Artigo Original

REVEMAT
REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE ESTRATÉGIA PARA RESOLUÇÃO DE SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Meaningful learning of strategy to solve equations systems

Odalea Aparecida **VIANA**
Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, MG, Brasill
odaleaviana@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-4782-6718

Rodrigo Junior **RODRIGUES**
Rede pública estadual de Minas Gerais, Uberlândia, MG, Brasil
rodrigo.junior2603@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5498-2092

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo

RESUMO

O objetivo deste trabalho é analisar a potencialidade significativa de uma proposta didática para ensino de uma estratégia algébrica de resolução de sistemas de equações do primeiro grau a partir de estratégias aritméticas de resolução de problemas. Fundamentou-se na teoria da aprendizagem significativa de David Ausubel, em especial para o caso de procedimentos algébricos. A proposta foi elaborada no âmbito do Mestrado Profissional e aplicada pelo professor em uma turma de 24 alunos do oitavo ano do ensino fundamental da rede pública. Considerou-se que a proposta didática tinha características de um material potencialmente significativo; que foram atendidas algumas funções da atividade docente no processo de aprendizagem de procedimentos; que há indícios de que os alunos conseguiram atuar de maneira independente e que a proposta pode ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento algébrico.

Palavras-chave: Ensino de álgebra, Aprendizagem de procedimentos, Aprendizagem significativa

ABSTRACT

The aim of this work is to analyze the significative potentiality of a didactic proposal for teaching an algebraic strategy to solve first degree equations systems based on arithmetic strategies of problems solving. The theoretical foundation of the study was sought on David Ausubel's theory of meaningful learning, especially in the case of algebraic treatment. The proposal was developed within the scope of the Professional Master's Degree and applied by the teacher in a class of 24 students from the eighth grade of elementary public school. It was considered that the material was potentially meaningful; that some functions of teaching activity were attended in the process of procedures learning; that students succeed in acting independently; and that the proposal contributed to develop algebraic thinking.

Keywords: Algebra teaching, Procedural learning, Meaningful learning

1 INTRODUÇÃO

Um dos desafios a serem enfrentados por professores de matemática do ensino fundamental é vencer as dificuldades de aprendizagem dos conteúdos algébricos (Câmara & Crires, 2010; Gil, 2008). O chamado pensamento algébrico manifesta-se na capacidade de interpretar, representar e resolver problemas usando procedimentos algébricos e de utilizar estes conhecimentos na exploração e modelação de situações em contextos diversos (Grossmann & Ponte, 2011; Pereira & Ponte, 2011).

Windsor (2010) destaca que levar os alunos a refletir sobre diferentes estratégias empregadas na resolução de problemas pode ser uma oportunidade para enriquecer o pensamento algébrico. Já Lins e Gimenez (2001) defendem a articulação entre o campo algébrico e o aritmético, ou seja, sugerem que as crianças aprendam os rudimentos da álgebra junto com as operações aritméticas desde as séries iniciais; da mesma forma, Kieran (2004) considera a importância de métodos aritméticos como uma via para o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

A álgebra é um dos temas indicados para a matemática pela Base Nacional Comum Curricular – BNCC (Brasil, 2018): os alunos dos anos finais do ensino fundamental devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecendo conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. O documento sugere também que as técnicas de resolução de equações e inequações devem ser desenvolvidas como uma maneira de representar e resolver determinados tipos de problema, e não como objetos de estudo em si mesmos. Para o oitavo ano, indica o desenvolvimento da habilidade para resolver problemas relacionados ao seu contexto próximo por meio de sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas.

Alguns trabalhos investigam como a resolução de problemas pode contribuir para a compreensão de alunos do ensino fundamental acerca de sistemas de equações (Antoniassi, 2013; Marques, 2019); outros analisam a função de softwares no entendimento do tema (Silva, Melo, Veras e Sousa, 2017). Proulx, Simmt e Miranda (2009) sugerem que sejam apresentadas aos alunos várias situações-problemas e que sejam utilizadas e interpretadas várias maneiras de representação de um sistema: forma algébrica, tentativas de solução na forma de tabelas e disposição de pontos em gráficos. Já Häggström (2008) encontrou que, na aprendizagem de métodos de resolução de sistemas de equações, nem sempre os alunos refletem sobre as seguintes questões: se a solução depende do método utilizado; se os mesmos valores das incógnitas satisfazem ambas as equações simultaneamente; se os valores das incógnitas podem ser iguais; se uma das equações (se resolvida separadamente) pode ter infinitas soluções; se para resolver o sistema pelo método da substituição pode-se iniciar com qualquer equação e qualquer incógnita etc.

Apesar de indicarem alternativas metodológicas para que os alunos do ensino fundamental atribuam significado aos sistemas de equações do primeiro grau, os trabalhos citados não exploram a aprendizagem significativa de métodos de resolução.

A aprendizagem de métodos algébricos pode ser analisada na perspectiva da teoria da aprendizagem significativa. Conforme Ausubel (2003), os aprendizes atribuem significados aos novos conceitos e proposições – que designam o "saber o quê" – a partir dos conhecimentos prévios, isto é, daqueles existentes em sua estrutura cognitiva. No caso de procedimentos – que designam o "saber fazer", como por exemplo os métodos algébricos de resolução de sistemas –, Coll e Valls (1998) afirmam que estes não são aprendidos por meio de processos associativos e sim por reconstrução da própria prática como produto de reflexão e de tomada de consciência sobre o que fazer e como fazer.

Uma das condições para a aprendizagem significativa em sala de aula é um material potencialmente significativo que deve, entre outras características, permitir que sejam reconhecidas as diferenças entre as ideias já enraizadas para que estas possam ser relacionadas com as novas; no caso de procedimentos, a potencialidade do material também está relacionada à maneira como o docente atua durante o processo de aprendizagem. Apesar da importância do tema, não foram encontrados estudos específicos sobre a aprendizagem significativa de procedimentos algébricos de resolução de sistemas – o que foi considerado como uma lacuna nas pesquisas que investigam o desenvolvimento do raciocínio algébrico.

Um estudo que inspirou a elaboração de uma proposta didática direcionada a alunos do ensino fundamental – e aplicada no âmbito do Mestrado Profissional – foi o trabalho de Nobre, Amado e Ponte (2011) que encontrou que as representações aritméticas na resolução de problemas proporcionavam uma base sustentável de processos informais para a aprendizagem de métodos formais de resolução de sistemas do primeiro grau. Como a expressão "base sustentável" mencionada pelos autores foi interpretada como conhecimento prévio na perspectiva da teoria de Ausubel, tomou-se como hipótese que o conhecimento de estratégias aritméticas de resolução de problemas poderia servir como ancoradouro para a aprendizagem significativa de métodos referentes aos sistemas de equações do primeiro grau.

Dessa forma, pretende-se analisar a potencialidade significativa de uma proposta didática direcionada a alunos do oitavo ano do ensino fundamental para aprendizagem de um método de resolução de sistemas de equações do primeiro grau.

2 O PENSAMENTO ALGÉBRICO E OS SISTEMAS DE EQUAÇÕES

Usiskin (1995) analisou a álgebra que é ensinada no nível básico a partir de quatro dimensões; uma delas é a chamada Aritmética Generalizada, em que se evidenciam as generalizações que acontecem a partir das propriedades das operações e da descoberta de padrões aritméticos em sequências numéricas e geométricas; outra dimensão apresentada é a Álgebra Funcional, em que as letras são usadas como variáveis para expressar relações e funções entre grandezas; na Álgebra de Equações, as letras são vistas como incógnitas e aparecem nas equações, nas inequações e nos sistemas do primeiro e segundo graus, utilizados especialmente na resolução de problemas; finalmente, a dimensão denominada Álgebra Estrutural refere-se ao cálculo literal – como operações com monômios e polinômios, simplificação de expressões, fatoração etc. – orientado pelas propriedades das operações com números reais.

Outra classificação é apresentada por Kieran (1995, 2004, 2007) que identificou três categorias para as atividades algébricas: as de geração, as de transformação e as meta-globais. As atividades de geração envolvem a formação das expressões e equações correspondentes a situações problema e à generalização de relações numéricas e de padrões em sequências numéricas ou geométricas; as atividades de transformação incluem a simplificação de expressões algébricas e a resolução de equações, sistemas e inequações; finalmente, as atividades meta-globais abarcam a modelação matemática e a análise da variação em situações que envolvem funções.

Ao apresentar o campo da álgebra, a BNCC (Brasil, 2018) também orienta que saber lidar com letras e símbolos é uma das demonstrações do pensamento algébrico e alerta para a necessidade de o aluno compreender os procedimentos empregados na resolução de equações e sistemas utilizados em problemas. No entanto, não faz referência à relação entre o pensamento algébrico e o aritmético[1].

[1] Para Kieran (1995) o pensamento aritmético está intimamente ligado ao cálculo e à realização de operações na procura de um resultado, enquanto que o pensamento algébrico está relacionado com o uso de vários tipos de representação que permitem lidar com situações quantitativas de uma forma relacional.

Considera-se, como produto das experiências dos autores do presente texto, que poderia ser exitoso ensinar os alunos a resolver um mesmo problema de maneira aritmética e algébrica, com o objetivo de relacionar as estratégias empregadas. Para Cai, Lew e Moyer (2005), essa forma de ensino poderia ajudar os alunos a: obter uma compreensão profunda das relações quantitativas, representando-as aritmeticamente e algebricamente; descobrir as semelhanças e diferenças entre os dois tipos de abordagem para entender o poder de uma representação algébrica; e desenvolver as habilidades de pensamento apropriadas para resolver problemas[2].

No oitavo ano do ensino fundamental são estudados os sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e que admitem uma única solução[3] (solução particular). Quanto aos procedimentos de resolução, em geral são ensinados os métodos da substituição, da adição e da comparação. No presente trabalho, o método que se propõe ensinar é diferente dos mencionados e é específico para os chamados 'Sistemas Aditivos', ou seja, aqueles sistemas possíveis, determinados e de equações[4] do primeiro grau em que: (a) os coeficientes são números naturais e (b) o primeiro membro de uma das equações pode ser inteiramente substituído na outra equação de modo que esta passe a ter apenas uma incógnita.

O Quadro 1 ilustra o procedimento de resolução em que ocorre a manipulação algébrica referente aos monômios[5], ou seja, a expressão $2x + 4y$ da segunda equação é decomposta de modo a permitir o agrupamento dos termos na forma da expressão $(x + y)$ – que será substituída pelo valor indicado na primeira equação. Chamamos esse procedimento de Estratégia[6] da Substituição por Agrupamento (ESA).

Quadro 1: Resolução de sistema por ESA

Resolver o sistema $\begin{cases} x + y = 10 \quad (I) \\ 2x + 4y = 32 \quad (II) \end{cases}$
(II) $2x + 4y = 32 \leftrightarrow x + x + y + y + y + y = 32 \leftrightarrow (x + y) + (x + y) + 2y = 32$

[2] Define-se problema como uma situação que precisa ser resolvida e para a qual não está disponível nenhum método óbvio de solução. O problema exige do sujeito – que não dispõe de procedimentos automáticos que permitam encontrar a solução de forma mais ou menos imediata – um processo de tomada de decisões sobre a sequência de passos a serem seguidos (Mayer, 1992).

[3] Os sistemas lineares podem ser classificados como: Sistema Possível e Determinado (SPD); Sistema Impossível ou Incompatível (SI); Sistema Possível e Indeterminado (SPI).

[4] A maioria dos sistemas constantes na sequência didática é formada por sistemas de duas equações, mas há alguns com três equações e três incógnitas em que é possível utilizar o método aqui apresentado.

[5] No ensino fundamental é comum os alunos simplificarem expressões algébricas somando os monômios, por exemplo, dada a expressão $2x+3y+4x+y$ o aluno deve reduzir os termos semelhantes e encontrar $6x+4y$. Dificilmente é solicitado o contrário, ou seja, decompor a $6x+4y$ em $x+5x+2y+2y$ ou $4x+x+x+y+y+2y$ ou $x+x+x+x+x+x+y+y+y+y$ etc., nem agrupar alguns termos, como $(3x+y)+(3x+y)+2y$, por exemplo.

[6] Para manter coerência com os fundamentos teóricos, será utilizado o termo "estratégia" em vez de "método".

Substituindo $x + y$ pelo valor 10 (conforme indica a primeira equação), encontra-se o valor da incógnita y: *(II)* $10 + 10 + 2y = 32 \leftrightarrow 20 + 2y = 32 \leftrightarrow 2y = 12 \leftrightarrow y = 6$ Substituindo $y = 6$ em *(I)*, temos $x + y = 10 \leftrightarrow x + 6 = 10 \leftrightarrow x = 4$ Logo a solução é $S = (4, 6)$

Fonte: elaborado pelos autores

Convém esclarecer que não se considera que ESA seja um método mais interessante ou mais simples que os outros três citados. Na verdade, sugere-se a apresentação desse método no momento da introdução do conteúdo Sistemas de Equações porque ele requer procedimentos algébricos relacionados a estratégias aritméticas já conhecidas, o que pode ajudar os alunos a atribuir significados às ações empregadas.

3 A APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA DE PROCEDIMENTOS

Na perspectiva de Ausubel (2003), a aprendizagem significativa é o processo que permite que uma nova informação recebida pelo indivíduo se relacione de maneira não arbitrária e não literal com um aspecto relevante da sua estrutura cognitiva[7]. Por meio de um esforço deliberado por parte do sujeito, a nova informação pode interagir com os conhecimentos específicos, onde existem os chamados conceitos subsunçores – aqueles existentes na estrutura cognitiva do aprendiz e que, sendo relevantes e estáveis, podem favorecer a aprendizagem significativa – e, dessa forma, modificar, ampliar ou complementar o conhecimento já existente.

Caso haja uma carência de significados e de sentidos, ou seja, pouca associação com os conhecimentos relevantes que o aluno possui, a aprendizagem poderá ocorrer de modo mecânico; neste caso, as relações estabelecidas serão restritas e aleatórias, o que ocasiona pouca retenção do conteúdo aprendido.

Ausubel (2003) evidencia que as variáveis da estrutura cognitiva – como a disponibilidade, a clareza, a estabilidade e a capacidade de discriminação das ideias relevantes – são reflexos daquilo que o aprendiz já sabe e influenciam a aquisição e a retenção do conhecimento. Os chamados conhecimentos prévios são bastante estáveis e resistentes à mudança e diferenciam-se quanto à área e à sua natureza, pois alguns são

[7]A estrutura cognitiva pode ser definida como o conteúdo total e organizado das informações, ideias, fatos, dados, conceitos, procedimentos etc. que o sujeito possui a respeito de uma determinada área de conhecimento.

mais conceituais e outros, mais procedimentais; uns mais gerais e outros, mais específicos, etc. Apesar da abrangência e densidade da teoria, ela não especifica a aprendizagem significativa de procedimentos[8] : esta é explicada por Coll e Valls (1998) que se valem da perspectiva ausubeliana.

Entre os procedimentos de componente cognitivo (que, diferentemente dos de componente motor, envolvem um curso de ações e decisões de ordem interna para tratar os símbolos, as representações, as ideias, as letras, as imagens e outras abstrações), Coll e Valls (1998) destacam as técnicas e as estratégias. A aprendizagem de técnicas refere-se a encadeamentos complexos que requerem uma série de treinamentos explícitos baseados numa aprendizagem associativa, por repetição: esta resulta em uma automatização da cadeia de ações, fazendo com que a própria ação seja mais rápida e menos dispendiosa em matéria de recursos cognitivos. Já a aprendizagem de estratégias implica em reconstruir a própria prática como produto de reflexão e de tomada de consciência sobre o que fazer e como fazer; isto significa que o indivíduo deve adquirir o controle da aplicação das técnicas para poder adaptá-las às necessidades específicas de cada tarefa.

Em ambos os casos, os autores enfatizam que o aluno aprenda os procedimentos escolares de maneira compreensiva, profunda, funcional e permanente: para tanto, os novos procedimentos a serem aprendidos devem estar relacionados a um conjunto de saberes constituídos, de modo que sua apreensão melhore a capacidade global de aprender. Além disso, o ensino de procedimentos não deve prescindir de um contexto ativo de aprendizagem (envolvendo tarefas de investigação, descobrimento e resolução de problemas), de evocação dos conhecimentos prévios, da prática, da verbalização das ações etc.

Considerando que a aprendizagem de procedimentos se consolida com a prática, os autores realçam três funções que determinam o núcleo da atividade docente nesse processo: (a) a exposição, (b) a prática guiada e (c) o favorecimento da prática autônoma ou independente.

Na exposição, o professor realiza a ação e solicita dos alunos a imitação de modelos, expressando verbalmente o raciocínio envolvido naquele procedimento a ser aprendido. A

---

[8] Estudiosos da psicologia, como Sternberg (2000), classificam o conhecimento em: (a) declarativo ou conceitual, ou seja, um corpo organizado de informações sobre objetos, ideias ou eventos que pode ser expresso em palavras ou em outros símbolos e que se refere ao saber o quê, saber a forma, saber a estrutura e (b) procedimental, ou seja, um conjunto de ações ordenadas e sistemáticas, orientadas para consecução de uma meta e que responde ao saber como, saber fazer, saber os processos.

prática guiada – que exige do aluno a atenção, a memória, a compreensão dos passos a realizar e a busca de significados – requer do professor a explicação clara da execução, dos componentes da ação, da ordem a ser seguida e da natureza do procedimento, além dos benefícios alcançados com aquela aprendizagem. Nessa forma de ensino, o professor refere-se às condições da execução e aos possíveis obstáculos e erros que podem aparecer; proporcionar as pistas adequadas para o aluno avançar e induzir a análise e reflexão acerca dos procedimentos aprendidos. Finalmente, o professor leva os alunos a refletir sobre suas ações com o objetivo de favorecer o controle das atuações e a condução de maneira autônoma e independente.

Evidentemente, o professor deverá decidir quando deve expor os passos do procedimento de modo que os alunos possam segui-lo e quando provocar situações em que os próprios estudantes tracem os caminhos de ação. Coll e Valls (1998) ainda explicam que a aprendizagem de procedimentos acontece de forma progressiva e que o professor deve levar os alunos a confrontar sua realização com outros conhecimentos constantes em sua estrutura cognitiva – como conceitos, esquemas de ação, procedimentos mais simples etc.

De qualquer forma, os autores indicam que uma meta a ser alcançada no que se refere à aprendizagem de procedimentos é que os alunos possam ser autônomos ao executá-los, isto é, não dependentes de orientação, e que sejam capazes de generalizá-los para outras situações, aplicando-os de maneira espontânea na execução de tarefas novas e na resolução de problemas.

Nesta perspectiva, o professor deve elaborar um material de aprendizagem[9] (por exemplo, uma sequência didática) que seja potencialmente significativo, ou seja, com elementos organizados em uma estrutura lógica[10] e não apenas sobrepostos de forma arbitrária. Além disso, o material deve: estar apoiado em uma análise cognitiva para constatação de quais são os aspectos mais relevantes presentes na estrutura cognitiva do aprendiz de modo a permitir que aconteça o reconhecimento de semelhanças e de diferenças entre as ideias novas e as já enraizadas e ser apresentado em linguagem adequada ao vocabulário do aprendiz (Ausubel, 2003). No caso dos procedimentos, Coll e

[9]Ausubel (2003) autor enfatiza que o material de aprendizagem apenas é *potencialmente* significativo. Neste sentido, se não houver um mecanismo de aprendizagem significativa o aluno pode aprender o material por memorização apenas.
[10] A estrutura lógica favorece a significação lógica - capacidade de relação não arbitrária e substantiva do material de aprendizagem com ideias relevantes correspondentes, que se situam no âmbito da capacidade de aprendizagem humana.

Valls (1998) consideram que a atividade docente no processo (exposição, prática guiada e favorecimento da prática autônoma) seja um elemento potencializador de um material de aprendizagem.

Dessa forma, optou-se por elaborar um material potencialmente significativo com foco na aprendizagem dos procedimentos algébricos a partir do conhecimento de estratégias aritméticas empregadas na resolução de problemas. A opção por empregar problemas[11] deve-se ao fato de a resolução de problemas enquanto um conteúdo escolar ter um caráter essencialmente procedimental, já que exige uma sequência de passos de acordo com um plano concebido para se alcançar uma meta (Echeverria & Pozo, 1998).

Os problemas aqui apresentados contêm duas ou três incógnitas, isto é, são apresentadas duas ou três informações e são solicitados os valores desconhecidos. Para solucioná-los, devem ser aprendidos procedimentos algébricos (aqui chamados de estratégias, para manter coerência com a teoria) de resolução de sistemas de equações do primeiro grau. Como a teoria de Ausubel (2003) aplica-se a todos os tipos de conteúdo (conceituais, procedimentais e atitudinais), pode-se definir aprendizagem significativa de estratégias como sendo o processo que permite que os novos procedimentos sejam relacionados aos já aprendidos em outras situações.

Assim, considerou-se que, para alunos do ensino fundamental, poderia ser significativa a aprendizagem de uma estratégia algébrica de resolução de sistemas de equações do primeiro grau se ela partisse de estratégias aritméticas já aprendidas para resolver uma série de problemas com duas incógnitas. Analisar o material elaborado nessa perspectiva constituiu-se no objetivo deste texto.

4 OBJETIVOS E METODOLOGIA

Tem-se como objetivo analisar a potencialidade significativa de uma proposta didática direcionada a alunos do oitavo ano para ensino de uma estratégia algébrica de resolução de sistemas de equações do primeiro grau a partir de estratégias aritméticas de resolução de problemas.

[11] Echeverria e Pozo (1998) fazem a distinção entre problema (cuja solução se constitui em uma situação nova e requer estratégias) e exercício (cuja realização se baseia no uso de habilidades ou técnicas aprendidas e automatizadas – como consequência de uma prática contínua). Na verdade, os problemas da presente proposta didática que foram apresentados após o ensino da ESA poderiam ser chamados de exercícios, já que as situações deixaram de ser novas para os alunos. Apesar disso, optou-se pelo uso do termo "problemas" para todas as situações da proposta.

A proposta foi constituída na forma de uma sequência didática[12] e elaborada no âmbito do Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática da Universidade Federal de Uberlândia. Participaram da experiência 24 alunos do oitavo ano do ensino fundamental de uma escola da rede pública estadual de Minas Gerais, em que o segundo autor deste artigo ministra aulas de matemática. Foram aplicadas atividades durante o período normal de aula, no período aproximado de duas semanas, num total de 10 aulas, sendo que nem todas as aulas contaram com a presença de todos os alunos. Todos os registros dos alunos foram feitos em folhas avulsas recolhidas pelo professor ao término das aulas. As aulas foram gravadas em áudio e foram tiradas algumas fotos da lousa; além disso, o professor anotou, ao final de cada aula, os principais diálogos produzidos durante a execução das atividades e alguns comportamentos observáveis dos alunos e do próprio docente.

A análise seguirá a descrição da potencialidade significativa apontada por Ausubel (2003). Assim, serão seguidos os itens de análise: (a) a estrutura lógica de organização das atividades; (b) os conhecimentos prévios evidenciados na resolução de problemas e as relações com a estratégia aprendida; (c) a linguagem utilizada e (d) a atividade docente. Trata-se de uma análise qualitativa e explicativa, dentro do escopo da chamada pesquisa do professor: esse tipo de investigação tem caráter instrumental e utilitário e mostra a preocupação do autor em explicar o fenômeno educativo que ocorre na sala de aula e em buscar o conhecimento da realidade para transformá-la, visando à melhoria das práticas pedagógicas (Carneiro, 2008).

6 A SEQUÊNCIA DIDÁTICA E A APLICAÇÃO

A sequência didática é formada por seis atividades mostradas no Quadro 2.

Quadro 2. Atividades constantes da sequência didática

Atividades	Descrição	Objetivo	Duração
1ª: Desafio I de Problemas	Apresentação de quatro problemas com imagens para serem resolvidos aritmeticamente.	Aplicar estratégias aritméticas de resolução de problemas.	50 min
2ª: Desafio I de Problemas e estratégia aritmética	Correção dos problemas anteriores, com orientação do professor para a estratégia aritmética.	Entender a aplicação de uma estratégia aritmética específica de resolução de problemas.	90 min

[12] Sequência didática é um "conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos" (Zabala, 1998, p. 18).

3ª: Desafio II de Problemas e aritmética.	Apresentação de quatro problemas com imagem para serem resolvidos aritmeticamente.	Aplicar a estratégia aritmética da 2ª atividade em problemas similares.	40 min
4ª: Desafio I de Problemas e Sistema	Orientação do professor para que os problemas do Desafio I (2ª Atividade) sejam resolvidos algebricamente (sistema).	Entender uma estratégia algébrica (sistema) a partir da equiparação com a estratégia aritmética.	100 min
5ª: Desafio II de Problemas e Sistema	Apresentação dos problemas do Desafio II (3ª atividade) para serem resolvidos algebricamente (sistema).	Aplicar a estratégia algébrica (sistema) a partir da equiparação com a estratégia aritmética.	100 min
6ª: Problemas sem imagens	Orientação do professor para que problemas sem imagens sejam resolvidos por sistemas	Entender a estratégia algébrica (sistema) para problemas sem imagens	20 min
7ª: Desafio III de Problemas sem imagens	Apresentação de problemas sem imagem para serem resolvidos algebricamente (sistema).	Aplicar a estratégia algébrica (sistema) para problemas sem imagem	80 min

Fonte: Elaborado pelos autores

A maneira de aplicação de cada atividade, o desempenho dos alunos e alguns exemplos de registros produzidos pelos alunos nas folhas de papel e pelo professor na lousa serão descritos a seguir.

1ª Atividade - Desafio I de problemas

Cada aluno recebeu uma folha com quatro problemas, reproduzidos na Figura 1. O professor orientou os estudantes para que trabalhassem individualmente, utilizando estratégias próprias; informou também que eles não deveriam utilizar letras, somente números.

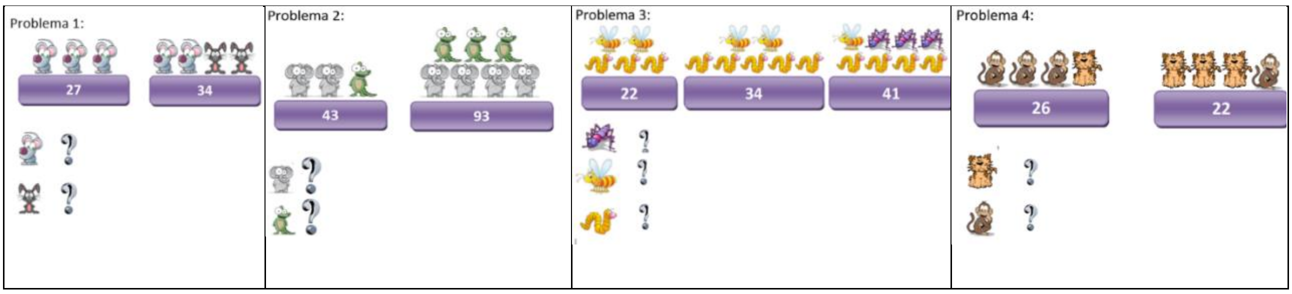

Figura 1: Problemas para serem resolvidos com estratégias aritméticas
Fonte: Arquivo dos autores

O primeiro problema foi resolvido corretamente por 17 alunos; eles realizaram a divisão utilizando a primeira informação (27 ÷ 3 = 9) para determinar o preço de um cachorrinho; na segunda informação, subtraíram o valor 2x9 do total (34 – 18 = 16) e efetuaram nova divisão (16 ÷ 2 = 8), chegando assim, ao preço do coelhinho. Os demais problemas foram resolvidos por tentativas, isto é, atribuíam valores aos bichinhos e foram substituindo nas informações de modo a obter os valores totais anunciados nas informações do problema. Apenas um aluno usou a estratégia de agrupar os bichinhos relativos à primeira informação do problema para substituir na segunda e assim encontrar os valores pedidos.

2ª Atividade - Desafio I de problemas e estratégia aritmética

Os alunos receberam outra folha com os mesmos problemas da 1ª atividade, para serem resolvidos pela estratégia aritmética de agrupamento. O professor explicou a estratégia na lousa, valendo-se de desenhos, esquemas e legendas e contando com a participação da turma. Neste texto, serão apresentadas as soluções do Problema 2 e do Problema 4.

No segundo problema, o professor realça que o valor 43 da primeira informação corresponde a um grupo formado por dois elefantes e um crocodilo e que é possível visualizar dois grupos iguais a esses na segunda informação, conforme mostra a Figura 2(a).

A partir da representação do agrupamento feita na lousa, os próprios alunos expressam que é possível realizar 43 + 43 = 86 ou 2x43=86 e determinar o preço do crocodilo subtraindo 93 – 86 = 7. Na sequência, os alunos dizem que se pode substituir o valor do crocodilo na primeira informação, ou seja, 43 – 7 = 36 e que este é o valor de dois elefantes. Assim, 36:2 =18 e então cada elefante vale 18. Ao final, foi feita a verificação, ou seja, os valores dos bichinhos foram substituídos nas duas informações do problema, como forma de validar os resultados encontrados.

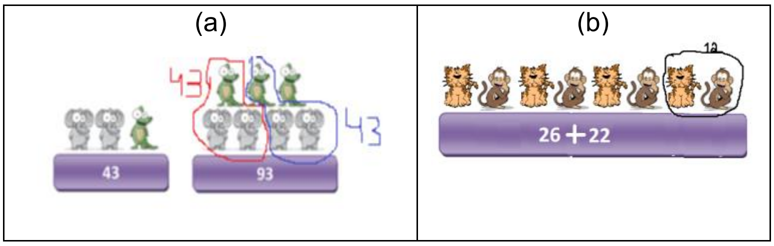

Figura 2: Ilustrações para: (a) Problema 2 e (b) Problema 4
Fonte: Arquivo dos autores

No Problema 4, o professor chama a atenção para a impossibilidade de se fazer o agrupamento, uma vez que as características são diferentes das anteriores, e comenta que será necessário buscar outra estratégia. Então mostra aos alunos que é possível juntar as duas informações, já que a quantidade de macacos é igual a de leões. Assim, 26 + 22 = 48 bichinhos. Estes poderiam ser agrupados de várias maneiras, mas a estratégia é constituir quatro duplas, cada uma delas formada por um leão e um macaco, conforme pode ser visto na Figura 2 (b). O valor de cada dupla é então 48 : 4 = 12. Neste momento, um aluno sugere a substituição do valor da dupla na primeira informação.

Os cálculos são realizados: 26 – 12 = 14 e 14 : 2 = 7, chegando assim ao valor de cada macaco. Na continuidade, o valor do macaco foi substituído na segunda informação; seguiu-se com 22 – 7 = 15 e, realizando a divisão 15 : 3 = 5, chegou-se ao valor de cada gato. Neste momento, o professor mostra outra alternativa, ou seja, se cada dupla de diferentes animais era 12 e cada macaco valia 7, poder-se-ia também realizar o cálculo 12 – 7 = 5, chegando assim no mesmo preço do gato.

3ª Atividade- Desafio II de problemas e estratégia aritmética

Foram distribuídas folhas com quatro problemas parecidos com os da atividade anterior, mostrados na Figura 3 (a). De um modo geral, os alunos tiveram um bom desempenho nesta atividade, utilizando os procedimentos aprendidos, ou seja, agrupando valores e realizando substituições para encontrar os preços desconhecidos, conforme exemplifica a Figura 3 (b).

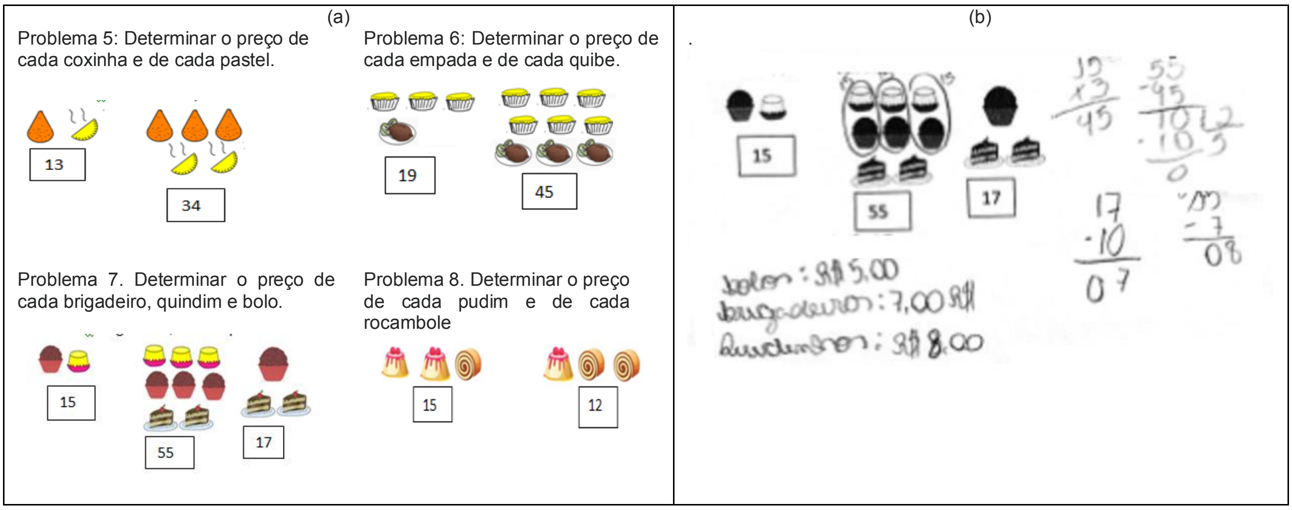

Figura 3: (a) Problemas da 3ª Atividade; (b) Resolução aritmética para o Problema 7
Fonte: Arquivo dos autores

4ª Atividade - Desafio I de problemas e sistema

Nesta atividade, o professor distribuiu uma folha contendo os mesmos problemas da primeira atividade e informou que agora eles aprenderiam uma estratégia algébrica de resolução baseada em equações. No presente texto será apresentada a resolução do Problema 3.

O professor chama a atenção dos alunos para que observem que, como existem três informações, seria montado um sistema com três equações. Da mesma maneira que aconteceu nos casos anteriores, determina as letras a serem utilizadas na construção das equações, ou seja, *x* para o valor da lagarta, *y* para a abelha, e por último *z* para o grilo. Com esses dados, o professor questiona como ficariam as equações e rapidamente obtém as respostas que forma o sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 22 & (I) \\ 5x + 2y = 34 & (II) \\ 4x + y + 3z = 41 & (III) \end{cases}$$

Ele questiona os alunos acerca da possibilidade do agrupamento. Em silêncio, os alunos parecem analisar as informações representadas pelos desenhos e pelas equações. Após um tempo, uma aluna diz que seria possível agrupar a primeira informação na segunda. A Figura 4 ilustra o agrupamento sugerido.

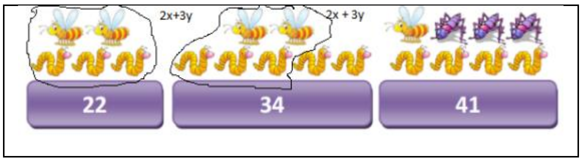

Figura 4: Agrupamento sugerido para o Problema 3
Fonte: Arquivo dos autores

A partir disso, o professor copia a Equação II na lousa, repete a escrita erroneamente utilizando a expressão *3x + 2y = 34* e pergunta se falta alguma informação. Ao responderem que era *2x,* a equação é escrita corretamente como *3x + 2x + 2y = 34*, a expressão *3x + 2y* é substituída pelo valor *22* e, na sequência, chega-se ao valor *x=6*, de cada lagarta. A seguir, substitui o valor *x=6* na Equação I, determinando, então, o valor *y=2* de cada abelha. Com os dois valores encontrados (*x* e *y*), ocorre a substituição na Equação III, encontra-se o valor *z=5* para o grilo e finaliza com a verificação.

5ª Atividade - Desafio II de problemas e sistema

Foram entregues os mesmos quatro problemas da 3ª atividade e os alunos foram orientados a resolvê-los algebricamente (na forma de sistemas de equações), buscando consolidar os conhecimentos adquiridos nas atividades anteriores. Algumas soluções são mostradas na Figura 5.

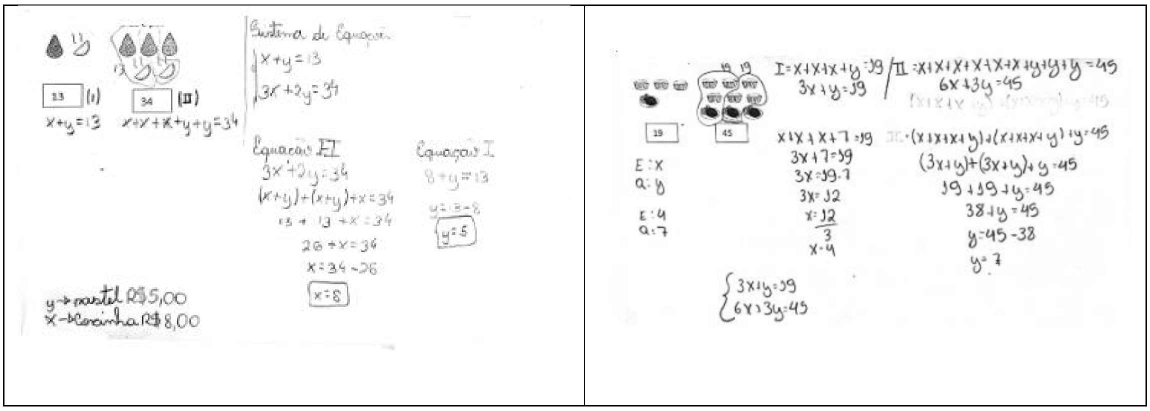

Figura 5: Resoluções de problemas da 5ª Atividade
Fonte: Arquivo dos autores

Metade dos alunos acertou as soluções de todos os problemas; os demais conseguiram montar os sistemas e realizar algumas operações, mas não conseguiram calcular o valor de todas as incógnitas.

6ª Atividade - Problemas sem imagens

Os alunos receberam uma folha com dois problemas sem imagens (Quadro 3).

Quadro 3: Problemas da 6ª Atividade

1) Três empadinhas custam R$ 12,00. Sabe-se que 2 empadinhas e 3 coxinhas custam R$ 29,00. Quanto custa cada empadinha e cada coxinha?
2) Comprei 2 canetas e uma lapiseira por R$ 28,00. Se tivesse comprado 5 canetas e duas lapiseiras (iguais às anteriores) teria pago R$64,00. Quanto custa cada uma?

Fonte: Elaborado pelos autores

Como essa foi a primeira atividade sem imagens, os problemas foram resolvidos pelo professor na lousa. Para cada problema, o professor faz a leitura e questiona os alunos sobre: a pergunta do problema, as informações, as incógnitas, as letras a serem utilizadas, a equação correspondente a cada informação e o sistema que traduzia o problema.

Após a formação do sistema, os alunos eram solicitados a verificar se uma das equações "cabia" na outra e então a seguir o procedimento de substituir as expressões pelos valores correspondentes. Sempre precedidos pelo diálogo com os alunos, o professor empregava os procedimentos adequados. Ao final, eram feitas as verificações, em que os valores encontrados eram substituídos nas equações. A Figura 6 mostra as resoluções dos problemas.

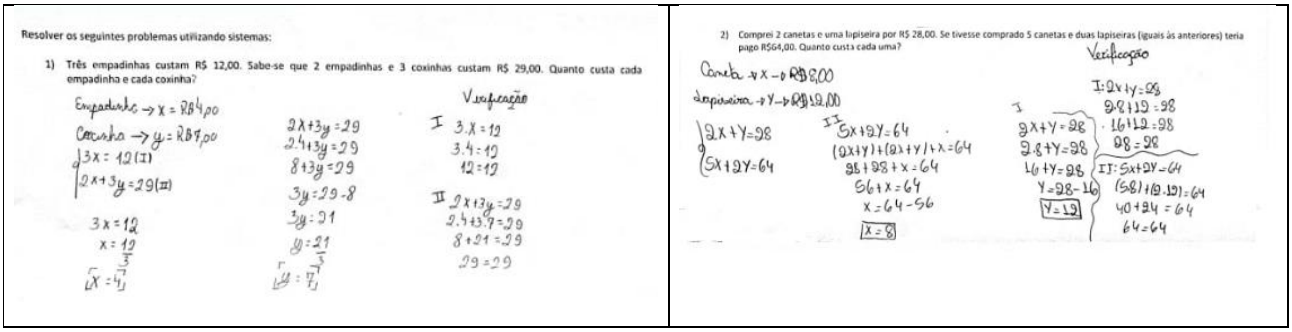

Figura 6: Resoluções de Problemas da 6ª Atividade
Fonte: Arquivo dos autores

7ª Atividade - Desafio III de problemas sem imagens

Finalmente, os alunos receberam uma folha com cinco problemas para serem resolvidos individualmente (Quadro 4).

Quadro 4: Problemas da 7ª Atividade

1) Quatro livros custam R$48,00. Sabe-se que 3 desses mesmos livros e 2 revistas em quadrinhos custam R$50,00. Quanto custa cada livro e cada revista em quadrinhos?
2) Estávamos pesando peças A, B e C. Três peças A junto com a peça B pesaram 13 kg. Seis peças A e quatro peças B juntas pesaram 34 Kg. Finalmente, uma peça A mais uma peça B e mais duas peças C pesaram juntas 17 kg. Quanto pesa cada peça?
3) Fui a uma loja e comprei 3 camisetas e uma bermuda, pagando um total de R$58,00. Caso tivesse comprado 6 camisetas e 3 bermudas, dos mesmos modelos, teria pago R$129,00. Quanto custa cada camiseta e cada bermuda?
4) Dois grupos de amigos compraram um ingresso para uma festa em que o ingresso para mulher é mais barato do que o ingresso para homem. No primeiro grupo havia três homens e uma mulher e o total pago foi R$ 45,00. No segundo grupo havia um homem e três mulheres e pagou R$ 55,00. Qual o preço do ingresso para homem e para mulher?
5) Num quintal há galinhas e coelhos, num total de 10 cabeças e 32 pés. Quantos são os coelhos e quantas são as galinhas?

Fonte: Elaborado pelos autores

A Figura 7 ilustra algumas resoluções.

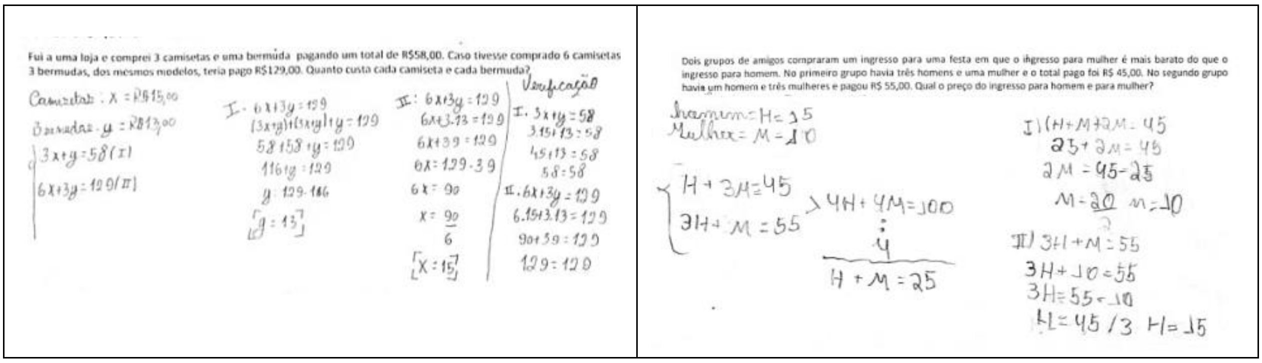

Figura 7: Resoluções de problemas da 7ª Atividade
Fonte: Arquivo dos autores

Foi verificado que a maioria dos alunos conseguiu resolver os exercícios por meio de sistemas de equações, utilizando a técnica aprendida. Note-se que se valeram de letras para incógnitas, mas não ficaram restritos às letras x e y. A Tabela 1 mostra os acertos e erros nos problemas constantes da sequência didática e que foram resolvidos pelos alunos.

Tabela 1. Distribuição dos alunos por acertos e erros nos problemas

Atividade	Problema	Acertaram	Erraram/em branco	Total
1ª Atividade Desafio I de Problemas	Problema 1	17	6	23
	Problema 2	10	13	23
	Problema 3	5	18	23
	Problema 4	3	20	23
3ª Atividade Desafio II de Problemas e estratégia aritmética	Problema 5	16	4	20
	Problema 6	15	5	20
	Problema 7	12	8	20
	Problema 8	10	10	20
5ª Atividade Desafio II de Problemas e Sistema	Problema 1	21	4	24
	Problema 2	19	5	24
	Problema 3	19	8	24
	Problema 4	21	10	24
7ª Atividade Desafio III de Problemas sem imagens	Problema 1	21	3	24
	Problema 2	20	4	24
	Problema 3	18	6	24
	Problema 4	18	6	24
	Problema 5	18	6	24

Fonte: Elaborada pelos autores

7 ANÁLISES

Serão seguidos os itens de análise mencionados na metodologia.

a) a estrutura lógica de organização das atividades

Um material potencialmente significativo deve possuir uma estrutura lógica: no caso da proposta didática aqui apresentada, as atividades foram organizadas com objetivos interligados e não apenas sobrepostos. Buscou-se partir das resoluções aritméticas utilizadas pelos alunos e fixar a estratégia para que pudesse ser utilizada como ancoradouro para a estratégia algébrica. Na sequência, os problemas foram apresentados ainda com desenhos para que a estratégia aprendida pudesse ser utilizada nos problemas sem desenhos – entre estes, os primeiros foram resolvidos sob a orientação do professor e os demais de maneira autônoma pelos alunos. A Figura 8 mostra a organização.

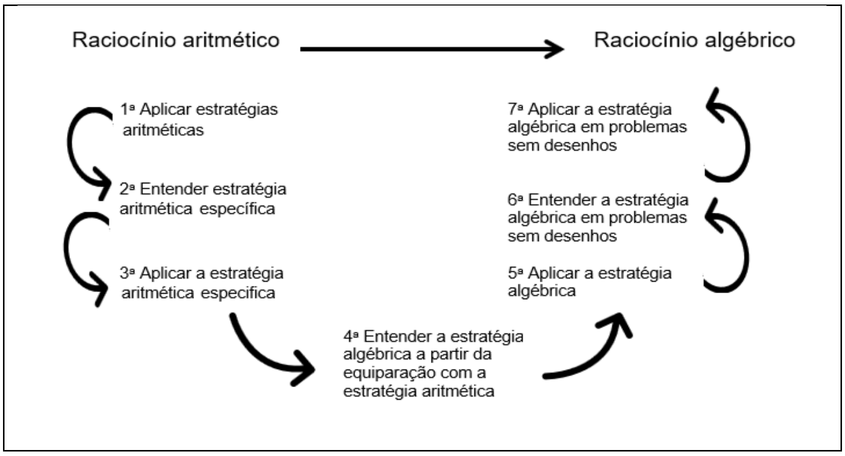

Figura 8: Sequência lógica das atividades
Fonte: Elaborada pelos autores

(b) os conhecimentos prévios evidenciados na resolução de problemas e as relações com a estratégia aprendida.

A sequência didática buscou identificar o conhecimento prévio dos alunos: constatou-se, na primeira atividade, que eles sabiam empreender as principais etapas do processo de resolução de um problema (Brito, 2011), tais como: compreensão do texto (as figuras podem ter colaborado nessa compreensão); categorização do problema (as operações aritméticas foram elencadas); estimativa de solução (foram utilizadas tentativas para encontrar os problemas); planejamento de solução (as operações foram empregadas na ordem correta a partir das informações) e monitoramento do procedimento e do resultado (a estratégia de tentativas utilizada requer idas e vindas durante o processo). Após a apresentação da estratégia de agrupamento e substituição, os alunos passaram a utilizá-la na resolução dos problemas da terceira atividade, ainda no escopo do raciocínio aritmético. O conhecimento dessa estratégia se apresentou com certa clareza – já que a maioria dos alunos acertou os problemas – o que pôde ser considerado como um aspecto relevante da estrutura cognitiva que serviu como ancoragem para aprendizagem da resolução de sistemas.

Duas ideias enraizadas foram mobilizadas para a aprendizagem significativa da ESA: a estratégia aritmética de cálculo por agrupamento e substituição e as técnicas de resolução de equações do 1º grau já aprendidas nas aulas anteriores à aplicação da sequência didática aqui analisada. Os alunos parecem ter reconhecido e entendido a semelhança entre agrupar os bichinhos e atribuir seu valor numérico e agrupar os bichinhos e atribuir uma equação, já que empregaram corretamente este procedimento.

O procedimento aprendido para resolução de sistemas pode ser considerado como uma estratégia, conforme denominação de Coll e Valls (1998), já que sua aprendizagem implica em reconstruir a própria prática, requer reflexão e tomada de consciência sobre o que fazer e como fazer. Acredita-se também que os alunos tenham adquirido certo controle para aplicar as técnicas já conhecidas (como a resolução de equações) para adaptá-las às necessidades específicas de cada problema.

c) a linguagem utilizada

Na descrição da aplicação das atividades pode-se notar que o professor incentivava o diálogo com os alunos: estes podiam evocar os conhecimentos prévios e verbalizar os procedimentos a serem empregados, o que contribuiu para um contexto ativo de aprendizagem.

As atividades foram apresentadas por meio de uma linguagem adequada ao vocabulário dos alunos. Todos os problemas trabalhados nas cinco primeiras atividades tiveram seus enunciados com figuras (de animais, de alimentos etc.) dispostas acima de retângulos contendo números no seu interior; nas perguntas havia desenhos seguidos do sinal de interrogação. Isso deve ter facilitado aos alunos a atribuição de significado às palavras: incógnita (preços indagados que foram representados por letras), equação (igualdade formada por incógnitas referente à cada informação) e sistema (conjunto das equações formadas) – que fazem parte da linguagem algébrica.

d) a atividade docente

Com base em Coll e Valls (1998) – para quem a aprendizagem de procedimentos se consolida com a prática – puderam ser analisadas algumas funções da atividade docente no contexto ativo de aprendizagem. No início de cada atividade com o objetivo "entender" (veja Quadro 2, segunda, quarta e sexta atividade), o professor expôs as primeiras ações, solicitou que os alunos imitassem os modelos e incentivou a expressão verbal do raciocínio envolvido na estratégia; ainda nessas atividades, nota-se que o professor orientou para que realizassem os procedimentos aprendidos, por meio da prática guiada; isto é, que tivessem atenção, resgatassem procedimentos na memória, buscassem compreender os passos etc.

Evidentemente, houve preocupação do professor em explicar as ações, a ordem a ser seguida e os benefícios alcançados com a aprendizagem daquela estratégia. Na explicação, não faltou referência aos possíveis obstáculos (por exemplo, quando o professor faz os alunos perceberem que não era possível agrupar os valores) e às pistas adequadas para o aluno refletir sobre os procedimentos empregados (quando repete a escrita da equação erroneamente e indaga se está correta), de modo a conduzir suas ações de maneira independente. A apresentação dos problemas nas atividades com o objetivo "aplicar" (veja Quadro 2, terceira, quinta e sétima atividade), proporcionou aos alunos a oportunidade de traçar os caminhos independentemente.

O desempenho na última atividade parece demonstrar certa autonomia para conduzir as ações: os alunos conseguiram adequar a estratégia aprendida naqueles problemas com representações pictóricas aos problemas com enunciados verbais.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Uma das características de um material potencialmente significativo é ser passível de reformulação em termos de antecedentes intelectuais particulares. Evidentemente, a sequência didática aqui apresentada foi elaborada para atender a uma turma específica de alunos cuja maioria já dominava as técnicas de resolução de equações do primeiro grau. Apesar disso, nem todos os alunos conseguiram aplicar a ESA adequadamente e um dos motivos pode ser o fato de certas estratégias para cálculo numérico não fazerem parte do repertório dos alunos; em outras palavras, a cadeia de ações no campo aritmético parecia não estar suficientemente automatizada para ser utilizada. Conforme Ausubel (2003), variáveis da estrutura cognitiva – entre elas, a clareza e a estabilidade – são reflexos daquilo que o aprendiz já sabe e influenciam a aquisição e a retenção do conhecimento.

Dimensões distintas da álgebra – conforme anunciadas por Usiskin (1995) – foram notadas nas atividades da sequência: propriedades das operações numéricas puderam ser generalizadas com escrita algébrica, letras puderam ser vistas como incógnitas e operações com monômios e polinômios foram realizadas. Além disso, representar o problema por meio de um sistema constituiu-se em atividade de geração; as ações de agrupar, substituir e simplificar as expressões algébricas foram atividades de transformação, conforme denominação de Kieran (1995). De um modo geral, todas as atividades parecem ter contribuído para o desenvolvimento do pensamento algébrico, caracterizada pela capacidade de interpretar, representar e resolver problemas, tendo em vista o bom desempenho da maioria dos alunos ao utilizar a estratégia aprendida.

Não se pode negar a importância atribuída aos problemas utilizados ao longo da sequência. Conforme concebido por Echeverría e Pozo (1998), o ensino baseado na resolução de problemas pressupõe promover nos alunos a utilização de conhecimentos e o domínio de procedimentos adequados ao raciocínio empregado na busca de solução.

De uma maneira geral, tem-se como meta que os alunos saibam aplicar o conhecimento na execução de novas tarefas e que a apreensão obtida melhore a capacidade global de aprendizagem da matemática. Sendo assim, considera-se que o material analisado possa se configurar como potencialmente significativo, apesar de não se garantir, evidentemente, a atribuição de significado por parte dos alunos. Espera-se que a sequência didática aqui analisada possa ser adaptada a diferentes contextos escolares de modo a subsidiar a prática docente na elaboração de propostas que visam à aprendizagem significativa de conteúdos algébricos.

REFERÊNCIAS

Antoniassi, K. R. (2013). *O ensino de sistemas de equações do primeiro grau com duas incógnitas no oitavo ano do ensino fundamental através de situações-problema*. (Dissertação de Mestrado Profissional em Rede Nacional, Universidade Federal de São Carlos. Recuperado de https://repositorio.ufscar.br/bitstream/handle/ufscar/5941/5388.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Ausubel, D. P. (2003). *Aquisição e Retenção de Conhecimentos:* Uma Perspectiva Cognitiva. Lisboa: Plátano, 2003.

Brasil. (2018). Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular.* Brasília: MEC. Recuperado de http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf

Brito, M. R. F. (2006). Alguns aspectos teóricos e conceituais da solução de problemas matemáticos. In: Brito, M. R. F. (Org.). *Solução de problemas e a matemática escolar.* Campinas, Alínea, p. 13-53.

Cai, J., Lew, H. C. & Moyer, J. C. (2005). The Development of Students' Algebraic Thinking in Earlier Grades: A Cross-Cultural Comparative Perspective. *ZDM: the international journal on mathematics education*. Vol. 37 (1) p. 5-15. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/225645324_The_development_of_studients'_algebraic_thinking_in_earlier_grades

Câmara, M.& Crires, I. O. (2010). Estratégias utilizadas por alunos de 6° ano na resolução de problemas de estrutura algébrica. In *Anais da X Encontro Nacional de Educação Matemática,* Salvador, BA, Recuperado de https://silo.tips/download/estrategias-utilizadas-por-alunos-de-6-ano-na-resoluao-de-problemas-de-estrutura

Carneiro, V.C. (2008). Contribuições para a Formação do Professor de Matemática Pesquisador nos Mestrados Profissionalizantes na Área de Ensino. *Bolema,* Rio Claro (SP), Ano 21, nº 29, p. 199-222.

Coll, C. & Valls, E. (1998). Aprendizagem e o Ensino de Procedimentos. In: Coll, C.; Pozo, J. I; Sarabia, B.; Valls, E. *Os Conteúdos na Reforma.* Ensino e Aprendizagem de Conceitos, Procedimentos e Atitudes. Tradução de Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artes Médica, p.70-118.

Echeverría, M. D. P. P. & Pozo, J. I. (1998). Aprender a resolver problemas e resolver problemas para aprender. In: Pozo, J. I. (Org.). *Solução de problemas:* aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: ArtMed, p. 13-42.

Gil, K. H. (2008). *Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra***.** Dissertação (Mestrado em Educação em Ciências e Matemática), PUCRS, Porto Alegre, RS.

Grossmann, M. T. & Ponte, J. P. (2011). O sentido de símbolo de um aluno e a álgebra do 12.º ano. In *Anais do Encontro De Investigação Em Educação Matemática,* Póvoa de Varzim. Recuperado de https://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/16.Grossmann%20e%20Ponte.pdf

Häggström, J. (2008). *Teaching systems of linear equations in Sweden and China*: What is made possible to learn? Doctoral Theses from University of Gothenburg. Recuperado de https://gupea.ub.gu.se/handle/2077/17286

Kieran, C. (1995). Duas Abordagens Diferentes entre os Principiantes em Álgebra. In: Coaxford, A. F & Shulte (org.) *As idéias da Álgebra*. Tradução de Domingues, H. H. São Paulo: Atual.

Kieran, C. (2004). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It? *The Mathematics Educator***,** Vol.8, No.1, 139 – 151. Recuperado de http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.513.5908

Kieran, C. (2007). Developing algebraic reasoning: The role of sequenced tasks and teacher questions from the primary to the early secondary school levels. *Quadrante,* Vol. XVI, Nº 1.

Lins, R. C. & Gimenez, J. (2001). *Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o século XXI.* Campinas, SP: Papirus.

Mayer, R. E. (1992). A Capacidade para a Matemática. In: R. J. Sternberg. *As Capacidades Intelectuais Humanas:* Uma Abordagem em Processamento de Informações. Porto Alegre: Artes Médicas.

Marques, A. P. (2019). *O ensino de funções no 9º ano:* construindo significados para função a partir de generalizações. Mestrado Profissional em Educação e Docência. Universidade Federal de Minas Gerais. Recuperado de https://repositorio.ufmg.br/handle/1843/32191

Nobre, S. & Amado, N. Ponte, J. P. (2011). Representações na Aprendizagem de Sistemas de Equações. In: Anais do *Encontro de Investigação em Educação Matemática*, Póvoa de Varzim. Recuperado de https://cmup.fc.up.pt/cmup/eiem/grupos/documents/14.Nobre_Amado_Ponte.pdf

Pereira, J. M. & Ponte, J. P. (2011). Raciocínio matemático em contexto algébrico uma análise com alunos de 9.º ano. In: *Anais do Encontro de Investigação em Educação Matemática*, Póvoa de Varzim. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/261877091_Raciocinio_matematico_em_contexto_algebrico_Uma_analise_com_alunos_do_9_ano

Proulx, J., Simmt, E. & Miranda, H. (2009). Rethinking the Teaching of Systems of Equations. Mathematics Teacher, 102 (7): 526-533. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/338236495_Rethinking_the_Teaching_of_Systems_of_Equations

Silva, R. R., Melo, D. A., Veras, C. C. & Sousa, S. W. (2017). *Software MATLAB no ensino-aprendizagem da Matemática no 8º ano do fundamental*: Uma análise analítica e geométrica no ensino de expressões algébricas e sistemas de equações do 1º grau. REVEMAT, v.12, n. 2, p. 58-66. Recuperado de https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/article/view/1981-1322.2017v12n2p58

Sternberg, R.J. (2000). *Psicologia Cognitiva.* (Osório, M.R.B., Trad.). Porto Alegre: Artes Médicas Sul.

Usiskin, Z. (2004). Concepções sobre a álgebra da escola média e a utilização das variáveis. . In: Coaxford, A. F & Shulte (org.) *As idéias da Álgebra*. Tradução de Domingues, H. H. São Paulo: Atual.

Windsor, W. (2010). Algebraic Thinking: A Problem Solving Approach Will Windsor. *Mathematics Education Research Group of Australasia.* p. 665-672. Recuperado de https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED521033.pdf

Zabala, A. (1998). *A prática educativa.* Tradução: Ernani F. da F. Rosa. Porto Alegre: ArtMed.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA
Aprendizagem significativa de estratégia para resolução de sistemas de equações

Odalea Aparecida Viana
Doutorado em Educação
Professora aposentada e voluntária da Universidade Federal de Uberlândia, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática, Uberlândia, MG, Brasill
odaleaviana@gmail.com
https://orcid.org/0000-0003-4782-6718

Rodrigo Junior Rodrigues
Mestrando em Ensino de Ciências e Matemática
Professor da rede pública estadual de Minas Gerais, Uberlândia, MG, Brasil
rodrigo.junior2603@hotmail.com
https://orcid.org/0000-0002-5498-2092

Endereço de correspondência do principal autor
Rua B, n º 10, Vila Silvia, CEP 12460-000, Campos do Jordão, SP, Brasil

AGRADECIMENTOS
Nada consta.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA
Concepção e elaboração do manuscrito: O.A. Viana, R.J. Rodrigues
Coleta de dados: R.J. Rodrigues
Análise de dados: O.A. Viana, R.J. Rodrigues
Discussão dos resultados: O.A. Viana, R.J. Rodrigues
Revisão e aprovação: O.A. Viana

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA
Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO
Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM
Não se aplica.

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA
Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES
Não se aplica.

LICENÇA DE USO – uso exclusivo da revista
Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a Licença Creative Commons Attribution (CC BY) 4.0 International. Estra licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER – uso exclusivo da revista
Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no Portal de Periódicos UFSC. As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR – uso exclusivo da revista
Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

HISTÓRICO – uso exclusivo da revista
Recebido em: 15-07-2020 – Aprovado em: 18-02-2021