

PROPOSTA METODOLÓGICA PARA A REPRESENTAÇÃO DE PLANOS POR MEIO DO SOFTWARE GEOGEBRA

Methodological proposal for the representation of plans through the geogebra software

Zeca Catuco André QUIMUANGA

Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-UÍGE), Uíge, Angola

zecatuco@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7304-0738>

Raúl Ceregido DOMÍNGUEZ

Instituto Superior de Ciências de Educação do Sumbe (ISCED-SUMBE), Kwanza Sul, Angola

acere09@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4564-6708>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

O presente artigo é parte da pesquisa quali-quantitativa realizada como requisito parcial para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências de Educação na especialidade de Ensino de Matemática, no Instituto Superior de Ciências de Educação do Cuanza Sul, em Angola. O mesmo objetivou apresentar uma proposta metodológicas da sequência dos procedimentos interativos para a representação de planos, usando o *software GeoGebra* incluindo o seu processo dinâmico nos estudantes do II e III ano de licenciatura do Curso de Ensino de Matemática, do Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-Uíge). Para o cumprimento desta meta foram realizadas as pesquisas bibliográfica e a investigação-ação e o questionário foi o principal instrumento de recolha de dados. Os resultados obtidos e a satisfação notada nos estudantes durante as atividades desenvolvidas indicaram que o *software GeoGebra* é um recurso prático, dinâmico e atrativo e que pode romper paradigmas de modo a transformar o estudante num agente cada vez mais ativo, melhorando desta forma a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva. Por isso, espera-se com esta pesquisa a dinamização do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva aliado o *software GeoGebra* para melhorar a qualidade do respetivo processo e responder os desafios da sociedade.

Palavras-chave: GeoGebra, Geometria Descritiva, Proposta metodológica

ABSTRACT

This article is part of the qualitative-quantitative research carried out as a partial requirement for obtaining a Master's Degree in Educational Sciences in the specialty of Mathematics Teaching, at the Higher Institute of Educational Sciences of Cuanza Sul, in Angola. The same aimed to present a methodological proposal of the sequence of interactive procedures for the representation of plans, using the GeoGebra software including its dynamic process in students of the II and III year of the Mathematics Teaching Course, from the Higher Institute of Educational Sciences of Uíge (ISCED-Uíge). To fulfill this goal, bibliographic research and action research were carried out, and the questionnaire was the main instrument for data collection. The results obtained and the satisfaction noted by the students during the developed activities indicated that the GeoGebra software is a practical, dynamic and attractive resource that can break paradigms in order to transform the student into an increasingly active agent, thus improving the quality of the Descriptive Geometry teaching-learning process. Therefore, this research is expected to boost the teaching-learning process of Descriptive Geometry combined with the GeoGebra software to improve the quality of the respective process and respond to society's challenges.

Keywords: GeoGebra, Descriptive Geometry, Methodological proposal

1 INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática em geral e de modo particular em Geometria Descritiva, tem-se buscado medidas no sentido de melhorar as relações entre o que se trabalha em sala de aula com o que a sociedade necessita. Por isso, nos dias atuais, há uma constante busca em, criar ambientes de aprendizagem em que a participação do professor seja de mediador das atividades e que os alunos participem na construção do conhecimento.

O ponto 3, do artigo 2, da Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino de Angola, estabelece que:

O Sistema de Educação e Ensino é o conjunto de estruturas e modalidades, por meio das quais se realiza o processo educativo, tendente à formação harmoniosa e integral do indivíduo, com vista a construção de uma sociedade livre, democrática, de direito, de paz e progresso social (Lei-nº17/16, 2016, p. 3994).

Nisso compreende-se que, o processo de ensino-aprendizagem é a base para a construção de conhecimentos sólidos com vista a formação das jovens gerações capazes de responder às exigências sociais. Todavia, as observações revelam que este processo no âmbito da Geometria Descritiva, tem sido alvo de várias dificuldades motivadas por vários fatores, entre eles:

- ♣ Os meios de ensino mais utilizados no ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva são o quadro, o giz, a régua, o compasso e o esquadro;
- ♣ Poucos estudantes e professores procuram superar suas dificuldades e melhorar suas habilidades informáticas e acompanhar as dinâmicas da sociedade;
- ♣ A falta de criatividade por parte de professores em gerar outras ferramentas para que os estudantes participem e com facilidade nas resoluções de problemas e exercícios;
- ♣ A confecção de figuras e a resolução de problemas e exercícios, é feita apenas em cadernos enquanto as outras possibilidades como o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) por meio de *softwares* educativos, ferramentas importantes no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva são descartadas;
- ♣ A insuficiência de meios de informática que as instituições escolares apresentam condiciona o processo de ensino-aprendizagem.

Os casos acima referenciados mostram claramente que, o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva é realizado apenas com os meios convencionais. Por isso, a presente pesquisa considera que, para o ensino é necessário ter criatividade, gerar ferramentas necessárias alicerçadas no uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) por meio de *softwares* educativos, entre eles o *GeoGebra*, ferramentas que surgem para facilitar o preenchimento de possíveis lacunas no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva, porque facilita ao estudante a compreensão, a confecção e visualização de figuras, tal como Borba e Penteado (2002), Magnus (2010), Sousa (2015), Cerqueira (2017) e Silva (2018) defendem que a utilização das TICs é uma possível saída para o desinteresse dos alunos em relação à Matemática e áreas afins e no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva os *softwares* educativos são ferramentas a enaltecer se considerarmos as suas potencialidades facilitando o estudante a estabelecer as ligações entre o espaço e a sua representação bidimensional, a confecção de figuras geométricas.

Por outro lado, Santos e Martinez (2000, pp. 4-5) descrevem que, “a Geometria Dinâmica trata da capacidade de construir configurações geométricas precisas com o computador as quais podem depois ser alteradas em termos de posições, ângulos e dimensões, mantendo-se automaticamente as restrições estabelecidas na construção original”.

Essas ideias são sustentadas pelo fato de que a sociedade atual está marcada pela tendência de caminhar a passos largos em direção ao mundo tecnológico, que atinge o modo de comunicar (transmitir e receber informações), o modo de produzir e de agregar novas informações ao cotidiano, de maneira globalizada e uniforme. Essa nova forma de comunicar também chegou na escola, atingindo o processo de ensino por constantes mudanças, onde o professor é chamado a ter uma nova postura, renovando a sua prática pedagógica podendo recorrer ao acesso à tecnologia.

Acompanhando a dinâmica social, Angola optou por introduzir no seu sistema educativo a Computação no Ensino Superior com a meta de facilitar o papel da escola, tal como afirma Libâneo (2007, p. 309), “o grande objetivo das escolas é a aprendizagem dos alunos, e a organização escolar necessária é a que leva a melhorar a qualidade dessa aprendizagem”.

Com vista a dar resposta aos desafios constitucionais e as exigências para assegurar, incrementar e a redinamizar o crescimento e o desenvolvimento económico e social do país, [...] o desejo da sua inserção no contexto regional e internacional como

também, na garantia de um ensino seguro e de qualidade de modo a contribuir de forma mais efetiva, para a excelência do processo de ensino e aprendizagem, para o empreendedorismo e para o desenvolvimento científico, técnico e tecnológico de todos os setores da vida social, o governo angolano aprovou a Lei nº 17/16 de 07 de Outubro.

Em relação aos fins do Sistema de Educação e Ensino, as alíneas a), b), c) e g) do artigo 4 da mesma Lei-nº17/16 (p. 3994), descrevem que o Sistema de Educação e Ensino deve:

- (a)** Desenvolver harmoniosamente as capacidades intelectuais, laborais, cívicas, morais, éticas, estéticas e físicas, [...] especialmente dos jovens, de maneira contínua e sistemática e elevar o seu nível científico, técnico e tecnológico, a fim de contribuir para o desenvolvimento socioeconómico do país.
- (b)** Assegurar a aquisição do conhecimento e competências necessárias a uma adequada e eficaz participação na vida individual e coletiva.
- (c)** Formar um indivíduo que seja capaz de responder os problemas nacionais, regionais e internacionais de forma crítica, construtiva e inovadora para a sua participação ativa na sociedade, à luz dos princípios democráticos.
- (g)** Garantir a excelência, o empreendedorismo, a eficiência e a eficácia do processo de formação integral do indivíduo.

Além disso, os currículos e os respetivos conteúdos, estão organizados de maneira sequencial e gradual em função dos respetivos níveis de ensino, defendendo-se a ideia que no processo de ensino o professor deve utilizar metodologias ativas, como por exemplo, a consideração das concepções e alternativas dos alunos, o uso das atividades práticas que permitem o aluno observar, recolher dados, fazer previsões, tirar conclusões e incentivá-los a propor soluções para a resolução de problemas.

Para participar nesta linha de pensamento Borba e Penteado (2002), Magnus (2010), Cerqueira (2017) e Silva (2018) propõem o uso das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs), através de computadores, calculadoras, *internet*, etc., seja uma possível saída para o desinteresse dos alunos em relação à Matemática, apostando que investigações interessantes podem ser geradas pelos alunos, já que *softwares* e calculadoras permitem que eles lidem com problemas que não poderiam, se as tecnologias não estiverem disponíveis, colocando assim o aluno como sujeito ativo e o professor como agente mediador do conhecimento. Esses autores sugerem que os *softwares* permitem que a formalização de ideias matemáticas seja precedida por “experimentação” feita anteriormente no *software*.

Infelizmente, há vários fatores que limitam a utilização dos *softwares*, entre os quais se destacam os recursos disponibilizados nos estabelecimentos de ensino, já que seria necessária uma sala de aula onde o computador fosse tão habitual como o quadro; a falta

de interesse e/ou condições por parte de alunos e professores em terem um curso de Informática; a resistência às mudanças de abraçar as dinâmicas que a sociedade impõe. Por causa desta realidade, em algumas escolas angolanas, existem professores que usam a sua criatividade procurando dentro das possibilidades, com os meios convencionais, projetar no quadro ou fabricar maquetes que facilitam a visualização. Mas,

Mesmo com ilustrações (bidimensionais) bastante claras de determinadas técnicas usadas nessa disciplina, parece ser indispensável utilizar em sala de aula recursos (tridimensionais) que facilitem a visualização espacial de construções típicas da Geometria Descritiva. Uma possibilidade **é criar maquetes demonstrativas de modelos reais**, que tratem de forma específica alguns tópicos de Geometria Descritiva **com maior grau de dificuldade para os alunos**. Outra solução **é o uso do computador para a elaboração e exibição de modelos virtuais e animações bi ou tridimensionais**. Podem ser usados aplicativos de Geometria Dinâmica para fazer um paralelo entre os aspetos do plano e espaciais de certo procedimento, tendo a liberdade de mover alguns pontos e redefinir a posição e a proporção dos principais elementos da construção (Lima & Costa, 2007, p. 2) (grifos nossos).

A afirmação destes autores pode ser comprovada com as ilustrações abaixo em algumas aulas do autor deste artigo.

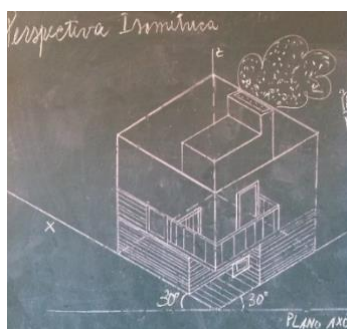


Figura 1: Projeção de uma habitação em perspetiva isométrica
Fonte: Autor 1

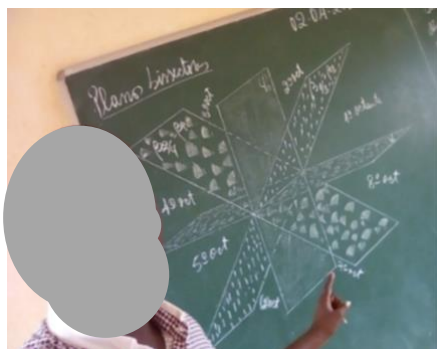


Figura 2: Representação dos planos bissetores com os meios convencionais
Fonte: Autor 1

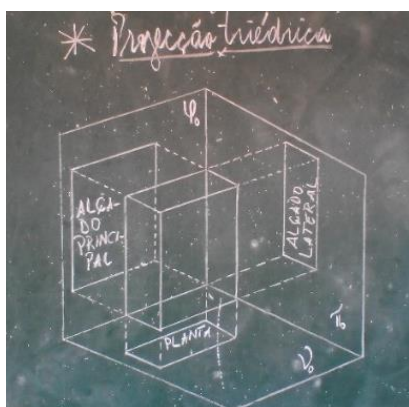


Figura 3: Projeção triédrica de um paralelepípedo

Fonte: Autor 1

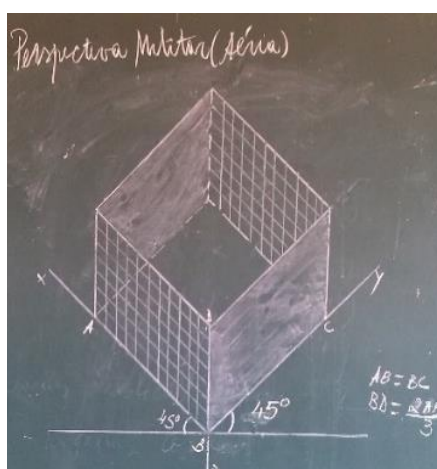


Figura 4: Projeção de um cubo em perspectiva aérea (militar)

Fonte: Autor 1

Combinado as ideias dos autores descritas acima e estas projeções, percebe-se com facilidade que os recursos interferem fortemente no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

Assim, ao invés de ser encarada como um fim em si mesma, a utilização de *software* no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva pode ser considerada uma ferramenta a enaltecer se considerarmos as suas potencialidades. Com recurso a este instrumento, mais facilmente o estudante poderá, principalmente na fase de iniciação à disciplina, estabelecer as ligações entre o espaço e a sua representação bidimensional, a confecção de figuras geométricas e não só.

Ao tratar desta temática, encontramos que,

O ensino de Desenho Técnico e Geometria ganhou no computador uma importante ferramenta. A informática disponibiliza hoje recursos que permitem a vivência de experiências de aprendizado que antes eram impossíveis. Tal fato ocorre,

naturalmente, não só na área de Desenho, mas em todas as demais. No entanto, pela sua característica eminentemente gráfica, o benefício trazido à didática do Desenho pelas novas interfaces e dispositivos gráficos, se sobressai (Santos & Martinez, 2000, p. 3).

A ideia desses autores revelam que o desenvolvimento da tecnologia facilitou e permitiu desenvolvimento dos processos de representação gráfica de objetos tridimensionais com a criação de ferramentas informáticas de desenho, que têm por base princípios de Geometria Descritiva, como é o caso do **CAD** (*Computer Aid Design*) que significa “Desenho Assistido (feito) por computador” (Mónica & Miranda, 2013, p. 6).

Os recursos computacionais trazem infinitos benefícios para a execução de desenhos técnicos, tais como maior rapidez e precisão mas, a utilização desses recursos só é viável se o indivíduo possuir uma cuidada visão espacial, sendo capaz de raciocinar em três dimensões. Uma das formas de fazê-lo é através do estudo da Geometria Descritiva.

Mas, apesar disso, a capacidade de raciocínio do ser humano continua ser a principal ferramenta para a interpretação e elaboração de desenhos técnicos e para a criação e transmissão de novas ideias.

Quanto às modalidades de aplicação, Santos e Martinez (2000), Borba e Penteado (2002) e Zulato (2007) descrevem que, a aplicação de *softwares* no ensino pode ser feita em sala de aula (ensino presencial), à distância (EaD - Educação à Distância) ou com apoio ao ensino presencial (auto-estudo).

Nesta pesquisa, escolheu-se o modelo de ensino presencial (no laboratório de informática da instituição) por se julgar ser o mais produtivo de acordo a realidade socioeconómica dos estudantes. Além disso, julgou-se também ser a mais favorável porque garante maior intercâmbio entre estudantes e professor e entre os estudantes que, por sua vez, são os futuros professores de Matemática e áreas afins que muitas vezes carregam consigo elevadas dificuldades tanto na transmissão como na compreensão de alguns conteúdos, visto que a utilização apenas de meios convencionais não permite compreender, demonstrar, visualizar e analisar muitos dos casos estudados tendo em conta as limitações que os mesmos meios têm.

Diante disso, a escolha desta temática teve também o suporte das ideias de Santos e Martinez (2000, pp. 4-5) ao defenderem que, “a Geometria Dinâmica trata-se da capacidade de construir-se configurações geométricas precisas com o computador as quais podem depois ser alteradas em termos de posições, ângulos e dimensões, mantendo-se automaticamente as restrições estabelecidas na construção original”.

É por estas e outras razões que a pesquisa objetivou apresentar uma proposta metodológica da sequência dos procedimentos interativos para a representação de planos, usando o *software GeoGebra* incluindo o seu processo dinâmico, demonstrando desta forma as potencialidades que este *software* tem no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

2 METODOLOGIA

Considerando-se a natureza das variáveis estudadas, “a presente pesquisa é qualitativa porque procurou interpretar as informações quantitativas por meio de símbolos numéricos e os dados qualitativos mediante a observação, a interação participativa e a interpretação das informações fornecidas pelos sujeitos envolvidos na pesquisa” (Knechtel, 2014, p. 106). Ou seja, é quantitativa na medida em que tanto no processo de coleta de informação, como no tratamento destas por meio de técnicas estatísticas e procedimentos matemáticos representa em princípio, a intenção de garantir a precisão dos resultados, evitando distorções de análise e interpretação e ao mesmo tempo mostra-se qualitativa porque a partir de perguntas abertas recolhemos mais informações trazendo outros dados, que estão além do conhecimento imediato.

Em função do objetivo, a pesquisa é explicativa, porque procura relacionar a causa-efeito, demonstrando o impacto que o *software GeoGebra* tem sobre a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

Em relação aos procedimentos, utilizou-se a pesquisa bibliográfica e a pesquisa-ação (investigação-ação).

A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão. Sua finalidade é colocar o pesquisador em contato direto com tudo o que foi escrito, dito ou filmado sobre determinado assunto, inclusive conferências seguidas de debates que tenham sido transcritos por alguma forma, quer publicadas, quer gravadas (Marconi & Lakatos, 2003, p. 183).

Assim, a pesquisa bibliográfica serviu para fundamentar teoricamente, compreender o modo pelo qual a tecnologia influencia o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva, buscando desta forma os autores que se preocupam com as questões apresentadas na presente pesquisa, bem como a análise dos resultados encontrados.

A pesquisa-ação ou investigação-ação pode ser definida como sendo

[...] um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo (Thiollent, 1986, p. 14).

Ainda em relação à pesquisa-ação, encontramos o seguinte:

Sempre que numa investigação em educação se coloca a possibilidade, ou mesmo necessidade, de proceder a mudanças, [...], de intervir na reconstrução de uma realidade, a Investigação-Ação regressa de imediato à ribalta para se afirmar como a metodologia mais apta a favorecer as mudanças nos profissionais e/ou nas instituições educativas que pretendem acompanhar os sinais dos tempos, o que só é possível quando toda uma comunidade educativa se implica num mesmo dinamismo de ação e intervenção (Coutinho, et al., 2009, p. 356).

Isso revela claramente que a pesquisa-ação (investigação-ação) exige o envolvimento ativo do pesquisador e a ação por parte das pessoas ou grupos envolvidos no problema. Ou seja, nesta pesquisa tal como Prodanov e Freitas (2013, pp. 66-67) descrevem, “os pesquisadores e os participantes envolvem-se no trabalho de forma cooperativa [...] devendo ser realizada numa organização (empresa ou escola por exemplo)”.

Por isso, em função destes fundamentos, após a identificação do problema, fez-se o levantamento bibliográfico (busca de fontes), leitura do material, fichamento e a organização lógica das ideias chaves que sustentam o impacto das Tecnologias de Informação e Comunicação (TICs) no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva e a consulta aos especialistas em investigação científica e em *GeoGebra*. Além disso, realizou-se também um detalhamento teórico, metodológico e técnico de modo exaustivo do *software GeoGebra*, fundamentalmente para as construções geométricas que foram realizadas nas atividades desenvolvidas, estimulando a participação ativa dos referidos estudantes do Instituto Superior de Ciências de Educação (ISCED-Uíge), durante o segundo semestre letivo do ano de 2019.

Participaram da pesquisa 62 estudantes do II ano e 41 estudantes do III ano de licenciatura do Curso de Ensino de Matemática do Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-Uíge).

Procedimentos

A experiência foi realizada por meio de atividades desenvolvidas no Laboratório de Informática da instituição, em grupos de no máximo 30 estudantes, ocupando cada um

deles um computador, e por meio de uma retroprojetora o docente orientava a ferramentas e os respectivos procedimentos a serem utilizados nas construções solicitadas. Desta forma, o principal objetivo de cada atividade foi de fornecer conhecimentos atualizados com a utilização do *GeoGebra* estimulando desta forma não somente a aprendizagem da matéria (conteúdo), mas também o aprendizado do uso do *software GeoGebra*.

Inicialmente apresentamos o exemplo de um exercício resolvido sob orientação do docente. Este docente deu a orientação aos estudantes para que usassem os procedimentos interativos do *GeoGebra* para representar o espaço de projeção proposto por *Gaspard Monge*. Seguidamente represente os planos bissetores e divisão do espaço de projeção em triedros.

Solução: Em primeiro lugar, o docente deverá explicar aos estudantes os conceitos de plano e sua definição em Geometria Descritiva. Em seguida, com o computador ligado e a janela do *software* aberta, orientar a sua utilização para representar o plano no espaço tridimensional usando o *GeoGebra*, versão 5.0, explicando também que esta situação, pode ser resolvida utilizando a folha gráfica 2D ou a folha gráfica 3D.

Resolução 1: Com a folha gráfica 2D, temos os seguintes passos:

Passo 1: Nesta atividade tomamos que o plano pode ser representado por um paralelogramo, então para traçarmos o plano horizontal devemos traçar um paralelogramo na posição horizontal. Por isso, por meio da ferramenta “segmento de reta (dois pontos)” dois segmentos de reta concorrentes em A formando entre eles um ângulo agudo, conforme a figura abaixo.

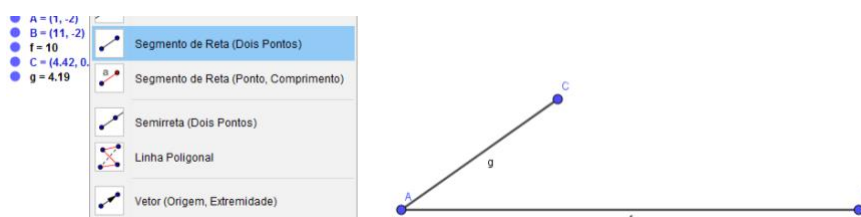


Figura 5: Passo 1 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 2: Por meio da ferramenta “reta paralela” trace duas retas paralelas aos dois segmentos anteriores passando pelos pontos B e C que se intersectam no ponto D, conforme a figura abaixo.

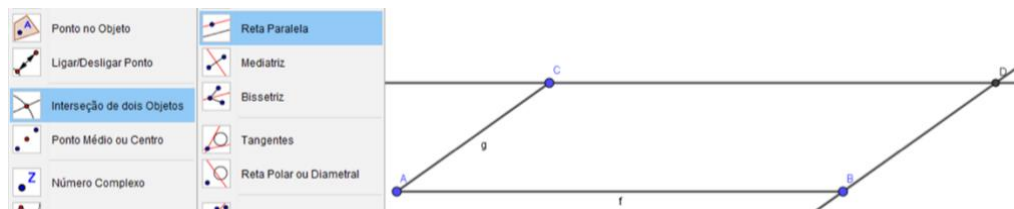


Figura 6: Passo 2 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor

Passo 3: Por meio da ferramenta “polígono” trace o paralelogramo ABCD que é o plano horizontal, conforme a figura abaixo.

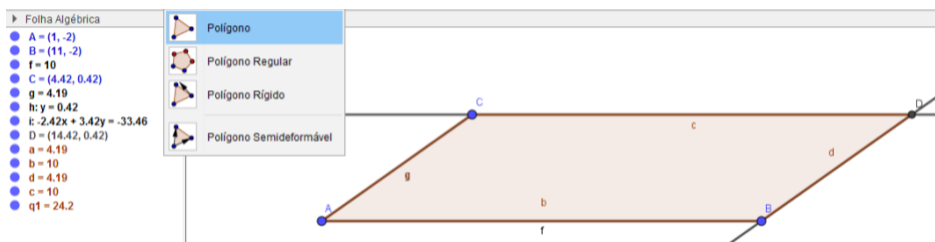


Figura 7: Passo 3 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 4: Ative a invisibilidade dos elementos auxiliares desativando a cor azul associada às equações dos segmentos e das retas, conforme a figura abaixo.

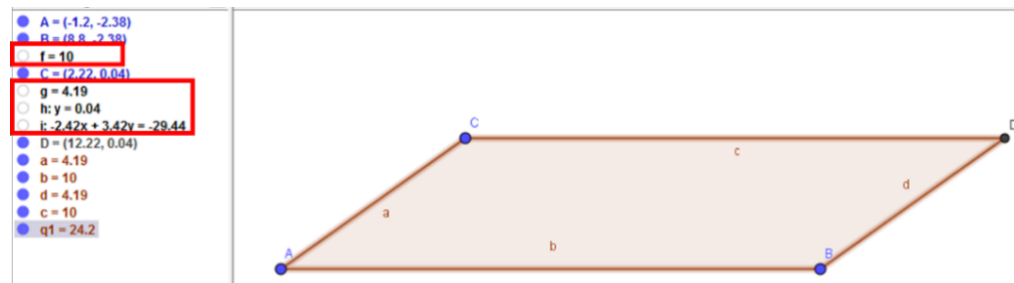


Figura 8: Passo 4 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 5: Para traçarmos o plano frontal (vertical) que é perpendicular ao plano horizontal, devemos antes determinar o segmento médio do plano horizontal. Por isso, por meio da ferramenta “ponto médio ou centro”, determine os pontos médios dos lados maiores do paralelogramo que são os pontos E e F. Para fazer isso, depois de ativar a ferramenta em causa, clique nas extremidades do segmento que forma o lado maior, conforme a figura abaixo.

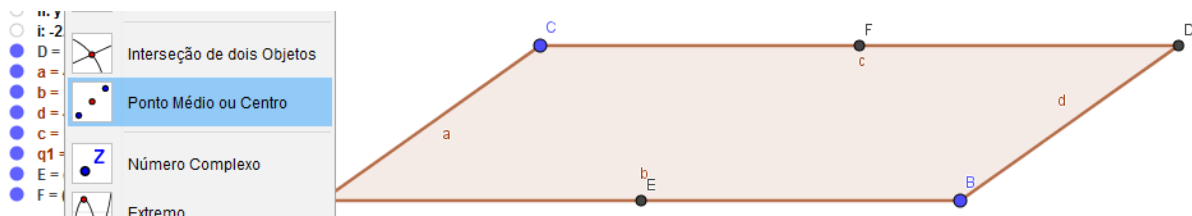


Figura 9: Passo 5 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor

Passo 6: Por meio da ferramenta “segmento de reta (dois pontos)” trace o segmento EF que divide o plano (paralelogramos) em dois semiplanos iguais, conforme a figura abaixo.

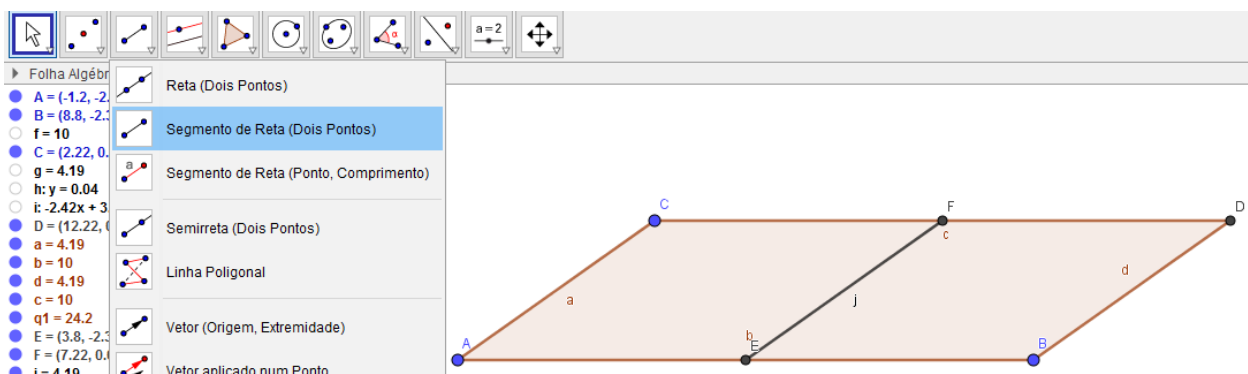


Figura 10: Passo 6 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 7: Por meio da ferramenta “reta perpendicular” trace duas retas perpendiculares ao plano passando pelos pontos médios (E e F), conforme a figura abaixo.

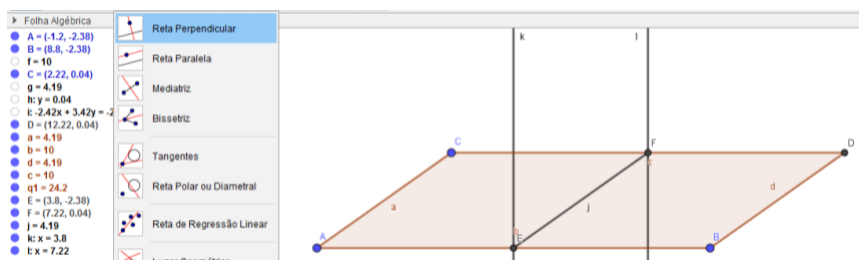


Figura 11: Passo 7 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 8: Por questões de estética e beleza, é necessário que o plano frontal tenha as mesmas dimensões com o plano horizontal. Por isso, por meio da ferramenta “circunferência (centro, ponto)” tracemos duas circunferências de centros nos pontos médios e raios FD e EB respectivamente que intersejam as retas nos pontos G, H, I e J respectivamente, conforme a figura abaixo.

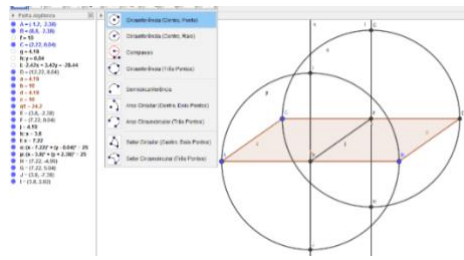


Figura 12: Passo 8 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor

Passo 9: Por meio da ferramenta “polígono” trace o paralelogramo GHIJ que é o plano frontal de projeção, conforme a figura abaixo.

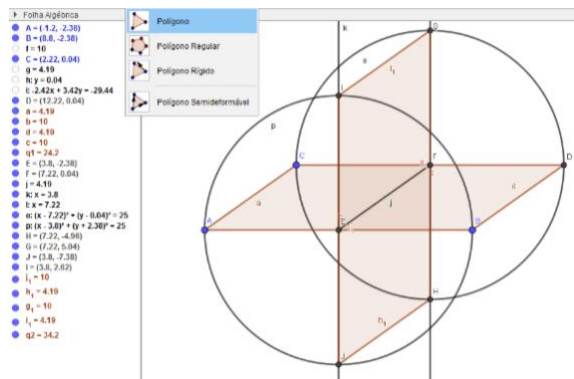


Figura 13: Passo 9 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 10: Para destacar apenas os planos de projeção desative, na folha algébrica a cor azul, associada a cada uma das equações das circunferências e das retas, conforme a figura abaixo.

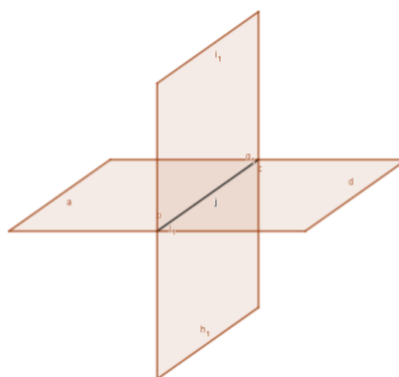


Figura 14: Passo 10 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 11: Por meio da ferramenta “inserir texto” escreva a constituição do espaço resultante dos dois planos de projeção. Para fazer isso, depois de ativar a ferramenta em

causa, dê um clique no local onde deseja escrever e aparecerá a caixa de diálogo onde deverá escrever o que pretende e quando terminar clique em *ok*, conforme a figura abaixo.

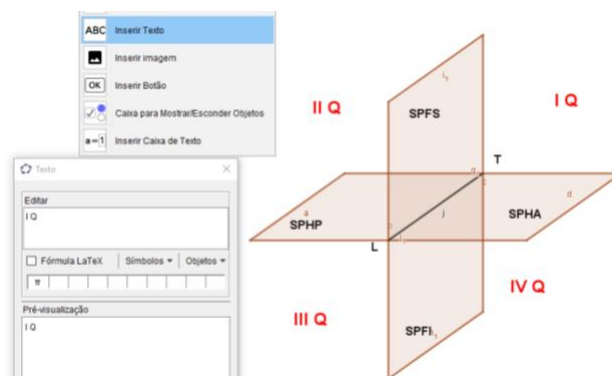


Figura 15: Passo 11 da resolução em 2D - constituição do espaço de projeção segundo Gaspard Monge
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 12: Para representarmos os planos bissetores, devemos antes traçar as bissetrizes dos quadrantes. Assim, por meio da ferramenta “interseção de dois objetos” determine a interseção das mediatrizes do triângulo, determinando o ponto E, que é o centro da circunferência, conforme a figura abaixo.

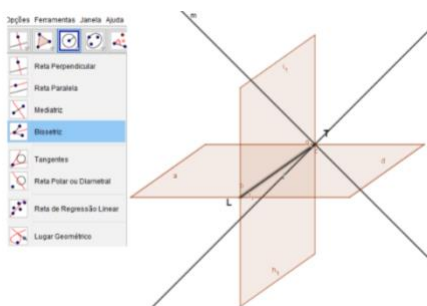


Figura 16: Passo 12 da resolução em 2D (bissetrizes dos quadrantes)
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 13: Por meio da ferramenta “reta paralela” trace duas retas paralelas às bissetrizes pelo ponto K, conforme a figura abaixo.

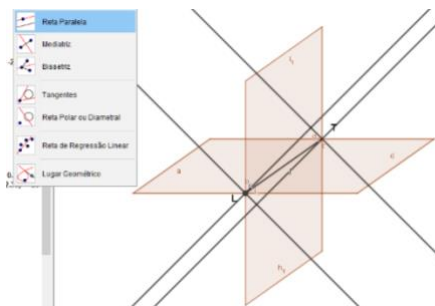


Figura 17: Passo 13 da resolução em 2D
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 14: A partir da folha algébrica, ative a visibilidade das circunferências auxiliares que interseitam as bissetrizes nos pontos L, M, N, Q, O, P, Q, R e S, conforme a figura abaixo.

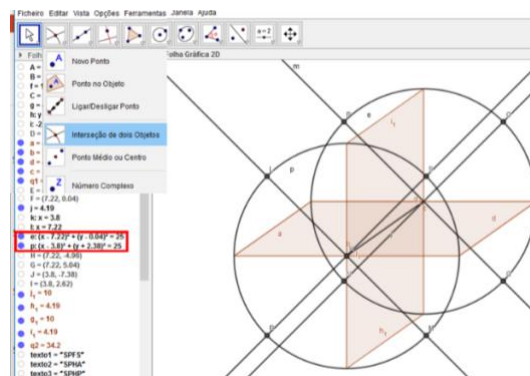


Figura 18: Passo 14 da resolução em 2D
Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 15: Por meio da ferramenta “polígono” trace os polígonos NOSR e MMPQ, conforme a figura abaixo.

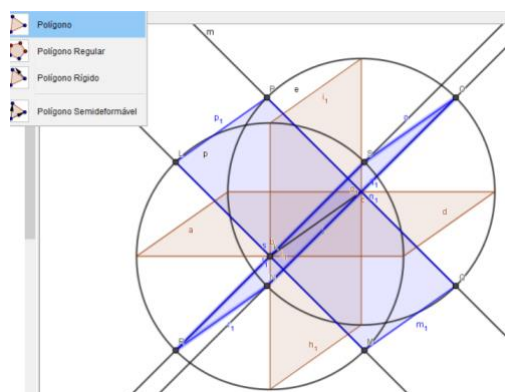


Figura 19: Passo 15 da resolução em 2D
Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 16: Ativando a invisibilidade dos elementos auxiliares a partir da zona gráfica, e utilizando a ferramenta “texto” temos o espaço dividido em oito partes iguais denominadas otantes, conforme a figura abaixo.

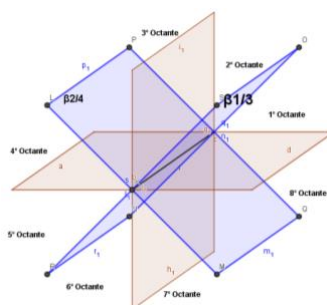


Figura 20: Passo 16 da resolução em 2D (espaço dividido em otantes)
Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 17: Para apresentarmos o espaço dividido em triedros devemos traçar o plano de perfil. Para fazer isso, partindo do espaço dividido em quadrantes, devemos por meio da ferramenta “ ponto médio” determinar os pontos médios dos dois planos, como se ilustra na figura abaixo.

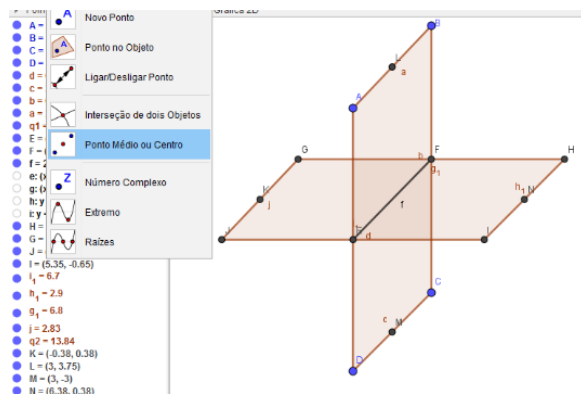


Figura 21: Passo 17 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 18: Por meio da ferramenta “reta paralela” traçar dois pares de retas de modo que cada par delas seja paralelo a um dos plano e perpendicular ao outro passando pelos pontos médios, conforme a figura abaixo.

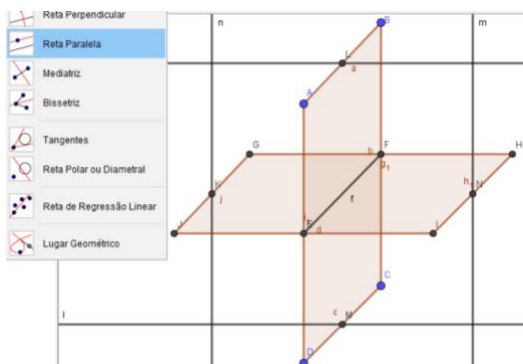


Figura 22: Passo 18 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 19: Por meio da ferramenta “interseção de dois objetos” determinar os pontos de interseção (O, P, Q e R) das retas traçadas no passo anterior, conforme a figura abaixo.

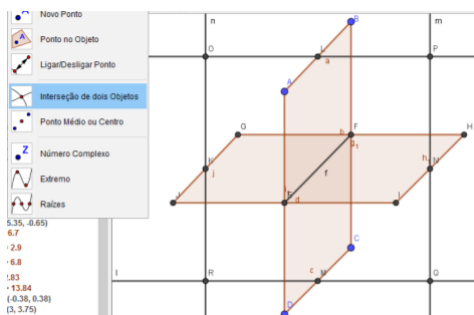


Figura 23: Passo 19 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 20: Por meio da ferramenta “polígono” traçar o polígono definido pelos pontos de interseção das retas, no caso assim teremos o plano OPQR que é o plano de perfil, conforme a figura abaixo.

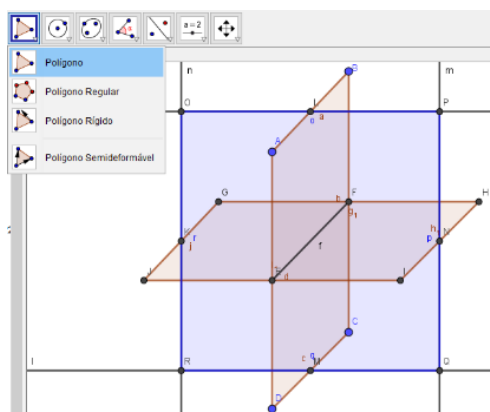


Figura 24: Passo 20 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 21: Ativando a invisibilidade das retas teremos a representação mais clara do espaço dividido em oito (8) triedros, conforme a figura abaixo.

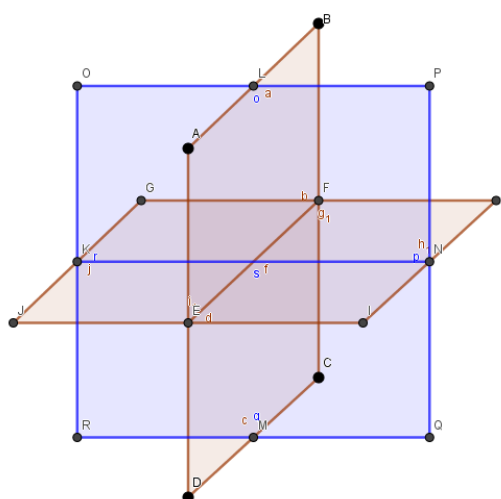


Figura 25: Passo 21 da resolução em 2D

Fonte: Feito pelo autor 1

Resolução 1.2- Com a folha gráfica 3D. Para representar o plano no espaço tridimensional usando o GeoGebra, versão 5.0, segue-se o seguinte itinerário:

Passo 1 – Com a janela do *GeoGebra* aberta, clique no menu “vista” e selecione folha gráfica 3D. Isto pode ser feito diretamente com a combinação das teclas **Control+Shift+3**, no teclado do computador.

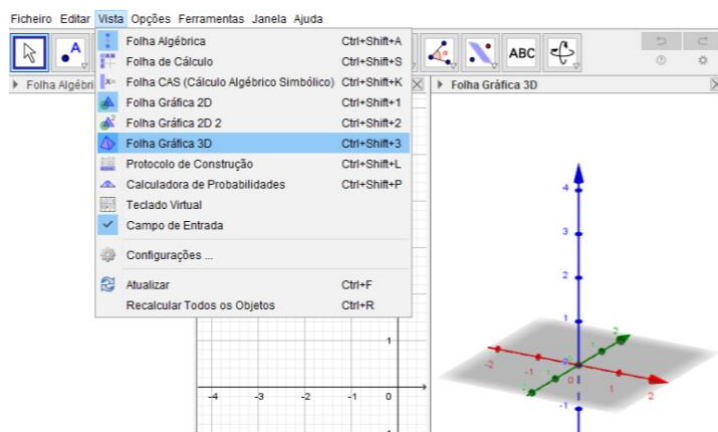


Figura 26: Passo 1 (abertura da folha gráfica 3D)

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 2 – Selecione Plano (Ponto, ponto, ponto).

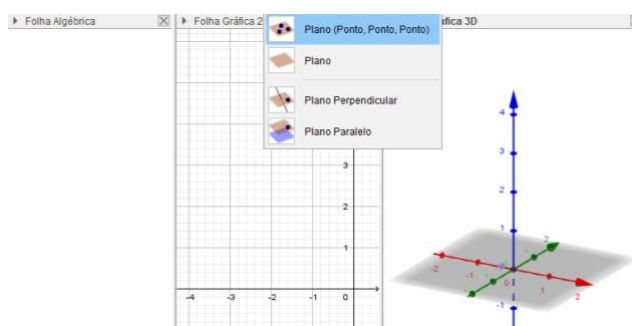


Figura 27: Passo 2 da resolução em 3D

Fonte: Feito pelo autor 1

Obs.: Para traçar um plano basta selecionar três pontos não colineares em dois dos eixos coordenados. O traçado dos planos coordenados segue o seguinte roteiro:

Passo 3 – Para traçar o **plano horizontal** (plano xoy), deve-se selecionar três pontos não colineares nos dois eixos horizontais (x e y), tendo o eixo x, o seu director.

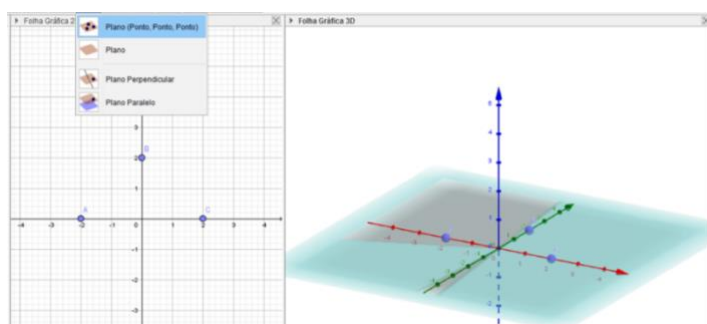


Figura 28: Passo 3 da resolução em 3D (representação do plano horizontal)

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 4 – Para traçar o **plano frontal** (plano xoz), deve-se selecionar três pontos não colineares nos eixos (x e z), tendo o eixo z, o seu diretor.

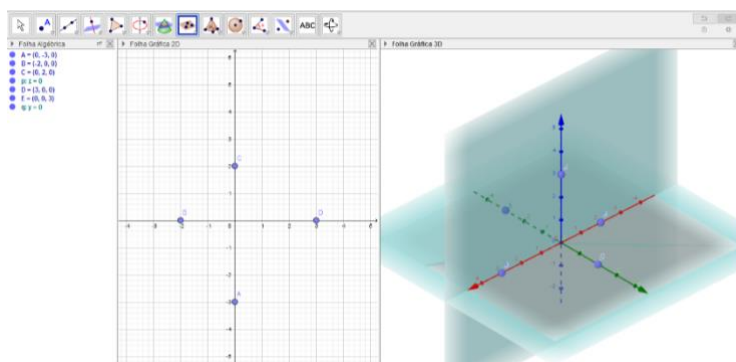


Figura 27: Passo 4 da resolução em 3D (traçado do plano frontal)

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 5 – Para melhorar a visualização, deve-se **alterar a cor**, de modo que cada plano tenha a sua. Para fazer isso, abaixo descrevem-se os procedimentos:

- 1- Direcione o cursor no plano que pretende trocar de cor;
- 2- Dê um clique direito e que de seguida aparecerá uma caixa de diálogo.
- 3- Selecionar propriedades dos objetos;
- 4- Clique em cor;
- 5- Escolha a cor desejada na grelha de cores que aparecer e feche a caixa de diálogo.

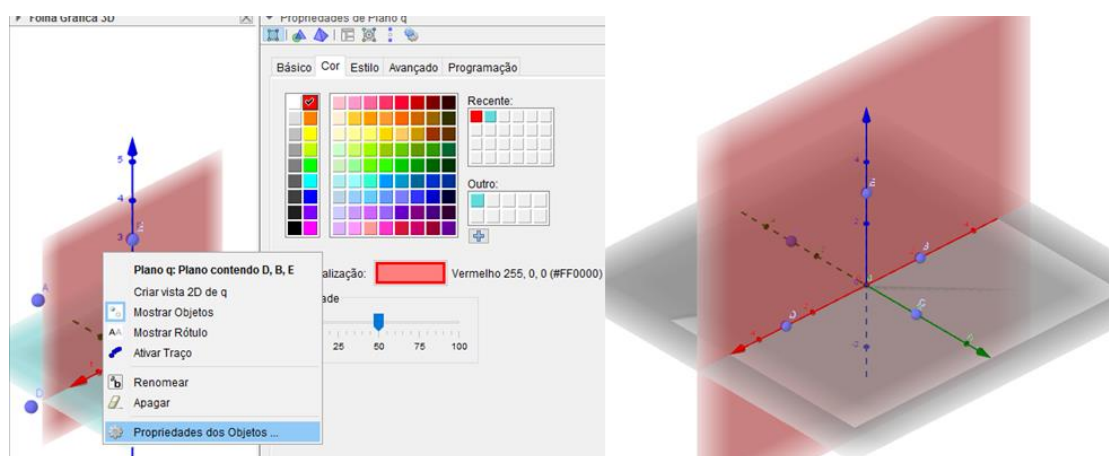


Figura 28: Passo 5 da resolução em 3D (espaço dividido em quadrantes ou diedros)

Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 6 – Para traçar o **plano de perfil** (plano yoz), deve-se selecionar três pontos não colineares nos eixos (x e z), tendo o eixo y, o seu diretor, conforme a figura abaixo.

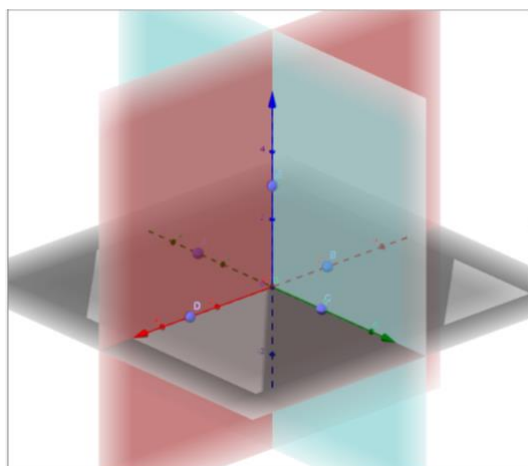


Figura 29: Passo 6 da resolução em 3D (espaço dividido em oito (8) triedros triretangulares)
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 7 – Para traçar os planos bissetores, primeiramente ative a ferramenta “bissetriz” e seguidamente dê dois cliques com o *mouse* nos eixos y e z de seguida na zona gráfica aparecerão as bissetrizes que serão as retas diretoras dos respectivos planos bissetores, como se ilustra na figura abaixo.

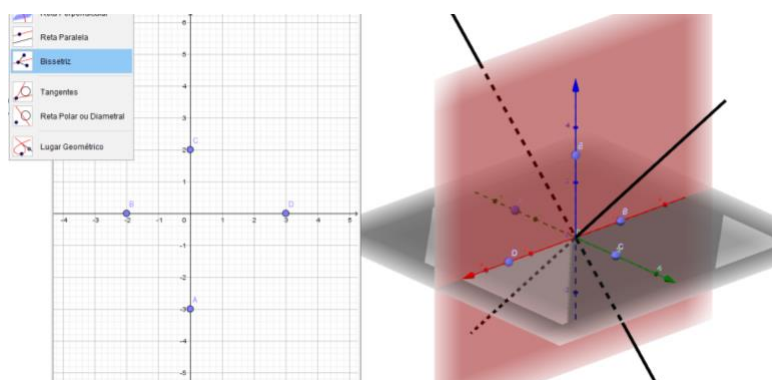


Figura 30: Passo 7 da resolução em 3D (traçado das bissetrizes)
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 8 – Para traçar os planos bissetores, selecione três pontos não colineares no eixo x e na bissetriz, conforme a figura abaixo.

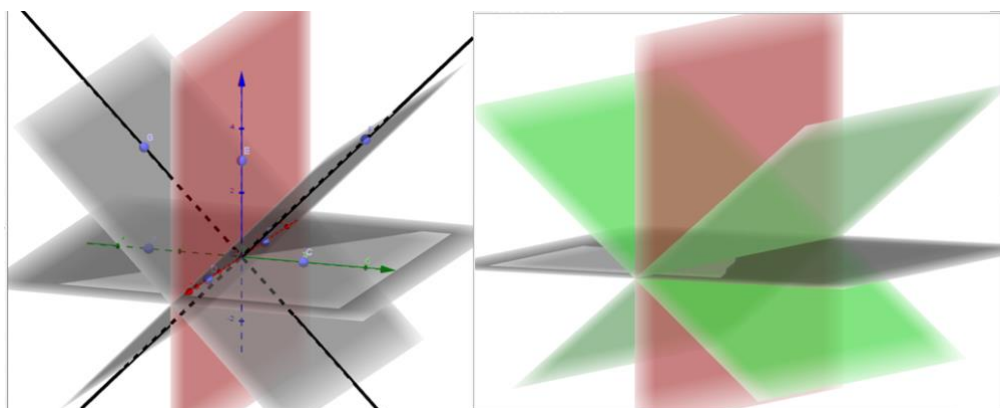


Figura 31: Passo 8 da resolução em 3D (espaço dividido em otantes)
 Fonte: Feito pelo autor 1

Passo 9 – Para ver a figura em várias perspectivas, selecione a opção “rodar a vista 3D”. Abaixo apresenta-se uma sucessão de várias perspectivas resultantes do processo dinâmico do *GeoGebra*.

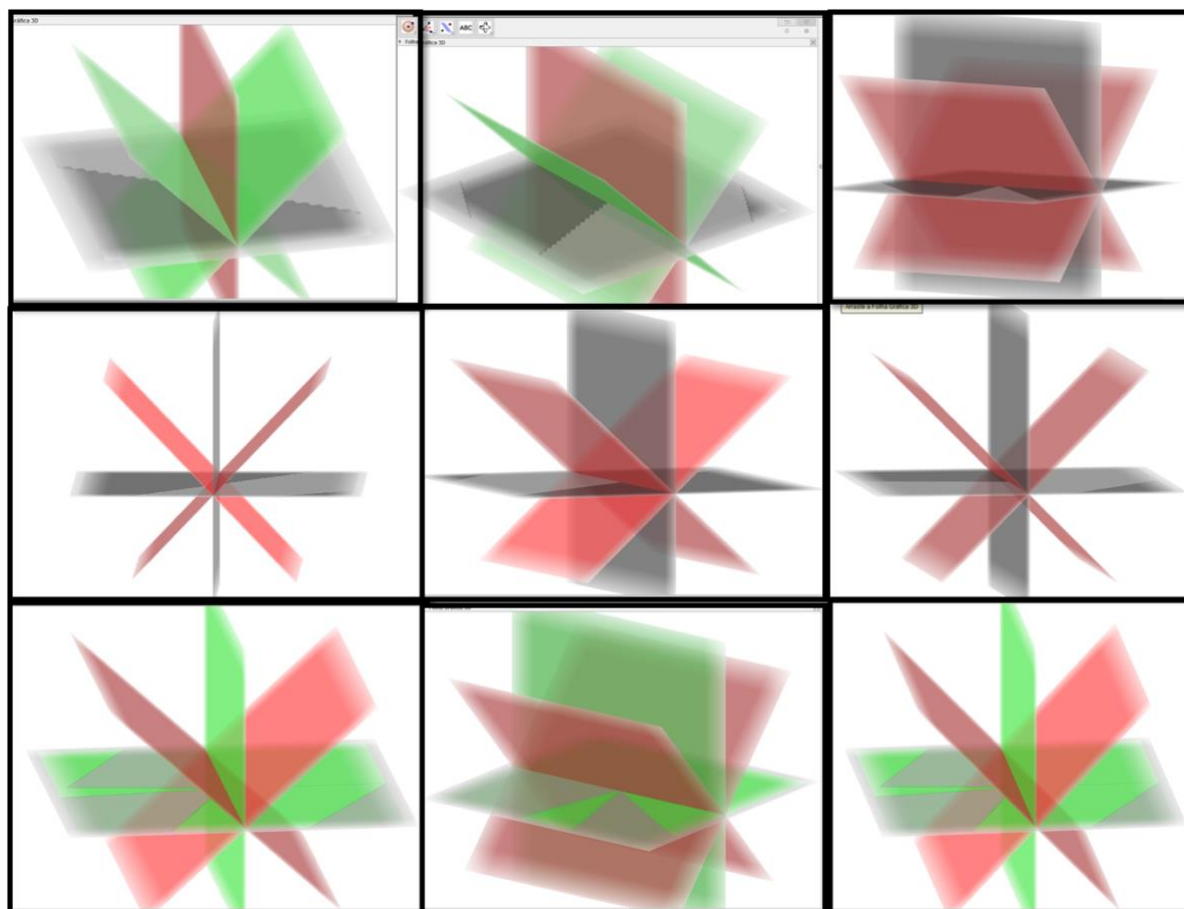


Figura 32: Perspectivas resultantes do processo dinâmico do *GeoGebra*

Fonte: Feito pelo autor

Apesar da existência de um único Laboratório de Informática com apenas 30 computadores obrigando a divisão dos estudantes em grupo de no máximo 30 elementos, a cooperação de alguns estudantes com os seus computadores pessoais permitiu o desenvolvimento da proposta alargando desta forma o horizonte dos futuros professores de Matemática e áreas afins no manuseio e contacto com o *software GeoGebra* para que no exercício das suas funções possam realizar as construções geométricas com maior facilidade. Por isso, chama-se a atenção aos professores que, por tão poucos sejam os recursos informáticos é necessário traçar metodologias que permitam a utilização dos mesmos para despertar nos estudantes as vantagens da utilização dos mesmos abrindo-os para o mundo melhorando assim o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

3 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os relatos que a seguir apresentamos são frutos das reações obtidas nos estudantes por meio de um inquérito no final das atividades realizadas. Por motivos de ausência de alguns estudantes, o diagnóstico final foi respondido apenas por 91 estudantes sendo 55 estudantes do II ano e 36 estudantes do III ano, respectivamente, faltando 12 estudantes em relação ao diagnóstico inicial, sendo 7 estudantes do II ano e 5 estudantes do III ano. Foram utilizadas para as respostas dos Estudantes do Curso de Ensino de Matemática as notações ECEM N°001, para o aluno 1; ECEM N°002, para o aluno 2;..., ECEM N°103, para o aluno 103.

Solicitados aos estudantes se acharam interessantes as aulas com o uso do *GeoGebra*, os estudantes foram quase unânimes como se pode ver no gráfico abaixo.

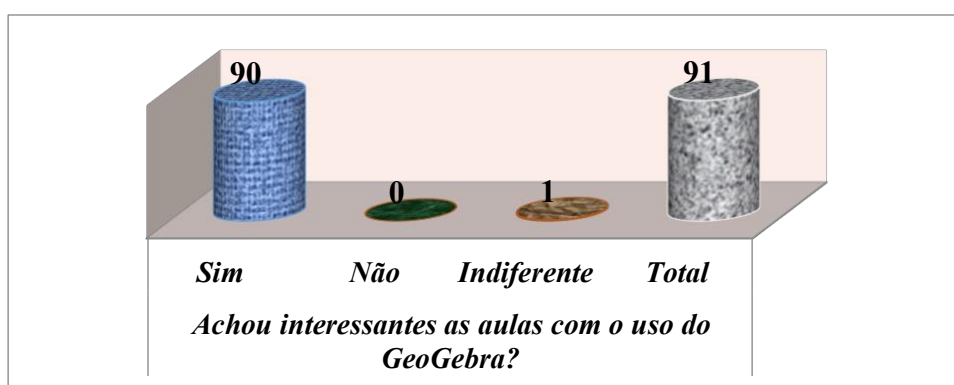


Figura 33: Respostas da pergunta 1

Fonte: Dados da pesquisa

Em relação a questão sobre a maior facilidade de fazer as construções geométricas por meio do *GeoGebra* do que com os meios convencionais, 83 responderam sim, é mais fácil fazer as construções geométricas usando o *GeoGebra*, 2 responderam não e 6 responderam que nem tanto, como consta no gráfico abaixo.

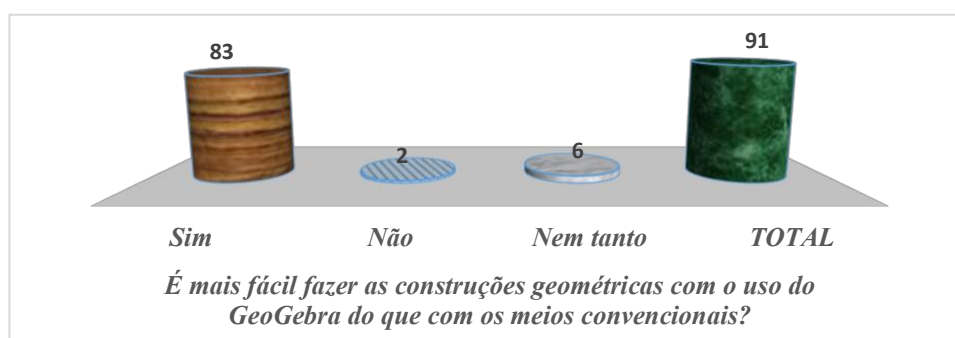


Figura 34: Respostas da pergunta 2

Fonte: Dados da pesquisa

A terceira questão colocada foi a seguinte: “acha que a utilização do *GeoGebra* tem um impacto na aprendizagem da Geometria Descritiva?”. Nesta pergunta apenas 89 estudantes responderam sim. Infelizmente, dois estudantes não assinalaram qualquer uma das alternativas, como se vê no gráfico abaixo.



Figura 35: Respostas da pergunta 3

Fonte: Dados da pesquisa

Quando foram questionados sobre “o porquê a utilização do *GeoGebra* melhora a aprendizagem da Geometria Descritiva”, entre as várias opções que cada um poderia responder em função as suas prioridades, as mais escolhidas foram: 89 estudantes optaram “porque ajuda a visualizar e movimentar as figuras sem desfazer” (90); “porque torna a aula mais dinâmica e exige concentração” (88); “porque possibilita a representação de objetos matemáticos” (81) e “Porque ajuda a fixar o conteúdo” (13), como mostra o gráfico abaixo.

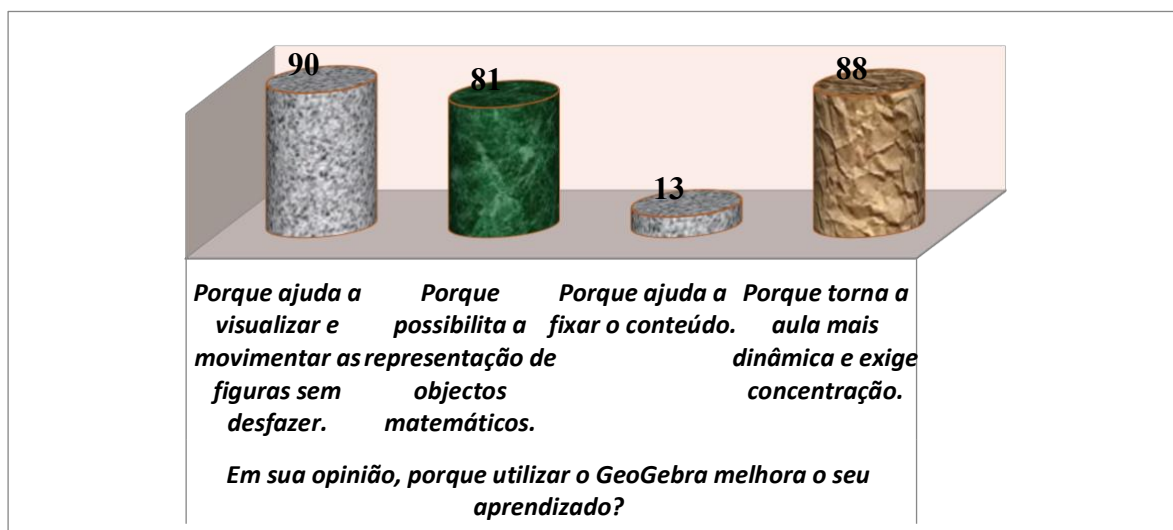


Figura 36: Respostas da pergunta 4

Fonte: Dados da pesquisa

Pelos dados nota-se claramente que a visualização e a dinâmica são elementos que adubaram a melhoria da aprendizagem por parte dos estudantes em causa.

Relativamente as principais dificuldades enfrentadas em trabalhar com o *GeoGebra*, entre as várias (cada um em suas palavras mas que se resume na mesma ideia) destacam-se as seguintes: 73 estudantes responderam que “*no início não foi fácil identificar rapidamente a ferramenta adequada a ser utilizada*”; 47 estudantes disseram que “*a construção de ângulos é um pouco complicada por causa da escolha do sentido, e que muitas vezes depois de contruir era necessário refazer sempre que o mesmo não tivesse o sentido desejado*”; 37 estudante disseram que “*a construção de arcos foi difícil visto que só se faz de um único sentido*” e 11 estudantes responderam que “*é difícil redefinir as figuras após o ficheiro ser guardado e fechado*”.

Para terminar, foram questionados sobre o que acham do projeto e, os estudantes foram unânimes em afirmarem que é uma iniciativa boa e que não pode parar porque facilita a feitura e compreensão de várias figuras geométricas que usando os meios convencionais geram grandes dificuldades. Além disso, também consideram o projeto como um elemento que veio despertar e incentivar o uso das tecnologias de Informação e comunicação (TICs), elemento este que vai facilitar a escrita das suas monografias e não só, como se pode ver no exemplo descrito por um dos estudantes: “*este projeto veio na hora certa porque me deu luzes e esperança para começar a escrever a minha monografia porque eu tinha muito receio de começar visto que terei muitas figuras*”, ECEM N°87.

Queremos aqui ressaltar que, as várias dificuldades apresentadas pelos estudantes e os erros cometidos na realização das construções, não foram analisadas apenas na perspetiva negativa porque os erros implicavam a reformulação e reorientação de procedimentos tal como Borba e Penteado (2002) no artigo publicado na Revista *Educação em Revista*, defendem que a reformulação dos procedimentos envolve a análise dos erros cometidos estimulando, desta forma, o processo de reflexão que é um elemento fundamental na construção do conhecimento.

Em suma, os depoimentos dos estudantes descritos nos questionários, mostram claramente que, houve uma mudança satisfatória por parte dos mesmos quanto a aprendizagem da Geometria Descritiva mediado pelo *software GeoGebra*.

4 CONCLUSÕES

A principal contribuição deste artigo centrou-se no fornecimento de propostas metodológicas para a representação de planos no espaço tridimensional por meio do *software GeoGebra*, demonstrando desta forma as potencialidades que este *software* tem no processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

A introdução das novas tecnologias de informação e comunicação (TICs), de modo geral e o *GeoGebra* em particular, geram mudanças na dinâmica das aulas, na função do professor e incitam o uso do computador por parte de todos os elementos envolvidos no processo de ensino-aprendizagem. Percebeu-se isso através das atividades desenvolvidas na implementação do uso do *software GeoGebra*, os estudantes ficaram mais motivados, questionavam ferramentas e movimentos realizados nas janelas “gráfica” e “algébrica”, e ficavam tão contentes quando terminavam com êxito as construções indicadas nos exercícios propostos. Com isso, percebeu-se que harmonizar o processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva com o *GeoGebra* gerou aulas mais participativas e dinâmicas, garantiu a observação, a análise e curiosidades dos estudantes durante e depois das atividades desenvolvidas contribuindo desta forma na construção do conhecimento e autoconhecimento dos mesmos.

O uso do *software GeoGebra*, entre as várias utilidades que ele apresenta e tendo em conta o trabalho ilustrado, mostra que facilita não só a representação dos planos mas também permite ver os mesmos em várias perspectivas, facilitando desta forma a compreensão detalhada. Com este *software* é possível obter várias perspectivas, observar a projeção ortogonal de uma reta, segmento ou eixo sobre um plano perpendicular a ele reduzida a um ponto, visualizar os 4 diedros e os 8 triedros triretangulares que os 3 eixos coordenados formam no espaço.

Em função dos resultados obtidos e a satisfação notada nos estudantes durante as atividades desenvolvidas, concluiu-se que o *software GeoGebra* é um recurso prático, dinâmico e atrativo e que pode romper paradigmas de modo a transformar o estudante num agente cada vez mais ativo e melhora a qualidade do processo de ensino-aprendizagem da Geometria Descritiva.

REFERÊNCIAS

- Borba, M. C., & Penteado, M. C. (Dezembro de 2002). Pesquisas em Informática e Educação Matemática. *Educação em Revista*, 36. Obtido em 15 de Outubro de 2019, de http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/artigos/borba/pesquisa_infoem.pdf
- Cerqueira, P. R. (Julho de 2017). O uso do software GeoGebra para visualizar o comportamento do gráfico de funções seno e cosseno quanto aos movimentos de translação, reflexão e deformação. Cruz das Almas-Bahia.
- Coutinho, C. P., Sousa, A., Dias, A., Bessa, F., Ferreira, M. J., & Vieira, S. (2009). Investigação – Acção: Metodologia preferencial nas práticas educativas. *Revista: Psicologia, Educação e Cultura*, XIII, 455-479.
- Knechtel, M. d. (2014). Metodologia da pesquisa em educação: uma abordagem teórico-prática dialogada. Curitiba: Intersaberes.
- Lei-nº17/16. (7 de Outubro de 2016). Lei de Bases do Sistema de Educação e Ensino. Diário da República I Série nº 170 de 07 de Outubro. Luanda, Angola.
- Libâneo, J. C. (2007). Educação Escolar: políticas, estrutura e organização (5ª ed.). São Paulo: Cortez.
- Lima, H. G., & Costa, D. M. (2007). Desenvolvimento de um software para o aprendizado de Geometria Descritiva. Curitiba, Brasil.
- Magnus, M. C. (2010). Professor e tecnologia: A postura do educador de Matemática, no município de são joão do sul/sc, diante dos avanços tecnológicos. Araranguá, Brasil. Obtido em 4 de Novembro de 2020, de <http://www.uniedu.sed.sc.gov.br/wp-content/uploads/2013/10/Maria-Carolina-Machado-Magnus.pdf>
- Marconi, M. d., & Lakatos, E. M. (2003). Fundamentos de metodologia científica (5ª ed.). São Paulo: Altas S.A.
- Prodanov, C. C., & Freitas, E. C. (2013). Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. (2ª). Novo Hamburgo, Rio Grande do Sul, Brasil: Feevale. Obtido em 10 de Novembro de 2019, de <http://www.feevale.br/Comum/midias/8807f05a-14d0-4d5b-b1ad-1538f3aef538/E-book%20Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico.pdf>
- Santos, E. T., & Martinez, M. L. (2000). Software para ensino de Geometria e Desenho Técnico. São Paulo, Brasil: Gráfica Ouro Preto.
- Silva, P. C. (2018). Geometria Espacial: Uso do aplicativo GeoGebra em Smartphones. Catalão-GO.
- Thiollent, M. (1986). Metodologia da Pesquisa-ação. (2ª). São Paulo, Brasil: Cortez Editora - Autores Associados. Obtido em Outubro de 22 de 2019, de

https://www.academia.edu/32028417/Metodologia_Da_Pesquisa_Acao_Michel_Thiollent?auto=download&email_work_card=download-paper

Zulato, R. B. (2007). A natureza da aprendizagem matemática em um ambiente online de formação continuada de professores. Rio Claro, São Paulo. Obtido em 24 de Setembro de 2019, de http://www.rc.unesp.br/gpimem/downloads/teses/zulatto_rba_dr_rcla.pdf

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

Proposta metodológica para a representação de planos por meio do *Software GeoGebra*

Zeca Catuco André Quimuanga

Mestre em Ciências de Educação

Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge (ISCED-UÍGE), Departamento de Ciências Exactas, Uíge, Angola

zecatuco@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-7304-0738>

Raúl Ceregido Dominguez

Doutor em Ciências. Professor Titular

Instituto Superior de Ciências de Educação do Sumbe (ISCED-SUMBE), Departamento de Ciências Exactas, Kwanza Sul, Angola

acere09@gmail.com

<https://orcid.org/0000-0002-4564-6708>

Endereço de correspondência do principal autor

Bairro Popular nº 3, Rua E, Casa nº 13, Negage, Uíge, Angola.

AGRADECIMENTOS

Nossos agradecimentos vão para todos os estudantes do II e III ano do curso de graduação em Ensino de Matemática do Instituto Superior de Ciências de Educação do Uíge.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: Z.C.A. Quimuanga

Coleta de dados: Z.C.A. Quimuanga

Análise de dados: Z.C.A. Quimuanga, R. C. Domingues

Discussão dos resultados: Z.C.A. Quimuanga, R. C. Domingues

Revisão e aprovação: Z.C.A. Quimuanga, R. C. Domingues

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

O conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.



PUBLISHER – uso exclusivo da revista

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM).
Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores,
não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista

Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado.

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista

Recebido em: 28-04-2021 – Aprovado em: 14-09-2021