais. A apresentação das geometrias não-euclidianas deu-se através de três experiências, as quais foram realizadas em diferentes salas de aula. A partir de reflexões realizadas após cada experiência, buscou-se determinar os ajustes que se faziam necessários para a experiência seguinte, a fim de proporcionar aos futuros professores não só o conhecimento das geometrias não-euclidianas, mas também, o conhecimento de uma prática inovadora para o processo de ensino-aprendizagem. O preparo adequado dos futuros professores da disciplina de Matemática permitirá a melhoria da qualidade do ensino da geometria euclidiana, que hoje se encontra em abandono, bem como a possibilidade de estudo das geometrias não-euclidianas no ensino fundamental e médio.

1. Esta relação de resumos foi organizada e revisada por Dario Fiorentini.