

Sistema de Numeração Decimal: operatividade discente e implicações para o trabalho docente

Celia Finck Brandt^{}, Joseli Almeida Camargo^{**}, Ademir José Rosso^{***}*

Resumo: Nesta pesquisa, investiga-se a compreensão de alunos do segundo ciclo do Ensino Fundamental sobre o Valor Posicional (VP) presente no Sistema de Numeração Decimal (SND), com o objetivo de identificar o entendimento dos sujeitos sobre a estrutura de base dez e sobre a representação escrita correlacionada à compreensão do VP. Foram investigadas 137 crianças, através de testes escritos na sala de aula, de registros de observação feita no momento da aplicação dos testes e de entrevistas realizadas na seqüência. A análise das informações permitiu um mapeamento das principais dificuldades e incompreensões em relação à categoria operação, da teoria piagetiana. Foi possível comprovar que as crianças investigadas falam nomes de números numa seqüência correta, associam esses nomes às quantidades, resolvem operações de adição e subtração com utilização de algoritmos padronizados. Mas os argumentos utilizados pelas crianças, ao justificarem seus desempenhos, revelam a sua incompreensão do SND no seu todo.

Palavras-chave: Sistema de Numeração Decimal, Epistemologia Genética, Valor Posicional

Decimal Numeration System: students' operation and implications for the educational work

Abstract: In this research, primary school students' comprehension of the Positional Value (PV) present in the Decimal Numeration System (DNS) is

^{*} Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG/PR). Doutoranda em Educação Científica e Tecnológica pela Universidade Federal de Santa Catarina. Professora de Metodologia e Prática de Ensino da UEPG/PR. brandt@bsi.com.br

^{**} Mestre em Educação pela Universidade Estadual de Ponta Grossa (UEPG/PR). Professora de Metodologia e Prática de Ensino da UEPG/PR. jojocam@terra.com.br

^{***} Doutor em Educação pela Universidade Federal de Santa Catarina. Professor do Mestrado em Educação da UEPG/PR. ajrosso@uepg.br

investigated, with the objective of identifying the individuals' understanding of the decimal-based structure and the written representation related to the comprehension of the PV. 137 children were investigated, through written tests in the classroom, observation registers done during test application and interviews carried out later on. The analysis of the information allowed a configuration of the main difficulties and comprehension problems concerning the operation category of Piaget's theory. It was possible to prove that the investigated children say names of numbers in a correct sequence, they associate those names to the quantities, and they solve addition and subtraction operations with the use of standardized algorithms. But the arguments used by the children to justify their performances reveal that they do not understand the SDN as a whole.

Key words: Decimal Numeration System, Genetic Epistemology, Positional Value.

O triste paradoxo que nos apresenta o excesso de ensaios educativos contemporâneos é querer ensinar matemática “moderna” com métodos na verdade arcaicos, ou seja, essencialmente verbais e fundados exclusivamente na transmissão mais do que na reinvenção ou na redescoberta pelo aluno (PIAGET, 1998, p. 221; grifos do autor).

1. Introdução

O Sistema de Numeração Decimal (SND) de origem indo-arábica pode ser considerado uma tecnologia da inteligência humana, “redistribuindo sem descanso as relações entre sujeitos individuais, objetos e coletivos” (LÉVY, 1993, p. 10). Como construção coletiva, se constitui numa das grandes sínteses da humanidade, sem heróis ou autores individuais. Mesmo que não seja a única síntese elaborada para expressar quantidades, seu uso e vantagens são amplamente partilhados, distribuídos e aceitos. Essas amplitudes, segundo Nunes e Bryant (1997), poderiam ser maiores se fossem acompanhadas da compreensão dos invariantes do sistema: o valor relativo das unidades e a composição aditiva.

As crianças, quando freqüentam a escola, aprendem a manipular esse sistema e a utilizá-lo para registrar quantidades, para operar com algoritmos de adição, subtração, multiplicação e divisão. Utilizam-no, ainda, para calcular mentalmente, operar com sistemas de medidas e com conjuntos numéricos. Porém, os procedimentos e argumentos utilizados por crianças ao resolverem uma adição com papel e lápis, segundo algoritmos escolares, são carentes de lógica (KAMII, 1992). Carraher (1995) vai mais além, ao afirmar que os algoritmos ensinados na escola para a realização de operações podem constituir-se um obstáculo para o raciocínio das crianças.

Ante os relatos de pesquisa e a nossa experiência na formação inicial e continuada de professores, trabalhamos com a hipótese de que, no espaço escolar, os alunos –enquanto sujeitos do conhecimento– usufruem do SND sem entenderem como se dá a estruturação dessa noção básica e de uso comum. Isso tem causado dificuldades na compreensão de algoritmos que envolvem operações com conjuntos numéricos e com os sistemas de medidas.

A origem dessa incompreensão pode estar vinculada não apenas às formas inadequadas de promover o aprendizado do SND pela associação, estritamente verbal, de nomes específicos, transmitidos socialmente para os numerais que representam as quantidades, mas também ao desconhecimento das invariáveis presentes. A hipótese complementar é de que essas inadequações não são decorrentes somente de deficiências didático-metodológicas, mas podem estar radicadas na incompreensão, pelos docentes que trabalham nas séries iniciais do Ensino Fundamental, da estrutura do SND.

A discussão e o aprofundamento desta problemática desenvolveu-se no Projeto de Pesquisa “O valor posicional e suas implicações para o ensino da matemática nas séries iniciais da educação básica”, desenvolvido em

Ponta Grossa. O principal objetivo do projeto era investigar a compreensão da estrutura do SND, pelas crianças que freqüentam o 2º Ciclo (3ª e 4ª séries) do Ensino Fundamental da Educação Básica. As informações empíricas foram obtidas no período de 1998 a 2000. As análises qualitativas trazem as seguintes revelações: os diferentes graus de entendimento do SND dentro de uma faixa etária; as dificuldades enfrentadas pelos alunos na constituição do SND; algumas das distorções presentes nas práticas pedagógicas dos professores com quem interagimos durante a investigação.

No artigo focamos a análise e a atenção para essas dificuldades, a partir da categoria operação. Num primeiro momento, retomaremos os fundamentos da teoria piagetiana relativa ao conceito de operação, secundados por outros conceitos complementares. Na seqüência, serão apresentadas e analisadas as informações de pesquisa, além de seus resultados, para pontuarmos, no final, algumas implicações para os procedimentos pedagógicos.

2. Operatividade e construção do SND

Na teoria de Piaget (1964, 1976, 1987, 1995, 1998), um dos aspectos fundamentais da inteligência encontra-se no conceito de operatividade. A capacidade de operar, independentemente da forma de apresentação de uma determinada atividade, pode nos orientar sobre o funcionamento do conceito ou não. Em outros termos, a operatividade nos possibilita diferenciar se os alunos sabem por meio de declarações verbais carentes de sentido, porque assim foram ensinados, ou se realmente compreenderam e são capazes de utilizar o que lhes foi ensinado em diversas situações.

A operação se constitui na ação cognitiva básica subjacente, que se dirige aos objetos de conhecimento. Operar é interpretar, estabelecer

relações, fazer transformações, mantendo constante o princípio, a lógica, no tratamento da informação. De diferentes maneiras, um pensamento pode expressar uma forma específica de estruturação mental que possibilita transformar determinado estado da realidade. A operatividade vem sempre acompanhada, de um lado, pela assimilação, implicando que está diretamente ligada ao aspecto transformador e estruturador do conhecimento; e, de outro lado, pela acomodação, referindo-se à direção externa da cognição, à aplicação de um esquema ativo ante uma determinada situação cognoscente (PIAGET, 1964).

A inteligência é concebida “como o desenvolvimento de uma atividade assimiladora cujas leis funcionais são dadas a partir da vida orgânica e cujas sucessivas estruturas que lhe servem de órgãos são elaboradas por interação dela própria com o meio exterior” (PIAGET, 1987, p. 336). Essa atividade assimiladora prolonga a organização biológica e a supera, graças à elaboração dessas estruturas que, mesmo diferindo qualitativamente, devido à atividade intelectual, obedecem às mesmas leis funcionais.

Assim entendida, a assimilação é a incorporação de uma realidade externa qualquer a uma ou outra parte do ciclo de organização interna do sujeito. As pressões exercidas pelo meio, que não correspondam às necessidades, não darão lugar à assimilação; e, quando corresponderem, só darão lugar à assimilação na medida em que o organismo estiver adaptado a elas. Será a adaptação que permitirá transformar as pressões em necessidades. Para Piaget (1987, p. 383), a atividade assimiladora

manifesta-se como sendo, ao mesmo tempo, o resultado e a origem da organização, o que significa que, do ponto de vista psicológico, necessariamente funcional e dinâmico, ela constitui um verdadeiro fato primordial.

Adaptar-se para transformar as pressões em necessidades significa modificar as condutas, tornando-as mais precisas, para poder incorporar as situações ao sujeito. Nesse esforço adaptativo destaca-se, de um lado, a influência do objeto pressionando e desafiando o sujeito e, de outro, a participação do sujeito respondendo a ela, pela alteração de sua forma de proceder (PIAGET, 1975, p. 43).

Segundo Rosso et al (1998, p. 68),

a acomodação manifesta-se através da progressiva exercitação de uma determinada forma de proceder diante dos desafios e das resistências que constringem a modificar-se, tentando responder competentemente às mais diversas e mutantes situações representadas pelas novidades. Na hipótese de o indivíduo ter conseguido, pela sua “forma de conhecer”, de “dar conta” do problema ou, dizendo em termos epistemológicos, realizar exitosamente a respectiva ação sobre o objeto, temos então a assimilação do objeto (problema) e um esquema de ação, às estruturas disponíveis.

Desses movimentos complementares entre assimilação e acomodação pode decorrer um desequilíbrio a favor da acomodação. Nessa situação, o sujeito age por imitação, o que resulta na não-assimilação, assimilação parcial ou deformante dos atributos do objeto. Esse desequilíbrio pode ser identificado de maneira dissimulada na utilização do SND, quando os sujeitos realizam com sucesso operações aritméticas com a manipulação de algoritmos-padrão ou escrevem e repetem nomes de números, sem compreender a estrutura do sistema de numeração que rege a representação de quantidades. Esse comportamento por imitação, em sala de aula, manifesta-se pela repetição mecânica ou pela reprodução dos modelos propostos pelo professor.

Na visão de Piaget e Szeminska (1971), o número integra o esquema de conservação dos objetos de conhecimento e, como tal, “a conservação constitui uma condição necessária de toda a atividade racional” (p. 23) e de

toda a epistemologia. Isto é, sem conservação ou permanência de objeto de conhecimento, não há construção de qualquer conhecimento.

Operar com o Sistema de Números Decimais significa compreender o valor relativo dos algarismos a partir da posição no numeral que representa o número. Assim, o 2 do número 23 tem o valor de 2 dezenas e o 3, de 3 unidades somente; porém, com a inversão dos dígitos, será 32: o 3 já não expressa três unidades, mas três dezenas, e o 2 passa a ser duas unidades, deixando de ser dezena. Portanto, o valor está na posição no numeral. Essas transformações simples, obtidas pela inversão, apesar de alterarem o valor relativo dos algarismos e as quantidades a que se referem, mantêm constante a casa das dezenas (decimais) que, ora é duas dezenas, vinte, e ora é trinta, três dezenas.

A partir do exemplo, o conceito de dezena permanece inalterado pela manutenção constante da posição das dezenas, independentemente dos dígitos que as ocupam. Na situação, operar é manter e conservar o valor variável dos dígitos, a depender da posição ocupada pelo numeral. Mudam-se os dígitos, mas, a depender da posição, eles podem expressar dezenas ou unidades.

Subjacente e concomitante ao conceito de dezena, como quadro geral em que se desenvolve essa ação, temos um conjunto de ações e transformações possíveis, formando um esquema de ação que dá condições da assimilação: se operante, pode, por exemplo, decodificar os números com dois dígitos. Pode ainda servir de base, ser ampliado para unidades de milhar, de milhão, etc., mas no esquematismo básico: a posição da dezena permanece e é generalizável para qualquer dígito que ocupá-la. Os esquemas constituem o modo prático e observável da atividade básica. A noção de esquema é tão fundamental na teoria piagetiana, a ponto de se afirmar que, se há atividade inteligente, é porque há esquemas. Os

esquemas constituem a condição possível de toda a aprendizagem: o processo de acomodação de novos esquemas e de sua coordenação é o próprio processo de equilibração. Assim, um esquema só se torna operatório, ou seja, capaz de assimilar a situação real, quando se torna reversível.

As operações executadas pelos esquemas operatórios, bem como a assimilação e a acomodação, são explicadas também pelo processo de abstração. No processo, as estruturas mentais do sujeito, presentes na assimilação e na acomodação, não apenas retiram informações e atributos dos objetos de conhecimento, mas também acrescentam relações e organizam a percepção dos fatos. A descrição do conjunto dessas transformações pode ter sua compreensão ampliada pelos princípios da abstração empírica e reflexionante, assim descritos por Piaget *et al*:

Designaremos por “abstração empírica” a que se apóia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação (...). Este tipo de abstração não poderia consistir em puras “leituras”, pois para abstrair a partir de um objeto qualquer propriedade, como peso e sua cor, é necessário utilizar instrumentos de assimilação (...) constituídos de “esquemas” constituídos anteriormente pelo sujeito. Entretanto, por mais necessários que sejam estes esquemas a título experimental, à abstração empírica, ela não se refere a eles, mas busca atingir o dado que lhe é exterior.

A “abstração reflexionante”, ao contrário, apóia-se sobre tais formas e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito (...) para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades (novas adaptações, novos problemas, etc.). Assim, ela é reflexionante em dois sentidos complementares. (...) Em primeiro lugar, ela transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente(...); designaremos esta transferência ou projeção de “reflexionamento”. Em segundo lugar, ela deve necessariamente reconstruir sobre o novo plano B o que foi colhido no plano de partida A, ou pôr em relação os elementos extraídos de A com os já situados em B; esta reorganização (...) será designada de “reflexão” (1995, p. 5-6).

Para explicar a construção do conhecimento lógico-matemático, entendido não como o conhecimento do real, mas como o conhecimento da coordenação das ações do sujeito, necessitamos buscar apoio na abstração reflexionante. Ela integra tanto as transformações abstraídas dos objetos quanto as ações do sujeito; projeta essas informações, reconstruindo-as em um plano mais elevado e retorna, refazendo e ressignificando as informações iniciais. Para o aluno entender o SND e o VP, não basta saber escrever e contar com precisão, mas é preciso ser capaz de inverter posições e relativizar um dígito, prevendo as conseqüências dessas ações; é necessário operar. Conceituar dezena é ter a possibilidade de generalizá-la em diferentes perspectivas, reflexionando e refletindo os invariantes que constituem o sistema.

A ação, por sua vez, tem que ser entendida como ação mental, “como elemento constitutivo e construtivo tanto da organização cognitiva dos sujeitos quanto das sucessivas ultrapassagens presentes na construção do conhecimento” (ROSSO *et al*, 1998, p. 64). Ainda, segundo os autores, não se trata apenas de uma ação meramente física, mas desenvolve-se conforme à estruturação mental do indivíduo, que organiza — e não apenas executa mecanicamente — algoritmos e símbolos. Torna-se ação do sujeito, na medida em que põe em marcha uma forma de atuar, partindo para o confronto com os dados sugeridos ou retirados dos objetos, situações ou problemas.

Trata-se de uma ação do sujeito ativo que transforma e modifica os dados ao conhecer, não se limitando a reproduzi-los ou copiá-los. Cognitivamente, a operação pode significar “construir, transformar, incorporar, modificar. As operações manifestam a inteligência atuando, funcionando, desenvolvendo-se como uma totalidade resultante da assimilação e da acomodação” (ROSSO *et al*, 1998, p. 67).

3. Levantamento de informações

3.1 Procedimentos de coleta de dados

Para levantamento das informações qualitativas que permitissem identificar as compreensões, pelos sujeitos investigados, da estrutura do SND, elaboramos três provas, descritas no decorrer do texto, com diversas tarefas, para serem aplicadas às crianças de duas escolas estaduais de Ponta Grossa. As provas foram aplicadas aos alunos de seis turmas: duas de 3ª série e quatro de 4ª série, ambas do 2º ciclo, compondo um total de 137 crianças.

As tarefas presentes nas provas eram propostas à turma toda, com a presença da professora em sala de aula. As crianças recebiam oralmente as explicações e orientações necessárias para responderem a essas propostas. Eram solicitadas a apresentar respostas às questões, justificando-as por escrito. No momento seguinte eram retiradas da sala de aula quatro crianças de cada turma, que eram submetidas a uma entrevista clínica, gravada, para apresentar seus argumentos sobre as respostas dadas às questões, explicitarem-nas com mais argumento, oralmente, dentro da dinâmica de entrevista. A atividade gravada em videocassete seguia os parâmetros da entrevista clínica piagetiana. Todas as crianças também apresentavam por escrito seus argumentos sobre as respostas dadas.

Junto com as produções escritas das 137 crianças, as transcrições das fitas compuseram as informações que foram submetidas à análise.

As respostas dadas e os argumentos apresentados determinaram os desempenhos dos sujeitos que significaram o seu fazer e pensar, o que ficou explicitado ou subentendido. Tais desempenhos constituíram as bases

observáveis que permitiram a elaboração de conclusões a respeito da aprendizagem e da compreensão dos sujeitos do SND.

As provas propostas às crianças podem ser consideradas como as situações ou classes de situações que permitiram identificar as regras e conceitos, bem como os esquemas, dos quais as crianças lançaram mão para raciocinar.

3.2 Descrição das provas: instrumento de coleta de dados

Apresentamos a seguir uma descrição detalhada de cada uma das provas, compreendendo as instruções dadas aos sujeitos e as perguntas feitas.

Prova 1: Atribuição de significados aos dígitos de um numeral representativo de quantidades, cardinalidade e lógica de contagem (KAMII, 1992, p. 38; adaptado).

Foram apresentadas quinze fichas para os sujeitos, aos quais foi solicitado que contassem as fichas, anotando as estratégias utilizadas, e escrevessem o numeral representativo da quantidade.

Na entrevista foram feitos os seguintes questionamentos: “Eu circudei o numeral 5, do 15 que você escreveu no papel. Você vê esta parte nas fichas? Esta parte tem alguma coisa a ver com a quantidade de fichas que você tem? Você sabe o que isto significa? Você pode mostrar para mim, nas fichas? Eu circudei agora o número 1, do 15 que você escreveu. Você vê esta parte nas fichas? Você sabe o que isto significa? Você pode mostrar para mim, nas fichas?” (Caso o sujeito mostre apenas uma ficha o entrevistador aponta para as nove restantes e pergunta): “E essas restantes? É assim mesmo ou tem algo estranho?” (Em seguida foi entregue ao sujeito o número 25 escrito num cartão e foi solicitado que ele separasse as fichas

correspondentes. Após, foi solicitado que ele circulasse nas fichas a quantidade que correspondia ao 2 e ao 5 da representação.) “Por que você circulou esta quantidade?”

Prova 2: Resolução de adição mental e subtração com utilização do algoritmo.

Consistiu em solicitar ao sujeito o resultado de uma adição sem a utilização do registro escrito do algoritmo. Os valores envolvidos na adição foram apresentados por escrito, para que ele não precisasse memorizá-los. Em seguida solicitou-se que o mesmo apresentasse o resultado da adição e explicasse como procedeu para obtê-lo. Numa outra situação, o sujeito realizou uma subtração com reserva, utilizando o algoritmo.

Tarefa 1 (KAMII, 1992, p. 39; adaptada)

Foi solicitado que os sujeitos resolvessem mentalmente a operação $37 + 48$, apresentada por escrito.

Na entrevista foram feitos os seguintes questionamentos: “Como você chegou a este resultado? Como você fez para obter o resultado? Quando você somou 7 com 8, quanto deu? Onde você pôs o 5 e onde você pôs o 1? Por que você não colocou o 15 embaixo do $7 + 8$? Este 1 vale 1 mesmo?”

Tarefa 2 (KAMII, 1992, p. 44; adaptada)

Foi apresentada aos sujeitos uma situação de subtração, para ser resolvida com lápis e papel. O seu desempenho foi analisado em relação à manipulação do algoritmo.

Na entrevista foram feitos os seguintes questionamentos: “Quando você subtraiu no papel $56 - 38$, como você fez? Quando você fez 8 para 16,

8, como você encontrou o 16? Você emprestou 1 do 5? Este 1 vale 1 mesmo? Então por que não ficou 7?”

Prova 3: Atribuição de significados a dezenas, centenas e unidades (KAMII, 1992, p. 41, com adaptações)

Esta prova consistiu em apresentar ao sujeito diversos cartões, solicitando-lhe que separasse os cartões que representassem uma quantidade por escrito. Cada cartão foi apresentado ao sujeito para que ele especificasse quantas unidades estavam representadas. As seguintes perguntas foram feitas: – “Se eu estiver pensando em um número de balas, quantas balas eu tenho, se eu disser que tenho 0 unidades? E 1 unidade? E 2 unidades? E 12 unidades? ... E 40 dezenas?... E 51 dezenas?”

Após esse procedimento de familiarização com os cartões, iniciou-se a prova, solicitando-se ao sujeito a separação dos cartões relativos às quantidades solicitadas pelo experimentador e o seu desenho no papel. Pediu-se que o sujeito argumentasse sobre as escolhas.

O experimentador espalhou sobre a mesa cartões do tipo

1 unidade	0 unidades	2 unidades	3 unidades	4 unidades	5 unidades
10 unidades	11 unidades	12 unidades	3 dezenas	4 dezenas	5 dezenas
40 dezenas	41 dezenas	42 dezenas	43 dezenas	45 dezenas	51 dezenas
3 centenas	5 centenas				

Para cada valor apresentado por escrito e após a seleção dos cartões pelo sujeito, as seguintes perguntas foram feitas: “Como você pensou para usar os cartões? Por que você os usou? Seria possível usar outros cartões? Você não achou os cartões de que precisava? Quais seriam precisos?”

4. Procedimentos de análise das informações

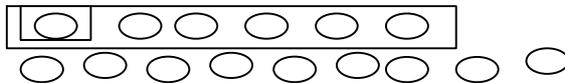
As condutas de um sujeito nas três provas foi analisada em relação tanto à operatividade do pensamento, complementada pelas noções de acomodação, assimilação, processo de equilíbrio, quanto às formas de abstração que se manifestam na interação do sujeito com o objeto de conhecimento.

Alguns sujeitos foram selecionados por apresentarem condutas que merecem ser destacadas. Seus desempenhos, que compreendem os esquemas, são apresentados a partir de alguns diálogos que se estabeleceram durante as entrevistas. Diante desses resultados, foi possível elencar categorias que dizem respeito às compreensões que os sujeitos têm do SND. Elas serão apresentadas na segunda parte desta seção.

4.1 Informações coletadas na entrevista

Na prova 1, FRA (9 anos) associou cada dígito da representação com unidades e circulou o número de objetos da coleção de acordo com o valor absoluto do dígito.

Seu desempenho pode ser visualizado no diagrama abaixo:



Isto significa que FRA ainda está construindo o seu sistema de unidades e, portanto, não está ainda preparada para enfrentar a construção de um sistema de base, que implica a construção de unidades de tamanhos diferentes. Para o numeral 25, ela circula dois objetos e cinco objetos da representação, para o dois e para o cinco, respectivamente. Fez o mesmo com os dígitos do um e cinco do numeral 15, utilizado para representar os quinze objetos. Ao desenhar os quinze objetos, escreveu os numerais 1, 2, 3, 4, ...15 dentro de cada um dos desenhos.

A prova 1 permitiu identificar que FRA não domina o conceito de cardinalidade, pois cada objeto da representação é para ela um objeto e o nome a ele atribuído refere-se àquele objeto, indicando, portanto, que a relação de inclusão hierárquica não é estabelecida. FRA encontra-se ainda em fase de construção do número, se considerarmos o que afirma Piaget, que a construção do número se dá pela síntese de duas relações: ordem e inclusão hierárquica, em que ordem significa contar todos e apenas uma vez (esta relação FRA estabelece), e inclusão hierárquica significa compreender que no dois estão incluídos o um e o dois; no três, o um, o dois e o três; e assim sucessivamente. Como justificar, então, o fato de saber contar e nomear os objetos contados? Nesse sentido, um outro tipo de conhecimento,

também apontado por Piaget, se manifesta: o conhecimento social. Os objetos contados são nomeados como se cada um recebesse um nome a ser memorizado (o que significa um retrocesso, se considerarmos os fatos históricos). A criança tem de ultrapassar essa fase e entender como está organizado o SND.

São esses esquemas de acomodação que permitem a FRA uma forma de se organizar, para dar conta das outras questões que lhe são propostas. Ela não os modifica por acomodação, visto que esses esquemas não são percebidos como insuficientes e não permitem que ela se volte para si mesma, para produzir transformações nos esquemas que não funcionaram a contento.

Essa criança possui as estruturas para operar sobre os objetos concretos; contudo, ao aplicar seus esquemas aos fatos, interage com o objeto de conhecimento e a acomodação se manifesta por um simples ajustamento global, ainda num estado indiferenciado em relação a esse objeto de conhecimento. O que se pode perceber é um desequilíbrio a favor da acomodação, que leva a criança a proceder por imitação. Em se tratando da abstração, percebe-se que ainda se apóia sobre os objetos. É, portanto, ainda empírica, uma vez que depende das características que pertencem ao objeto. É ainda uma coordenação que recai sobre as propriedades momentâneas do objeto, mas introduzida pela criança. Enquanto coordenação do sujeito, trata-se de uma abstração pseudo-empírica. Portanto, nas interações entre sujeito e objeto de conhecimento, manifestam-se abstrações de vários tipos. São interações acrescidas de coordenações da ação efetuadas pelo sujeito, mas ainda subsiste a falta de diferenciação, o que não permite um reflexionamento das diferenças qualitativas da representação escrita. Veremos, mais adiante, que tal indiferenciação não

permitirá também que o objeto se torne objeto de pensamento, a ser utilizado como instrumento da ação.

Tais interações — entre sujeito e objeto de conhecimento — permitem identificar que a referida criança encontra-se na categoria de utilização do numeral para representar toda a quantidade. No entanto, a atribuição de significado aos dígitos da representação é incompleta ou inconsistente, pois cada dígito representa uma unidade e a criança não atribui significado para os objetos que sobram. Nesse caso, a soma das partes não precisa ser necessariamente igual ao todo.

O procedimento de FRA, tanto na prova 1 como na prova 2, revela um comportamento por imitação, resultante de uma desequilíbrio favorável à acomodação. No ambiente escolar, porém, ela obtém êxito, visto que conta quantidades, representa-as e manipula algoritmos corretamente. Sua aprovação para graus mais elevados de escolaridade é um fato concreto, pois a sua compreensão não está sendo exigida. Ela desempenha bem por imitação e não sabe justificar em nenhum momento as suas ações. Tem de fazer assim porque é assim que se faz, ou porque a professora diz que tem de fazer assim.

Vamos agora apresentar uma outra criança e avaliar seus argumentos frente aos desempenhos apresentados.

DA (9 anos), na prova 1, circulou corretamente dez fichas para o 1 do quinze, cinco fichas para o cinco e as quinze fichas para o quinze.

Seu desempenho pode ser visualizado no diagrama abaixo:



Fez o mesmo para a quantidade de vinte e cinco fichas, circulando vinte fichas, cinco fichas e as vinte e cinco representando o numeral escrito. Ao argumentar por que fez dessa forma, diz:

DA – Eu circulei cinco fichas para o cinco do quinze porque ele representa cinco unidades e o um que representa dez unidades ou uma dezena eu circulei dez fichas.

Cardinalidade e Valor Posicional são noções construídas por DA. Posteriormente, num outro teste, poderemos identificar se o que ela manifesta são relações que colocou nos objetos e se essas relações se tornaram conscientes, portanto refletidas, possibilitando-lhe transferir para um outro patamar o que foi retirado do patamar inferior e o reorganizá-lo. Ela encontra-se na categoria em que o numeral representa a quantidade como um todo e cada dígito da representação tem a ver com esse todo.

Os esquemas de ação de DA compreendem uma acomodação que dá lugar a esquemas secundários, significando uma diferenciação que permite uma incorporação das coisas ao sujeito e uma acomodação às próprias coisas. A acomodação se diferencia da assimilação, e o papel do sujeito se afirma na elaboração das formas, enquanto a experiência as dota de conteúdo. Isso permite que a acomodação cumpra o seu papel, no sentido de possibilitar uma progressiva exercitação numa forma de proceder diante dos desafios, tentando responder competentemente às diversas situações e realizando exitosamente a ação sobre o objeto.

De acordo com o processo de equilibração majorante, o esquema, chamado a proceder a uma acomodação, leva a uma assimilação, que é uma construção do sujeito, visto que acomodação e assimilação são dois pólos inseparáveis e não duas condutas distintas. Em relação à abstração reflexionante — logo nas interações entre sujeito e objeto de conhecimento que caracterizam essas ações, que são do tipo lógico-matemáticas —

modificam o objeto sobre os quais recaem, transformando-os e enriquecendo-os. São interações acrescidas de coordenações da ação e dos objetos, tanto efetuadas pelo sujeito, como aplicadas aos objetos. Vê-se a criança atingindo inferências logicamente necessárias, que lhe possibilitam operar com símbolos puros. Em se tratando de abstrações e de generalizações, percebe-se um equilíbrio entre as integrações que correspondem ao reflexionamento e as diferenciações que correspondem à reflexão. A diferenciação corresponde ao reflexionamento no plano das conceituações, que é uma diferenciação das diferenças qualitativas e também é uma diferenciação no plano da tematização, que vai possibilitar que o objeto se torne objeto de pensamento para ser utilizado como instrumento de sua ação. Veremos mais adiante esse fato, devidamente explicitado.

DA não apresenta desequilíbrio nem a favor da acomodação, nem a favor da assimilação. Sua compreensão do objeto de conhecimento — o Valor Posicional presente no SND — pode ser explicada pela abstração reflexionante, pois o objeto de conhecimento é transferido para um outro patamar, reorganizado e colocado em relação com outros conhecimentos.

DA – Deu 85 porque eu somei oito mais sete igual a quinze e quatro mais três mais um deu oito.

E – De onde apareceu este 4 mais três mais um?

DA – É que antes era 37 mais 48, somei primeiro as unidades e depois as dezenas.

E – Então, quando deu quinze, como você fez com esse 15, você registrou ali embaixo do oito ou não?

DA – Não. Eu peguei o cinco que é unidade e a dezena que é um e pus na coluna das dezenas.

E – Na segunda operação que você fez, como obteve o resultado?

DA – Eu peguei o 6 que era unidade e não dava para eu tirar do cinco o valor 8. Daí eu peguei do 5, emprestei um e ficou valendo 4 e o 6 ficou valendo dezesseis. Então dezesseis menos 8 igual a 8 e 4, que antes era 5 menos 3, 1.

E – E esse um que você emprestou, vale um mesmo?

DA – Não. Vale dez.

A abstração reflexionante pode explicar então que, se existe uma desequilíbrio a favor da assimilação, o objeto de conhecimento não pode ser transferido de um patamar A para outro patamar B, onde novas generalizações são necessárias e novas relações são exigidas, dependentes do conhecimento de um objeto matemático, no caso em questão, o Valor Posicional. Essa desequilíbrio a favor da assimilação não permite que a manipulação do algoritmo seja justificada.

Quando DA se depara com os cartões, apresenta argumentos que foram retirados de um patamar e transferidos para outro. A ação mental (revelada por suas ações, operações, etc.) retira os caracteres essenciais e os utiliza para outras finalidades (argumenta sobre os procedimentos adotados na manipulação do algoritmo e sobre o porquê da escolha dos cartões). No teste dos cartões, procede da seguinte maneira:

E – Qual foi o número que você escolheu?

DA – 499

E – E quais foram os cartões que você escolheu?

DA – 40 dezenas, 5 dezenas, 4 dezenas, 4 unidades e 5 unidades.

E – E por quê?

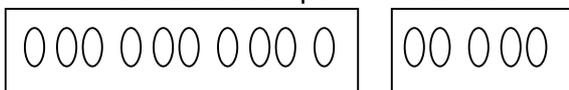
DA – 40 dezenas é 400, 4 dezenas e 5 dezenas dá 9 dezenas que é 90 e 5 unidades e 4 unidades dá nove mesmo.

São novas situações e novos problemas que a criança reconstrói, colocando em relação os elementos extraídos do patamar A.

Sendo a ação mental o elemento constitutivo da organização cognitiva do sujeito, podemos identificar, no plano epistemológico, as relações entre DA e o objeto de conhecimento a partir da forma como ela se organiza para responder aos desafios do ato cognoscitivo. DA segue argumentando convictamente em todas as demais situações que lhe são propostas.

Outra criança foi identificada em um estágio intermediário de construção do objeto matemático: MI (4a série) circula corretamente dez objetos, para representar o dígito um do quinze, e cinco objetos, para representar o cinco do numeral utilizado. Todavia, ao argumentar, diz ter circulado dez objetos porque eles valem dez dezenas. Ela acredita que os objetos, ao serem agrupados, passam a ser nomeados diferentemente, porém continuam sendo contados unitariamente. Isso significa que a representação começa a ganhar significado, o que possibilita a circulação do número de objetos de forma correta, de acordo com a posição do dígito na representação.

Eis o seu desempenho na tarefa:



Essa criança encontra-se na categoria que atribui significado para cada dígito com compreensão parcial, incompleta ou inconsistente de seu funcionamento, circulando um objeto e dizendo uma dezena. Percebe-se, em relação à assimilação, o meio externo exercendo suas pressões, fazendo o sujeito lançar mão dos esquemas disponíveis, sem os coordenar, e transitar entre ajustamentos globais e indiferenciações. Porém, esses esquemas começam a ser reorganizados por acomodação, o que possibilita encontrar uma forma de proceder diante dos desafios e das resistências que se

constrangem a modificar-se, para tentar responder competentemente às mais diversas e mutantes situações representadas pelas novidades.

Identifica-se, também, uma abstração já reflexionante, uma vez que procede das operações e ações do sujeito, o que vai permitir transferir para um plano superior o que foi tirado de um nível inferior de atividade. Na interação entre sujeito e objeto de conhecimento, há um tipo de abstração não empírica, pois as ações e operações introduzidas pelo sujeito, assim como as inferências ainda implícitas que considera e utiliza, impõem-se a ele com todos os intermediários, entre evidência subjetiva e a necessidade lógica. São operações atribuídas ao objeto, pelo sujeito, e uma coordenação que recai sobre as propriedades do objeto, mas introduzidas pela criança. São abstrações que começam a transformar o objeto e a enriquecê-lo, caracterizando uma ação do tipo lógico-matemática. As diferenciações, começam, então, a manifestar um equilíbrio gradual, que corresponde ao reflexionamento, e as integrações já começam a manifestar a reorganização do novo todo. Há um reflexionamento no plano da conceituação, pois se caracteriza pelo início de uma diferenciação, pelo reflexionamento das diferenças qualitativas, e inicia-se uma reflexão que possibilitará, no plano da tematização, transformá-lo em objeto de pensamento a ser utilizado como instrumento da ação.

Vejamos como MI procedeu na prova 2:

E – Eu pedi para você me dizer quanto vale a soma de 38 mais 47. Quanto você achou?

MI – 85.

E – Agora me explique: como você achou isso?

MI – Eu somei o 8 com o sete que dava quinze, e somei o 3 mais 4 e mais 1 que dava 8.

E – Por que você fez o 8 mais 7 que deu 15, você não deixou o 15 lá em baixo? O que você fez com o 1 do 15?

MI – Eu ponhei do lado, eu somei o 8 mais 7 que dava 15, somei 4 mais 3 mais 1.

E – Por que se diz mais 1?

MI – Porque não dá prá ponhá o 15 embaixo. Aí eu ponhei do lado.

E – Por que você colocou o um em cima do três?

MI – Porque eu ponhava o 5 aqui (embaixo) daí eu tinha que somar esses dois (parcelas) mais o 1.

E – Em seguida você fez uma operação de subtração, $56 - 38$. Me explique.

MI – Eu peguei o 6 e o 8 que tirava do 6, não dava, eu peguei 1 do 5, ficou 4 e no 6 ficou 16. Daí 16 menos 8 dava 8 e 4 menos 3 dava 1.

E – Você disse que emprestou 1 do 5, quando você emprestou 1 do 5 para 6, como você disse. Esse 5 ficou valendo mais ou menos?

MI – Menos.

E – E quanto ficou valendo o 6?

MI – 16.

E – Mas você não emprestou só 1?

MI – Ham ham.

E – Mas 1 mais 6 não é 7?

MI – É.

E – Então como ficou 16?

MI – (A criança não responde.)

Vejamos como MI procedeu na prova 3:

E – Qual foi o número que você escolheu?

MI – 510.

E – E quais foram os cartões que você escolheu?

MI – 5 centenas e dez dezenas.

E – Então me mostre onde tem um cartão escrito dez dezenas.

MI – 10 unidades.

E – Ah! É dez unidades. E por que você escolheu estes cartões?

MI – Porque 5 centenas forma 500 e 10 unidades forma 10 mesmo.

E – Agora separe cartões para o 237. Quais cartões você escolheu?

MI – Duas centenas, três dezenas, três unidades e quatro unidades.

E – E quanto dá isso?

MI – 237.

E – Por quê?

MI – Porque 2 centenas vale 200 centenas, 3 dezenas vale 30 dezenas e 3 unidades com 4 unidades dá 7 unidades.

Ela representa também através de um algoritmo:

200

+30

4

3

237

E – Tem 200 centenas aí?

MI – Mas eu coloquei no papel. Eu peguei 200 centenas.

E – Mas não tem 200 centenas.

MI – 20 centenas.

E – Mas não tem 20 centenas, tem 2 centenas.

MI – 3 dezenas (vale quanto?) vale 30, mais duas centenas e fiz três dezenas. Então o sete não tem, então eu coloco o cinco, porque não tem cinco nem sete.

E – Mas não tem cartões que somados dão sete?

MI – Tem.

E – E para o 363 como é que você fez?

MI – Eu coloquei 3 centenas, mais 6 dezenas e como não tem 6 aqui eu coloquei 3 unidades.

E – Mas está faltando sessenta.

MI – Não tem.

E – Mas tem outros cartões que dão sessenta.

MI – (A criança não consegue localizar.)

MI não consegue localizar corretamente os cartões por contar unitariamente, apesar de identificar as 200 unidades (que ela pensa serem denominadas 200 centenas) e as 30 unidades (que ela pensa serem denominadas 30 dezenas). O mesmo acontece para o 363, no qual ela não identifica os cartões de 5 dezenas, 2 dezenas e 10 unidades como representativos do 60. Ela procurou cartões de 60 dezenas ou cartões de 30 dezenas, 20 dezenas e 10 dezenas. Não os tendo encontrado, não os selecionou.

No momento da análise do seu desempenho no teste 1, não havíamos atribuído importância ao fato de a criança chamar de 10 dezenas as 10 unidades representativas do dígito 1 do 5. Só fomos perceber e considerar significativo tal fato, quando não soubemos explicar o porquê da escolha dos cartões e as dúvidas apresentadas. Somente então pudemos correlacionar os desempenhos e entender o estágio em que a criança se encontra: construindo os agrupamentos para a representação de quantidades.

FE (9 anos) sequer compreende o sistema de representação de quantidades. Ele procede da seguinte forma em relação as questões colocadas no teste 1.

E – Você contou quinze fichas, desenhou e escreveu o numeral. Aí eu pedi para você circular quantas fichas valem o um do quinze e quantas fichas representam o cinco do quinze. Como você fez?

FE – Circulei um para o um e cinco para o cinco.

E – Por que vale um?

FE – Porque algarismo, né.

E – Por que o algarismo vale um você circulou uma. E quantas para o cinco?

FE – O cinco.

E – O cinco, o quinto. E o quinze?

FE – (A criança aponta a última.)

E – E as que não foram circuladas? O que você me responde sobre elas?

FE – Porque não tinha o resto das bolinhas, se fosse o dois e o quatro junto com o quinze, nós podemos circular.

E – Dois, quatro, junto com o quinze? Como assim, não estou entendendo. Explique de novo.

FE – Aqui tem o quinze e se tivesse o quatro e o sete...

E – Escreva para mim.

FE – (Ao lado do 15 FE escreve os dígitos 4 e 7, ficando 1547).

Daí depois do cinco eu tenho que procurar o quatro (a criança conta e circula o quarto) e depois o sete (a criança conta e circula o sétimo).

E – Mas se você lesse esse número aqui, como você leria?

FE – Leria hum mil quinhentos e quarenta e sete.

E – E os demais que sobraram?

FE – Eu deixo. Eu faço outros, pode ser 248, o dois no dois, quatro que é quarto lugar e oito.

No caso de FE, nem a escrita de números corresponde a um conhecimento social, como identificado com FRA. Os nomes de números não

representam cada um dos objetos de uma coleção, mas indicam a posição ordinal do objeto na coleção. É esse o sentido atribuído por FE aos dígitos da representação. É ainda um material retirado dos observáveis e constitui um mecanismo caracterizado pela abstração empírica.

Temos que concordar com Piaget (1964), para quem, entre o estímulo e a resposta, há o organismo e sua estrutura. As estruturas de que dispõe o sujeito referem-se ao objeto, mas ainda não houve um aprendizado que tenha durado a vida toda, que permitisse levá-lo a uma generalização ou que implicasse um nível operacional adquirido. Em se tratando da assimilação, não houve incorporação dessa realidade dentro das estruturas disponíveis ou do seu ciclo de organização. A adaptação não permitiu ao sujeito transformar as pressões em necessidades, visto que há desequilíbrio a favor da acomodação, o que leva o sujeito a proceder por imitação, seguindo os modelos propostos pela escola. Em se tratando da acomodação, esta ainda procede por um ajustamento global e por estado indiferenciado. Quanto aos esquemas, que são condição da ação, o sujeito lança mão daqueles que lhe estão disponíveis e que lhe são exigidos. O esquema é sempre chamado a proceder uma acomodação. Se não há fato perturbador, não poderá haver compensação. Se o sujeito não for desafiado a um conflito cognitivo, os esquemas dos quais lança mão resolvem o seu problema e não há barreiras a ultrapassar. Como a acomodação e a assimilação são dois pólos inseparáveis e não duas condutas distintas, neste caso a assimilação não é uma construção.

Em relação à abstração, esta ainda se encontra apoiada nos objetos, o que caracteriza uma abstração empírica. Na interação sujeito e objeto de conhecimento, ainda há uma equilibração dos observáveis sobre os objetos, que extrai do objeto o que lhe pertence e não o que foi introduzido pelo sujeito por uma ação. Não há coordenações explicitadas, e isso significa que

o sujeito não pode utilizá-las como se a ele se impusessem. Ainda há coordenações atribuídas sobre os objetos. Nessas interações prevalece uma abstração empírica, e não há nem reflexionamento e nem reflexão.

No caso de FE, conforme apontamos anteriormente, os dígitos da representação estão associados à posição ordinal dos objetos na coleção. Porém, no caso dos algoritmos, o aluno procede corretamente, não sabendo, porém, por que procede daquela forma. Não procede corretamente nos cartões, ao escolher o cartão de 5 dezenas e 7 unidades para representar o número escolhido, que foi 507. Vejamos seus argumentos para essa escolha:

E – Quanto valem 5 dezenas?

FE – 50 e 7 unidades dá 7.

E – E quanto dá 50 mais 7?

FE – 57.

E – Qual foi o número que você escolheu?

FE – 507.

E – E como é que fica?

FE – Porque eu coloquei cinco dezenas e se eu colocasse mais o zero, eu não ia colocar centenas, porque o zero não vale e mais sete unidades. Eu fiz a conta e então deu 507.

E – Então, 5 dezenas valem 500?

FE – Não.

E – Então, por que você pôs 500?

FE – Não, 500 é o cinco.

Dezenas, unidades, agrupamentos e a lei que rege o SND não são objetos conhecidos por FE. Por isso argumenta não ter escolhido cartões para o zero do 507, pois zero não vale nada. O zero não tem significado na representação: 5 dezenas e 7 unidades são identificados como 50 e 7 e,

portanto, consideradas suficientes para representar o 507. O zero do 50 passa a representar o zero do 507.

4.2. Categorizações encontradas nas Provas 1, 2 e 3: informações qualitativas

A partir das análises das entrevistas clínicas dos 24 sujeitos e das produções escritas das demais crianças, pudemos estabelecer duas grandes categorias, nas quais estão incluídos os 137 sujeitos investigados em relação à atribuição de significação ao dígito do numeral que representa uma quantidade:

- numeral como um todo representa toda a quantidade (cardinalidade); cada dígito não tem um significado de acordo com agrupamentos de dezenas ou unidades, sendo que os sujeitos têm visões diferentes de como isso funciona. As seguintes condutas foram encontradas: a) os dígitos representam unidades singulares idênticas; b) cada dígito significa uma posição ordinal do objeto na coleção;
- numeral como um todo representa a quantidade total de objetos. Os dígitos representam partes da quantidade total, em grupos de dez unidades (para o dígito das dezenas) e outro de unidades isoladas. As seguintes condutas foram identificadas: o dígito da direita representa 10 unidades, denominadas de 1 dezena, e o da esquerda unidades singulares; o dígito da esquerda é identificado como representando 10 objetos, mas cada um dos objetos é denominado de dezena. Isso significa que os agrupamentos e os agrupamentos de agrupamentos não são nomeados corretamente.

5. Discussão dos resultados

A partir das categorizações e análises, afirmamos que não podemos avaliar a compreensão dos sujeitos a partir de seus desempenhos ao manipular algoritmos. A aplicação do método clínico está atenta não somente ao desempenho, mas também aos argumentos que permitem as categorizações e as conclusões apontadas.

No âmbito das ações mentais executadas pelos sujeitos frente ao desafio que lhes foi proposto pelas entrevistadoras, é possível inferir sobre a forma de conhecer para dar conta do problema, que se trata de uma situação de desequilíbrio favorável à acomodação. Explicitando o dado: os alunos de fato manipulam o algoritmo, adotando passos ou técnicas apontados pelo professor, mas fazem isso imitando os modelos propostos por ele.

Uma análise mais detalhada de tais resultados exige lançar mão da noção de esquemas proposta por Piaget, para quem os esquemas constituem o centro do processo de adaptação das estruturas cognitivas: assimilação e acomodação. Segundo Vergnaud (1990), sem a enumeração de posição (VP) e a conceitualização que lhe é associada, o esquema (neste caso, o fato de o sujeito lançar mão do algoritmo) pode não funcionar bem: podemos ver os sujeitos em situação de fracasso. Como um esquema repousa sempre sobre uma conceitualização implícita, se ele apresentar-se de forma ineficaz, pode levar o sujeito a um desequilíbrio a favor da acomodação, o que leva o sujeito a um comportamento por imitação. Isso pôde ser observado nos sujeitos que não compreendem o VP, mas manipulam o algoritmo corretamente, seguindo os passos determinados pelo professor.

Os dados apontaram que a atribuição de significados à unidade, dezena e centena, de acordo com os agrupamentos, é ainda uma outra

etapa, outro patamar de compreensão a ser buscado para que a compreensão do VP possa ser transferida a outras situações, constituindo ferramenta de pensamento para o sujeito. Seria o processo de abstração reflexionante apontado por Piaget *et al* (1995), no qual o sujeito transpõe a um plano superior o que colhe no patamar precedente e reconstrói, sobre o novo plano, o que foi colhido no plano de partida.

O progresso que permite chegar de um estado n ao seu sucessor $n + 1$ é sempre devido a necessidades que obrigam o sujeito à construção de novas operações, que não modificam as anteriores, mas as enriquecem. E, neste plano superior, os conteúdos se constituem em conteúdo de conteúdo; nele só intervêm abstrações reflexivas. Nos demais planos, ainda subsistem abstrações empíricas (a partir dos observáveis) e reflexivas (a partir das coordenações operatórias).

O que podemos notar, a partir desses resultados, é que, mesmo havendo compreensão do VP pelos sujeitos, existe ainda uma outra etapa a ser atingida, que é a associação das palavras usadas para definir os agrupamentos presentes, quando da escrita de numerais. Segundo Vergnaud (1990), a observação dos alunos em situação de resolução de problemas e a análise de suas indecisões e de seus erros mostram que as condutas em situação de descoberta são estruturadas pelos esquemas. Estes são tomados por empréstimo ao vasto repertório de esquemas disponíveis e podem ser evocados por uma proximidade a um esquema anterior. Simplesmente, como o parentesco é só parcial e eventualmente ilusório, os esquemas são somente esboçados e não levados a cabo, e as tentativas são muitas vezes interrompidas. Neste caso, encontramos um sujeito em estágio de transição da estruturação de um conceito, não sendo possível generalizá-lo em uma outra situação, por não ter atingido ainda o patamar da abstração reflexionante.

Em se tratando do método clínico, sugerimos o olhar para as ações pedagógicas de modo a considerar o papel da ação mental na construção do conhecimento, no que diz respeito tanto às formas de os sujeitos se organizarem para dar conta dos desafios, como à verificação das ultrapassagens para patamares mais elevados de compreensão.

Admitindo que as noções não são tiradas da manipulação dos objetos, mas da coordenação das ações do sujeito, e considerando o duplo movimento da acomodação-assimilação, bem como papel da abstração na construção dos conhecimentos, conforme apontado por Piaget (1995, 1975, 1964), concluímos ser possível encaminhar e organizar a prática educativa de forma a compreender a lógica que leva o sujeito a dar uma determinada resposta ou a se organizar para fazer de um ou outro jeito. Assim fazendo, estaremos propondo uma metodologia de ensino ativa, que permite ao sujeito interagir dinamicamente e reflexivamente com os objetos.

Das análises feitas, algumas conclusões a seguir podem ser apontadas: a) independente de se encontrarem na 3ª. ou 4ª. série, a maioria dos alunos entrevistados não compreende o valor posicional dos algarismos usados na representação de quantidades; b) a maioria dos alunos demonstrou manipular corretamente o algoritmo da adição e subtração com reserva, porém sem compreender o significado dessa reserva, afirmando, por exemplo, que o 1 da reserva da adição de $27 + 38$ valia 1 mesmo e não dez, o mesmo acontecendo para a subtração; c) percebemos ainda a importância do rótulo verbal na construção do conceito do valor posicional dos algarismos, de modo que vários alunos que, a princípio, não identificavam esse valor, ao terem sua atenção chamada para o “nome do numeral” passaram a perceber as relações, como, por exemplo, nos algarismos vinte e cinco e dezoito; d) as crianças escrevem e falam numerais numa seqüência preestabelecida e podem não compreender a estrutura do SND. É um

conhecimento social, confundido com um conhecimento lógico-matemático e que constitui uma forma primária e rudimentar de representar quantidades: cada quantidade tem um numeral que a representa.

6. Considerações finais

Os resultados deste estudo permitem, ao relacionar estruturação do SND com ação pedagógica, apresentar elementos para que os professores investiguem a própria prática (seu fazer pedagógico) e as metas perseguidas no ensino desta matemática elementar, o qual, apesar de aparentemente simples e imerso em elementos socialmente firmados, contém os elementos da lógica elementar que dirigem e sustentam sistemas mais complexos de pensamento.

Durante a realização das entrevistas, testemunhamos uma participação intensa dos alunos, comprovada ao formularem hipóteses, procurando responder às questões propostas. Tais hipóteses manifestam uma ação mental apoiada na organização cognitiva dos sujeitos ao buscarem estruturar as situações. Mesmo que a atividade mental do aluno seja de fundamental importância para o professor compreender, discutir, avaliar e ressignificar as iniciativas e o horizonte teórico de suas ações no ensino, a literatura e nossa práxis têm revelado uma prática pedagógica que ignora esses aspectos da operatividade do aluno.

Os resultados da investigação revelam que a escolarização não favorece a construção do SND e do VP. Isso nos permite afirmar que o processo de ensino, tal como vem sendo encaminhado, necessita sair do nível informativo e declarativo do quadro verbal. Nas palavras de Kamii (1999, p.287), esse “conhecimento social” precisa passar a ser encarado como “conhecimento lógico-matemático”, isto é, como conhecimento que

necessita ser integrado e ressignificado pela atividade cognitiva do sujeito. Para isso acontecer, faz-se necessário voltarmos nossa atenção à forma como as crianças compreendem e estabelecem relações na formação do seu conhecimento, deixando de lado a “pressa” em vencermos etapas, padronizadas em um tempo mecânico em que se prioriza a quantidade de informações.

O que se torna necessário é a consideração das contribuições da psicologia, cujos resultados não podem ficar restritos ao seu domínio, uma vez que estamos, no ambiente escolar, lidando com questões de aprendizagem que implicam construção do conhecimento.

O senso comum e o domínio do conteúdo não constituem instrumentos suficientes para dar conta de tal tarefa. Os encaminhamentos metodológicos e o processo de avaliação, elementos constituintes do ambiente escolar, mais especificamente da sala de aula, devem considerar o duplo movimento que conduz as assimilações e acomodações a um equilíbrio dinâmico entre as diferenciações e integrações — que constituem o processo fundamental que deve ser compreendido para ser contemplado. Esse movimento exprime as relações complexas entre um sujeito que se aproxima de um objeto e um objeto que recua à medida que as descobertas e propriedades recentemente cognoscíveis levantam novos problemas.

A prática educativa pode considerar o ambiente natural como fonte de experiências capazes de revelar o processo e o significado que as crianças dão aos numerais representativos de quantidades. É possível, no ambiente escolar, apresentar propostas que investiguem se as crianças possuem as condições necessárias para o enfrentamento de uma interação cognitiva. Considerando que o sujeito pode modificar-se diante de experiências que não permitiram a assimilação nos esquemas disponíveis, o ambiente escolar pode propor atividades, desafios, que permitam ao sujeito rever e modificar

esquemas anteriores. Isso significa que as propostas para os alunos não devem ficar no nível do “é assim que se faz”, mas devem permitir que o sujeito reinvente e faça transformações em seus esquemas que não funcionaram a contento. Tais transformações não podem ser ensinadas, o que significa que as propostas devem colocar sempre o sujeito frente a desafios cognitivos, de modo que os esquemas possam ser revistos.

Esta proposta de ação didática supera os processos tradicionais de avaliação, baseados em testes e provas que não permitem verificar a aprendizagem dos alunos em termos de mudanças de relações com o saber ou em termos de transformações dos conhecimentos dos alunos. Não permitem, tampouco, identificar o papel que os conhecimentos antigos desempenham sobre a construção dos conhecimentos novos. No caso em questão, o que se deve buscar é a identificação das compreensões dos alunos, a operatividade do SND, para a organização da prática educativa.

7. Referências Bibliográficas

- CARRAHER, T. N. *Aprender pensando*. 10. Petrópolis: Vozes, 1995.
- CARRAHER, T.; CARRAHER, D.; SCHLIEMANN, A. *Na vida dez, na escola zero*. 10. ed. São Paulo: Cortez, 1995.
- KAMII, C. *A criança e o número: implicações educacionais da teoria de Piaget para a atuação junto a escolares de 4 a 6 anos*. Campinas: Papyrus, 1990.
- KAMII, C. *Aritmética: novas perspectivas: implicações da teoria de Jean Piaget*. São Paulo: Papyrus, 1992.
- KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. *Desvendando a aritmética: implicações da teoria de Piaget*. 5. ed. Campinas: Papyrus, 1999.
- KAMII, C. *Reinventando a aritmética*. 11. ed. São Paulo: Papyrus, 1996.
- LÉVY, P. *As tecnologias da inteligência*. Rio de Janeiro: 34. ed., 1993.

NUNES, T.; BRYANT, P. *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: ArtMed, 1997.

PIAGET, J.; SZEMINSKA, A. *A gênese do número na criança*. Rio de Janeiro: Zahar, 1971.

PIAGET, J. Developmente and learning. *Journal of Research in Science Teaching*, XI, n.e (1964), 176-86.

PIAGET, Jean. *A equilibração das estruturas cognitivas: problema do desenvolvimento central*. Rio de Janeiro: Zahar, 1976.

PIAGET, Jean. *O nascimento da inteligência na criança*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1987.

PIAGET, J. et al. *Abstração reflexionante: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais*. Porto Alegre: ArtMed, 1995.

PIAGET, J. A iniciação à matemática, a matemática moderna e a psicologia da criança. In: APARRANT, S.; TRYPHON, A. *Jean Piaget: sobre a pedagogia, textos inéditos*. São Paulo: Casa do Psicólogo, 1998, p. 217-221.

ROSSO, A. J.; BECKER, F.; TAGLIEBER, J. E. A produção do conhecimento e a ação pedagógica. *Educação e Realidade*, v. 23, n. 2, jul/dez. 1998, p. 63-81.

VERGNAUD, Gerard. *La théorie des champs conceptuels*. RDM, 10, (2-3), p. 133-170, 1990.