Revista de História da Educação Matemática
HISTEMAT

ISSN: 2447-6447
Submetido: 25/03/2021
Aprovado: 02/08/2021

ÁLGEBRA E ARITMÉTICA EM LIVROS DIDÁTICOS DO CURSO COLEGIAL PUBLICADOS DURANTE A PORTARIA MINISTERIAL Nº 1045 DE 1951

ALGEBRA AND ARITHMETICS IN DIDACTIC BOOKS OF HIGH SCHOOL PUBLISHED DURING THE MINISTERIAL ORDINANCE Nº 1045 OF 1951

Nickson Deyvis da Silva Correia[1]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-9060-9316

Viviane de Oliveira Santos[2]
ORCID iD: https://orcid.org/0000-0002-4425-3806

RESUMO

Ao estudarmos História da Educação Matemática no Brasil, percebemos as mudanças ocorridas no Sistema Educacional Brasileiro, bem como a Álgebra e a Aritmética foram organizadas ao longo dos anos na Educação Básica. Desse modo, este artigo pretende descrever a organização da Álgebra e Aritmética em livros didáticos destinados aos cursos clássico e científico do Curso Colegial, elaborados durante a vigência da Portaria Ministerial nº 1045 de 1951. Para isso, utilizamos livros didáticos de 1955, 1957, 1959, 1962, 1966 e 1970. Por meio desse estudo de natureza histórica, fundamentado na pesquisa documental, foi possível compreender a organização dos conteúdos aritméticos e algébricos previstos pela Portaria Ministerial nº 1045 de 1951, bem como algumas abordagens utilizadas, exercícios propostos e a presença da História da Matemática nos livros didáticos. Esperamos que esta descrição possa contribuir para as pesquisas que já vêm sendo realizadas, bem como para debates e pesquisas futuras, servindo de suporte para que professores de Matemática e/ou pesquisadores em História da Educação Matemática tenham acesso aos aspectos históricos sobre o ensino de Aritmética e Álgebra em livros didáticos antigos.
Palavras-chave: Álgebra. Aritmética. Livros didáticos. Curso Colegial. História da Educação Matemática.

ABSTRACT

When we studied the History of Mathematical Education in Brazil, we noticed the changes that occurred in the Brazilian Educational System, as well as Algebra and Arithmetic were organized over the years in Basic Education. In this way, this article intends to describe the organization of Algebra and Arithmetic in didactic books for the classic and scientific courses of the High School Course, elaborated during the term of Ministerial Ordinance No. 1045 of 1951. For this, we used didactic books from 1955, 1957, 1959, 1962, 1966 and 1970. Through this historical study, based on documentary research, it was possible to understand the organization of the arithmetic and algebraic contents provided for by Ministerial Ordinance nº 1045 of 1951, as well as some approaches used, proposed exercises and the presence of the History of Mathematics in didactic books. We hope that this description can contribute to the research that has already been carried out, as well as debates and future research, serving as support for Mathematics teachers and/or researchers in the History of Mathematics Education to have access to historical aspects of the teaching of Arithmetic and Algebra in old didactic books.
Keywords: Algebra. Arithmetic. Didactic books. High School Course. History of Mathematics Education.

[1] Graduado em Matemática Licenciatura pela Universidade Federal de Alagoas (Ufal). Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática pela Ufal, Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Qd. O, 01, Conjunto Margarida Procópio, Tabuleiro do Pinto, Rio Largo, Alagoas, Brasil, CEP: 57100-000. E-mail: nickson.correia@im.ufal.br.
[2] Doutora em Educação Matemática pela Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho" (Unesp). Docente da Universidade Federal de Alagoas (Ufal), Maceió, Alagoas, Brasil. Endereço para correspondência: Av. Lourival Melo Mota, s/n, Instituto de Matemática – Ufal, Tabuleiro do Martins, Maceió, Alagoas, Brasil, CEP: 57072-970. E-mail: viviane.santos@im.ufal.br.

CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Este estudo é um recorte dos resultados da pesquisa *Aspectos históricos da Aritmética e Álgebra nos livros didáticos do ensino médio: relações com a Geometria* desenvolvida pelo *Grupo de Pesquisa História da Matemática e Educação Matemática* da Universidade Federal de Alagoas. Esta pesquisa, de natureza histórica e pragmática[3], de abordagem documental[4], teve como foco estudar conteúdos e problemas de Aritmética e Álgebra dos livros didáticos[5], bem como as relações desses com a Geometria.

Para a realização da pesquisa mencionada, executamos três passos metodológicos: (1) adotamos livros, dissertações, teses e artigos, que possibilitaram compreender um pouco das principais pesquisas em História da Matemática relacionadas a aspectos históricos da Álgebra e Aritmética da antiguidade até os dias atuais, e das principais pesquisas em História da Educação Matemática relacionadas às problemáticas de pesquisas, à produção de fontes de pesquisa, aos grupos de pesquisa e suas perspectivas para/com a História da Educação Matemática no Brasil; (2) estudamos o Sistema Educacional Brasileiro do período Brasil Império ao período Nova República (dias atuais), isto é, pesquisamos leis, decretos, portarias, reformas, resoluções e programas curriculares que estabeleceram mudanças na organização, objetivos e currículos da Matemática do Ensino Médio ao longo dos anos, inclusive verificando que este ensino já recebeu os nomes de Ensino Secundário, Curso Colegial e Ensino de 2º grau; (3) coletamos e estudamos diversos livros didáticos referentes a esses ensinos, verificando a apresentação de conteúdos algébricos e aritméticos, os problemas propostos, os métodos de resolução desses problemas e se esses conteúdos ou problemas eram relacionados com a Geometria.

Dentre os textos estudados em (1), destacamos Ribeiro (2011) e Valentim Jr. (2013). Nessas duas pesquisas, os autores trataram da análise de livros didáticos de Matemática utilizados para a Educação Matemática no Brasil. Valentim Jr. (2013) se ateve apenas aos conteúdos de Geometria Analítica das coleções *Matemática 2º ciclo* de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Darcoso Netto, com livros de 1946 e 1956, *Curso de Matemática*

[3] O tipo histórico refere-se aos estudos que utilizam livros didáticos para a escrita de uma história. O tipo pragmático refere-se aos estudos descritivos/comparativos que comumente não estabelecem conexões entre os conteúdos apresentados nas obras com as condições sociais e educacionais. Estudos históricos que tratam as diferentes abordagens para o ensino de um conteúdo matemático propostas no decorrer dos anos não deixam de ser do tipo pragmático, sendo estes fonte de recursos didáticos para o ensino atual. (Oliveira, 2008)

[4] “[...] é aquela em que os dados obtidos são estritamente provenientes de documentos, com o objetivo de extrair informações neles contidas, a fim de compreender um fenômeno.” (Kripka et al., 2015, p. 244). Segundo Samara e Tupy (2010), os documentos podem ser registros escritos como cartas, livros, relatórios, diários etc. e registros que não utilizam o alfabeto como signo gráfico, como fotos, filmes, músicas, objetos, memórias, espaços, entre outros.

[5] “Aquele livro ou impresso empregado pela escola, para desenvolvimento de um processo de ensino ou de formação.” (Batista, 1999, p. 534)

para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico de Manoel Jairo Bezerra, com livros de 1960 e 1976, e *Matemática* de Ary Quintella, com livros de 1958, 1965 e 1968, além de outras. Ribeiro (2011) tomou como base a coleção *Matemática 2º Ciclo*, com livros de 1944 e 1945, e se dedicou a comparar aspectos como sumários, alguns exercícios e definições com outras coleções, dentre elas a *Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico*, com livros de 1955 e 1957, e *Matemática*, com livros de 1957 e 1960.

Durante a nossa coleta de livros didáticos no passo (3), nos deparamos com várias coleções de livros didáticos, no entanto a maioria delas estava incompleta[6]. Dentre as coleções completas, tínhamos *Matemática 2º ciclo* com livros de 1955, 1957 e 1959, *Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico* com volume único de 1962 e *Matemática* com livros de 1966 e 1970. Assim, considerando que nem sempre é fácil para um pesquisador em História da Educação Matemática ter acesso a documentos antigos, em especial livros didáticos, e considerando a nossa dificuldade em encontrar coleções de livros didáticos completas, tanto de modo impresso como de modo digitalizado, decidimos reunir e compartilhar os resultados de nossa pesquisa relacionadas a essas coleções mencionadas.

Sendo assim, este artigo tem como propósito descrever a organização da Álgebra e Aritmética em livros didáticos destinados aos cursos clássico e científico do Curso Colegial, elaborados durante a vigência da Portaria Ministerial nº 1045 de 1951, visto que, por coincidência, os livros das três coleções mencionadas, adquiridos por nós, foram publicados durante a vigência da Portaria Ministerial nº 1045 de 1951.

Defendemos a importância desse trabalho, bem como a de outros de mesma perspectiva, com base em: Chervel (1990) que trata a pesquisa que utiliza livro didático como objeto de estudo uma grande reveladora da história de uma determinada disciplina escolar; Couto e Jucá (2019) que para elas a pesquisa que utiliza livro didático como objeto de estudo propicia ao pesquisador construir uma história de determinada disciplina, uma vez que se pode perceber as modificações que esta sofreu ao longo do tempo; e D'Ambrosio (2008) que comenta ser importante o professor de Matemática conhecer a História da Matemática no Brasil e suas pesquisas para entender a dinâmica do encontro de gerações, o desafio no mundo escolar, os programas das escolas, os livros adotados, entre outros.

[6] Ressaltamos que as coleções de livros didáticos podem ser compostas de volume único ou por vários volumes. Desse modo, consideramos como coleções incompletas aquelas compostas por vários volumes, nas quais não tivemos acesso a todos os volumes.

Dessa forma, consideramos que as pesquisas que tomam os livros didáticos como objeto de investigação possibilitam melhor compreender como historicamente foi se constituindo o Ensino de Matemática no país. Isto é, compreender ferramentas, organizações e metodologias de ensino/aprendizagem utilizadas e conhecer autores e obras que contribuíram com a divulgação de determinadas práticas de ensino que foram importantes para o estabelecimento de um modelo de Ensino de Matemática em um período específico.

Segundo Samara e Tupy (2010), o acesso à distância às fontes originais é uma possibilidade de auxílio e facilidade no trabalho de pesquisa historiográfico individual e coletivo. Assim, também acreditamos que os estudos desenvolvidos neste trabalho de investigação, aqui descrito, podem contribuir com as pesquisas que já vêm sendo realizadas, servindo de apoio para debates e pesquisas futuras. Isso porque possibilita que professores de Matemática e/ou pesquisadores em História da Educação Matemática tenham acesso aos aspectos históricos sobre o ensino de Aritmética e Álgebra em livros didáticos antigos. Esse fato ganha ainda mais relevância quando pensamos que hoje, entre as áreas de estudo que a matemática escolar abrange, Aritmética e Álgebra juntas ocupam boa parte do Ensino Médio.

A próxima seção é um convite aos leitores para conhecer alguns acontecimentos a respeito da Matemática do Curso Colegial no Brasil, ressaltando algumas leis, decretos e portarias estabelecidos e programas curriculares adotados.

1. ALGUNS ACONTECIMENTOS SOBRE A MATEMÁTICA DO CURSO COLEGIAL NO BRASIL

A Educação Básica no Brasil, até o início da década de quarenta, era dividida em Ensino Primário e Ensino Secundário. A Era Vargas (1930 – 1945) propiciou inúmeras alterações, tanto sociais quanto econômicas no país. Foi criado o Ministério da Educação e Saúde Pública em 1930, tendo Francisco Campos como ministro que proclamou decretos que estabeleceram a organização do currículo do Ensino Secundário em sete séries. Esse Ensino Secundário era dividido em dois cursos, o curso fundamental distribuído em cinco anos e o curso complementar distribuído em dois anos. O curso complementar era obrigatório para os candidatos à matrícula em determinados institutos de Ensino Superior nos cursos jurídico, medicina, farmácia, odontologia, engenharia ou de arquitetura, realizado em dois anos de estudo intensivo com exercícios e trabalhos práticos individuais. (Brasil, 1932)

Gomes (2013) comenta que os decretos de Francisco Campos, em relação à disciplina de Matemática, enfatizavam que o estudante não deveria ser apenas um receptor passivo de conhecimentos e sim um descobridor, acabando com práticas da memorização de definições e regras de modo abusivo. A partir desse momento, os livros didáticos passaram por uma reestruturação e, segundo Alves (2005, p. 23, p. 25), esses decretos exigiram do mercado editorial de livros didáticos uma adaptação das obras existentes a essa nova tendência, onde pôde-se verificar: "[...] o surgimento de obras que inovam ao apresentar os textos matemáticos de forma a estimular o aluno no sentido de descobrir e não de simplesmente receber os conhecimentos, atendendo aos novos objetivos propostos pelo ensino de Matemática.". Mas como nem todas as escolas tinham acesso às novas obras, os professores "[...] retiravam os conteúdos – uma parte do Compêndio de Aritmética, outra do livro de Álgebra, e o mesmo ocorria com os de Geometria e Trigonometria". Além disso, de acordo com Silva (2012), os livros didáticos eram adotados por um tempo extremamente longo e muitos tinham numerosas e sucessivas edições, chegando a serem utilizados nas salas de aula por até cinquenta anos.

Segundo Marçal Ribeiro (1993), com as mudanças estruturais que ocorriam na sociedade brasileira com base na industrialização, a educação começou a mudar, em resposta às novas necessidades que surgiam, entre elas, a mão de obra para as funções que se abriam no mercado de trabalho. Assim, em 9 de abril de 1942, o Ministério da Educação e Saúde, sob o comando de Gustavo Capanema, estabeleceu o Decreto nº 4.244. Nesse decreto, o Ensino Secundário tinha como objetivo formar a personalidade integral dos adolescentes, destacando a formação espiritual, a consciência patriótica e humanística, preparando-os para estudos elevados do Ensino Superior, seguindo os programas de conteúdos estabelecidos. O Ensino Secundário foi dividido em Curso Ginasial de quatro anos e Curso Colegial de três anos. (Brasil, 1942)

O Curso Colegial, que conhecemos atualmente como Ensino Médio, por sua vez, compreendia dois cursos paralelos: o curso clássico e o curso científico, cada qual com a duração de três anos, que tinham o objetivo de consolidar a educação ministrada no Curso Ginasial, bem como desenvolvê-la e aprofundá-la. O curso clássico era direcionado para a formação intelectual, além de abordar um maior conhecimento de filosofia e letras antigas, e o curso científico direcionado ao estudo maior de ciências. Os alunos que concluíam o curso clássico ou científico, mediante a prestação dos exames de licença, estavam assegurados do direito de ingresso em qualquer curso do Ensino Superior, ressalvadas, em cada caso, às exigências peculiares à matrícula. (Brasil, 1942)

Ao tratar da disciplina de Matemática, em 18 de março de 1943, Capanema decretou a Portaria Ministerial nº 177, à qual se refere ao programa da disciplina no Curso Colegial. Nesse programa, a disciplina de Matemática era dividida em: 1ª série com Aritmética teórica, Álgebra e Geometria; 2ª série com Álgebra, Geometria e Trigonometria; e 3ª série com Álgebra, Geometria e Geometria Analítica (Brasil, 1943).

Ribeiro (2011) comenta que em relação à carga horária de Matemática, ambos os cursos do colegial tinham 3 horas-aula semanais na 1ª e 2ª séries e 2 horas-aulas semanais na 3ª série. Segundo a mesma autora, nesse período, alguns autores se uniram para elaborar os livros de Matemática que atendessem aos programas estabelecidos e, dentre esses autores, estão Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Dacorso Netto. Euclides foi "[...] um dos autores de livros didáticos de Matemática, que apresentava no conteúdo de seus livros, uma série de inovações (gravuras, figuras, notas de rodapé com explicações ou sugestão de aprofundamento de estudos [...]" (Ribeiro, 2011, p. 19).

Com o fim da Era Vargas em 1945, deu-se início ao período da República Populista. Segundo Marques (2005), no início da década de 1950, o ministro da educação e saúde Simões Filho movimentava mais uma reforma no Curso Colegial. Em 14 de dezembro de 1951 decretou a Portaria Ministerial nº 1045, à qual ficou conhecida como "Portaria de 1951", estabelecendo programas mínimos como referências oficiais para o ensino das disciplinas, podendo essas serem acrescidas conforme a vontade da instituição (Brasil, 1952).

Com essa portaria, o Ensino Secundário consistia em formar a personalidade integral do adolescente, preparando-o para a vida prática, fazendo dele um cidadão útil a si mesmo, à família e à Pátria. Além disso, deveria habituar no adolescente o exercício da profissão, bem como à realização de estudos de mais alto teor, para que o mesmo conhecesse os preceitos da honra e que procedesse com lisura em todos os atos de sua vida escolar (sem fraudes em trabalhos e provas), não pelo temor do castigo, mas pela consciência (Brasil, 1952).

Apesar desses apontamentos, a Portaria de 1951 (Brasil, 1952, np) ressaltava:

> Não nos cabe, pois, fazer de cada qual de nossos jovens discipulos [sic] um profundo sabedor de tôdas [sic] as disciplinas do currículo [...] O essencial é que se prepare a mentalidade do menino para sua honesta e eficiente participação na vida que o espera, de modo que se lhe assegurem os fatores em que a educação possa influir para sua felicidade e benefício comum.

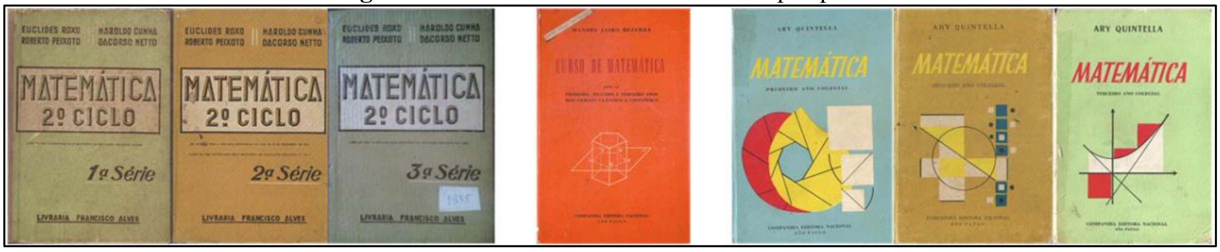
Em relação à Matemática, Ribeiro (2011) apresenta o programa mínimo completo para os cursos clássico e científico do Curso Colegial. Segundo a mesma autora, o programa mínimo de conteúdos aritméticos e algébricos da Portaria de 1951 era: 1ª série (Aritmética - noções sobre o cálculo numérico, Álgebra - progressões aritméticas; progressões geométricas; logaritmos; equações exponenciais), 2ª série (Álgebra - análise combinatória simples; binômio de Newton; determinantes e matrizes quadradas, sistemas lineares) e 3ª série (Álgebra - conceito de função; representação cartesiana; reta e círculo; noção intuitiva de limites e de continuidade; noções sobre derivadas e primitivas, interpretações e aplicações; introdução à teoria das equações; polinômios; propriedades; divisibilidade por $x + a$; problemas de composição, transformação e pesquisa de raízes; equações de tipos especiais).

Apesar desse programa ser destinado aos cursos clássico e científico, e devido aos objetivos de ambos os cursos, os alunos do curso científico estudavam alguns conteúdos algébricos e aritméticos que os alunos do curso clássico não estudavam, tais como: integrais indefinidas, transformação das equações, equações recíprocas, entre outros. Vale ressaltar que os estudantes da 3ª série de ambos os cursos aprendiam apenas os conteúdos algébricos, ou seja, não havia estudo de outras áreas. Isso é devido à organização do próprio programa mínimo estabelecido pela Portaria de 1951. A Portaria de 1951 deixou de valer com a Lei nº 5.692 de 1971, quando o Curso Colegial passou a ser denominado de Ensino de 2º grau com três séries tendo outros programas e decretos estabelecidos (Brasil, 1971).

2. ÁLGEBRA E ARITMÉTICA EM LIVROS DIDÁTICOS

Como já mencionamos, utilizamos as coleções *Matemática 2º ciclo* (Roxo et al., 1957, 1959, 1955), *Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico* (Bezerra, 1962) e *Matemática* (Quintella, 1970a, 1966, 1970b). Ver Figura 1.

Figura 1 - Livros didáticos utilizados na pesquisa.



Fonte: Roxo et al. (1957, 1959, 1955); Bezerra (1962); Quintella (1970a, 1966, 1970b)

A coleção *Matemática 2º ciclo* de Euclides Roxo, Haroldo Cunha, Roberto Peixoto e Darcoso Netto, editada pela Livraria Francisco Alves, é composta por três volumes, sendo um para cada série dos cursos clássico e científico. O primeiro volume datado de 1957, em sua 9ª edição, é destinado à 1ª série. O segundo volume datado de 1959, em sua 9ª edição, é destinado à 2ª série. O terceiro volume datado de 1955, em sua 4ª edição, é destinado à 3ª série. Nessa obra, cada área da Matemática foi de responsabilidade de um ou mais autores.[7] Os três volumes contêm a informação que está adequado à Portaria de 1951 e, para facilitar o entendimento no decorrer da leitura, chamaremos essa obra de *Coleção A*.

[7] Aritmética da 1ª série, Álgebra da 1ª série e Álgebra da 2ª série foram assinadas por Darcoso Netto. Álgebra da 3ª série foi assinada por Haroldo Cunha e Roberto Peixoto. Geometria da 1ª e da 2ª série foram assinadas por Euclides Roxo; Geometria Analítica da 1ª série e Trigonometria da 2ª série foram assinadas por Roberto Peixoto.

Como dito anteriormente, a *Coleção A* surgiu no início da década de quarenta quando os autores se uniram com a finalidade de elaborar os livros de Matemática que atendessem os programas estabelecidos na época. Nesse contexto, Valente (2010, p. 7) comenta que a "a coleção dos quatro autores", como é comumente conhecida, é uma das coleções de livros didáticos de maior sucesso, pois "A coleção teve vida longa, atravessou a década de 40, tendo impressões readaptadas até o início dos anos 1960, em mais de uma dezena de edições. [...] referenciava toda a produção didática para o ensino secundário brasileiro.".

A obra *Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico* de Manoel Jairo Bezerra, editada pela Companhia Editora Nacional em 1962, é composta por um único volume. Nessa obra contém a informação que está adequada à Portaria de 1951. Para facilitar o entendimento no decorrer da leitura, a chamaremos de *Coleção B*. Segundo Maciel (2012), essa obra provavelmente foi a primeira, ao menos no que diz respeito ao Ensino de Matemática, no formato volume único, reunindo o conteúdo dos três livros destinados aos cursos clássico e científico publicados anteriormente na década de cinquenta. A justificativa para essa organização está na apresentação da obra.

> Esperamos que êste [sic] nosso trabalho, contendo todo o programa de Matemática do 2º ciclo, venha facilitar aos nossos colegas e ajudar aos estudantes. Além de estar menos sujeito às modificações de programas, facilitará a revisão da matéria nas vésperas dos vestibulares, auxiliará ao professor quando (numa série mais adiantada) desejar recordar um assunto da série anterior, e possibilitará ao estudante a compra dos livros do 2º ciclo por um preço mais acessível. (Bezerra, 1962, p. 9)

A coleção *Matemática* de Ary Quintella, editada pela Companhia Editora Nacional, é composta por três volumes, sendo um para cada série dos cursos clássico e científico. O primeiro volume datado de 1970, em sua 32ª edição, é destinado à 1ª série. O segundo volume datado de 1966, em sua 17ª edição, é destinado à 2ª série. O terceiro volume datado de 1970, em sua 18ª edição, é destinado à 3ª série. Ressaltamos que apesar dessa coleção ser escrita durante a vigência da portaria, em nenhum de seus volumes há a informação que está adequado à portaria de 1951. Para facilitar o entendimento no decorrer da leitura, chamaremos essa obra de *Coleção C*. Segundo Valentim Jr. (2013), Quintella se constituiu num valioso autor de livros didáticos nas décadas de cinquenta e sessenta, sendo o autor com mais obras comercializadas para o Curso Colegial no início da década de sessenta.

Na contracapa do segundo e terceiro volume da *Coleção C* consta a quantidade de exercícios presentes em cada livro e ao todo, somando esses dois volumes, têm 1088 exercícios. Na contracapa do primeiro volume é informado apenas que o livro tem questões de concurso, sem mencionar o número exato. Sobre a quantidade de exercícios presentes na *Coleção C*, Valentim Jr. (2013, p. 69) comenta ser "[...] um número significativo de atividades na época.".

A seguir, apresentamos a descrição da Álgebra e Aritmética nessas coleções, dividida por séries, ressaltando as principais abordagens, semelhanças e diferenças entre as três coleções.

2.1. 1ª série dos cursos clássico e científico

Em relação à Aritmética, a *Coleção A* e a *Coleção B* iniciam com o ensino de cálculo aritmético aproximado e os erros. Na *Coleção A* é exposto que o uso desse cálculo é realizado quando uma expressão decimal é ilimitada e deve-se fazer operações com valores aproximados obtidos com a limitação desses números decimais. A *Coleção B* aborda de forma mais realista, utilizando um exemplo de um comerciante que deseja pagar uma dívida de Cr$387,78 e deverá forçadamente efetuar o pagamento com Cr$387,80 ou Cr$787,70.[8]

Ambas as coleções utilizam o número $\pi = 3{,}1415926$... para explicar a noção de valor aproximado por falta $(3{,}14)$ e por excesso $(3{,}15)$. Definem erro absoluto como sendo a diferença do valor exato pelo valor aproximado por excesso ou por falta, mas explicam que nem sempre podemos encontrar o valor do erro absoluto pelo fato de não encontrarmos valor real de certos números, por exemplo o π. Nas operações fundamentais com os números aproximados, ambas as coleções utilizam teoremas e exemplos resolvidos com cálculos. A *Coleção A* propõe vinte e cinco exercícios, a *Coleção B* propõe vinte e sete exercícios e a *Coleção C* não aborda esse conteúdo.

Em relação à Álgebra, o conteúdo de progressões é abordado nas três coleções. A definição de progressão aritmética (P.A) pelas coleções é a seguinte: *Coleção A* define como "tôda [sic] sucessão de números na qual é constante a diferença entre cada têrmo [sic] e o precedente. Essa diferença constante é a razão da progressão" (Roxo et al., 1957, pp. 28-29). A *Coleção B* define como "sucessão de números tais que, cada um, a partir do segundo, é igual ao precedente mais um número relativo não nulo. O número relativo que soma a cada têrmo [sic] para obter o têrmo [sic] seguinte chama-se razão" (Bezerra, 1962, p. 39). A *Coleção C* define como "sucessão em que a diferença entre cada têrmo [sic] e o precedente é constante" (Quintella, 1970a, p. 15). Percebemos que apenas a *Coleção C* define o termo "sucessão" antes de definir progressão aritmética.

Todas as coleções apresentam a expressão geral da P.A $a_n = a_{n-1} + r$, sendo r a razão e n o número de termos da progressão. Demonstram que em uma progressão limitada de número ímpar de termos, o termo do meio é a média aritmética dos extremos e, ao tratarem da soma de termos de uma P.A, apresentam a fórmula $S_n = \frac{a_1+a_n}{2}$. A *Coleção A* apresenta que essa fórmula

[8] Moeda Cruzeiro (Cr$) adotada no Brasil entre os anos 1942-1967, 1967-1986 e 1990-1993. (BCB, 2004)

era conhecida dos gregos, demonstrada por Diofante e instituída por Leonardo de Pisa. As demais coleções não trazem informação histórica acerca da fórmula abordada. O conteúdo de progressões geométricas (P.G) é acompanhado com informações acerca da História da Matemática apenas na *Coleção A*. Na *Coleção B* contém questões de concursos e na *Coleção C* consta um resumo das P.A e P.G, conforme a Figura 2.

Figura 2 - Resumo das progressões na *Coleção C*.

ELEMENTOS	ARITMÉTICAS	GEOMÉTRICAS
Têrmo geral...............	$a_n = a_1+(n-1)r$	$a_n = a_1q^{n-1}$
Soma (limitada)...........	$S = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}$	$S = \frac{a_1(q^n - 1)}{q-1}$
Soma (ilimitada)..........	$S = \pm \infty$	$S = \frac{a_1}{1-q}$
Produto...................	....	$P = \lvert \sqrt{(a_1a_n)^n} \rvert$
Razão (inserção)..........	$r = \frac{b-a}{m+1}$	$q = \sqrt[m+1]{b:a}$

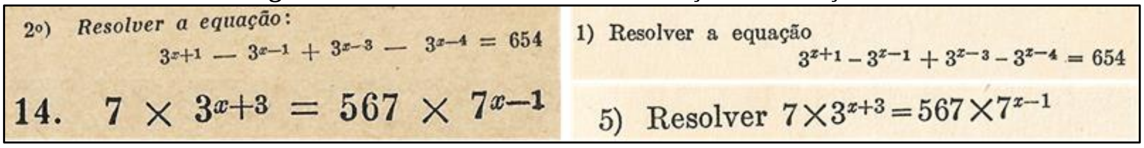
Fonte: Quintella (1970a, p. 39)

O estudo de logaritmos é iniciado após o conteúdo de progressões nas três coleções. Mais uma vez, a *Coleção A* é a única a utilizar a História da Matemática trazendo aspectos históricos do conteúdo. Ela apresenta o estudo de potências de expoentes reais com as propriedades e suas demonstrações, para então iniciar o estudo de logaritmos. Nessa abordagem, a obra trata todas as propriedades e faz a demonstração de cada uma. Antes de tratar o cálculo com logaritmos, a coleção apresenta uma tábua de logaritmos, e no fim desse conteúdo aborda a equação exponencial. Ao longo deste capítulo são propostos oitenta exercícios para serem resolvidos. A *Coleção B*, após definir logaritmo e sistemas de logaritmos, inicia o conteúdo com as propriedades operatórias dos logaritmos, revisando algumas propriedades de potências. Diferente da *Coleção A*, a *Coleção B* traz o conteúdo de equações exponenciais em um capítulo à parte. A *Coleção B* propõe quarenta exercícios de logaritmos e trinta de equações exponenciais. Por fim, a *Coleção C*, assim como a *Coleção A*, aborda os dois conteúdos em um só capítulo, mas é a única que não apresenta a tabela de logaritmos no capítulo.[9] A coleção relaciona potenciação, radiciação e logaritmação, apresenta um quadro explicativo com o sistema de base 2 e revisa propriedades de potenciação para explicar a vantagem do uso de logaritmos. Ao todo, são propostos cento e vinte e seis exercícios de logaritmos e cinquenta e quatro de equações exponenciais, sendo dezoito de concursos.

Verificamos que alguns exercícios propostos pela *Coleção A* também são propostos pela *Coleção B*, como podemos ver na Figura 3.

[9] A *Coleção C* contém uma tábua de logaritmos com 4 casas decimais, à parte dos três volumes.

Figura 3 - Exercícios em comum na *Coleção A* e *Coleção B*.



2º) *Resolver a equação:*

$$3^{x+1} - 3^{x-1} + 3^{x-3} - 3^{x-4} = 654$$

14. $7 \times 3^{x+3} = 567 \times 7^{x-1}$

1) Resolver a equação

$$3^{x+1} - 3^{x-1} + 3^{x-3} - 3^{x-4} = 654$$

5) Resolver $7 \times 3^{x+3} = 567 \times 7^{x-1}$

Fonte: Roxo et al. (1957, p. 91, p. 94); Bezerra (1962, pp. 90-91)

Ressaltamos que as duas coleções contêm mais exercícios em comum, além desses apresentados.

2.2. 2ª série dos cursos clássico e científico

A Álgebra na 2ª série dos cursos clássico e científico é dividida em quatro conteúdos, o primeiro é análise combinatória. A *Coleção A* denomina análise combinatória como “o estudo da formação, contagem e propriedades dos agrupamentos que podem constituir-se, segundo determinados critérios, com os objetos de uma coleção” (Roxo et al., 1959, p. 7), podendo ser arranjos, permutações ou combinações. O livro trata da origem do conteúdo, ressaltando que alguns estudos da época remetiam que a origem vinha dos números figurados dos gregos da escola pitagórica e outros que a origem vinha do triângulo aritmético de Pascal. A explicação de arranjos parte do agrupamento das letras a, b e c, duas a duas até chegar à fórmula utilizada $a_m^p \frac{m!}{(m-p)!}$.[10] Apesar de apresentarem as contribuições dos matemáticos no estudo da análise combinatória ao longo da história e apresentarem a dedução da fórmula $a_m^p \frac{m!}{(m-p)!}$ utilizando o fatorial, a coleção não define fatorial em seus volumes. O desenvolvimento de todo o conteúdo é com demonstrações, deduções de fórmulas e exemplos em meio às explicações. O triângulo aritmético de Pascal é abordado apenas com valores e os quarenta e dois exercícios propostos são na forma de problemas para ler e interpretar.

A *Coleção B* mantém o padrão da *Coleção A*, mas com algumas diferenças, entre elas a presença da definição de fatorial antes de seu uso nas fórmulas e a abordagem do triângulo aritmético de Pascal com números binomiais $\binom{m}{p}$ e seus respectivos valores, conforme a Figura 4. A *Coleção B* ainda traz algumas observações sobre o triângulo aritmético de Pascal, tais como: “Dois elementos de uma mesma linha, eqüidistantes [sic] dos extremos, são iguais. [...] Cada elemento é a soma dos elementos que figuram acima e à esquerda na linha superior. [...] A soma dos elementos da linha n é igual a 2^{n-1}.” (Bezerra, 1962, pp. 104-105). Tais observações não são feitas na *Coleção A*. A *Coleção B* traz nove exercícios já resolvidos e mais

[10] “Representa-se o número de arranjos p a p de m objetos distintos, pelo símbolo A_m^p.”. (Roxo et al., 1959, p. 7)

quarenta e quatro exercícios para serem resolvidos. Entre os exercícios propostos, encontramos enunciados como “calcule” e “ache”.

Figura 4 - Triângulo aritmético de Pascal na *Coleção A* e na *Coleção B*.

$p =$	0	1	2	3	4	5
$m = 0$	1					
$m = 1$	1	1				
$m = 2$	1	2	1			
$m = 3$	1	3	3	1		
$m = 4$	1	4	6	4	1	
$m = 5$	1	5	10	10	5	1
....						

$$\begin{array}{llllll}
\binom{0}{0} \\
\binom{1}{0} & \binom{1}{1} \\
\binom{2}{0} & \binom{2}{1} & \binom{2}{2} \\
\binom{3}{0} & \binom{3}{1} & \binom{3}{2} & \binom{3}{3} \\
\cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\
\binom{m}{0} & \binom{m}{1} & \binom{m}{2} & \binom{m}{3} & \cdots & \binom{m}{m}
\end{array}$$

1						
1	1					
1	2	1				
1	3	3	1			
1	4	6	4	1		
1	5	10	10	5	1	
1	6	15	20	15	6	1
....						

Fonte: Roxo et al. (1959, p. 21); Bezerra (1962, p. 104)

A *Coleção C* inicia o conteúdo de análise combinatória com as definições de análise combinatória, agrupamento, fatorial e taxa. A definição de taxa, nessa obra, é “o número de elementos do conjunto considerado em cada grupo.” (Quintella, 1970, p. 15). Em outras palavras, considerando as letras a, b e c e um agrupamento simples de duas letras, temos ab, ac, bc, aa, bb e cc, nesse exemplo, a taxa é dois. A definição de taxa não é abordada nas demais coleções. No que se refere à continuidade do conteúdo, a *Coleção C* mantém o padrão das demais coleções, contudo algumas diferenças foram observadas, entre elas um quadro de resumo com as fórmulas utilizadas para arranjos, permutações e combinações e a ausência do triângulo aritmético de Pascal. No final do capítulo, são propostos quarenta e um exercícios para serem resolvidos, sendo onze de concursos e exames.

Sendo binômio de Newton o segundo conteúdo, a *Coleção A* inicia com a lei de formação do produto de binômios distintos, considerando $x + a_1, x + a_2, \dots, x + a_m$, efetuando o produto de dois binômios $(x + a_1)(x + a_2) = x^2 + (a_1 a_2)x + a_1 a_2$ e repetindo com o produto de três e quatro binômios. No fim, evidencia os resultados obtidos concluindo que:

> I) o número de têrmos [sic] do produto é $m + 1$. II) o produto é um polinômio do grau m em relação a x, ordenado segundo as potências decrescentes de x. III) o coeficiente do primeiro termo do produto é sempre 1 e o ultimo [sic] têrmo [sic] do produto é o produto de todos segundos têrmos [sic] dos binômios. (Roxo et al., 1959, pp. 27-28)

Quando supomos que $a_1 = a_2 = a_3 = \cdots = a_m$, o produto binomial transforma-se em $(x + a)^m = \sum_{p=0}^{m} C_m^p \, a^p x^{m-p}$, recaindo ao triângulo aritmético de Pascal, visto no conteúdo anterior. Na coleção consta que esse resultado foi apresentado por Isaac Newton no trabalho intitulado *De analysi per aequationes numero terminorum infinitas*, redigido em 1665, publicado em Londres em 1711. A definição de binômios é apresentada no capítulo de análise combinatória, sendo números $C_m^p = \frac{m(m-1)\dots(m-p+1)(m-p)(m-p-1)\dots 2.1}{p!(m-p)!}$ com m número inteiro e superior ou igual ao número natural p. No geral, o conteúdo de binômios de Newton é curto e propõe no final vinte e seis problemas.

A *Coleção B* apresenta a lei de formação do produto de binômios[11] distintos como a *Coleção A*, isto é, produto de dois binômios, em seguida com três e quatro binômios. Com os resultados obtidos, conclui que:

> 1.º) O produto de dois ou mais dêsses [sic] binômios é um polinômio ordenado e completo em relação a x, com tantos têrmos [sic] quantos forem os binômios mais um; 2.º) O expoente de x decresce sucessivamente de uma unidade em cada têrmo [sic], a partir do primeiro, que é igual ao número de binômios, até o último, em que é nulo (têrmo [sic] independente); 3.º) O coeficiente do primeiro têrmo [sic] é a unidade; o coeficiente do segundo têrmo [sic] é a soma dos segundos têrmos [sic] dos binômios; o coeficiente do terceiro têrmo [sic] é a soma das combinações binárias dos segundos têrmos [sic] dos binômios; o do quarto têrmo [sic] é a soma das combinações ternárias dos segundos têrmos [sic] dos binômios, e assim sucessivamente até o penúltimo têrmo [sic]; o último têrmo [sic] é o produto dos segundos têrmos [sic]. (Bezerra, 1962, pp. 110-111)

Algebricamente, obtemos:

$$(x+a)(x+b)(x+c)\dots(x+m) = x^m \quad \left.\begin{array}{c}+a\\+b\\ \cdots\\+m\end{array}\right| x^{m-1} \quad \left.\begin{array}{c}+ab\\+ac\\ \cdots\\+km\end{array}\right| x^{m-2} \quad +abc\dots$$

A *Coleção B* faz a mesma relação com $a = b = c = \cdots = m$, chegando à fórmula utilizada em análise combinatória. No geral, a única informação histórica presente nesse conteúdo é que Isaac Newton foi um grande matemático inglês nascido em 1642 e falecido em 1727. Durante toda a explicação do conteúdo, encontramos exercícios resolvidos e comentados e no final tem trinta e sete exercícios propostos.

A *Coleção C* apresenta o contrário das duas coleções anteriores, iniciando a explicação do produto de binômios distintos com sentenças. A primeira sentença é escolhendo a letra x em todos os binômios obtendo o termo x^n. A segunda, o coeficiente de x^{n-1} é a soma da segunda letra no binômio restante, ou seja, $a + b + c + \cdots + p$. A terceira, os termos em x^{n-2} são obtidos com soma dos produtos das letras $a, b, c, \dots, p$ tomadas duas a duas (combinações de taxa 2). A quarta trata os termos em x^{n-p} que podem ser obtidos com a soma dos produtos das letras $a, b, c, \dots, p$, tomando combinações de taxa p dos n elementos. Por fim, a quinta sentença diz que o último termo do resultado é o produto de todas as letras do segundo termo dos binômios. Com essas sentenças, a coleção descreve a lei de formação do produto de binômios. O triângulo aritmético de Pascal que não foi abordado em análise combinatória é abordado em binômio de Newton quando a coleção trata $a = b = c = \cdots = p$. No final do conteúdo propõe quarenta problemas para resolver, sendo dezesseis de concurso e exames.

Sendo determinantes e sistemas de equações lineares os últimos conteúdos, a *Coleção A* inicia com determinantes e matrizes quadradas. Apresenta a organização de uma matriz com

[11] A *Coleção B* traz a definição de números binomiais, no conteúdo de análise combinatória, como "São números da forma $\frac{m!}{p!(m-p)!}$ que representamos pelo símbolo $\binom{m}{p}$ e que lemos binomial m sôbre p" (Bezerra, 1962, p. 103)

m linhas e n colunas e informa que quando $m = n$, o número de elementos é n^2 e essa matriz recebe o nome de matriz quadrada. Na coleção consta a definição de determinantes como "a soma algébrica dos produtos obtidos permutando-se, de todos os modos possíveis, os índices superiores do termo principal, fixados os índices inferiores, e admitindo-se como positivas as permutações pares, e como negativas as impares [sic]." (Roxo et al., 1959, p. 38) e, em seguida, apresenta alguns exemplos com determinantes de segunda e de terceira ordem. O conteúdo prossegue com a regra de Sarrus para obter o determinante de terceira ordem, propriedades fundamentais, desenvolvimento de um determinante segundo os elementos de uma linha ou coluna, elevação e abaixamento da ordem de um determinante e a regra de Chió. Os autores dessa coleção ressaltam que diversos matemáticos contribuíram para o assunto de determinantes, entre eles estão J. J. Sylvester, A. Cayles, Leibniz, Gauss, C. G. J. Jacobi. O conteúdo de sistemas lineares é abordado junto ao conteúdo de determinantes em um só capítulo. Inicia com a regra de Cramer anunciando que "Um sistema de n equações lineares de n incógnitas cujo determinante é diferente de zero, é determinado." (Roxo et al., 1959, p. 67). Além da regra de Cramer, a coleção aborda o teorema de Rouché, equações homogêneas e sistema de n equações lineares e homogêneas de n incógnitas. Ao todo são cinquenta e sete exercícios propostos, sendo trinta de determinantes e vinte e sete de sistemas lineares.

A *Coleção B* inicia o capítulo com o tópico "origem da teoria dos determinantes", como podemos ver na Figura 5. Neste tópico consta que a teoria dos determinantes teve sua origem no final do século XVII por Leibniz e Seki Kowa, com a finalidade de simplificar as resoluções de um sistema do primeiro grau com m equações e n incógnitas.

Figura 5 – Tópico "Origem da teoria dos determinantes" da *Coleção B*.

1. Origem da teoria dos determinantes. A teoria dos determinantes teve sua origem nas pesquisas iniciadas, no fim do século XVII, por Leibnitz, na Europa, e Seki Kowa, no Japão, com a finalidade de simplificar as trabalhosas eliminações necessárias à resolução de um sistema do primeiro grau com m equações e n incógnitas.

Apesar de ter sua origem em um problema da Álgebra Elementar, do qual já tomamos conhecimento no Curso Ginasial, a teoria dos determinantes desenvolveu-se a tal ponto que constitui hoje um algoritmo de grande importância na Matemática pura e aplicada.

Fonte: Bezerra (1962, p. 118)

Ainda sobre determinantes, ressaltamos que a *Coleção B* segue o mesmo padrão da *Coleção A* com definições, exemplos, teoremas e regras, mas com algumas diferenças, entre elas a definição de matriz retangular com m linhas e n colunas para depois definir a matriz quadrada e a abordagem do conteúdo de sistemas de equações lineares em um capítulo à parte. A *Coleção B* propõe trinta e um problemas de determinantes e vinte e sete de sistemas de equações lineares a serem resolvidos, entre esses problemas, contém um relacionando determinantes com logaritmos, abordado no livro da 1ª série.

A *Coleção C*, assim como a anterior, inicia com a definição de matriz retangular para depois definir a matriz quadrada. Define determinante de matriz quadrada de ordem n como:

> [...] a soma dos produtos distintos dos elementos da matriz, tomados n a n, e de modo que em cada produto figure um único elemento de cada linha e de cada coluna e tendo cada produto o sinal $+$ ou $-$, segundo a permutação dos indicadores das linhas ou colunas seja de primeira ou segunda classe. (Quintella, 1966, p. 42)

Em seguida, a coleção trata o cálculo de determinantes de segunda ordem se referindo a um cálculo imediato, pois só há os produtos de suas diagonais, e discorre o cálculo de determinantes de terceira ordem utilizando a regra de Sarrus. Todo o decorrer do conteúdo segue o mesmo padrão das coleções anteriores, mas ao tratar o desenvolvimento de um determinante segundo os elementos de uma linha ou coluna, a coleção aborda o teorema "O determinante é a soma dos produtos dos elementos de uma fila pelos respectivos adjuntos" (Quintella, 1966, p. 49), intitulando-o como Teorema de Laplace.[12]

Assim como na *Coleção A*, a *Coleção C* aborda o conteúdo de sistemas de equações lineares junto de determinantes em um só capítulo, apresentando primeiro os sistemas de n equações lineares com n incógnitas e a regra de Cramer, para só depois abordar os sistemas de m equações lineares com n incógnitas e o teorema de Rouché, essa sequência é utilizada também pelas outras coleções. Ao todo, essa coleção aborda exercícios resolvidos e propõe trinta problemas de determinantes e vinte e sete de sistemas de equações lineares.

Verificamos que as três coleções contêm alguns exercícios propostos em comum.

2.3. 3ª série dos cursos clássico e científico

Como a 3ª série é destinada apenas ao estudo da Álgebra, são muitos os conteúdos a serem analisados e, por isso, faremos aqui uma breve análise, omitindo alguns deles. Iniciaremos com a *Coleção A* que divide seu terceiro livro em três partes.

A primeira inicia com o conceito elementar de variável e de função, apresentando a origem da ideia de função. Na coleção consta que é difícil precisar a época em que surgiu a ideia de função, visto que desde os passos iniciais da Matemática na antiguidade já estabeleciam relações entre grandezas características dos problemas trabalhados. Como exemplo inicial de função, a coleção utiliza a fórmula da área do círculo, já que tal área é em função do raio. Para o conceito de variável, usa a letra x para representar qualquer número compreendido em um intervalo. Em seguida, aborda o uso de duas variáveis, nesse caso, x e y, onde y é uma função

[12] Percebemos que as demais coleções também abordam esse teorema, mas a Coleção A menciona que a generalização desse teorema foi apresentada por Vandermonde, Laplace e Jacobi, não afirmando que o teorema seja de um deles.

de x, escrevendo simbolicamente $y = f(x)$. Após isso, aborda funções inversas considerando as funções $y = a^x$ e $y = \log_a x$, e apresenta a notação de função inversa $y = f_{-1}(x)$.

A introdução do conceito de coordenadas é feita de modo geral, considerando um ponto qualquer em um plano qualquer determinado por um conjunto de duas grandezas. Em seguida, define eixo como "[...] uma reta na qual escolhemos arbitrariamente um sentido de percurso para um ponto móvel que nela se desloque. Este sentido é chamado positivo e o sentido contrário é o sentido negativo." (Roxo et al., 1955, p. 15). O plano cartesiano recebe o nome de sistema retilíneo ortogonal, o ponto O de intersecção dos eixos x e y é chamado de origem comum dos dois eixos. Os semieixos positivos são Ox e Oy, os negativos são Ox' e Oy'.

Com a introdução do plano cartesiano, podemos perceber o uso da Geometria nos conteúdos adiante correlacionando lugares geométricos e equações. Assim, o conteúdo adentra nas construções de gráficos representativos de diversas funções, entre elas as funções quadráticas, funções exponenciais, funções logarítmicas e funções circulares.

Roxo et al. (1955, p. 21) definem curva representativa de uma equação como "o lugar geométrico dos pontos cujas coordenadas verificam essa equação" e equação de uma curva como "a equação que deve ser satisfeita para as coordenadas de um ponto qualquer da curva". Além disso, ressaltam que nem toda função admite representação gráfica, e quando admite, nem sempre o gráfico é uma linha.

Para a representação gráfica de uma função quadrática, a *Coleção A* utiliza $f(x) = x^2$, atribuindo valores arbitrários a x. Vale destacar que o estudo da parábola e concavidade é visto em Geometria Analítica na 1ª série. Para a função exponencial, na obra consta que são funções na forma $y = a^x$, na qual a é uma constante positiva e como exemplos de representação gráfica usa as funções $y = 2^x$ e $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$. Para a função logarítmica, a coleção exprime que são funções na forma $y = \log_a x$, sendo a uma constante positiva e base do sistema de logaritmos, e como exemplo de representação gráfica usa a função $y = \log_2 x$. Sobre as funções circulares, na obra consta que são funções nas formas $y = \sin x\,, y = \cos x\,, y = \tan x$, entre outras estudadas em Trigonometria no livro destinado à 2ª série, ressaltando que são funções periódicas de período 2π e como exemplo para representação gráfica usa a função $y = \cos x$. Entre essas representações gráficas, também foram abordadas noções de continuidade e descontinuidade de uma função, tangente a uma curva plana, funções crescentes ou decrescentes, pares ou ímpares.

A *Coleção A* prossegue com o estudo de Limite, abordando limite de variáveis e de funções, limites infinitos, propriedades fundamentais, descontinuidade de uma função em um ponto e descontinuidade das funções racionais. A obra define limite de uma variável como:

> Seja C o campo de variabilidade de x, isto é, seja C o conjunto de números que x poderá representar. Diz-se que x tende para um número x_o quando é possível atribuir-lhe valores satisfazendo à condição: $|x - x_o| < \varepsilon$ para todo e qualquer número aritmético ε, tão pequeno quanto quisermos, ou, em outras palavras, quando os valores de x podem tornar-se tão próximos de x_o quanto desejarmos. (Roxo et al., 1955, p. 30)

Sobre o limite de uma função, na coleção consta que dada uma função $y = f(x)$ definida em um intervalo (a, b), temos que o $\lim\limits_{x \to x_o} y = y_0$ equivale afirmar que para qualquer número aritmético δ, tão pequeno quanto quisermos, desde que tomemos x tão próximo de x_0, podemos sempre escolher um ε de modo que verifique a condição $|y - y_0| < \delta$, com outras palavras, y_0 é o limite dessa função. Além disso, o limite de uma função pode ser verificado por valores superiores e por valores inferiores, isto é, limite à direita e limite à esquerda. A *Coleção A* aborda como propriedades fundamentais de limites três operações, são elas: $\lim\,(A + B) = \lim A + \lim B$, $\lim A \cdot B = \lim A \cdot \lim B$ e $\lim \sqrt{A} = \sqrt{\lim A}$. Encontra-se na coleção, que podemos adotar as operações elementares da Aritmética, contudo é destacado que há restrições que só um estudo aprofundado em teoria dos limites poderá evidenciar. Logo após as três propriedades abordadas, o livro apresenta o exercício resolvido "Calcular $\lim\limits_{x \to 0} \sin x$" utilizando o que conhecemos hoje como teorema do confronto, mas não menciona esse recurso, não define e não explica o atualmente chamado teorema do confronto.

Ao tratar limite de uma função racional para $x \to \pm\infty$, a coleção utiliza como exemplos $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{3x^3 - 2x^2 + 1}{4x^3 - 5x + 7}$, $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{2x + 1}{5x^2 - 3x + 1}$ e $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{4x^5 + 2x^3 + 4x}{5x^3 - 2x - 1}$, dividindo ambos membros de cada fração pelo maior grau de x presente em cada uma, isto é, dividir ambos membros das frações do primeiro limite por x^3, do segundo limite por x^2 e do terceiro limite por x^5.

Apesar da coleção conter alguns exercícios resolvidos e comentados por todo o livro da 3ª série, verificamos que os primeiros exercícios propostos a serem resolvidos por alunos se encontram após todos os conteúdos até aqui mencionados. Ao todo são dezessete problemas tratando definição de funções, representação gráfica de funções e cálculo de limites.

A coleção prossegue com o estudo de funções lineares com equações de linha reta, abordando equação normal, equação em função de suas coordenadas na origem, equações paramétricas, tratando também a construção de uma reta conhecendo a sua equação. Ao tratar o estudo de retas passando por um ponto $M(x, y)$ e equação de reta que passa por dois pontos, a coleção utiliza os conceitos de determinantes vistos na 2ª série. Além disso, apresenta o determinante $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$ como condição para três pontos serem colineares, sendo $M_1(x_1, y_1)$, $M_2(x_2, y_2)$ e $M_3(x_3, y_3)$ os três pontos. Aborda também intersecção de duas retas, ângulo de uma reta com os eixos coordenados, ângulos de duas retas, condição de paralelismo e perpendicularismo de duas retas, distância de um ponto a uma reta e bissetriz dos ângulos de duas retas, área de um triângulo em função das coordenadas dos vértices, equação geral de segundo grau com duas variáveis e a circunferência de círculo em coordenadas cartesianas, as formas diversas da equação da circunferência e interseção de retas e circunferências. Ressaltamos que atualmente o conteúdo “funções lineares com equações de linha reta” é chamado de funções afim. Além disso, podemos perceber que os demais conteúdos mencionados neste parágrafo são abordados atualmente na Geometria Analítica.

A segunda parte da coleção é destinada ao estudo de noções sobre derivadas e primitivas. Inicia com a derivada em um ponto x definido na função $y = f(x)$, apresentando os símbolos usualmente usados $f'(x)$ de Lagrange e $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ de Leibniz e apresentando como fórmula da derivada $f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ sem explicar o significado de Δx.

Sobre as regras de derivação, consta na coleção para examinar os casos especiais que se apresentam comumente, são eles: derivada de uma constante, de uma função de função[13], de funções inversas, da soma, do produto e do quociente de funções. Esses casos são demonstrados algebricamente usando a fórmula da derivada.

Para a derivada de uma constante, toma $y = C$, sendo C uma constante, mostra que qualquer que seja o valor de Δx, sempre teremos $\Delta y = 0$ logo, pela fórmula da derivada, a derivada de uma constante é zero. Para demonstrar a derivada de uma soma de funções, a coleção utiliza $y = u + v$, sendo u e v funções de x, e acrescenta Δx dado um x, correspondendo Δu para u e Δv para v, assim obtém que $y + \Delta y = u + \Delta u + v + \Delta v$, implicando $\Delta y = \Delta u + \Delta v$, dividindo tudo por Δx e utilizando a fórmula da derivada conclui que $y' = u' + v'$. Para a regra do produto, toma $y = uv$, onde obtém $y + \Delta y = (u + \Delta u)(v + \Delta v)$, isto é $\Delta y = u\Delta v + v\Delta u + \Delta u \Delta v$, assim, dividindo tudo por Δx e utilizando a fórmula da derivada, a coleção conclui que $y' = uv' + vu'$. Para a derivada de um quociente de funções, a obra usa $y = \frac{u}{v}$, onde obtém $y + \Delta y = \frac{u + \Delta u}{v + \Delta v}$, dividindo tudo por Δx e realizando

[13] Ressaltamos que a função de uma função se trata da atual função composta e o processo de derivação é o que chamamos atualmente de regra da cadeia.

as devidas operações obtém $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{v\frac{\Delta u}{\Delta x} - u\frac{\Delta v}{\Delta x}}{v^2 + v\Delta v}$, aplicando esse resultado na fórmula de limites, e visto que $\lim_{\Delta x \to 0} v\Delta v = 0$ conclui que $y' = \frac{vu' - uv\prime}{v^2}$.

A coleção também aborda derivada de função potência, polinômio, função raiz e funções trigonométricas, com demonstrações algébricas utilizando a fórmula da derivada. Em seguida, inicia a aplicação de derivadas no estudo de variação de uma função, abordando funções crescentes e decrescentes, máximos e mínimos e a interpretação geométrica, todo esse estudo é feito com teoremas, demonstrações e exercícios resolvidos.

Em seguida, a coleção inicia o estudo de funções primitivas e integral. As funções primitivas são iniciadas com os exemplos $2x^3$ e $6x^2$ sendo que a primeira é primitiva da segunda, porém a segunda não é derivada apenas da primeira e sim de outras funções do tipo $(2x^3 + c)$, ou seja, como $(2x^3 + 1), (2x^3 + 10), (2x^3 + 5)$ e, a partir disso, aborda a noção de integral. A coleção apresenta nove primitivas imediatas em uma lista e algumas regras simples de integração como:

> a) uma integral não se altera quando se passa, para fora ou para dentro do sinal de integração, qualquer fator constante. Isto é, quer-se mostrar que: $\int af'(x)\,dx = a\int f'(x)\,dx$.
> b) A integral de uma expressão polinomial é obtida pela integração térmo [sic] a térmo [sic]. É uma conseqüência [sic] imediata da regra de derivação de um polinômio. Assim: $\int(3x^2 - 2x + 1)dx = \int 3x^2dx - \int 2x\,dx + \int dx$. (Roxo et al., 1955, p. 121)

Para explicar integral definida, a coleção usa a demonstração algébrica e a interpretação gráfica para concluir que $\int_a^b f'(x)dx = f(b) - f(a)$. Para auxiliar a aprendizagem, a obra usa os exemplos $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{2x+1}}$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} tg^2x\,dx$ e $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x\;dx$ e exprime que o conceito de integral pode ser aplicado a certos problemas de Geometria, de modo a obter, em função de uma variável, a área ou volume de gráficos. Como prova disso, a obra utiliza integral para deduzir a fórmula equivalente ao volume de uma pirâmide. No final, propõe trinta e dois problemas a serem resolvidos, contendo todos os conteúdos de integrais e funções primitivas abordados.

A terceira e última parte deste livro é iniciada com polinômios, definindo polinômio como polinômio algébrico, racional e inteiro sempre reduzido e ordenado na seguinte forma canônica $P(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \cdots + a_{n-1}x + a_n$, podendo ser classificado pelo grau em linear, quadrático, cúbico etc. Prossegue com definições de função polinomial, polinômio nulo, polinômio idêntico e apresenta método dos coeficientes a determinar. Esse método “[...] foi instituído por Descartes, em 1637. Consiste em fixar, a priori, a forma da expressão algébrica que se tem em vista, escrevendo-a com coeficientes não determinados.” (Roxo et al., 1955, p. 133). Como exemplo desse método, a coleção decompõe o binômio $2x^2 -$

3 em $(x^2+a)^2-(x^2+b)^2$. Para isso, realiza os seguintes cálculos algébricos: $2x^2-3=(x^2+a)^2-(x^2+b)^2$, obtendo as seguintes identidades $a-b=1$ e $a^2-b^2=-3$, na qual conclui $a=-1$ e $b=-2$ e substituindo na primeira igualdade obtém $2x^2-3=(x^2-1)^2-(x^2-2)^2$. Esse método também é utilizado na abordagem de divisão de polinômios. Nessa obra consta a regra de Ruffini e o dispositivo prático de Ruffini para auxiliar na determinação dos coeficientes de uma divisão de polinômios.

Encontramos na *Coleção A* que para as equações de primeiro e de segundo grau, a solução algébrica é imediata, para as equações de terceiro e de quarto grau, o problema é complexo e para as equações gerais de grau superior a quatro, apenas algumas terão solução algébrica. Com isso, inicia-se o estudo dos números complexos na coleção.

A abordagem dos números complexos inicia explicando o fato de ser atribuído até o momento que equações de segundo grau de $\Delta < 0$ não possuíam raízes. Podemos ver na Figura 6, que consta na *Coleção A*, que desde o século XVI, quando surgiram os primeiros estudos sobre a resolução de equações de terceiro grau, viu-se então que tais raízes poderiam e deveriam ter significado numérico definido.

Figura 6 – Um pouco da História da Matemática no conteúdo de números complexos na *Coleção A*.

Mas a consideração, apenas, dos *números reais* não permite a interpretação completa dos resultados da Álgebra, nem a necessária generalização das soluções a que conduz, fato êste posto em evidência, desde o século XVI, quando surgiram os primeiros estudos metódicos sôbre a resolução das equações do 3º grau.

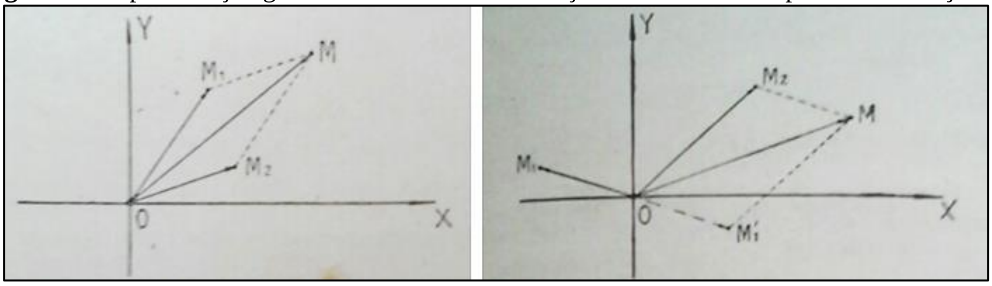
Viu-se então que, a essas raízes de números negativos, no caso de índices pares, consideradas antes como meros símbolos de impossibilidade operatória, poderia e *deveria* ser atribuido um significado numérico definido. E, nessas conclusões,

Fonte: Roxo et al. (1955, p. 148)

Assim, a Coleção A apresenta a unidade imaginária $i=\sqrt{-1}$ e atribui a Descartes e Euler tal contribuição matemática, contudo não há exemplos usando a unidade imaginária na resolução de equações com discriminantes negativos. Em seguida, trata o número complexo como um número na forma $a+bi$, sendo a e $b \in \mathbb{R}$, a a parte real e bi a parte imaginária. Apresenta também os números complexos conjugados e a representação geométrica de um número complexo. Essa representação trata-se da marcação do ponto $M(a,b)$ no plano cartesiano, onde os eixos O_x e O_y são respectivamente eixo real e eixo imaginário, destacamos que a coleção chama esse plano de plano complexo de Gauss. Além dessa representação, há a abordagem da representação trigonométrica onde $a+bi=\varrho(\cos\theta+i\sin\theta)$, sendo ϱ o conjugado do número complexo e θ o ângulo formado por O_x e o segmento que passa pela origem e por $M(a,b)$. Ressaltamos que essa representação é pouco explorada no decorrer do conteúdo. Para as operações de adição e subtração com números complexos, na coleção consta a regra para memorização e, em seguida, a dedução dessa regra. Para a multiplicação de números complexos, consta primeiro o exemplo $Z_1Z_2Z_3$, com $Z_1=3-2i$, $Z_2=1-i$ e $Z_3=$

$2 + 3i$ e, em seguida, a dedução da regra $Z_1Z_2 = (a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i$ utilizando os números do tipo $Z_1 = a_1 + b_1i$ e $Z_2 = a_2 + b_2i$. A divisão de números complexos é abordada primeiro com a dedução da regra $\frac{Z_1}{Z_2} = \frac{(a_1a_2 - b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)i}{a_2^2 + b_2^2}$ para só depois ser exemplificada. Dessas quatro operações, apenas a adição e subtração são representadas geometricamente no plano complexo de Gauss, como podemos ver na Figura 7, considerando $M'_1 = -M_1(a_1, bi_1)$ e $M = M_1(a_1, bi_1) + M_2(a_2, bi_2)$.

Figura 7 - Representação geométrica da soma e subtração de números complexos na *Coleção A*.



Fonte: Roxo et al. (1955, pp. 158-159)

Ao verificarmos a *Coleção B*, percebemos que a organização de seus conteúdos da 3ª série é diferente da *Coleção A*, iniciando com trinômio de segundo grau na forma algébrica $ax^2 + bx + c$, onde x é variável, e a, b e c são constantes, sendo $a \neq 0$. Para apresentar a fórmula de resolução de equação de segundo grau, a coleção aborda o método de decomposição e completamento de quadrado apenas algebricamente, contudo não menciona o termo "completamento de quadrado". Além disso, apresenta os três casos a considerar sobre o valor de Δ, e para $\Delta < 0$ diz que a equação não possui raízes.

Em seguida, na *Coleção B* inicia-se o estudo dos números reais e complexos. De forma diferente da *Coleção A*, revisa as noções elementares sobre os conjuntos dos números inteiros, racionais, irracionais e reais, e apresenta o conjunto dos números imaginários e o conjunto dos números complexos. Para abordar o conjunto dos números imaginários, na coleção contém que ao estudar equações de segundo grau no Curso Ginasial, aprende que não existe um número real que fosse raiz de um radicando negativo de um radical com índice par, assim apresenta a unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$ e os números complexos. Toda a abordagem dos números complexos da *Coleção B* é semelhante a *Coleção A*, mas com algumas diferenças, como: não menciona uma relação entre Descartes, Euler e a unidade imaginária $i = \sqrt{-1}$; o plano complexo de Gauss recebe o nome de plano imaginário; as operações com números naturais são realizadas apenas de forma algébrica usando os números complexos $a + bi$ e $c + di$ seguido de exemplos; e não contém abordagem da forma trigonométrica dos números complexos. No fim, propõe dezoito exercícios para resolver apresentando o resultado sob a forma $a + bi$.

A *Coleção B* prossegue com o estudo de funções, classificando-as em explícitas quando aparecem na forma $y = f(x)$, implícitas quando aparecem na forma $f(x, y) = 0$, algébricas quando aparecem na forma $f(x, y) = 0$ e $f(x, y)$ é um polinômio inteiro em x e y, transcendentes quando $f(x, y)$ não é um polinômio, e em racionais quando é uma função algébrica explícita expressa sob a forma $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ com $f(x)$ e $g(x)$ polinômios inteiros diferentes de zero. Ela apresenta as representações gráficas das funções exponenciais, logarítmicas e trigonométricas, chamando-as de funções elementares, sem usar exemplos numéricos e propondo ao estudante representar graficamente as funções presentes nos quinze exercícios. A explicação de plano cartesiano, eixos O_x e O_y, a marcação de pontos e todo o estudo de funções lineares com equações de linha reta são abordados em Geometria Analítica e não em Álgebra como faz a *Coleção A*.

Para o estudo de limites, as principais diferenças observadas nessa coleção em comparação a *Coleção A* são: as propriedades fundamentais não são operações $\lim\,(A + B) = \lim A + \lim B$, $\lim A \cdot B = \lim A\ \cdot \lim B$ e $\lim \sqrt{A} = \sqrt{\lim\ A}$ e sim enunciados como “o limite de uma constante é a própria constante”, “uma função uniforme $y = f(x)$ não pode ter dois limites distintos no mesmo ponto”, entre outros; as operações fundamentais que são organizadas em um quadro de resumo contendo as operações de soma, subtração, multiplicação, divisão, potência, raiz, logarítmica e exponencial de limites; e a presença do teorema do confronto enunciado e demonstrado. No geral, todo o conteúdo de limites presente na *Coleção A* está contido na *Coleção B* e propõe cinquenta e oito exercícios do tipo “calcule o limite” e “estude a descontinuidade das funções”.

O conteúdo de derivadas na *Coleção B* apresenta a mesma fórmula da derivada, a mesma interpretação geométrica e as mesmas regras de derivação presentes na *Coleção A*. Observamos que a *Coleção B* aborda as derivadas de funções seno, cosseno, tangente, cotangente, secante e cossecante, referindo-se como funções trigonométricas diretas e as derivadas das funções trigonométricas inversas, referindo-se às funções circulares que calculam os arcos. Ressaltamos que as derivadas dessas funções inversas não são abordadas na *Coleção A*. No final, a *Coleção B* apresenta um quadro sinótico contendo vinte e sete regras de derivação com as funções e suas respectivas derivadas, seguido de nove exercícios resolvidos e setenta a serem resolvidos.

Ao abordar as funções primitivas, a *Coleção B* inicia com o teorema “Se $g(x)$ é uma primitiva de $f(x)$, então $g(x) + C$, onde C é uma constante, é, também, uma primitiva de

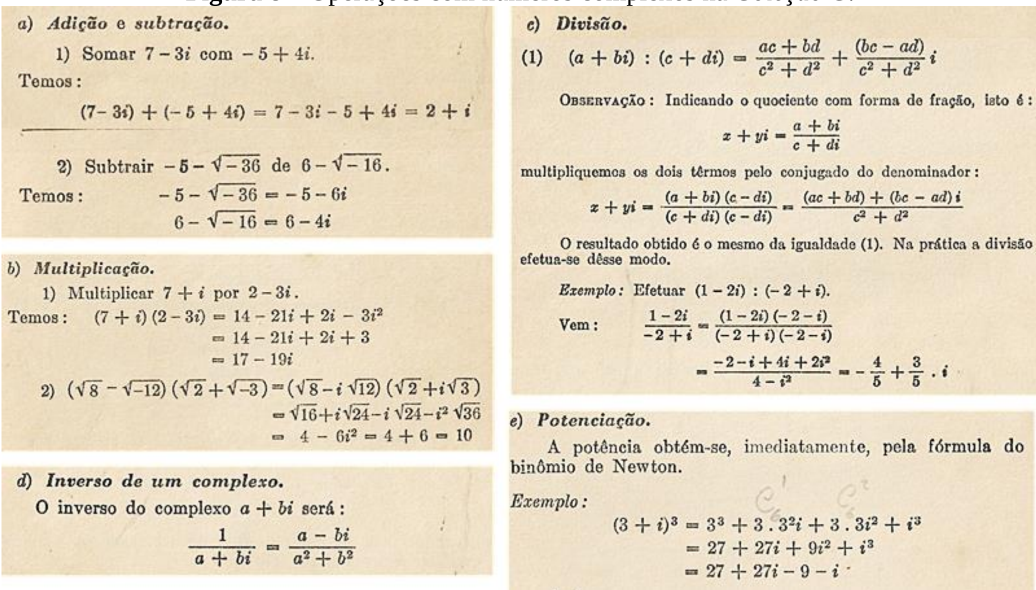
$f(x)$." (Bezerra, 1962, p. 250), explica integral indefinida e definida com representação gráfica e resume com um quadro contendo quatorze integrais, propondo ao todo 72 exercícios acerca de todo o conteúdo de integrais e primitivas. Por fim, apesar da *Coleção B* abordar os conteúdos de polinômios e equações algébricas da mesma forma que a *Coleção A*, ela propõe exercícios entre cada tópico abordado, diferente da *Coleção A* que só propõe no final.

Ao iniciarmos o estudo da última coleção, observamos que a *Coleção C* apresenta praticamente a mesma organização da *Coleção A*. No capítulo destinado a funções, a coleção inicia definindo intervalo aberto, intervalo fechado e intervalo infinito, faz uma abordagem sobre domínio e contradomínio de uma função e define função em um ponto e em um intervalo. As classificações de funções prosseguem da mesma forma que a *Coleção B* e a representação gráfica das funções no plano cartesiano segue na sequência: explicação dos componentes do plano cartesiano, marcação de pontos e o gráfico de funções usuais (exponencial, logarítmica e trigonométricas diretas) com uso de exemplos. Ao iniciar o conteúdo de limites, a *Coleção C* relembra a progressão geométrica vista na 1ª série. A coleção organiza o conteúdo de limites da mesma forma da *Coleção B*, com regras, propriedades, teoremas, demonstrações e exercícios, mas não aborda o teorema do confronto. Assim como a *Coleção A*, a *Coleção C* trata o conteúdo de função linear e linha reta, equação da circunferência e interseções em Álgebra com abordagens semelhantes.

O conteúdo de derivadas na *Coleção C* é iniciado com a explicação da notação Δx que significa $x_2 - x_1$, ressaltamos que essa explicação não ocorre nas demais coleções. Na *Coleção C* consta a mesma fórmula da derivada, a mesma interpretação geométrica e as mesmas regras de derivação das coleções anteriores. Destacamos que a *Coleção C* também resume todas as regras de derivação em um quadro no final do conteúdo como a *Coleção B* e também não aborda as derivadas das funções trigonométricas inversas como a *Coleção A*. Em funções primitivas, a *Coleção C* inicia com o exemplo da função $f(x) = x^2$, mostrando que a derivada é $f'(x) = 2x$ e, fazendo o processo inverso, a primitiva de $f'(x)$ é $f(x) = x^2$. Assim, define função primitiva de uma função $f(x)$ como uma segunda função, cuja derivada é $f(x)$. Todo o conteúdo de integrais das outras coleções está presente na *Coleção C*, mas é uma abordagem rápida com muitas regras para memorizar seguida de exercícios a serem resolvidos.

Ao tratar o conteúdo de números complexos, a *Coleção C* inicia apresentando a unidade imaginária i e suas potências, prosseguindo com a explicação dos números complexos na forma $a + bi$, informando que os números a e b são componentes reais de um número complexo. As operações com números complexos são explicadas apenas com exemplos sem representação geométrica, como podemos ver na Figura 8.

Figura 8 – Operações com números complexos na *Coleção C*.



a) Adição e subtração.

1) Somar $7-3i$ com $-5+4i$.

Temos:

$$(7-3i)+(-5+4i)=7-3i-5+4i=2+i$$

2) Subtrair $-5-\sqrt{-36}$ de $6-\sqrt{-16}$.

Temos: $-5-\sqrt{-36}=-5-6i$

$6-\sqrt{-16}=6-4i$

b) Multiplicação.

1) Multiplicar $7+i$ por $2-3i$.

Temos: $(7+i)(2-3i)=14-21i+2i-3i^2$

$=14-21i+2i+3$

$=17-19i$

2) $(\sqrt{8}-\sqrt{-12})(\sqrt{2}+\sqrt{-3})=(\sqrt{8}-i\sqrt{12})(\sqrt{2}+i\sqrt{3})$

$=\sqrt{16}+i\sqrt{24}-i\sqrt{24}-i^2\sqrt{36}$

$=4-6i^2=4+6=10$

d) Inverso de um complexo.

O inverso do complexo $a+bi$ será:

$$\frac{1}{a+bi}=\frac{a-bi}{a^2+b^2}$$

c) Divisão.

(1) $(a+bi):(c+di)=\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{(bc-ad)}{c^2+d^2}i$

OBSERVAÇÃO: Indicando o quociente com forma de fração, isto é:

$$x+yi=\frac{a+bi}{c+di}$$

multipliquemos os dois têrmos pelo conjugado do denominador:

$$x+yi=\frac{(a+bi)(c-di)}{(c+di)(c-di)}=\frac{(ac+bd)+(bc-ad)i}{c^2+d^2}$$

O resultado obtido é o mesmo da igualdade (1). Na prática a divisão efetua-se dêsse modo.

Exemplo: Efetuar $(1-2i):(-2+i)$.

Vem: $\frac{1-2i}{-2+i}=\frac{(1-2i)(-2-i)}{(-2+i)(-2-i)}$

$=\frac{-2-i+4i+2i^2}{4-i^2}=-\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\cdot i$

e) Potenciação.

A potência obtém-se, imediatamente, pela fórmula do binômio de Newton.

Exemplo:

$(3+i)^3=3^3+3\cdot3^2i+3\cdot3i^2+i^3$

$=27+27i+9i^2+i^3$

$=27+27i-9-i$

Fonte: Quintella (1970b, pp. 142-145)

A *Coleção C* explica que os números complexos abrangem todos os conjuntos numéricos, uma vez que para $a=0$ teremos todos os imaginários puros e para $b=0$ teremos todos os reais e apresenta a representação geométrica dos números complexos do mesmo modo que as coleções anteriores, mas não utiliza os nomes "plano complexo de Gauss" e "plano imaginário" para tratar do plano cartesiano utilizado. Vale destacar que essa coleção aborda a forma trigonométrica $a+bi=\varrho(\cos\theta+i\sin\theta)$ presente na *Coleção A* e todo o conteúdo de polinômios e equações algébricas presente nas *Coleção A* e *Coleção B*.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Com o objetivo de descrever a organização da Álgebra e Aritmética em livros didáticos destinados aos cursos clássico e científico do Curso Colegial, elaborados durante a vigência da Portaria Ministerial nº 1045 de 1951, percebemos que apesar das três coleções terem sido publicadas no período em que a Portaria Ministerial nº 1045 de 1951 estava vigente e conterem praticamente os mesmos conteúdos, nem todas contêm a informação de que seguem tal portaria, como é o caso da *Coleção C*.

No que se refere à abordagem da Aritmética e da Álgebra, percebemos que a *Coleção C* é a única que não aborda noções de cálculo aritmético aproximado e os erros, previstos na 1ª série dos cursos clássico e científico do Curso Colegial. Além disso, as três coleções trazem diferenças na organização dos conteúdos, como vimos em funções lineares e em números complexos, trazem diferenças na apresentação de definições como vimos no conteúdo de binômios de Newton e trazem algumas semelhanças como no uso de exemplos e exercícios em comuns. Sobre o uso da História da Matemática nos livros didáticos, observamos que está mais presente na *Coleção A* (seja no início ou meio de um conteúdo, bem como em notas de rodapé) e ausente na *Coleção C*. Em relação aos quadros que resumem ideias centrais abordadas em cada conteúdo, vimos ser mais presentes na *Coleção C*, seguida da *Coleção B*. No entanto, como esse estudo foi de apenas três coleções, não podemos afirmar que a presença da História da Matemática no ensino de Álgebra e Aritmética foi decrescente entre os anos de 1951 e 1970, bem como a utilização de quadros sinóticos foi crescente no mesmo período.

Ademais, por meio desse estudo, também foi possível conhecer algumas leis, decretos, portarias estabelecidas e programas de ensino adotados. Acreditamos que conhecer alguns pontos acerca do Ensino de Matemática do Curso Colegial também auxiliou em entendermos a distribuição da Aritmética e Álgebra nas coleções utilizadas. Esperamos que esta descrição, embora extensa, possa contribuir para as pesquisas que já vêm sendo realizadas, bem como para debates e pesquisas futuras, servindo de apoio para que os professores de Matemática e/ou pesquisadores em História da Educação Matemática tenham acesso aos aspectos históricos sobre o ensino de Aritmética e Álgebra em livros didáticos antigos.

REFERÊNCIAS

ALVES, A. M. M. (2005). *Livro didático de matemática: uma abordagem histórica (1943-1995)*. (Dissertação de mestrado em Educação – Universidade Federal de Pelotas). https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/189343

BATISTA, A. A. G. (1999). Um objeto variável e instável: textos, impressos e livros didáticos. In: M. ABREU (org.). *Leitura, História e História da Leitura*. Mercado das Letras.

Banco Central do Brasil – BCB. (2004). *Dinheiro no Brasil*. 2. ed. BCB.

BEZERRA, M. J. (1962). *Curso de Matemática para os primeiro, segundo e terceiro anos dos cursos clássico e científico*. 7. ed. Companhia Editora Nacional.

BRASIL. (1971). *Lei nº 5.692, de 11 de agosto de 1971*. Fixa Diretrizes e Bases para o ensino de 1° e 2º graus, e dá outras providências. Diário Oficial da União. Brasília. https://www2.camara.leg.br/legin/fed/lei/1970-1979/lei-5692-11-agosto-1971-357752-publicacaooriginal-1-pl.html.

BRASIL. (1952). *Portaria ministerial nº 1.045, de 14 de dezembro de 1951*. Expede os planos de desenvolvimento dos programas mínimos de ensino secundário e respectivas instruções metodológicas. Diário Oficial da União. Rio de Janeiro. https://www.jusbrasil.com.br/diarios/2375333/pg-65-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-22-02-1952.

BRASIL. (1943). *Portaria ministerial nº 177, de 16 de março de 1943*. Programas de matemática dos cursos clássico e científico do ensino Secundário. Diário Oficial da União. Rio de Janeiro. https://www.jusbrasil.com.br/diarios/2211640/pg-18-secao-1-diario-oficial-da-uniao-dou-de-18-03-1943.

BRASIL. (1942). *Lei nº 4.244, de 9 de abril de 1942*. Lei orgânica do ensino secundário. Diário Oficial da União. Rio de Janeiro. https://www2.camara.leg.br/legin/fed/declei/1940-1949/decreto-lei-4244-9-abril-1942-414155-publicacaooriginal-1-pe.html.

BRASIL. (1932). *Decreto nº 21.241, de 4 de abril de 1932*. Consolida as disposições sobre a organização do ensino secundário e dá outras providências. Diário Oficial da União. Rio de Janeiro. https://www2.camara.leg.br/legin/fed/decret/1930-1939/decreto-21241-4-abril-1932-503517-publicacaooriginal-81464-pe.html.

CHERVEL, A. (1990). História das disciplinas escolares: reflexões sobre um campo de pesquisa. In: *Teoria & Educação*. p. 177-229.

COUTO, A. P. N. P. & JUCÁ, R. S. (2019). Uma análise de dois manuais de aritmética que circularam em Belém no período de 1900 a 1910. In: *HISTEMAT*, 5(3), 152–177. http://histemat.com.br/index.php/HISTEMAT/article/view/283/234.

D'AMBROSIO, U. (2008). *Uma história concisa da Matemática no Brasil*. Vozes.

GOMES, M. L. M. (2013). *História do ensino da matemática: uma introdução*. UFMG.

KRIPKA, R., SCHELLER, M. & BONOTTO, D. L. (2015). Pesquisa Documental: considerações sobre conceitos e características na pesquisa qualitativa. *Atas Ciaiq2015*, 2(1), 243-247. https://proceedings.ciaiq.org/index.php/ciaiq2015/article/view/252/248.

MACIEL, L. S. K. R. (2012). Manoel Jairo Bezerra: depoimentos em vida. *Zetetike*, 20(1), 115-133. https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646639.

MARÇAL RIBEIRO, P. R. (1993). História da educação escolar no Brasil: notas para uma reflexão. *Paidéia*, 4(1), 15-30. https://doi.org/10.1590/S0103-863X1993000100003.

MARQUES, A. S. (2005). *Tempos pré-modernos: a matemática escolar dos anos 1950*. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática – Universidade Católica de São Paulo). https://tede2.pucsp.br/handle/handle/10926

OLIVEIRA, F. D. (2008). *Análise de textos didáticos: três estudos*. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática – Universidade Estadual Paulista). http://hdl.handle.net/11449/91113.

QUINTELLA, A. (1970a). *Matemática – primeiro ano colegial*. 32. ed. Companhia Editora Nacional.

QUINTELLA, A. (1970b). *Matemática – terceiro ano colegial*. 18. ed. Companhia Editora Nacional.

QUINTELLA, A. (1966). *Matemática – segundo ano colegial*. 17. ed. Companhia Editora Nacional.

RIBEIRO, D. F. C. (2011). *Um estudo da contribuição de livros didáticos de Matemática no processo de disciplinarização da Matemática escolar do Colégio – 1943 a 1961*. (Tese de doutorado em Educação Matemática – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo). https://tede.pucsp.br/bitstream/handle/10897/1/Denise%20Franco%20Capello%20Ribeiro.pdf.

ROXO, E., CUNHA, H., PEIXOTO, R. & NETTO, D. (1959). *Matemática 2º Ciclo – 2ª série*. 9. ed. Livraria Francisco Alves.

ROXO, E., CUNHA, H., PEIXOTO, R. & NETTO, D. (1957). *Matemática 2º Ciclo – 1ª série*. 9. ed. Livraria Francisco Alves.

ROXO, E., CUNHA, H., PEIXOTO, R. & NETTO, D. (1955). *Matemática 2º Ciclo – 3ª série*. 4. ed. Livraria Francisco Alves. https://repositorio.ufsc.br/xmlui/handle/123456789/135743.

SAMARA, E. de M. & TUPY, I. S. S. T. (2010). *História & Documento e metodologia da pesquisa*. 2. ed. Autêntica Editora.

SILVA, M. A. (2012). A Fetichização do livro didático no Brasil. *Educ. Real*. 37(3), 803-821. https://doi.org/10.1590/S2175-62362012000300006.

VALENTE, W. R. (2010). Era uma vez o cálculo de Determinantes: tempos pré-modernos do ensino de matemática no colégio. In *Anais*, 33 *Reunião Anual da ANPEd*. 1(1), 0-14. http://33reuniao.anped.org.br/33encontro/app/webroot/files/file/Trabalhos%20em%20PDF/GT19-6035--Int.pdf.

VALENTE, W. R. (2008). Livro didático e educação matemática: uma história inseparável. *Zetetiké*. 16(2), 139-162. https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646894.

VALENTIM JÚNIOR, J. L. (2013). *A geometria analítica como conteúdo do ensino secundário: análise de livros didáticos utilizados entre a Reforma Capanema e o MMM*. (Dissertação de mestrado em Educação Matemática – Universidade Federal de Juiz de Fora). https://repositorio.ufsc.br/handle/123456789/162247.