Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

TRAÇOS DA MODELAGEM MATEMÁTICA ESCOLAR PARA O ENSINO DE POLINÔMIOS

Traces of school mathematical modeling for the teaching of polynomies

Manoel Lucival Da Silva **OLIVEIRA**
Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Brasil
mlso@ufpa.br
https://orcid.org/0000-0002-6959-6442

Gleison De Jesus Marinho **SODRÉ**
Universidade Federal do Pará (UFPA), Belém, Brasil
profgleisoneaufpa@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3993-4236

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

O objetivo deste artigo é descrever a criação de condições no sentido da transposição didática do saber a partir do uso de materiais concretos, com base em objetos da geometria escolar, para tornar possível o ensino de polinômios aos alunos do oitavo ano do ensino fundamental. A referida problemática insere-se no contexto da transposição didática e, mais amplamente, da teoria antropológica do didático. Para isso, assumimos recursos didático-metodológicos dessa teoria como instrumentos de análise a partir de experimentações empíricas observadas com alunos do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública. Os resultados encontrados evidenciaram potencialidades entorno das condições criadas inicialmente, mas somente em ato, outras condições emergiram no processo de estudos, as quais caracterizam traços de uma prática de modelagem matemática algébrica, bem como estimulam pesquisas futuras sobre essa prática.

Palavras-chave: Modelagem Matemática Escolar, Teoria Antropológica do Didático, Álgebra Escolar

ABSTRACT

This article seeks to describe the creation of conditions for the didactic transposition of knowledge from the use of concrete materials, based on objects of school geometry. Also, it will be discussed how it is possible to teach polynomials to students in the eighth grade of elementary school based on the previous description. This problem is inserted in the context of didactic transposition and, more broadly, of the anthropological theory of didactics. For this, we defined as didactic-methodological resources the instruments of analysis applied to empirical experiments with students of the eighth grade of elementary public school. Finally, we confirmed potentialities around the conditions created initially, but only in the act, since other conditions emerged in the study process, which characterize traces of an algebraic mathematical modeling practice, as well as stimulate future research on this practice.

Keywords: School Mathematical Modeling, Anthropological Theory of Didactics, School Algebra

1 INTRODUÇÃO E DELIMITAÇÃO DA QUESTÃO DE INVESTIGAÇÃO

O ensino da álgebra na matemática escolar pode encaminhar diferentes potencialidades para articulação e integração de diversos objetos matemáticos, inclusive de diferentes áreas da matemática como a aritmética e a geometria, que, embora possam apresentar possibilidades de relações, os objetos matemáticos, em particular, da álgebra escolar são apresentados no ensino sem maiores relações entre si e, tampouco, com outros setores do conhecimento matemático.

Esse esforço para estabelecer relações entre os saberes da aritmética, álgebra e Geometria, mas não somente, parece ganhar força substancial a partir dos indicativos norteadores da Base Nacional Comum Curricular, daqui em diante BNCC (BRASIL, 2017), que institucionaliza o modo de fazer e de pensar sobre as práticas matemáticas escolares, em particular, como se destaca no seguinte trecho:

> No Ensino Fundamental, essa área, por meio da articulação de seus diversos campos – Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade –, precisa garantir que os alunos relacionem observações empíricas do mundo real a representações (tabelas, figuras e esquemas) e associem essas representações a uma atividade matemática (conceitos e propriedades), fazendo induções e conjecturas (Brasil, 2017, p.261).

A BNCC ainda destaca, como uma de suas competências específicas de Matemática para o Ensino Fundamental, em particular, a seguinte:

> Compreender as relações; entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções (Brasil, 2017, p.263).

Embora os documentos oficiais encaminhem orientações e/ou recomendações de competências para o ensino articulado e integrado entre diferentes campos da matemática escolar, é preciso considerar que esses documentos em geral, não apresentam como o professor pode realizar objetivamente tais articulações e integrações de saberes. Esse é um tipo de problema da profissão docente, que se integra ao problema sobre o que ensinar e como ensinar um dado objeto de ensino, reconhecido por diversas linhas de pesquisas como a cognitivista e a epistemológica.

Do ponto de vista histórico-epistemológico e, em particular, a partir das observações de Viète (1630), Stevin (1634), Burat (1876), Chevallard (1989), Gascón

(1999), Gascón, Bosch e Bolea (2001), Pereira (2017) e Matos (2017), o ensino de álgebraé revelado em certas perspectivas incrustado nas ideias de outros campos de conhecimento, como a aritmética e/ou da geometria, por exemplo.

As ideias de Viète (1630), sustentadas a partir dos enfoques da geometria euclidiana, enfatizam elementos que parecem aproximar certas noções da álgebra com a geometria, em particular, a partir da primeira das grandezas escalares, isto é, o lado ou raiz, em que o autor encaminha outras simbologias, conforme ilustra a Figura 1.

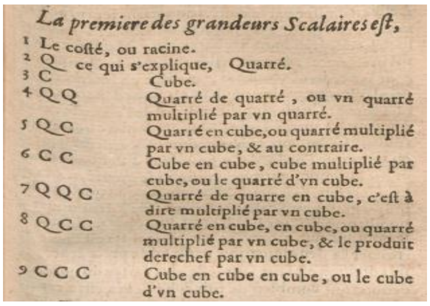
La premiere des grandeurs Scalaires eſt,
1 Le coſté, ou racine.
2 Q ce qui s'explique, Quarré.
3 C Cube.
4 Q Q Quarré de quarré , ou vn quarré multiplié par vn quarré.
5 Q C Quarré en cube, ou quarré multiplié par vn cube, & au contraire.
6 C C Cube en cube, cube multiplié par cube, ou le quarré d'vn cube.
7 Q Q C Quarré de quarre en cube, c'eſt à dire multiplié par vn cube.
8 Q C C Quarré en cube, en cube, ou quarré multiplié par vn cube, & le produit derechef par vn cube.
9 C C C Cube en cube en cube, ou le cube d'vn cube.

Figura 1: Simbologias para designações geométricas
Fonte: Viète (1630, p.25)

O extrato de texto da obra de Viète (1630) esclarece quanto à relação entre álgebra e geometria a partir da relação estabelecida entre as simbologias $(2)\,\boldsymbol{Q}$: para explicar o quadrado; $(3)\,\boldsymbol{C}$: para designar o cubo**;** $(\mathbf{4})\,\boldsymbol{QQ}$: quadrado multiplicado por um quadrado; $(\mathbf{5})\,\boldsymbol{QC}$: quadrado multiplicado por um cubo; $(\mathbf{6})\,\boldsymbol{CC}$: cubo multiplicado por um cubo; $(\mathbf{7})\boldsymbol{QQC}$: quadrado ao quadrado multiplicado por um cubo; $(\mathbf{8})\boldsymbol{QCC}$: quadrado multiplicado por um cubo e o produto deste por um cubo e $(\mathbf{9})\boldsymbol{CCC}$: cubo multiplicado por cubo por cubo ou cubo de um cubo. Essa descrição de Viète (1630) pode revelar parte das operações de potenciação tratada na escola básica, sem perder de vista o uso da geometria euclidiana tomada como discurso para justificar a prática realizada.

Além desses vestígios da relação entre álgebra e geometria evidenciadas por Viète (1630), outras passagens em sua obra apontam a possibilidade de articulação entre esses campos de saberes, especificamente, ao relacionar, por exemplo, ***P*** para explicitar *plano* e ***S*** para referir ao *sólido* (Viète, 1630, p.29).

A relação entre álgebra e geometria parece justificara estreita ligação do estudo de expressões algébricas polinomiais no ensino da matemática escolar com o modelo geométrico da Figura 2.

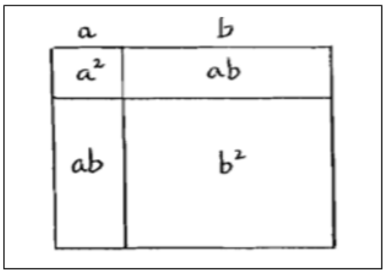

Figura 2: Modelo geométrico
Fonte: Chevallard (1989, p.56).

A relação modelada que pode expressar a soma das "áreas são dadas pela equação algébrica $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$" (Chevallard, 1989, p.57, tradução nossa). Seguindo as ideias do autor, "a figura acima pode ser vista como um modelo **geométrico** desta igualdade algébrica. Historicamente, é a consideração de tais modelos Geométricos de Al-Khwarizmi que propiciou o estudo e a resolução das equações de segundo grau"[1] (Ibidem, p.57, grifos do autor, tradução nossa).

Dessa forma, compreendem-se as relações entre álgebra e geometria na perspectiva da modelagem matemática no sentido da Teoria Antropológica do Didático, daqui em diante TAD, que considera o caráter *intramatemático* (Chevallard, 1989, Chevallard; Bosch; Gascón, 2001, Fonseca; Gascón; Lucas, 2014) como parte do processo de modelagem que "pode usar tanto em um sistema *não-matemático* (que responde ao uso comum da palavra) como em um sistema *matemático*"[2] (Chevallard, 1989, p.5, grifos do autor, tradução nossa), entendendo o modelo geométrico como modelo da igualdade algébrica dado pela equação: $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$.

Para melhor explicitar a compreensão da noção de modelagem intramatemática, é possível considerar objetos matemáticos como domínios de realidade ou sistema que se deseja estudar ou conhecer. Chevallard, Bosch e Gascón (2001, p.51) destacam a necessidade de considerar *modelos* desses *sistemas*, isto é, "modelos matemáticos de sistemas formados ao mesmo tempo por objetos matemáticos", por exemplo, quando se deseja calcular um valor aproximado de $\sqrt{3}$.

Nesse exemplo, a $\sqrt{3}$ é o tipo de sistema que se deseja estudar. Um dos modelos matemáticos que atende a esse sistema pode ser dado pela equação:

---

[1] Fragmentos do texto: *la figure ci-dessus peut être regardée comme un modèle* ***géométrique*** *de cette égalité algébrique. Et, historiquement, c'est par la considération de tels modèles géométriques que Al-Khwarizmi procédait pour étudier et résoudre les équations du second degré.*

[2] Fragmento do texto: *peut porter aussi bien sur un système non mathématique (ce qui répond à l'emploi usuel du mot) que sur un système mathématique*.

$$\boldsymbol{x^2 = 3, com\ x} > 0 \Rightarrow \text{(\textit{modelo matemático 1})}.$$

Pode-se usualmente trabalhar com esse modelo da seguinte forma: isolar o x da equação para obter: $x = \sqrt{3}$. Essa construção, no entanto, parece não avançar muito, mas a manipulação do modelo inicial pode levar a outros modelos matemáticos que buscam gerar uma solução, como pode ser visto por meio do método do ponto fixo com a função auxiliar $g(x) = \frac{2}{x+1} + 1, com\ x > 0 \Rightarrow$ (*modelo matemático 2*).

Pela igualdade de ponto fixo, o modelo matemático *2* além de permitir a construção de novos saberes ao tipo de sistema considerado mediante o uso de uma calculadora científica, por exemplo, o modelo inspirado em um "*método iterativo* do tipo $x = f(x)$ (com função racional) a partir do polinômio mínimo sobre $Q[x]$ do numero algébrico x" (Chevallard; Bosch; Gascón, 2001, p.52, grifo dos autores), pode gerar diferentes qualidades de relações (Chevallard, 2005) enquanto objeto de saber: "a indispensabilidade das praxeologias de uso da calculadora, inclusive, para auxiliar em tomada de decisões frente ao tipo de problema considerado" (Sodré, 2019, p.120).

No entanto, esse fazer da modelagem matemática, embora ao alcance dos objetos de ensino básico, por exemplo, dado pelo modelo matemático 2, é problematizado por Chevallard (2019, p.5, tradução nossa): "como podemos explicar que um fato matemático tão simples permanece desconhecido para tantas pessoas com ensino médio?"[3].

Nessa perspectiva,

> Caracterizamos o *fazer matemática* como um *trabalho de modelagem*. Esse trabalho transforma o estudo de um sistema não matemático, ou um sistema previamente matematizado, no estudo de problemas matemáticos que são resolvidos utilizando de maneira adequada certos modelos (Chevallard; Bosch; Gascón, 2001, p.56, grifo dos autores).

De outro modo, "há um fato geral, ainda mais presente em matemática, sistemas e modelos, mesmo quando eles pertencem a diferentes setores, trata-se de um só objeto matemático"[4] (Chevallard, 1989, p.57, tradução nossa).

A compreensão "orgânica" do saber algébrico em relação com outros saberes, como a geometria, parece estar em consonância com o processo de construção epistemológica das práticas sociais de modelagem matemática que vive institucionalizada

[3] Fragmento do texto: *how can we explain that such a simple mathematical fact remains unknown to so many people with a high school mathematics education?*
[4] Fragmento do texto: *Tl Ya là un fait général, d'autant plus présent en mathématiques que systèmes et modèles, même lorsqu'ils appartiennent à des secteurs différents, sont l'un est l'autre des objets mathématiques.*

na escola básica, embora nem sempre seja reconhecida por parte dos professores, talvez por essa atividade,

> Na instituição docente que, como qualquer instituição usuária de Matemática (CHEVALLARD, 2005), fabrica e aplica modelos matemáticos em práticas sociais específicas, mas não gozam de reconhecimento social dessas atividades por serem fatos socialmente 'escondidos' no interior de suas instituições (Sodré, 2019, p.26).

Do ponto de vista do papel dos modelos matemáticos, pode-se recorrer a um comentário de Serres (1972 apud Chevallard, 1989) ao fazer a seguinte observação:

> A geometria é um ardil, ela fez um desvio, ela toma uma rota indireta para alcançar o que está além da prática imediata. O truque, aqui é o modelo: construir a reduzir em módulo constante, um resumo, um esqueleto da pirâmide. Na verdade, Tales descobriu nada mais do que a possibilidade de redução, que é a ideia de módulo, que é a noção do conceito de modelo. A pirâmide é inacessível; ele inventou ao nível[5] (Serres, 1972, p.163, apud Chevallard, 1989, p.58, tradução nossa).

O excerto de texto revela o papel do modelo matemático como um processo de construção a partir de um domínio de realidade abstraído pelo sujeito que modela. Em modelagem matemática, "considerar uma situação é o primeiro processo de abstração: considerando uma situação, mantemos da realidade apenas as características que pensamos ser relevantes para a nossa ação"[6] (Revuz, 1971, p.49, tradução nossa) e como tal, inclui as experiências e o *filtro de percepção* (Chevallard, 2005) do sujeito que modela.

O modo de fazer e de pensar sobre as organizações matemáticas para o ensino de álgebra escolar, articulado com a geometria, parece se confirmar em diversos trabalhos, em particular, o da resolução da equação $x^3 = 15.x + 4$ utilizada por Bombelli (1572 apud Ruiz Munzon, 2010, p.42), na Figura 3.

---

[5] Fragmentos do texto: *La géométrie est une ruse, elle fait un détour, elle prend une route indirecte pour accéder à ce qui dépasse la pratique immédiate. La ruse, ici, c'est le modèle: construire en réduction, à module constant, un résumé, un squelette de pyramide. De fait, Thalès n'a rien découvert d'autre que la possibilité de la réduction, que l'idée de module, que la notion de modèle. La pyramide est inaccessible; il invente l'échelle.*

[6] Fragmento do texto: *To consider a situation is a first process of abstraction: considering a situation, we keep only from reality the features that we think relevant to our action.*

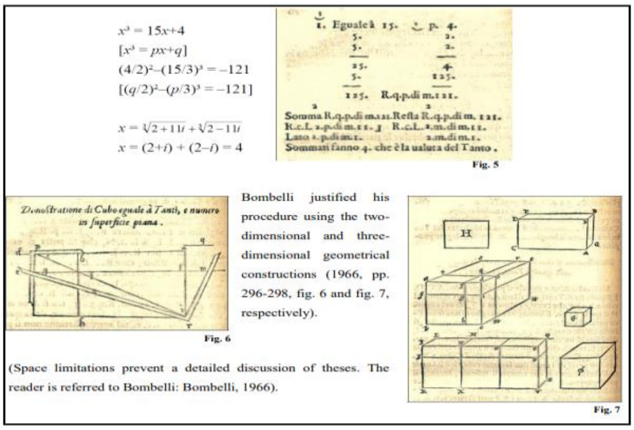

Figura 3: Destaques da resolução de equação por Bombelli (1572)
Fonte: Ruiz Munzon (2010, p.42).

A Figura 3 parece evidenciar procedimentos utilizados por Bombelli por meio de construções geométricas bidimensionais e tridimensionais para justificar o uso da equação algébrica. Ou seja, as construções geométricas mobilizadas por Bombelli assumem, nesse caso, um papel fundamental para articular os saberes algébricos e ajudar na orientação da construção da resolução sob o discurso da geometria euclidiana, tomado como modelo inquestionável, talvez pelo seu importante papel histórico-epistemológico da construção de conhecimentos matemáticos.

Na esteira dessa construção, assume-se a compreensão da álgebra escolar como instrumento de modelagem matemática escolar que pode articular e integrar saberes de diferentes campos, inclusive, noções da geometria escolar com uso de *materiais concretos*[7], os quais, pressupõe-se, dão sentido e significado a diferentes objetos que vivem na cultura escolar (Chevallard; Bosch & Gascón, 2001).

Criar condições sob certas restrições institucionais para que os objetos sejam ensináveis e aprendidos é um dos problemas docentes de interesse da subteoria da Transposição Didática do saber (Chevallard, 2019a) e, mais amplamente, da TAD que considera essa subteoria.

Esse entendimento se assenta em pressupostos teórico-metodológicos da TAD que leva em conta a ação do homem em situação, no caso, o estudo de situações envolvendo a álgebra escolar em articulação e integração com materiais concretos

[7] A expressão *material concreto* é assumida neste texto a partir das observações de Gervázio (2017, p.46) apoiado em Sarmento (2010), ao considerar “que o manuseio dos materiais concretos, por um lado, permite aos alunos experiências físicas à medida que este tem contado direto com os materiais, ora realizando medições, ora descrevendo, ou comparando com outros de mesma natureza. Por outro lado, permiti-lhe também experiências lógicas por meio das diferentes formas de representação que possibilitam abstrações empíricas e abstrações reflexivas, podendo evoluir para generalizações mais complexas”.

inspirados nos objetos da geometria, o que pressupõe encaminhar a indispensável mobilização de diferentes registros escritos, gráficos, orais, gestuais e materiais que instrumentalizam a atividade matemática e condicionam seu desenvolvimento (Bosch & Chevallard, 1999).

A ratificação ou retificação de nossa hipótese nos leva ao encontro da transposição didática (Chevallard, 1999, 2005, 2019a) que considera a recriação de condições institucionais de um dado objeto de ensino para torná-lo possível de ser ensinável e aprendível em um meio institucional. Nesta investigação empreendida, a escola leva em conta a busca de criar condições pela transposição didática do saber (Chevallard, 1999, 2005, 2019a), no caso, para o ensino da álgebra escolar.

Conforme mencionado, criar condições sob certas restrições institucionais para tornar possível a realização de uma prática escolar é um dos problemas docentes de interesse da TAD, mais precisamente, o *Problema Básico* (Chevallard, 2009), daqui em diante *PB*, assim explicitado:

> PB: Dadas determinadas restrições sobre tal instituição, ou tal pessoa, que conjunto de condições sob as quais a instituição, ou a pessoa, pode fazer integrar a seu equipamento praxeológico tal entidade praxeológica designada?[8] (Chevallard, 2009, p. 17, tradução nossa).

Parafraseando esse problema, pontua-se a seguinte questão de investigação: *Dadas determinadas restrições sobre a instituição escolar e docente, sob que conjunto de condições os alunos do ensino fundamental de uma escola pública podem integrar em suas práticas, novas relações com as práticas polinomiais?*

O enfrentamento desse tipo de problema pode ser interpretado a partir das noções disponíveis pela TAD, em particular, a partir da noção da subteoria da transposição didática do saber anunciada por Chevallard (1999, 2005, 2019, 2019a, 2020), que problematiza a natureza do conhecimento que vive em determinada instituição sob condições e restrições impostas por essa instituição.

Nesse sentido, "no cerne da teoria da Transposição Didática esta questão se encontra rebuscada, despretensiosa, mas de fato bastante abrangente: *O que é isso que você chama de 𝓀?*"[9] (Chevallard, 2019a, p.73, grifos do autor, tradução nossa), sendo que

---

[8]Fragmento do texto: *Étant donné certaines contraintes pesant sur telle institution ou telle personne, sous quels ensembles de conditions cette institution ou cette personne pourrait-elle intégrer à son équipement praxéologique telle entité praxéologique désigné?*

[9] Fragmento do texto: *At the heart of didactic transposition theory lies this far-fetched, unassuming, but indeed quite farreaching question: What is this thing you call 𝓀?*

$\mathscr{k}$ é definido pelo autor como “alguma parte de conhecimento $\mathscr{k}$ retirado de um corpo de conhecimento $\mathcal{K}$ ou disciplina $\mathcal{D}$: $\mathscr{k} \subseteq \mathcal{K} \subseteq \mathcal{D}$” (Ibid.).

Acerca da noção de transposição didática, Chevallard (2019a) destaca dois princípios fundamentais que devem ser observados: o primeiro é que o conhecimento que vive na instituição escolar, por exemplo, é quase sempre diferente do conhecimento apresentado dentro da instituição da matemática acadêmica. O segundo princípio é que essa diferença é negada por quase todas as pessoas interessadas no conhecimento escolar (Chevallard, 2019a).

Criar condições sob certas restrições institucionais que tornem possível ensinar um dado objeto de conhecimento, no caso deste artigo, as práticas da álgebra escolar de polinômios, pode evidenciar potencialidades para o ensino da matemática escolar, dada à relevância histórico-epistemológica do papel dos polinômios na construção de diferentes objetos do conhecimento, e da própria instituição escolar, como o estudo de funções polinomiais, trigonométricas, logarítmicas e exponenciais, ou, ainda, conforme evidencia Sodré (2019), com a estruturação do modelo matemático do tipo de problema de financiamento em parcelas fixas por meio do uso de polinômios ao alcance do ensino básico.

Portanto, neste texto, objetivamos descrever a criação de certas condições no sentido postulado pela transposição didática do saber (Chevallard, 1999, 2005, 2019, 2019a, 2020) a partir do uso de materiais concretos inspirados em objetos da geometria escolar, para tornar possível o ensino de polinômios no oitavo ano do ensino fundamental.

Ademais, a construção de uma possível resposta à questão de investigação aqui empreendida delimita-se a partir do uso de recursos teórico-metodológico da TAD, dos procedimentos metodológicos da empiria e dos resultados encontrados com alunos do ensino fundamental de uma escola pública.

2 NOÇÕES TEÓRICO-METODOLÓGICAS DA PESQUISA

Segundo Chevallard (1999, 2005, 2019, 2019a, 2020), todas as ações humanas incluindo a atividade matemática, por exemplo, podem ser interpretadas, isto é, modeladas como uma sequência de tarefas $\{t_1,\ t_2,\ldots,\ t_n\}$ dos tipos $\{T_1, T_2,\ldots,\ T_n\}$, executadas em virtude da existência de uma sequência de praxeologias correspondentes $\{\wp_1,\ \wp_2,\ldots,\wp_n\}$ (Chevallard, 2019a, p.12).

Uma das noções chave da TAD é a noção de praxeologia ou simplesmente organização praxeológica, que, “historicamente, a noção de praxeologia na TAD foi a resposta para esta pergunta: de onde surge uma relação pessoal com um objeto ***O***? A resposta é: essa relação resulta no uso do objeto ***O*** em todas as praxeologias que envolvem, de uma maneira ou de outra, o que a pessoa teve que lidar”[10] (Chevallard, 2019a, p. 12, tradução nossa).

É preciso destacar que a realização da atividade matemática escolar inclui a manipulação de organizações praxeológicas e, segundo normas da instituição escolar, depende de modo indispensável do uso de discursos, figuras, símbolos, entre outros objetos, em que o mais importante, para Bosch e Chevallard (1999), é sua função significante, produtora de saberes.

Nessa perspectiva, Bosch e Chevallard (1999) acentuam o problema da "natureza" dos objetos matemáticos e distinguem dois tipos de objetos: objetos ostensivos e não ostensivos, que são unidos por meio de uma dialética que considera os não ostensivos emergentes dos ostensivos (Bosch & Chevallard, 1999).

A partir da observação de Bosch e Chevallard (1999), a atividade matemática é condicionada pelos instrumentos materiais, visuais, sonoros e táteis que são normalmente utilizados em sua realização, inclusive, na escola básica, onde o professor pode avaliar os avanços de uma classe a partir dos registros dos alunos, por exemplo. De acordo com esses autores, é pelo motivo de serem manipulados que os objetos ostensivos diferem dos objetos não ostensivos.

Para o enfrentamento da problemática desta pesquisa sobre a criação de condições mínimas para o estudo de tarefas da álgebra escolar, assume-se o dispositivo didático-metodológico da pesquisa fundamentado nas “*oficinas de práticas matemáticas”*[11] (Bosch & Gascón, 2010, p.67, tradução nossa), cuja principal função, segundo esses autores, apoiados em Chevallard (1991) e Bosch e Gascón (1994), é a de “legitimar, institucionalizar e tornar visível o momento de trabalho da técnica nos diferentes processos didáticos escolares”[12] (Bosch & Gascón, 2010, p.67, tradução nossa).

De acordo com esses autores, a finalidade desse dispositivo didático-metodológico é ampliar progressivamente os tipos de tarefas sob orientação do professor, que permita

[10] Fragmentos do texto: *Historically, the notion of praxeology in the ATD was the answer to this question: Where does a personal relation to an object o arise from? The answer is: this relation results from the use of the object o in all the praxeologies involving o in one way or another that the person has had to deal with.*
[11] Fragmento do texto: *“taller de prácticas matemáticas”*
[12] Fragmento do texto: *legitimar, institucionalizar y hacer visible el momento del trabajo de la técnica dentro de los distintos procesos didácticos escolares.*

aos alunos provocar mudanças de relações mais ou menos fortes com a técnica inicial para enfrentar a tarefa. A ampliação das referidas técnicas, interpretada aqui pela construção progressiva dos modelos matemáticos geométrico-algébricos e vice-versa, pode se constituir em um "motor da ampliação progressiva do tipo de problemas estudados"[13] (Bosch & Gascón, 2010, p.69, tradução nossa).

Sob essa compreensão, julga-se que o uso dos signos como parte da atividade da matemática escolar, que variam entre algébricos, geométricos, ou até mesmo aritméticos, pode se mostrar como indispensável para evidenciar modelos matemáticos, aqui entendidos como boas “máquinas” (Chevallard, 1992) para a produção de conhecimentos sobre o domínio de realidade a que se referem os modelos (Bosch; Chevallard, Gascón, 2006).

De modo a melhor explicitar as análises e os resultados encontrados na empiria da pesquisa para construir uma possível resposta à questão de investigação, desenvolvida com alunos do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola pública, serão destacados, a seguir, os procedimentos metodológicos que a orientaram.

3 A EMPIRIA DA PESQUISA

As atividades de investigação foram realizadas em uma classe de vinte e cinco alunos do oitavo ano do ensino fundamental da Escola de Aplicação da Universidade Federal do Pará, daqui em diante EA/UFPA, no ano letivo de 2019, entre os meses de abril e junho, sob a orientação do primeiro autor deste trabalho.

Durante as orientações das atividades, o professor responsável estabeleceu em acordo com os alunos a organização de cinco grupos, identificados por $\boldsymbol{G_1}$, $\boldsymbol{G_2}$, $\boldsymbol{G_3}$, $\boldsymbol{G_4}$ e $\boldsymbol{G_5}$, objetivando uma interação intra e intergrupos no desenvolvimento das atividades. Para tanto, os dados empíricos foram coletados por meio de fotografias, registros impressos do acompanhamento das atividades, bem como dos procedimentos das praxeologias manifestadas pelos grupos diante das tarefas encaminhadas, tendo sido tudo anotado em um caderno.

Para o desenvolvimento de atividades sobre o estudo de polinômios, foram distribuídos aos grupos materiais concretos, peças em madeiras cujos formatos lembram

[13] Fragmento do texto: *motor de la ampliación progresiva del tipo de problemas estudiado.*

o retângulo e o quadrado estudados na matemática escolar. É preciso considerar que o material concreto apresentava as seguintes designações:

- *Peças na cor amarela que lembram o quadrado, com lado medindo* $\boldsymbol{x}$;
- *Peças na cor azul que lembram o quadrado, com lado medindo* $\boldsymbol{y}$;
- *Peças na cor vermelha que lembram o retângulo, com dimensões* $\boldsymbol{x}$ *e* $\boldsymbol{y}$*.*

Sob estas condições iniciais, os alunos mobilizaram vários processos de estudos e investigações de objetos vistos em anos anteriores, como as noções de cálculo de área e perímetro de figuras planas.

Entre as tarefas propostas aos grupos, destacamos:

Tarefa 1: *Qual a área do retângulo cujas dimensões dos lados são representadas pelos polinômios* $A(x, y) = (3x + 2y)$ *e* $B(x, y) = (x + y)$*?*

Tarefa 2*: Considere um retângulo cuja área é dada pelo polinômio* $C(x, y) = 4x^2 + 11x.y + 6y^2$ *e a medida de uma das suas dimensões é indicada por* $D(x, y) = 4x + 3y$*. De que maneira é possível determinar o polinômio que representa o valor da outra dimensão deste retângulo, considerando as peças do material concreto disponível?*

A proposição dessas tarefas levou os alunos ao engajamento de uma prática colaborativa para a realização das tarefas, incluindo a retomada do estudo de diferentes objetos de conhecimentos anteriores, isto é, praxeologias que, de algum modo, tornaram possíveis a realização de outras praxeologias. Na esteira dessa construção, foi fundamental recorrer aos modelos matemáticos inspirados nos objetos da geometria escolar para a realização das tarefas que envolveram as operações polinomiais, conforme se analisará no próximo item.

4 ANÁLISE DOS DADOS E RESULTADOS ENCONTRADOS

Com o propósito de criar condições para minimizar as dificuldades dos alunos quanto ao ensino de álgebra escolar, sobretudo, operações polinomiais que emergem das operações de multiplicação e divisão, por exemplo, partiu-se da utilização do uso de materiais concretos inspirados em objetos da geometria euclidiana, pois o uso desses recursos pode criar condições, nem todas é claro, para a construção de saberes dos alunos de modo a darem sentido e significados aos objetos da álgebra escolar com a modelagem algébrico-geométrico.

Nesse sentido, as tarefas enfrentadas pelos grupos seguiram os seguintes passos:

1° Passo: *Todos os grupos receberam um número adequado de peças distribuídas pelo professor da classe de modo a dar condições para realização das atividades;*

2° passo: *Cada grupo escolheu um dos polinômios,* $A(x, y) = (3x + 2y)$ *ou* $B(x, y) = (x + y)$*, para ser considerado a medida da base ou a medida da altura da figura a ser construída;*
3° passo: *Nesta etapa, os grupos deveriam usar as quantidades de peças que fossem apropriadas às dimensões apresentadas pelo polinômio escolhido, a fim de representá-lo;*
4° passo: *Para iniciar, se o lado escolhido fosse a base do retângulo, o grupo deveria construir a altura do retângulo, sendo que esta poderia ser feita do lado direito ou esquerdo, sobre uma das peças da base. O polinômio que não fosse selecionado inicialmente será evidenciado para erigir a altura;*
5° Passo: *Para finalizar, o grupo deveria proceder a estruturação final do retângulo, completando o espaço vazio existente entre a sua base e altura, mas sempre observando as dimensões das peças, pois estas deveriam se ajustar a fim de evitar, no término deste preenchimento, falta ou excesso de área, o que poderia impedir a construção do retângulo.*

Frente às tarefas propostas, os grupos interagiram entre si, o que não impediu o surgimento de dúvidas sobre como estruturar a situação geométrica para construir o modelo matemático algébrico. Paulatinamente, as dúvidas dos alunos foram sendo minimizadas a partir da observação e dos avanços intergrupos, pois os grupos que, apresentaram dificuldades, primeiramente observaram os demais agirem, para então estabelecerem relações com os polinômios e com as peças inspiradas na geometria para estruturação da situação.

A manipulação das peças geométricas permitiu a construção de diferentes modelos geométricos, como mostra a Figura 4.

Figura 4: Registro dos grupos $\boldsymbol{G_1}$ e $\boldsymbol{G_4}$
Fonte: Acervo da pesquisa (2019).

O desenvolvimento das tarefas pelos grupos $\boldsymbol{G_1}$ e $\boldsymbol{G_4}$ revelou a construção de uma situação com seu respectivo modelo matemático geométrico retangular. Esse passo de estruturação da situação com o modelo tornou possível a construção do modelo matemático algébrico que pode expressar o polinômio resultante.

A prática em ato evidenciada pelos grupos na defesa de sua resposta deu sentido e significado às relações entre os objetos de saber da geometria e da álgebra escolar, inclusive, no sentido das relações entre esses campos de saberes. Ressalta-se que, diante desse resultado positivo, o propósito maior do professor era propor futuramente o estudo de outras situações, com problemas do mundo real.

Nesse sentido, o papel do professor da classe é determinante para o avanço da investigação, posto que é ele "quem deve 'surpreender' continuamente para cumprir com sua função [...] é a condição mínima" (Chevallard, 2005, p.81, tradução nossa).

A construção da superfície do retângulo a partir do produto entre os polinômios $\boldsymbol{A(x,y)} = (\boldsymbol{3x+2y})$ e $\boldsymbol{B(x,y)} = (\boldsymbol{x+y})$, ou seja, $[\boldsymbol{A(x,y).B(x,y)}] = \boldsymbol{3x^2+5.x.y+2y^2}$, revela por meio dos coeficientes do polinômio resultante, isto é, $\{\boldsymbol{3,5,2}\}$, o número de peças utilizadas pelo registro ostensivo do modelo matemático geométrico evidenciado na Figura 4. Nesse caso, o numeral 3 indica o número de três peças amarelas, 5 peças vermelhas e 2 peças azuis.

Essa relação permitiu aos grupos expressarem o ostensivo do modelo matemático algébrico do polinômio: $\boldsymbol{A(x,y).B(x,y)} = \boldsymbol{3x^2+5.x.y+2y^2}$. Esse modelo deixa claro o papel dos registros não ostensivos em articulação e integração com os registros ostensivos (Bosch; Chevallard, 1999) dos modelos matemáticos.

Um aspecto notável durante as atividades foi a discussão encaminhada entre os grupos para obtenção de respostas da tarefa 2 a partir da manipulação ostensiva do modelo matemático algébrico, em que os mesmos instituíram o modelo descrito por meio dos seguintes ostensivos: $\boldsymbol{B = \frac{A}{H}}$ $\boldsymbol{ou}$ $\boldsymbol{H = \frac{A}{B}}$.

Nessa perspectiva, o polinômio $C(x,y) = 4x^2 + 11xy + 6y^2$ denotou a superfície do modelo geométrico do retângulo e $D(x,y) = 4x + 3y$ foi o polinômio usado para designar uma das medidas da dimensão do retângulo (base ou altura).

Na sequência, será descrito o processo de construção usado pelos grupos na execução da tarefa 2:

1° Passo: *As peças que foram distribuídas inicialmente pelo professor representa a área do retângulo, em uma certa quantidade e forma, que deve estar relacionada de acordo com os coeficientes numéricos do polinômio* $C(x,y) = 4x^2 + 11xy + 6y^2$. *Na execução da tarefa proposta, cada grupo trabalhou com a seguinte quantidade de peças:*

- *Quatro (4) peças de cor amarela que lembram o quadrado;*
- *Onze (11) peças de cor vermelha que lembram retângulos;*
- *Seis (6) peças de cor azul que lembram o quadrado.*

2° Passo: *As 21 peças escolhidas no passo anterior foram todas usadas para a construção do retângulo (quadrilátero) e, para isso, inicialmente o outro polinômio fornecido na tarefa 2, ou seja, o polinômio descrito por* $\boldsymbol{D(x,y)} = (\boldsymbol{4x+3y})$ *deveria ser a base do retângulo (ou altura) e, mais precisamente, o ponto de partida da construção do novo registro geométrico, conforme orienta a Figura 5.*

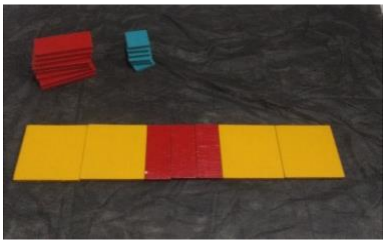

Figura 5: Registro ostensivo geométrico dos grupos G_1 e G_2
Fonte: Acervo da pesquisa (2019).

3° Passo: *Pressupondo que o lado escolhido acima fosse a base do retângulo, o propósito era construir sua altura, sendo que a escolha poderia iniciar pela esquerda ou direita, sobre uma das peças da base. De qualquer modo, uma das condições iniciais é que os discentes deveriam utilizar todas as peças restantes, objetivando a construção final do retângulo (quadrilátero), de modo a preencher seu espaço interno completamente e, com isso, evitar uma possível superfície com falta de peças ou com excesso.*

4° Passo: *Nessa última fase, os alunos interpretaram o objeto ostensivo matemático construído e inferiram seus registros algébricos como resposta final da tarefa 2, fazendo uma análise dos objetos não ostensivos, por meio do princípio da contagem, que, no caso, foi utilizado como técnica simples e eficaz.*

A organização praxeológica materializada pelo modelo matemático ostensivo geométrico criou condições indispensáveis para a construção do modelo algébrico, seguindo a noção de contagem do número de peças estruturadas para composição da superfície da figura geométrica que pode lembrar a de um retângulo. Diante dessa estruturação com o material concreto, os grupos determinaram o polinômio que completaria a composição da superfície, como orienta a Figura 6.

Figura 6: Registro ostensivo geométrico dos grupos G_1 e G_5
Fonte: Acervo do grupo de pesquisa (2019).

Os registros revelados pelos alunos no processo de estudos e investigação apontam para o uso de *entidades praxeológicas* (Chevallard, 2009), aqui interpretadas de modo imprescindível sob a dialética de ostensivos/não ostensivos (Bosch & Chevallard, 1999) que permitiu a modelagem matemática algébrica a partir dos recursos materiais utilizados pelos alunos no enfrentamento das tarefas.

As praxeologias mobilizadas pelos alunos foram possíveis, sobretudo, pela condição criada a partir dos objetos concretos inspirados nas figuras da geometria escolar, que permitiu aos alunos desenvolverem um *filtro de percepção* (Chevallard, 2005) frente às situações postas, que em passos sucessivos foram incorporando práticas para estruturação do modelo matemático ostensivo geométrico/algébrico.

Em última análise, o modelo matemático geométrico estruturado a partir do material concreto encaminhou uma dinâmica de participação ativa dos alunos no processo de construção de saberes, em particular, sobre compreensões dos objetos da álgebra escolar de polinômios, que do ponto de vista histórico-epistemológico (Pereira, 2017), esse objeto possui um papel fundamental para a modelagem de outros saberes, inclusive, de interesse da escola básica, como de outras instituições para a desmagificação de partes da realidade, cujos modelos longe de serem representações exatas da realidade, acabam por serem boas "máquinas" para produzir conhecimentos (Bosch; Chevallard & Gascón, 2006).

A estruturação do modelo matemático dinâmico com uso do material concreto inspirado na geometria escolar criou condições para a transposição didática (Chevallard, 2019a), e fez emergir relações com outros saberes das práticas polinomiais, constituindo-se em uma *infraestrutura praxeológica* (Chevallard, 2019a) de saberes necessários para o ensino de polinômios, em virtude da facilidade de uso das peças que permitiram aos alunos abstraírem a partir do modelo matemático geométrico estruturado o modelo matemático algébrico que estaria associado.

É preciso destacar que outros saberes condicionaram a prática escolar desenvolvida pelos alunos, por exemplo, noções do cálculo de superfícies planas, que foram investigadas e estudadas para tornar possível a compreensão das tarefas propostas pelo professor com o uso do material concreto.

Ou seja, outros saberes, mais precisamente, a construção de relações (Chevallard, 2005) com objetos da álgebra escolar, como a noção de expressões polinomiais, o cálculo de superfícies planas retangulares e quadradas, revelaram-se progressivamente no encontro dos grupos com esses saberes, durante a realização das tarefas enfrentadas, integrando assim a parte das condições construídas e desenvolvidas no processo de estudos.

Sob essa compreensão, os grupos, além de evidenciaram a construção de diferentes saberes por meio de relações com o saber, encontraram condições sob certas restrições que foram indispensáveis para a delimitação do encontro da situação com seu respectivo modelo matemático. É preciso considerar que as condições que tornaram possíveis os estudos dos grupos com alguns objetos não foram previstas antes da ação

(Chevallard, 2009), pois parte delas emergem progressivamente no contexto de estudo e investigação.

5 RETROSPECTIVA E ENCAMINHAMENTOS FUTUROS

O objetivo deste texto consistiu em descrever a criação de condições no sentido teórico da transposição didática institucional do saber (Chevallard, 1999, 2005, 2019, 2019a, 2020) a partir do uso de materiais concretos inspirados em objetos da geometria escolar, que tornaram possível, de algum modo, o ensino de polinômios no oitavo ano do ensino fundamental, com o propósito de construir respostas, mesmo que parcialmente, sobre o tipo de *problema básico* de formação docente destacado pela TAD (Chevallard, 2009b).

Os encaminhamentos aqui empreendidos empiricamente com alunos do oitavo do ensino fundamental revelam, entre outras potencialidades, que o uso do material concreto inspirado nos objetos da geometria escolar foi determinante para a manipulação ostensiva das noções algébricas polinomiais, ao permitir a modelagem algébrica do polinômio referente ao tipo de situação enfrentada.

O uso dos recursos materiais concretos passa pela noção de transposição didática do saber (Chevallard, 1992, 1999, 2005, 2009, 2019a, 2020), pressupondo-se que o uso dos recursos inseridos no processo de estudos pelo professor da classe possibilitou a articulação e integração de diferentes saberes, isto é, de diferentes organizações praxeológicas, incluindo as da álgebra e da geometria escolar.

Quanto às condições criadas, é preciso considerar que "[...] são objetos de estudo da didática, não podem ser enumeradas *a priori*: a sua descoberta é progressiva e a compreensão de seu papel na difusão de uma determinada entidade praxeológica $\wp$ são os objetivos permanentes da pesquisa em didática"[14] (Chevallard, 2009, p.12, grifos do autor, tradução nossa).

Esta pesquisa demanda novos esforços empíricos com alunos da escola básica ou até mesmo com professores, de modo a minimizar as dificuldades encontradas no estudo de polinômios a partir da criação de condições que poderão ou não revelar outros

[14] Fragmentos do texto: *Sont l'objet d'étude de la didactique ne peuvent être énumérées a priori : leur découverte progressive et la compréhension de leur rôle dans la diffusion de telle ou telle entité praxéologique $\wp$ sont l'objectif permanent de la recherche en didactique.*

saberes, sempre com o intuito de tornar possível o ensino dessas práticas na escola básica.

REFERÊNCIAS

Bosch, M., &Chevallard, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, v. 19, n.1, p.77-124. Recuperado de: http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Sensibilite_aux_ostensifs.pdf.

Bosch, M., Chevallard, Y., &Gascón, J. (2006). Science or magic? The use of models and theories in didactics of mathematics. *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education*.

Bosch, M.; Gascón, J. (2010). Fundamentos antropológicos das organizações didáticas: das "oficinas de práticas matemáticas" às "rotas de estudo e pesquisa". In: BRONNER, A.; LARGUIER, M.; ARTAUD, M.; BOSCH, M.; CHEVALLARD, Y.; CIRADE LADAGE, G. C. (ed.) *Difusor los Mathematiques (et lês autres savoirs) comme d'outils de connaissance et acção*. Montpellier, França: IUFM de l'Académie de Montpellier, p. 49-85.

Brasil. (2017). Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC.

Burat, Émile. (1876). Traité d'algèbre élémentaire, à l'usage dês lycées, dês collèges et des candidats à l'école militaire de Saint-Cyr. Paris: *Librairie Classique d'Eugène Belin*.

Chevallard, Y. (1989). Arithmétique, algèbre, modélisation, étapes d'une recherche. *Publication de l'IREMd'Aix-Marseille*.

Chevallard, Y. (1992). Fundamental concepts in didactics: Perspectives provided by an anthropological approach. In: DOUADY, R.; MERCIER, A. (ed.). *Research in Didactique of Mathematics, Selected Papers*. Grenoble: La Pensée Sauvage, p. 131-167.

Chevallard, Y. (1999). L'analise des pratiques enseignantes em theórie anthopologique Du didactique, recherches em didactiques des mathematiques. Grenoble. *La Pensée Sauvage Éditions,* v. 19.2, p.221-265.

Chevallard, Y. (2005). *La Transposición Didáctica: del saber sabio al saber enseñado*. 2. ed. 3. reimp. Buenos Aires: Aique Grupo Editor.

Chevallard, Y. (2009). La notion d´ingénierie didactique, um concept à refonder. Questionnement et élémentos de réponses à partir de la TAD. In: MARGOLINAS, C. et al. (org.): En amont et en aval des ingénieries didactiques, XVª École d´Été de Didactique des Mathématiques – Clermont-Ferrand (Puy-de-Dôme). *Recherches em Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage, v. 1, p. 81- 108.

Chevallard, Y. (2019). On using the ATD: Some clarifications and comments. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v. 21, n.4, pp. 001-017.

Chevallard, Y. (2019a). INTRODUCING THE ANTHROPOLOGICAL THEORY OF THE DIDACTIC: AN ATTEMPT AT A PRINCIPLED APPROACH. *Hiroshima journal of mathematics education* - 12: p.71-114.

Chevallard, Y. (2020). Some sensitive issues in the use and development of the anthropological theory of the didactic. *Educ. Matem. Pesq.*, São Paulo, v.22, n. 4, pp. 013-053.

Chevallard, Y., Bosch, M. & Gascón, J. (2001). *Estudar matemáticas: o elo perdido entre o ensino e aprendizagem*. Porto Alegre: Artmed.

Fonseca, C.,Gascón, J., Lucas, C. (2014). Desarrollo de un modelo epistemológico de referencia en torno a la modelización funcional. *Revista Latino americana de Investigación en Matemática Educativa*, v. 17, n. 3, p. 289-318, nov.

Gascón, J. (1999). La naturaleza prealgebraica de la matemática escolar. *Educación Matemática*, Barcelona, v. 11, n. 1, p. 77-88.

Gascón, J.; Bosch, M.; & Bolea, P. (2001). Cómo se construyen los problemas em didáctica de las matemáticas? *Educación Matemática*, Barcelona, v. 3, n. 3, diciembre, p. 22-63. Recuperado de: http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol13/03Gascon.pdf.

Matos, F. C. de. (2017). *Praxeologias e modelos praxeológicos institucionais: o caso da álgebra linear*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém.

Pereira, J. C. S. (2017). *Alterações e recombinações praxeológicas reveladas por professores de matemática do ensino básico em formação continuada: a partir de um modelo epistemológico alternativo para o ensino da álgebra escolar*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém. Recuperado de: https://drive.google.com/file/d/1S5hyeh8l_NpB3KaJjZbxg_5M6Ouh3h56/view.

Revuz, A. (1971). The position of geometry in mathematical education. *Educational Studies in Mathematics*, v. 4, p.48-52.

Ruiz-Munzón, N. (2010). *La introducción del álgebra elemental y su desarrollo hacia la modelización funcional*. Tese (Doutorado em Matemática) - Departament de Matemàtiques, Universitat Autònoma de Barcelona.

Sodré, G. J. M. (2019). *Modelagem matemática escolar: uma organização praxeológica complexa*. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemáticas) - Instituto de Educação Matemática e Científica, Universidade Federal do Pará, Belém.

Stevin, S. (1634). *Les oeuvres mathematiques de Simon Stevin*. Leyde.

Viète, F. (1630). *Introduction enl'art analytic ou nouvelle algèbre*. Paris. Recuperado de: http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-4788.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Traços da Modelagem Matemática escolar para o ensino de polinômios

Manoel Lucival Da Silva Oliveira
Doutorado em Matemática
Universidade Federal do Pará (UFPA), Escola de Aplicação da UFPA, Belém, Brasil
mlso@ufpa.br
https://orcid.org/0000-0002-6959-6442.

Gleison De Jesus Marinho Sodré
Doutorado em Educação em Ciências e Matemática
Universidade Federal do Pará (UFPA), Escola de Aplicação da UFPA, Belém, Brasil
profgleisoneaufpa@gmail.com
https://orcid.org/0000-0002-3993-4236.

Endereço de correspondência do principal autor
Conjunto A Marituba - 1 Quadra - E N° 22, Bairro Decouville, CEP:67105-780, Marituba, Pa, Brasil.

AGRADECIMENTOS
Agradecemos a Escola de Aplicação da UFPA por oferecer condições para realização de diferentes práticas de ensino com ênfase ao Ensino Básico, Técnico e Tecnológico.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: G. J. M. Sodré, M. L. S. Oliveira
Coleta de dados: M. L. S. Oliveira.
Análise de dados: G. J. M. Sodré, M. L. S. Oliveira
Discussão dos resultados: G. J. M. Sodré, M. L. S. Oliveira
Revisão e aprovação: Não se aplica

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo não está disponível publicamente.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 24-11-2020 – Aprovado em: 18-02-2021