

“Oi, Quem está olhando minhas estatísticas?” – Uma discussão do desempenho de estudantes da Educação Básica sobre média aritmética

“Hi, who is looking at my statistics?” – A discussion about the performance of students of Basic Education on arithmetic mean

Luan Costa de Luna¹

José Ivanildo Felisberto de Carvalho²

Resumo

Neste artigo analisamos e discutimos o desempenho de estudantes do Ensino Fundamental e Médio de uma escola privada da Região Metropolitana de Recife-PE sobre o conceito de média aritmética. Para tanto, foi elaborado um teste diagnóstico com cinco questões, as quais traziam diferentes significados desse conceito em situações com e sem representação gráfica. Os resultados mostram que o nível de escolaridade foi um fator determinante no desempenho deste grupo de estudantes, entretanto abaixo do esperado. No que tange aos diferentes significados do campo conceitual da média aritmética, observamos que os estudantes apresentam dificuldades na compreensão dos referidos significados. Constatamos que a representação gráfica influenciou dificultando no desempenho dos estudantes. Quanto às estratégias de resolução, identificamos que os estudantes concebem equivocadamente a média aritmética como sendo: soma de um conjunto de valores; um número que é dividido por dois; o termo central de um conjunto de valores disposto em ordem crescente (mediana); e/ou um número terminado em zero. Além disso, percebemos que apresentaram dificuldades com o cálculo da divisão. Por meio deste estudo esperamos subsidiar o trabalho do professor para abordar em suas aulas de matemática o conceito de média aritmética considerando os diferentes significados que sustentam este conceito.

Palavras-chave: Média Aritmética. Medidas de Tendência Central. Educação Estatística. Ensino e Aprendizagem de Estatística. Campo Conceitual.

Abstract

In this article we analyze and discuss the performance of students of Elementary and Middle School in a private school of the Metropolitan Region of Recife-PE on the concept of arithmetic mean. For that, a diagnostic test was elaborated with five questions, which brought different meanings of this concept in situations with and without graphic representation. The results show that the level of education was a determining factor in the performance of this group of students, although lower than expected. Regarding the different meanings of the conceptual field of arithmetic mean, we observed that

¹ Universidade Federal de Pernambuco | luancluna@gmail.com

² Universidade Federal de Pernambuco | ivanfcar@hotmail.com

students have difficulties in understanding these meanings. We found that the graphical representation influenced the students' performance. Concerning the resolution strategies, we identified that students mistakenly conceive the arithmetic mean as being: the sum of a set of values; a number that is divided by two; the central term of a set of values arranged in ascending order (median); and/or a number ending in zero. In addition, we noticed that they had difficulties in calculating the division. By means of this study, we hope to subsidize the work of the teacher to approach in his math classes the concept of arithmetic mean considering the different meanings that support this concept.

Keywords: Arithmetic Mean. Measures of Central Tendency. Statistical Education. Teaching and Learning of Statistics. Conceptual Field.

Introdução

A Estatística constitui-se em uma área de conhecimento de extrema importância na sociedade devido às suas diversas aplicações no cotidiano, como por exemplo, no campo social, político e econômico. No tocante ao ensino e aprendizagem da Estatística na Educação Básica devemos considerar a importância da relação entre esta temática e as questões do dia a dia com o intuito de promover a autonomia e o senso crítico dos estudantes.

A natureza das situações que perpassam a vida cotidiana revela o quanto é importante interpretar e analisar criticamente as informações estatísticas contidas nos meios de comunicação a fim de subsidiar a tomada de decisões das pessoas. A média aritmética é uma das medidas que normalmente está presente na comunicação de informações estatísticas. Portanto é necessário refletir o que essa medida pode significar para uma melhor compreensão dos dados. Vejamos uma frase do poeta chileno Nicanor Parra: *Há dois pães. Você come dois. Eu nenhum. Consumo médio: um pão por pessoa.* Levando em consideração a medida estatística em si, deveríamos estar contentes pelo resultado do consumo médio, entretanto, não houve uma distribuição equitativa dos pães no contexto real das duas pessoas. Isto implica a importância de um trabalho com os conceitos estatísticos, como o da média, que leve a maiores reflexões e uma construção conceitual adequada.

Uma das temáticas que aparecem com frequência em pesquisas acadêmicas acerca do ensino e aprendizagem da Estatística são as Medidas de Tendência Central - MTC (Média, Moda e Mediana). Nesse sentido, nosso interesse em discutir a média aritmética é respaldado devido à importância atribuída a este conceito por parte dos documentos oficiais (PERNAMBUCO, 2012; BRASIL, 2017). Outro fato se remete a presença da média aritmética nas diferentes situações cotidianas dos estudantes, tais como: notas escolares; gols de uma partida de futebol; valor a ser pago na conta do consumo de água ou energia elétrica. Especificamente com o conceito estatístico da média aritmética, a abordagem nas salas de aula da Educação Básica, deve ir além da perspectiva procedimental, ir além do algoritmo do cálculo.

O objetivo desse artigo é analisar o desempenho de um grupo de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental e do Ensino Médio sobre o conceito de média aritmética. Para tanto, foi aplicado um questionário com cinco questões a 100 estudantes de uma escola privada da Região Metropolitana do Recife.

Na seção que se segue, apresentamos alguns estudos realizados sobre as medidas de tendência central, e em particular, sobre a média aritmética. Nas demais seções, discorreremos sobre as escolhas teóricas, o método e os resultados evidenciados por esta pesquisa.

Estudos antecedentes

Diversas pesquisas (EUGÊNIO, CARVALHO E MONTEIRO, 2016; MAYÉN, DÍAZ E BATANERO, 2009; WATSON E MORITZ, 2000) têm nos apontado os desafios e possibilidades para o ensino e aprendizagem das medidas de tendência central nas salas de aula de matemática da Educação Básica.

Dentre esses desafios citamos a formação do professor de matemática. Batanero (2000) destaca que é contraditório exigir que o professor de matemática trabalhe com os conceitos de estatística em sua aula quando esse, no seu curso de graduação, não teve formação didática específica. A autora frisa dificuldades no tocante a abordagem das medidas de tendência central (MTC) e chama atenção para o fato de que a compreensão de um conceito não se reduz a conhecer definições e propriedades, mas sim identificar em que momento empregar determinado conceito para a resolução das situações-problemas.

Na perspectiva de formação de professores que ensinam matemática, e consequentemente, ensinam os conceitos de estatística, incluindo as medidas de centralidade dos dados, as abordagens devem ir além dos procedimentos de cálculo (ALVES, 2016; MAGINA et al. 2010) para abordagens mais significativas na Educação Básica. Alves (2016) chama atenção para o fato de que um processo formativo envolvendo as medidas de tendência central deve ajudar os professores a compreender, por exemplo, que nem sempre a média aritmética é a medida de centralidade mais adequada para representar um conjunto de dados e reconhecer que, em algumas situações, teriam que recorrer a outras ferramentas conceituais, como análise da dispersão dos dados. Investigações como as de Magina et al. (2010) apontaram que professores e estudantes apresentam incompreensões com o conceito de média aritmética; um dos achados deste estudo foi a concepção comum dos participantes em confundir a média com o valor máximo dos dados.

Tais resultados evidenciam a necessidade de investir na formação inicial e continuada dos professores, a fim de que os leve a ter subsídios para a compreensão do conceito de média e consequentemente desenvolver um melhor processo de ensino e aprendizagem.

Na literatura atual encontramos outros estudos (MARQUES; GUIMARÃES; GITIRANA, 2011; EUGÊNIO, 2013; MARCOLINO, 2017) que realizaram investigações com estudantes de

diferentes níveis escolares e que versam sobre o desempenho dos estudantes com este conhecimento.

Os estudos de Chatzivasileiou, Michalis e Tsaliki (2010) asseveram que alunos, com idade entre 10 e 12 anos, aprendem facilmente a calcular a média de um conjunto de dados, porém, quando solicitados para uma reflexão maior sobre a utilização da média, não são bem sucedidos. Os autores afirmam que as crianças parecem estar limitadas ao mero conhecimento do algoritmo do cálculo da média, que é o nível mais baixo de compreensão de um conceito. Ainda assim, os estudos de Damin, Júnior e Pereira (2016) alertam para o fato de que um erro comum dos estudantes é o cálculo da média somando apenas os dados encontrados na atividade, ou seja, um erro também envolvendo o algoritmo do cálculo da média.

Marcolino (2017) em uma pesquisa com estudantes do Ensino Médio, na qual o desempenho dos participantes foi considerado baixo, destaca que a maioria se detém ao cálculo e não utilizam o senso crítico para resolver as questões, sem conseguir chegar aos resultados corretos. Percebemos o quanto o conceito de média aritmética precisa ser trabalhado estabelecendo elos entre a noção conceitual e os procedimentos de cálculo.

Dentre os resultados obtidos na investigação de Eugênio (2013), o autor observou que nas questões que envolviam a média em um contexto com gráficos, tanto estudantes do 5º ano quanto do 9º ano do EF mostraram um baixo desempenho. O autor afirma que foi perceptível a ausência de um trabalho articulado com o conceito de média aritmética e interpretação de gráficos. Em nosso estudo também incluímos questões que exigiam uma compreensão dos gráficos estatísticos articulados a compreensão da média.

Com base nas investigações discutidas nesta seção concluímos a deficiência na compreensão do conceito da média aritmética por parte de estudantes e professores, assim como ressaltamos a necessidade de um estudo sistemático que contemple o campo conceitual da média aritmética.

Campo conceitual da média aritmética

Considerando a teoria dos Campos Conceituais de Vergnaud (1981) para a formação de um conceito é necessário articular três conjuntos, a saber: S = conjunto das situações que dão sentido ao conceito; I = conjunto dos invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade (objetos, propriedades e relações) do conceito ou o conjunto de invariantes que podem ser reconhecidos e usados pelos sujeitos para analisar e dominar as situações do primeiro conjunto e R = conjunto de representações simbólicas que podem ser usadas para indicar e representar esses invariantes e, conseqüentemente, representar as situações e os procedimentos para lidar com elas.

Carvalho e Gitirana (2014) advogam que o entendimento conceitual, atrelado ao entendimento do algoritmo da média, permite o uso mais apropriado de propriedades da

média aritmética. Além disso, é importante que a abordagem da média na sala de aula mobilize diferentes situações que conferem significados a este conceito.

O foco deste artigo está orientado para uma compreensão da média por meio dos seus diferentes significados. O leitor poderá encontrar uma maior discussão sobre o campo conceitual da média, incluindo invariantes e representações, no estudo desenvolvido por Carvalho (2011) e em Batanero (2000). Apresentaremos doravante os diferentes significados com alguns exemplos.

Batanero (2000) discorre que em muitas situações, necessitamos medir uma quantidade x desconhecida de certa magnitude. Entretanto, devido à imperfeição dos instrumentos, com medições sucessivas, obtemos distintos valores como medidas de x . Problemas similares eram resolvidos em várias áreas do conhecimento, como a astronomia, a navegação e a metalurgia utilizando o procedimento da observação sucessiva, em seguida a soma total destas observações era dividida pelo número de dados; logo o primeiro significado sistematiza esse tipo de situação:

1. Estimação de uma quantidade desconhecida na presença de erros de medição – cálculo da melhor estimativa de um valor desconhecido.

Destacamos o exemplo de Carvalho (2011): Um objeto pequeno é pesado com um mesmo instrumento por oito estudantes de uma classe, obtendo-se os seguintes valores em gramas: 6,2; 6,0; 6,3; 6,1; 6,23; 6,15; e 6,2. Qual seria a melhor estimativa do peso real do objeto?

Em nosso cotidiano há situações que precisamos obter uma quantidade equitativa a repartir para conseguir uma distribuição uniforme e que, utilizamos a média aritmética para chegar no valor desta distribuição. Este significado tem haver com partes justas/valor equitativo originado nos cálculos do comércio e em contextos de seguros, sistematizamos como:

2. Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme.

Como exemplo de mobilização deste significado apontamos a seguinte situação: Algumas crianças trazem doces para sala de aula. André leva 5, Maria 8, José 6, Carmem 1 e Daniel não leva nenhum. Como repartir os doces de forma equitativa? (CARVALHO, 2011).

Devido a sua propriedade de localização central, toma-se a média para representar um conjunto de dados. Se o conjunto for formado por valores muito discrepantes, ou seja, uma distribuição assimétrica, é mais recomendável o uso da moda ou mediana; estes dois últimos conceitos atrelam-se ao conceito da média aritmética constituindo as medidas de tendência central. Desta forma temos o terceiro significado:

3. Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.

Ao medir a altura em cm, que podem saltar um grupo de estudantes, antes e depois de realizado um treinamento esportivo, se obteve os valores abaixo. O treinamento é efetivo, o que achas?

ALTURA SALTADA EM CM.										
ALUNO	ANA	BIA	CAROL	DIANA	ELENA	DANNY	GIA	HILDA	INÉS	JULI
ANTES DO TREINAMENTO	115	112	107	119	115	138	126	105	104	115
DEPOIS DO TREINAMENTO	128	115	106	128	122	145	132	109	102	117

Fonte: Carvalho, 2011

Existem ainda as situações em que necessitamos inferir uma medida que desconhecemos em um determinado conjunto de dados/população; nesses casos a melhor decisão é utilizar o valor da média como a medida mais provável de acontecer. Este tipo de situação mobilizar o caráter da média enquanto representante dos dados e podem fazer parte das situações-problemas apresentadas aos estudantes. O quarto significado se constitui como:

4. *Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população.*

Novamente, tomamos de Carvalho (2011) o exemplo a seguir: A altura média dos alunos de um colégio é de 1,40m. Se extraímos uma amostra aleatória de 5 estudantes, resultando que a altura dos quatro primeiros é de 1,38m; 1,42m; 1,60m e 1,40m. Qual será a altura mais provável do quinto estudante?

Em Batanero (2000) encontramos uma discussão pormenorizada dos quatro significados apresentados nesta seção. No desenvolvimento dos estudos realizados por Carvalho (2011), considerando a categorização das atividades de livros didáticos destinados aos anos finais do ensino fundamental, o autor sistematizou mais dois significados para constituição do campo conceitual da média, a saber: a média de uma amostra como uma boa estimativa para a média de uma população e a média como uma estimativa da variável para tempo futuro – a partir da análise das atividades. O conjunto desses significados pôde subsidiar outros trabalhos como o realizado por Basniak e Estevam (2014) ao construir e aplicar diferentes atividades com estudantes da Educação Básica.

Método

A metodologia empregada foi a pesquisa quantitativa, que tem como características: descrever as possíveis causas de um fenômeno, as relações entre as variáveis, dentre outros, conforme destaca Fonseca (2002):

Diferentemente da pesquisa qualitativa, os resultados da pesquisa quantitativa podem ser quantificados. Como as amostras geralmente são grandes e consideradas representativas da população, os resultados são tomados como se constituíssem um retrato real de toda a população alvo

da pesquisa. A pesquisa quantitativa se centra na objetividade (FONSECA, 2002, pg. 20).

Participaram da pesquisa 100 estudantes de uma escola privada da Região Metropolitana do Recife distribuídos entre três séries escolares, a saber: 30 estudantes do 6º ano, 31 estudantes do 9º ano do ensino fundamental e 39 estudantes do 3º ano do ensino médio. Como instrumento metodológico elaboramos um teste composto de 5 questões de média aritmética. O teste foi aplicado no período de duas aulas com duração de 50 minutos cada. As questões do teste proposto contemplaram três significados da média aritmética e a utilização ou não de gráficos de barra (Quadro 1).

Quadro 1 - Distribuição das atividades do teste diagnóstico em termos dos significados.

Significados	Questões
S2 - Necessidade de obter um valor justo/equitativo para uma distribuição uniforme.	Q3
S3 - Servir de elemento representativo de um conjunto de dados, cuja distribuição é simétrica.	Q2 e Q5
S4 - Valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população.	Q1 e Q4

As decisões no que tange a elaboração do teste foram tomadas com base na teoria dos campos conceituais de Vergnaud (1981), nos significados apresentados por Batanero (2000) e no estudo de Carvalho (2011). Carvalho (2011) no detectou que dentre os diferentes significados, o S3 foi o mais explorado (86,8%) nas atividades de média aritmética de todos os livros didáticos dos anos finais do Ensino Fundamental aprovados pelo PNLD 2011, o S2 esteve presente em apenas 3,5% das atividades e o S4 não foi trabalhado em nenhuma delas. Outro dado do estudo que nos chamou atenção se deve ao fato de que o uso de representações gráficas é deixado de lado em algumas das coleções analisadas, por esse motivo decidimos apresentar os dados numéricos em gráficos de barras em duas das cinco questões do teste (Q3 e Q4).

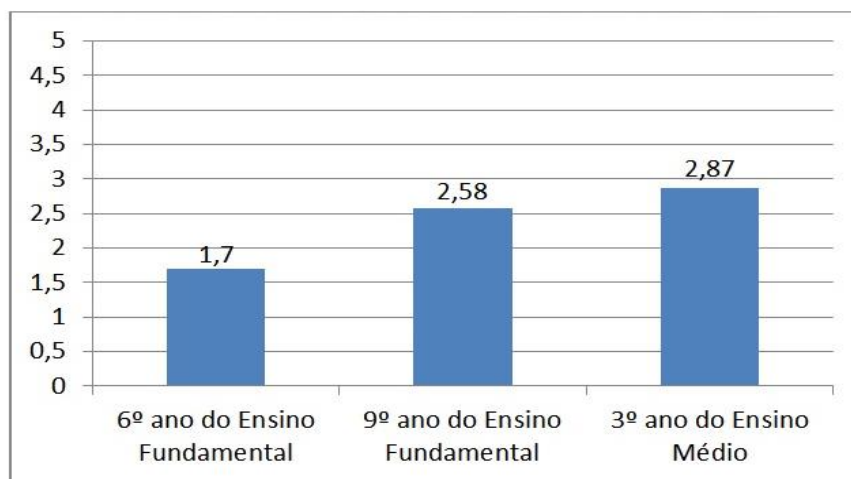
Os testes foram protocolados por A1 à A100 a fim de preservar a identidade de cada participante. Em seguida inserimos os dados da coleta e realizamos análises quantitativas com o auxílio do programa estatístico SPSS (Statistical Package for Social Sciences). Paralelamente a isso, analisamos as estratégias de resolução utilizadas a fim de compreender com mais detalhe o desempenho dos estudantes. Tais análises são apresentadas a seguir.

Resultados e discussões

Por meio das análises realizadas foi possível constatar um baixo desempenho geral na resolução do teste proposto. Cada acerto pontuava um (1) ponto, dessa maneira, o desempenho máximo no teste é de cinco (5) pontos. O desempenho médio geral (considerando-se o universo dos 100 participantes dos distintos anos de escolaridade) foi de 2,38 pontos. Consideramos esse resultado baixo, levando em consideração que estudos anteriores (MARQUES; GUIMARÃES; GITIRANA, 2011) evidenciam que desde os anos iniciais do Ensino Fundamental estudantes são capazes de resolver atividades envolvendo o conceito de média aritmética. É importante destacar que a frase “Oi, Quem está olhando minhas estatísticas”, foi encontrada no verso do questionário respondido pelo estudante A25, a qual virou parte do título deste artigo.

No Gráfico 1 são apresentadas as médias de acertos dos participantes por ano de escolaridade.

Gráfico 1 - Desempenho médio dos participantes



Destacamos que os estudantes do 3º ano do EM obtiveram a maior média de acertos, inclusive os dois únicos estudantes que acertaram todas as questões (A85 e A91) fazem parte desse grupo. Ao mesmo tempo em que, os sete estudantes que não acertaram nenhuma questão, foram seis do 6º ano do EF e um do 3º ano do EM.

Foi observada diferença significativa de desempenho total em função do ano de escolaridade, sendo ($F(2, 97) = 11,532; p < 0,001$). Essa diferença foi observada em relação ao desempenho dos estudantes do 6º ano do EF comparados com os desempenhos apresentados pelos estudantes do 9º ano do EF ($p = 0,003$) e do 3º ano do EM ($p < 0,001$). Tal resultado evidencia que o ano de escolaridade foi um fator determinante no desempenho dos estudantes.

O melhor desempenho apresentado pelos estudantes do 3º ano do EM não necessariamente implica uma compreensão da média por meio de atividades com diferentes significados, entretanto o maior contato formal com o conceito de média aritmética pode ter ajudado na resolução das atividades. Podemos notar que com o passar

dos anos de escolaridade, o desempenho vai aumentando, entretanto, o avanço entre o 9º ano do EF e o 3º ano do EM, é muito pequeno. A respeito do tão baixo desempenho dos estudantes do 6º ano do EF, ressaltamos que dois deles acertaram quatro das cinco questões do teste, demonstrando que são capazes de resolver questões envolvendo o conceito de média aritmética.

É válido ressaltar ainda, que mesmo que os estudantes do 3º ano do EM tenham apresentado o melhor desempenho, esse se mostra insuficiente, visto que estavam em fase de conclusão da Educação Básica, necessitando, portanto, ter um conhecimento maior do conceito de média aritmética. Discutimos em seguida o desempenho dos estudantes por questão.

A questão (1) traz enunciado sem representação gráfica que envolve o conceito da média aritmética simples, em específico, o significado S4.

(1) A idade média dos alunos de uma turma é de 8 anos. Separamos aleatoriamente 5 alunos com idades de: 7, 5, 6 e 9. Qual seria a idade mais provável do quinto aluno?

Constatou-se diferença estatística quanto ao desempenho total entre os três anos de escolaridade, $F(2, 97) = 3,729$; $p = 0,028$. Tal diferença está atrelada ao desempenho dos estudantes do 6º ano do EF com os do 3º ano do EM ($p = 0,041$). O maior percentual de acertos foi do grupo do 6º ano do EF (53,3%), seguido dos estudantes do 3º ano do EM (25,8%) e do 9º ano do EF (25,6%). A solução dessa questão é dada pelo valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população (S4), desse modo, tem-se como resposta correta, 8 anos.

Quanto às estratégias de resolução, houve várias, dentre elas, algumas inadequadas, como somar todos os valores das idades e dividir por quatro ou por cinco, e, colocar os valores em ordem crescente identificando o termo central (mediana). Vale ressaltar que alguns deles apenas circularam a informação "8 anos", indicando como solução da questão, enquanto outros estudantes colocaram um valor arbitrário sem justificativa, algumas dessas estratégias podem ser vistas na Figura 1. O que nos chamou mais atenção foi alguns estudantes confundirem média com mediana, mesmo a questão expressando no início do comando "A idade média", nos dando indícios que a aprendizagem do conceito de média aritmética ainda não foi consolidada nesses estudantes.

Acreditamos que o maior percentual de acertos correspondente aos estudantes do 6º ano do EF pode ter sido ocasionado por esses terem utilizado noções intuitivas do conceito de média aritmética, ao contrário dos estudantes do 9º ano do EF e 3º ano do EM os quais em sua maioria recorriam à aplicação de algoritmos, fazendo com que errassem a questão. Nesse sentido, destacamos a necessidade do trabalho com esse significado da média aritmética (S4) na sala de aula, visto que apenas 34 dos 100 estudantes acertaram a questão (1) e de acordo com a análise de Carvalho (2011) foi constatado que esse tipo de significado não esteve presente em nenhuma das atividades nas coleções de livros didáticos destinados aos anos finais do EF, o que reforça a falta de atenção dada.

Figura 1 - Registros de três estudantes (A37, A11 e A67) na resolução da questão 1

Handwritten work showing a student's attempt to solve a problem. The student calculates the average age of 5 students as 8 years, then corrects it to 13 years. Below this, the numbers 5, 6, 7, 9 are listed, with 6.5 written below them and arrows pointing to the numbers 7 and 9, indicating a possible error in identifying the fifth student's age.

Questão (1) A idade média dos alunos de uma turma é de 8 anos. Separamos 5 alunos com idades de: 7, 5, 6 e 9. Qual seria a idade mais provável do quinto aluno? 8 anos

A questão (2) apresenta o significado S3 da média aritmética, ou seja, servir de elemento representativo de um conjunto de dados. Os estudantes deveriam somar todos os valores do conjunto de dados e dividir pela quantidade dos dados somados.

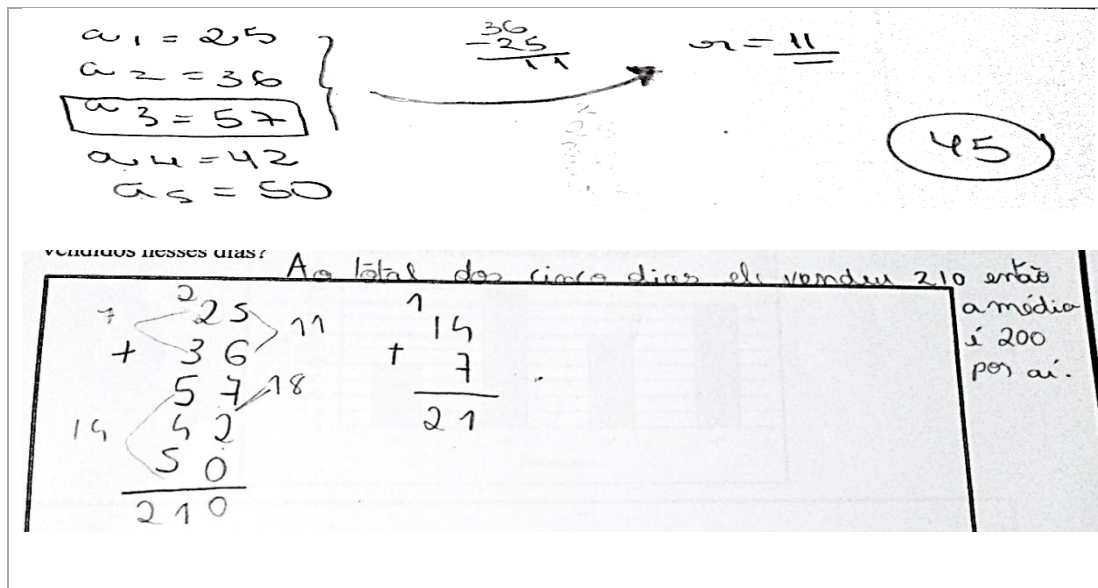
(2) Carlos trabalha vendendo pastéis. No 1º dia de trabalho foram vendidos 27 pastéis, no 2º dia 36, no 3º dia 57, no 4º dia 40 e no 5º dia 50. Qual foi a média de pastéis vendidos nesses dias?

Foi observada diferença estatística em relação ao desempenho total, ($F(2, 97) = 12,764$; $p < 0,001$), em particular, entre os estudantes do 6º ano do EF com os 9º ano do EF ($p = 0,001$) e com os do 3º ano do EM ($p < 0,001$). Nota-se que estudantes do 6º ano do EF apresentaram mais dificuldades para resolver corretamente essa questão, no qual a percentagem de acertos foi de 26,7%. Por outro lado, os estudantes do 9º ano do EF tiveram desempenho de 67,7% e o do 3º ano EM, 79,5%.

Diversas estratégias errôneas foram observadas, como por exemplo: apenas somar todos os valores do conjunto de dados; somar todos os valores e dividir por dois e; resolver utilizando progressão aritmética. É importante frisar que estudantes de todos os anos de escolaridade participantes desta pesquisa, erraram por vezes no algoritmo da divisão por cinco.

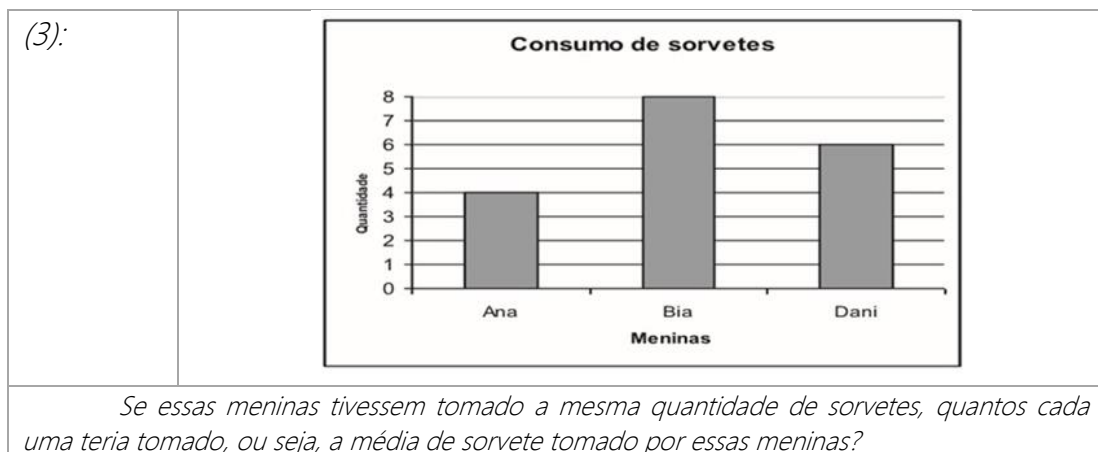
Diante das resoluções dos estudantes presente na Figura 2, vale ressaltar que um deles (A5) somou todos os valores do conjunto de dados, resultando em 210 e concluiu que a média é "200 por aí". Atitude parecida com essa, foi encontrada nos achados de Eugênio, Carvalho e Monteiro (2011) em que estudantes não concebiam que existisse média de 2,3 filhos ou 1,8 gols, e daí arredondavam os valores. Os autores comentam que a média retratada por um número decimal costuma ser de difícil compreensão, porque esse valor não possui correspondência na realidade física.

Figura 2 - Registros de dois alunos (A74 e A5) na resolução da questão 2



O baixo desempenho por parte dos estudantes do 6º ano do EF se deve ao fato de boa parte apenas ter somado os valores ou ter somado e dividido por dois, o que evidencia um entendimento limitado quanto ao conceito de média aritmética, pois se esperava que já saberia trabalhar com este conhecimento. Tais resultados vão de encontro com os achados de Magina et al. (2010) onde a soma dos valores era uma concepção frequente na resolução dos estudantes.

A questão (3) foi extraída do teste diagnóstico de Marques, Guimarães e Gitirana (2011) aplicado a estudantes e professores dos anos iniciais do EF.

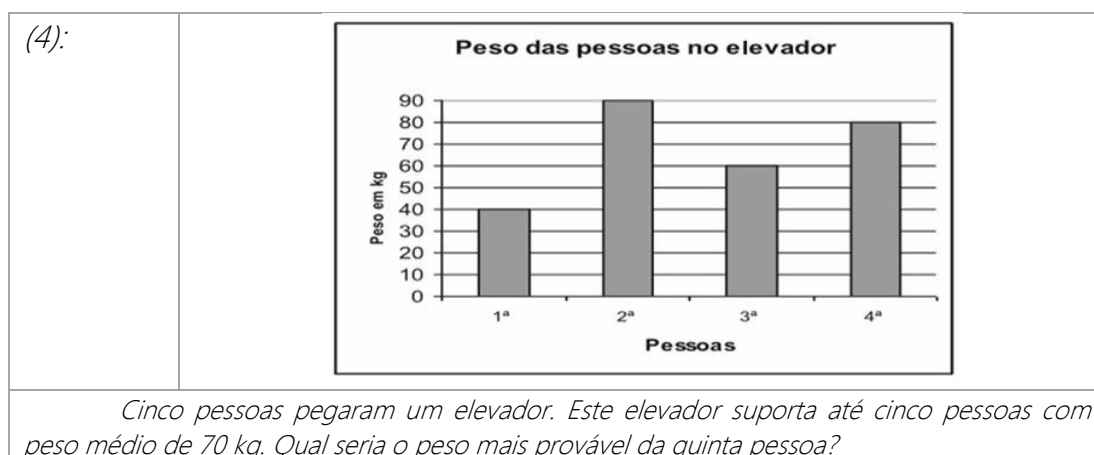


A partir de análises inferenciais, foi constatada diferença significativa no desempenho total em torno do ano de escolaridade ($F(2, 97) = 12,4$; $p < 0,001$), em específico entre o 6º ano do EF com o 9º ano do EF ($p = 0,001$) e com o 3º ano do EM ($p < 0,001$). No que tange as percentagens de acertos, apenas 40% dos estudantes do 6º ano do EF conseguiram resolver corretamente, entretanto os demais estudantes apresentaram bom desempenho,

80,6% de acerto no 9º ano do EF e 87,2% no 3º ano do EM. Embora os estudantes do 6º do EF não tenham se saído tão bem, essa questão foi a mais fácil de resolução.

Uma das possíveis soluções para essa questão seria somar todos os valores do conjunto de dados e dividi-los pela sua quantidade, trata-se de uma distribuição equitativa (S3). Diante da análise dos registros dos estudantes, percebemos que alguns destacavam parte do enunciado "a mesma quantidade de sorvetes", talvez como forma de nortear para solução da questão, porém outros utilizaram estratégias que os levavam ao erro: somar os valores, somar os valores e dividir por dois e considerar o valor da maior barra ou ponto máximo, essa última confirma os resultados de Marques, Guimarães e Gitirana (2011) em que alunos dos anos iniciais se remetiam a média em situações com gráfico como o maior valor em um conjunto de dados.

A questão (4) foi adaptada do teste diagnóstico de Marques, Guimarães e Gitirana (2011).



Essa questão apresenta o mesmo significado da questão (1), *valor mais provável quando aleatoriamente tomamos um elemento de uma população* (S4). O que as diferencia é que esta apresenta os dados em gráfico de barras. Quanto ao desempenho dos estudantes, constatamos que não houve diferença significativa entre os anos de escolaridade ($F(2, 97) = 0,248$; $p=0,781$), nos apontando que a quantidade de acertos foi bem próximas, 10% de acerto no grupo do 6º ano do EF, 16,1% no 9º ano do EF e 12,8% no 3º ano do EM.

Diante dos resultados, percebemos que essa questão foi a mais difícil do teste para todos os estudantes investigados, muitos tentaram descobrir o valor exato da quinta pessoa (Figura 3), utilizando o cálculo inverso da média, não levando em consideração que no enunciado se pedia o peso mais provável da quinta pessoa. Levantamos a hipótese que o gráfico induziu os estudantes resolverem a questão dessa forma, ocasionando assim o erro. Nesse sentido, realizamos o t-teste pareado que nos mostrou que a questão 4 foi mais difícil que a questão 1 (ambas apresentam o mesmo significado da média aritmética S4), revelando que o gráfico foi fator determinante.

Figura 3 - Registro do estudante A67 na resolução da questão 4

$$\frac{40+90+60+80+x}{5} = 70$$
$$\frac{270+x}{5} = 70$$
$$270+x = 350$$
$$x = 350 - 270$$
$$x = 80 \text{ Kg}$$

Nos resultados obtidos no estudo de Marques, Guimarães e Gitirana (2011), alunos e professores dos anos iniciais também apresentaram dificuldade em resolver corretamente essa questão, uma vez que usavam um dos valores no gráfico como possível solução ou valor extremo.

A última questão do teste traz uma situação envolvendo média aritmética ponderada que abrange o S3, o mesmo significado presente na questão 2. Os estudantes deveriam efetuar a soma das multiplicações de unidades de peças de roupa pelo seu respectivo preço, e após isso, dividir pela soma de peças de roupas.

(5):	<i>Vitor comprou 5 camisas por R\$ 40,00 cada uma, 3 calças a R\$ 70 reais cada e 2 tênis a R\$ 100 reais cada. Qual foi a média de gastos nas compras de Vitor?</i>
------	--

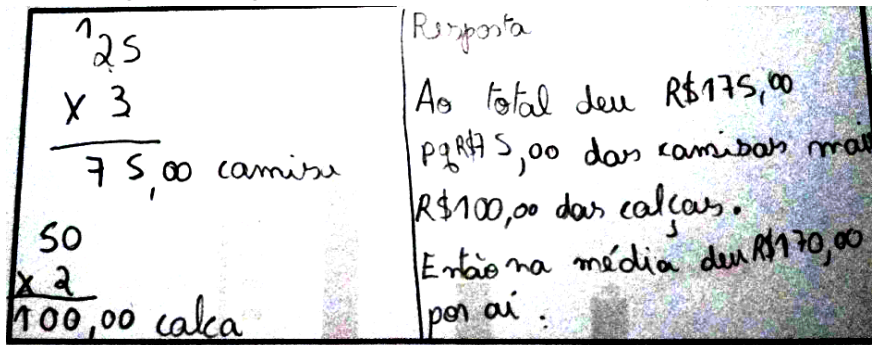
Foi constatada diferença significativa no desempenho geral entre os anos de escolaridade ($F(2,97) = 7,458; p=0,001$), em função do desempenho dos estudantes do 6º ano do EF comparado com os do 9º ano do EF ($p=0,047$) e com os estudantes do 3º ano do EM ($p=0,001$). A quantidade de acertos nessa questão foi aumentando conforme o passar de ano de escolaridade: 40% no 6º ano do EF, 67,7% no 9º ano do EF e 82,1% no 3º ano do EM.

Aos compararmos com o desempenho obtido na questão 2 (ambas têm o mesmo significado da média aritmética, S3), os estudantes do 6º ano do EF e 3º ano do EM se saíram melhor na questão 5, enquanto os estudantes do 9º ano apresentaram o mesmo percentual de acerto. Entretanto, ao realizarmos o t-test pareado não foi constatada diferença significativa no desempenho dos estudantes entre as duas questões. É importante destacar que a questão 5, diferentemente das demais do teste, envolve o conceito de média aritmética ponderada, o que nos permite deduzir diante dos resultados, que para este grupo de estudantes participantes da pesquisa, o desempenho nas questões (2 e 5) envolvendo o significado S3 é bem próximo quanto ao tipo de média trabalhada (simples e ponderada).

Destacamos duas estratégias que levaram os estudantes ao erro: somar os valores obtidos pela multiplicação do número de peças de roupa pelo seu respectivo preço e, a partir do resultado dessa soma, alguns estudantes efetuaram a divisão por dois. Em uma

das soluções apresentadas (Figura 4), o estudante A5 encontra o valor de R\$ 175,00 e conclui que a média é de R\$ 170,00; esse estudante utilizou o mesmo procedimento na questão 2, apresentando como solução um número próximo ao encontrado em seus cálculos, sendo esse terminado em zero.

Figura 4 - Registro do estudante A5 na resolução da questão



As dificuldades apresentadas pelos estudantes na questão 5 concernem a concepção da média como divisão de um determinado valor por dois ou até mesmo a soma de um conjunto de valores. Esses tipos de estratégias foram vistos em todas as cinco questões do teste diagnóstico, o que aponta as dificuldades desses estudantes no que tange ao conceito da média aritmética.

Considerações finais

Os estudantes ao concluírem a etapa de escolaridade da Educação Básica precisam compreender os conhecimentos estatísticos elementares, dentre eles, a média aritmética. Por meio desta pesquisa, os dados apontam que os estudantes participantes, se empenharam na resolução das atividades que exigiam o conhecimento da média aritmética, entretanto esbarram tanto em dificuldades relacionadas com o conceito da média quanto em dificuldades com o cálculo da divisão. Sistematizamos que, as dificuldades e desafios que os estudantes encontram se constituem em somar os valores de um conjunto de dados e dividi-los por dois, apenas somar os valores de um conjunto de dados, calcular a mediana ao invés da média e aproximar o valor da média obtido por um número terminado em zero.

Em contrapartida, os exemplos e as atividades propostas neste texto, podem subsidiar o professor a abordar em suas aulas de matemática o conceito de média aritmética por meio dos diferentes significados que sustentam este conceito. Com base no desempenho que este grupo de estudantes apresentou e em outros estudos da literatura, poderá ser muito útil destinar um maior tempo de aulas para abordagem desta temática.

Para superar os desafios com a abordagem dos conceitos estatísticos na Educação Básica, a formação inicial e continuada de professores precisa estar atenta para que os docentes estejam motivados e dispostos em trabalhar tais conceitos, e assim possam ajudar

os estudantes a compreenderem conceitos como o de média aritmética relevantes ao mundo real.

Referências

- ALVES, T. A. S. **Conhecimentos de professores de matemática da educação básica sobre o ensino de medidas de tendência central**. 113f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática). Universidade Anhanguera de São Paulo, SP, 2016.
- BASNIAK, M. I. ESTEVAM, E. J. G. **O GeoGebra e a Matemática da Educação Básica: frações, estatística, círculo e circunferência**. Curitiba: Ithala, 2014.
- BATANERO, C. **Significado y comprensión de las medidas de posición central**. Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada.UNO, p. 41-58, 2000. Disponível em: <<http://www.ugr.es/~batanero>> Acessado em: 12 abr. 2018
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <<http://basenacionalcomum.mec.gov.br/wp-content/uploads/2018/02/bncc-20dez-site.pdf>> Acessado em: 09 abr. 2018.
- CARVALHO, J. E. F. **Média aritmética nos livros didáticos dos anos finais do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.
- CARVALHO, J. I. F. GITIRANA, V. **Média aritmética - uma análise das atividades do livro didático de matemática adotados no brasil**. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa, v.27, p. 681-688, 2014.
- CHATZIVASILEIOU, E. MICHALIS, J. TSALIKI, C. **Elementary school students' understanding of concept of arithmetic mean**. In C. Reading (Ed.), Proceedings of the 8th International Conference on Teaching Statistics. Ljubljana, Slovenia, 2010. Disponível em: <https://iase-web.org/documents/papers/icots8/ICOTS8_C280_EVANTHIS.pdf> Acessado em: 05 de abr. 2018.
- DAMIN, W. JUNIOR, G. PEREIRA, R. **O conceito de média aritmética nos anos finais do ensino fundamental**. **Boletim Online de Educação Matemática**, v.4. n.6, p. 48-68, 2016.
- EUGÊNIO, R. S. **Exploração sobre média no software tinkerplots 2.0 por estudantes do ensino fundamental**. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica). Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2013.
- EUGÊNIO, R. S. CARVALHO, L. M. T. L. MONTEIRO, C. E. F. **Média aritmética em diferentes situações: identificando níveis de interpretação de estudantes do Ensino Fundamental**. **Educação Matemática Pesquisa**, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 1183-1201, 2016.
- FONSECA, J. J. S. **Metodologia da pesquisa científica**. Fortaleza: UEC, 2002.

MAGINA, S. CAZORLA, I. GITIRANA, V. GUIMARÃES, G. Concepções e concepções alternativas de média: Um estudo comparativo entre professores e alunos do Ensino Fundamental. **Educar em Revista**, Curitiba: Ed UFPR, n. especial 2, p. 5972, 2010. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/er/nspe2/04.pdf>>. Acessado em: 30 de mar. 2018.

MARCOLINO, P. R. F. **Aprendizagem significativa na educação estatística**: uma análise da compreensão do conceito de média aritmética com estudantes do 1º ano do ensino médio. 99f. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática). Universidade Federal de Pernambuco, CAA, 2017.

MARQUES, M.; GUIMARÃES, G; GITIRANA, V. Compreensões de Alunos e Professores sobre Média Aritmética. **BOLEMA**, Rio Claro, v. 24, n. 40, p. 725-745, dez. 2011.

MAYÉN, S. DÍAZ, C. BATANERO, C. Conflictos semióticos de estudiantes con el concepto de mediana. **Statistics Education Research Journal**, v. 8, n. 2, p. 74-93, 2009.

PERNAMBUCO. **Parâmetros curriculares para a Educação Básica do Estado de Pernambuco**. Currículo de Matemática para o Ensino Fundamental e Médio. 2012.

VERGNAUD, G. **L'enfant, la mathématique et la réalité**. Berne, Francfort/M : Peter Lang, 1981.

WATSON, J. M.; MORITZ, J.B. The longitudinal development of understanding of average. **Mathematical Thinking and Learning**, v. 2, n. 1-2, p. 11-50, 2000.