EMP Educação Matemática Pesquisa
ISSN 1983-3156
A2

http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019v21i4p311-321

Le développement de la pensée algébrique dans le curriculum officiel en France et au Québec

MIRENE LARGUIER[1]

Abstract. From primary school entry in algebra does not happen the same way in different countries. This Communication aims to bring to light to compare the official curriculum choice at the primary level in France and Quebec using the theoretical framework of the ATD. From a methodological point of view, communication also involves the construction of specific tools for the analysis of a knowledge to be taught as part of the ATD.

Résumé. Dès l'école primaire l'entrée dans l'algèbre ne se réalise pas de la même façon selon le pays. Cette communication vise à mettre au jour pour les comparer les choix curriculaires officiels au niveau du primaire en France et au Québec en utilisant le cadre théorique de la TAD. D'un point de vue méthodologique, la communication vise également la construction d'outils spécifiques pour l'analyse d'un savoir à enseigner dans le cadre de la TAD.

1. Une étude dans le cadre de l'observatoire international de la pensée algébrique

1.1. Le contexte dans lequel s'inscrit cet observatoire

Cet article se situe dans le cadre d'un projet qui est le développement de l'OIPA : Observatoire International de la Pensée Algébrique. Ce projet est coordonné par Alain Bronner en France et Hassane Squalli au Québec. Il s'appuie sur de nombreux résultats de la recherche qui concernent un *problème de la profession*, au sens de Yves Chevallard (2006). Ce problème est l'enseignement de l'algèbre et plus particulièrement au moment de l'entrée dans l'algèbre. Au Québec, d'après les recherches menées notamment par Hassane Squalli, Claudine Mary et Patricia Marchand (2011), l'accent est mis sur le développement de la pensée algébrique dès le primaire sans usage du langage littéral de l'algèbre. En France, plusieurs travaux de recherche ont également souligné les difficultés de la construction de la pensée algébrique comme le rapport de la commission présidée par Jean-Pierre Kahane en 2002 ou encore le numéro spécial de la revue Recherches en Didactique des Mathématiques dirigé par Lalina Coulange et Jean-Philippe Drouhard en 2012. A. Bronner (2007) a montré la difficulté de circonscrire la frontière entre numérique et algébrique. Il est à l'origine de l'idée d'un observatoire du numérique et de l'algébrique. Plusieurs travaux de doctorat dont il a été le directeur portent directement sur des thématiques de cet observatoire. Il s'agit des travaux de Mirène Larguier (2009) ; Luiz Marcio Santos Farias (2010) ; Nathalie Andwandter (2012) ; Nathalie Briant (2013), ces recherches se situant dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique (TAD).

La recherche OIPA a nécessité des choix relatifs à des cadres théoriques différents dans lesquels l'algèbre peut être approchée selon deux points de vue : soit comme *un ensemble*

[1] LIRDEF, Université de Montpellier, France – miren.larguier@gmail.com

El paradigma del cuestionamiento del mundo en la investigación y en la enseñanza
Eje 2. *El análisis praxeológico como herramienta de análisis e ingeniería didáctica*

d'activités mathématiques décrites comme des praxéologies, soit comme *une manière de penser* (*la pensée algébrique*) dans ces activités. La première conception, celle de la TAD, repose sur le postulat suivant :

> Un objet existe dès lors qu'existent des institutions et des personnes qui entretiennent des rapports à cet objet. La question de la « nature » de l'objet renvoie ainsi au problème de la description des pratiques institutionnelles où l'objet est engagé, problème auquel il faut répondre en termes d'organisations praxéologiques. (Bosch & Chevallard, 1999, p. 8)

Si le choix a été de privilégier l'expression « pensée algébrique », cela n'occulte pas que l'objet « entrée dans l'algèbre » en question dans cet article, puisse être appréhendé selon une organisation praxéologique spécifique de la TAD.

Au Québec comme en France, l'articulation entre les domaines numérique et algébrique constitue un *problème de la profession*, corrélé au problème cité précédemment. Toutefois cette question ne se pose pas de la même façon dans les deux pays comme l'a souligné Michèle Artigue en 2012 lors d'une Conférence nationale sur l'enseignement des mathématiques à l'IFÉ[2]. Elle distingue trois voies d'entrée[3] suivant les pays et les cultures :

- la voie classique pour nous [en France] des équations,
- la voie de la reconnaissance de structures (patterns) et de la généralisation [voie choisie par les pays anglo-saxons],
- la voie de la modélisation et des fonctions.

> […] ces différentes routes ne posent pas dans les mêmes termes la question des discontinuités entre arithmétique et algèbre.

Cet article présente des éléments d'une recherche en lien avec l'une des questions vives travaillées dans l'OIPA à savoir : quelle entrée dans l'algèbre privilégier et quelles situations proposer aux élèves pour développer une pensée algébrique ? Une hypothèse, retenue par l'équipe au Québec et soutenue également par l'équipe française, est de proposer notamment des situations de généralisation comme porte d'entrée vers l'algèbre. Mais ce type de situations est-il cohérent avec les choix opérés dans les curriculums officiels actuels de ces deux pays ? C'est pour répondre à ce type de questions que cet article explore, analyse et compare les choix curriculaires en France et au Québec concernant le développement de la pensée algébrique en suivant une méthodologie élaborée dans le cadre de la TAD. En préambule la pensée algébrique sera décrite à partir de certaines de ses caractéristiques qui la distinguent d'une pensée arithmétique. Il s'agira de délimiter d'une part la frontière entre les domaines numériques et algébriques et d'autre part la frontière entre la pensée arithmétique et la pensée algébrique, deux frontières qui ne se recouvrent pas exactement.

1.2. Pensée arithmétique et pensée algébrique

La pensée arithmétique correspond à un raisonnement qui ne s'appuie que sur des données numériques connues présentes dans l'énoncé ainsi que sur les opérateurs numériques usuels

---

[2] Institut français de l'éducation

[3] Citation extraite du diaporama, consulté sur Internet le 20 février 2015 : http://www.canalu.tv/video/ecole_normale_superieure_de_lyon/12_bull_le_calcul_de_l_ecole_au_college_vers_le_calcul_algebrique.8596

pour obtenir le résultat recherché. Ce résultat peut donc s'écrire comme une expression numérique mobilisant les données de l'énoncé et des opérateurs. Cette expression numérique qui modélise le problème peut être écrite dans le registre (Duval, 1995) des écritures mathématiques ou dans le registre du langage naturel, cela ne modifiant pas la nature du raisonnement. Une modélisation du raisonnement est alors possible sous la forme suivante : si r est le résultat recherché et a_1, a_2 ... a_n les données numériques connues de l'énoncé alors il existe une fonction f à n variables réelles formulée dans le registre du langage naturel ou du langage mathématique telle que $f(a_1, a_2, \ldots, a_n) = r$.

La pensée algébrique, a contrario, s'exprime par un raisonnement qui mobilise au moins une donnée inconnue en opérant sur elle comme si elle était connue. Ce type de raisonnement nécessite une fiction : faire comme si ce nombre était connu et opérer avec lui comme avec les nombres connus. En supposant qu'il n'y ait qu'un seul nombre inconnu x dans le problème, si $a_1, a_2, \ldots, a_n$ sont les nombres donnés dans l'énoncé, une modélisation théorique de ce nouveau problème peut être exprimée par le fait qu'il existe une fonction f à $n+2$ variables réelles telle que :

$f(a_1, a_2, \ldots, a_n, x, r) = 0$.

Une autre caractérisation d'une praxéologie arithmétique, versus une praxéologie algébrique, est exprimée en ces termes par Josep Gascón (1994) :

> La résolution des problèmes « par l'arithmétique » comporte toujours la résolution successive d'une chaîne de problèmes simples dont le résultat numérique est calculable et interprétable dans les termes de l'énoncé. Les *problèmes algébriques*, par contre, ne répondent pas à ce schéma au sens où ils n'admettent pas une décomposition de ce type. (p. 45)

Différentes recherches (Vlassis & Demonty, 2002 ; Krysinska, Mercier & Schneider, 2009 ; Radford, 2006) mettent en lumière l'intérêt de problèmes de généralisation pour développer la pensée algébrique. Un type de problèmes apparaît particulièrement intéressant à ce propos, il s'agit de problèmes posés dans un contexte numérique ou géométrique qui peuvent se modéliser à l'aide d'une suite.

2. Comparaison des programmes du Québec et de la France

2.1. Méthodologie générale d'analyse et de comparaison des curriculums officiels

L'analyse du *savoir à enseigner* relative à certains objets d'enseignement ne peut avoir d'intérêt pour un chercheur que si elle peut être mise en parallèle avec un MER, *modèle épistémologique de référence* qui donne à voir les éléments essentiels de l'enseignement d'un domaine donné au regard des résultats des recherches. C'est donc la première tâche de l'analyse du curriculum officiel. Dans le cadre de cet article, le paragraphe 1.2 n'est qu'une ébauche de ce MER qui est en cours de développement dans les travaux de l'OIPA.

Un premier regard sur le curriculum officiel se situe alors au niveau de la *société* dans l'échelle de codétermination didactique pour répondre à la question : « Existe-t-il au niveau de la nation des textes qui fixent les savoirs à enseigner ? » Si ces textes existent d'autres questions se posent :

- est-ce que le texte a force de loi ou bien est-ce seulement un document qui fixe des recommandations sans obligation légale de les suivre ?

- est-ce produit ou non par un ministère ?

- est-ce que le texte du programme est complété ou non par d'autres textes et si oui quels sont le statut et le rôle de ces textes ?

Ces contraintes au niveau de la *société* (dans l'échelle de codétermination didactique) sont importantes pour mesurer l'impact du curriculum officiel sur le curriculum réel.

Une autre question concerne la délimitation de l'objet étudié : si cet objet est interne à une discipline, à quel niveau de l'échelle de codétermination didactique se situe-t-il ? Mais cet objet peut également se situer au-dessus du niveau de la discipline dans le cas d'un PER par exemple, cependant ce cas ne sera pas examiné dans cet article.

L'analyse de chaque curriculum consiste alors à faire émerger pour cet objet d'étude les éléments du programme qui contribuent à son enseignement et qui comprennent lorsqu'ils sont explicites :

- leur habitat et leur niche ;
- les organisations mathématiques prescrites en termes de praxéologies ;
- les organisations didactiques ;
- des raisons d'être épistémologiques et/ou didactiques.

L'analyse curriculaire fera apparaître les fondements et les raisons d'être des choix d'enseignement soit parce qu'ils sont explicites, soit parce qu'ils sont implicitement convoqués. Elle fera apparaître également d'éventuels vides didactiques. Elle sera éclairée par la comparaison avec le MER ce qui permettra d'évaluer au regard de cette référence les choix curriculaires.

2.2. Le statut des textes des programmes officiels en France et au Québec

En France le curriculum officiel se présente sous la forme de textes qui sont les programmes officiels du primaire et du collège parus[4] en 2008 et qui sont consultables sur le site du ministère de l'éducation nationale. Ces programmes ont un statut d'arrêté au niveau de la *société*. Voici ce qui est inscrit dans le programme de primaire, défini comme étant ce « présent arrêté, qui sera publié au Journal officiel de la République française et entrera en vigueur à la rentrée de l'année scolaire 2008-2009 ». Le programme officiel du collège a un statut similaire d'arrêté. Les programmes parus en 2008 sont complétés[5] par des documents nommés documents ressources et mériteraient d'être eux aussi analysés pour mieux décrire l'objet *entrée dans l'algèbre*. Cependant ces textes qui complètent les programmes sur certains points, ne seront pas analysés dans cet article.

Au Québec, les programmes des niveaux primaire et secondaire sont également consultables sur le site du ministère de l'Éducation, du Loisir et du Sport. Leur statut au niveau légal n'est pas aussi clair que celui des textes français qui sont des arrêtés, mais ils fixent l'esprit et les contenus d'un programme officiel. Cependant ces textes déterminent une obligation pour les

---

[4] Au moment de l'écriture de cet article pour l'année scolaire 2015-2016 il s'agit de ces deux textes : *Bulletin Officiel spécial n° 3 du 19 juin 2008* pour le primaire et *Bulletin officiel spécial n° 6 du 28 août 2008* pour le collège. Des programmes nouveaux en primaire et en collège sont en vigueur depuis septembre 2016.

[5] Les programmes précédents de 2002 en primaire étaient complétés par des documents d'application pour les cycles 2 et 3, documents qui explicitaient l'intégralité du programme. Par ailleurs des documents d'accompagnement relatifs à certains thèmes apportaient des éléments de formation didactique que ce soit pour l'école, le collège ou le lycée.

établissements scolaires. Ils servent aussi comme référence pour d'autres documents comme le cahier des charges pour les maisons d'éditions de manuels scolaires ainsi que de cadre de référence pour la formation des enseignants. Deux types de documents se complètent, les programmes proprement dits et la progression correspondante dont la fonction est précisée ainsi dans le préambule du texte :

> Le présent document constitue un complément au programme. Il apporte des précisions sur les connaissances que les élèves doivent acquérir au cours de chacune des années du primaire dans les différents champs de la mathématique […]. Ce document devrait faciliter le travail de planification de l'enseignement. (PAP-primaire, p. 3)

Pour l'enseignement primaire, ces deux documents sont les suivants :

- le « Programme de formation de l'école québécoise – Éducation préscolaire – Enseignement primaire » qui sera désigné par « PFÉQ-primaire » ;
- le document complémentaire du précédent intitulé : « Progression des apprentissages au primaire » et qui sera désigné par « PAP-primaire ».

2.3. La comparaison des institutions d'enseignement au niveau de l'*école*

La comparaison des curriculums officiels suppose qu'une étude soit réalisée au niveau de l'*école* (dans l'échelle des niveaux de codétermination didactique) pour analyser l'organisation scolaire globale entre les différentes institutions d'enseignement. La comparaison entre la France et le Québec montre que les différentes institutions scolaires au primaire et au secondaire ne correspondent pas pour une même classe d'âge. En effet l'enseignement secondaire commence en classe de 6^{e} en France pour des élèves qui ont normalement 11 à 12 ans, alors qu'au Québec les élèves de cet âge sont dans leur sixième et dernière année de l'enseignement primaire (voir tableau 1).

<table>
<tr><td></td><td colspan="8">Enseignement primaire au Québec</td><td colspan="2">Enseignement secondaire au Québec</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Préscolaire</td><td>1^{e}</td><td>2^{e}</td><td>3^{e}</td><td>4^{e}</td><td>5^{e}</td><td>6^{e}</td><td>2^{e}</td><td>1^{e}</td></tr>
<tr><td>3ans à 4 ans</td><td>4 – 5</td><td>5 - 6</td><td>6 - 7</td><td>7 - 8</td><td>8 – 9</td><td>9 - 10</td><td>10 - 11</td><td>11 - 12</td><td>12 - 13</td><td>13 - 14</td></tr>
<tr><td>PS</td><td>MS</td><td>GS</td><td>CP</td><td>CE1</td><td>CE2</td><td>CM1</td><td>CM2</td><td>6^{e}</td><td>5^{e}</td><td>4^{e}</td></tr>
<tr><td colspan="3">Maternelle</td><td colspan="5">Enseignement élémentaire</td><td colspan="3">Collège</td></tr>
<tr><td colspan="8">Enseignement primaire en France</td><td colspan="3">Enseignement secondaire en France</td></tr>
</table>

Tableau 1. Comparaison des institutions scolaires au Québec et en France.

C'est à l'articulation entre les deux institutions, primaire et secondaire, que se situe l'entrée dans l'algèbre avec le début du développement d'une pensée algébrique, aussi l'analyse comparée des programmes de fin de primaire et du début du secondaire dans les deux pays est délicate à mener, ce qui sera explicité plus loin.

Dans le cadre de cet article il s'agit de repérer la première rencontre avec des types de tâches signifiant l'entrée dans l'algèbre par le développement d'une pensée algébrique. La comparaison se limitera donc au niveau primaire pour le Québec et aux classes correspondantes en France en fonction de l'âge, c'est-à-dire les classes de l'école primaire et la première année du collège.

2.4. Organisation des programmes à l'intérieur de la discipline

Concernant les contenus en termes d'objets mathématiques numériques, les programmes des deux pays se ressemblent, par exemple les nombres décimaux sont abordés en 4e du primaire au Québec et en France au CM1, ces deux classes se correspondant au niveau des âges. En revanche les puissances sont abordées en 5e du primaire au Québec (correspondant au CM2 en France), et en France elles ne sont abordées qu'au collège. Le tableau 2 précise cette comparaison et révèle qu'en France l'étude des entiers naturels est plus succincte qu'au Québec. Un exemple illustre bien cette comparaison : il faut arriver en France en classe de terminale scientifique (17-18 ans) pour que soit abordée la notion de nombre premier dans le cadre d'une partie optionnelle de ce programme (enseignement de spécialité, partie dénommée arithmétique).

Première apparition dans les programmes	Au Québec	En France	Remarque
Nombre premier	4e primaire (9-10 ans)	Terminale S enseignement de spécialité	Nombres premiers entre eux : abordé en classe de 3e du collège (14-15 ans)
Nombre composé	4e primaire	N'apparaît pas	
Nombre carré	4e primaire	N'apparaît pas	
Puissance	5e primaire	4e (13-14 ans)	
Nombre décimal	4e primaire	CM1 (9-10 ans)	

Tableau 2. Étude comparée du numérique.

2.5. Analyse du curriculum officiel québécois dans l'enseignement primaire

Concernant l'entrée dans la pensée algébrique et les problèmes de généralisation, on trouve au Québec cette préconisation qui concerne tout le primaire :

> Décrire dans ses mots et avec un vocabulaire mathématique approprié des régularités numériques (ex. : nombres pairs, nombres impairs, nombres carrés, nombres triangulaires, nombres premiers, nombres composés). (PAP-primaire, p. 6)

Les élèves sont donc invités à repérer et à décrire des structures à travers des régularités numériques, ce qui peut constituer un pas vers l'expression d'une généralisation inductive (Piaget & Henriques, 1978). Ce type de tâches n'est pas du tout signalé dans le programme français. Par ailleurs, au Québec, le travail sur les nombres carrés ou triangulaires favorise une conception géométrique des nombres entiers et l'émergence de concepts et de théorèmes en acte favorisant la généralisation. Par exemple : pour passer du nombre carré n^2 au nombre carré

(n+1)^2, il suffit d'ajouter 2n + 1 à n^2 en visualisant les éléments à ajouter au bord du premier carré pour obtenir le second (voir figure 1).

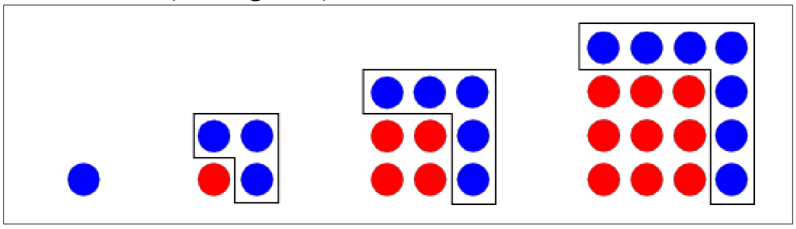

Figure 1. Les nombres carrés (http://images.math.cnrs.fr).

Le terme équation apparaît dès le cycle 1 du primaire dans le programme québécois. Voici ce qui est demandé au Québec pour tout le primaire concernant le travail en arithmétique :

> Traduire une situation à l'aide de matériel concret, de schémas ou d'équations et vice versa (exploitation des différents sens de l'addition et de la soustraction). (PAP-primaire, p. 9)

Ce travail relatif aux équations est précisé en lien avec des situations additives :

> Déterminer un terme manquant dans une équation (relations entre les opérations) : a + b = □, a + □ = c, □ + b = c, a – b = □, a – □ = c, □ – b = c (PAP-primaire, p. 12)

Il est également précisé dans des situations multiplicatives :

> Déterminer un terme manquant dans une équation (relations entre les opérations) : a × b = □, a × □ = c, □ × b = c, a ÷ b = □, a ÷ □ = c, □ ÷ b = c (PAP-primaire, p. 12)

Ce travail sur ces équations qui peuvent se résoudre arithmétiquement, vise leur résolution mais aussi vise à faire émerger les liens entre addition et soustraction d'une part et entre multiplication et division d'autre part. Cela peut être vu comme une initiation à l'algèbre en tant qu'étude des structures des ensembles de nombres.

Dans les termes à retenir, se trouvent : « Égalité, inégalité, équation », égalité et équation ne semblent donc pas être des synonymes malgré leurs signifiants identiques, et les élèves doivent connaitre ces termes dès la 3^e (correspondant au CE2 en France).

Toujours au Québec, un autre élément qui prépare les élèves à l'entrée dans l'algèbre est la préconisation suivante dès le début du primaire : « Établir la relation d'égalité entre des expressions numériques (ex. : 3 + 2 = 6 – 1). » (PAP-primaire, p. 9) Effectivement, ce type de tâches permet de mieux construire le concept d'égalité ; cela contribue au dépassement de l'obstacle qui consiste à connaître l'égalité comme une relation qui n'est pas symétrique et qui remplace l'expression « ça fait ». Cette nouvelle conception de l'égalité permet de concevoir deux noms propres d'un même objet qui dénotent le même nombre (Frege, 1892). Dès le début du primaire il est demandé également dans le programme québécois de « Déterminer des équivalences numériques à l'aide de relations entre les opérations » (*Ibid*., p. 9) en utilisant en acte la commutativité et l'associativité (il est précisé que ces termes utilisés dans le texte du programme n'ont pas à être connus par les élèves). Cette demande renforce encore la solidité du concept d'égalité dans son acception d'équivalence.

Les termes régularité et suite doivent être connus par les élèves dès le début du primaire (ils figurent explicitement dans le vocabulaire à institutionnaliser), soit dès 6 ans, et voici encore ce qui est dicté par le programme québécois :

> Les situations qui lui sont proposées doivent comporter des régularités numériques ou non numériques (couleurs, formes, sons, etc.). Elles lui permettront d'observer et de décrire diverses régularités, des suites de nombres et d'opérations telles que la suite des nombres pairs, la suite des multiples de 5, la suite des nombres triangulaires. Elles le conduiront ainsi à ajouter des termes à une suite, à énoncer des règles générales ou à construire des modèles. Il pourra alors énoncer ou déduire des définitions, des propriétés et des règles. (PAP – primaire, p. 11).

2.6. Analyse du curriculum officiel français dans l'enseignement primaire et jusqu'en classe de 6^e^

Concernant l'entrée dans l'algèbre, il y a incontestablement une grande différence entre les programmes québécois et français du primaire. En particulier ces derniers n'invitent pas les professeurs des écoles à faire découvrir à leurs élèves des régularités. D'autre part, en France, le terme d'équation n'intervient pas dans les programmes de primaire et le terme d'égalité n'est employé que dans l'expression « égalité de longueurs ». Dans les programmes français apparaît une insistance pour le calcul sous toutes ses formes et pour la résolution de problèmes. Dans ce cadre, il s'agit de travailler les objets des différents domaines et de développer le raisonnement logique, mais sans préciser ce que recouvre le raisonnement en mathématiques :

> La résolution de problèmes joue un rôle essentiel dans l'activité mathématique. Elle est présente dans tous les domaines et s'exerce à tous les stades des apprentissages. (BO spécial n°3 du 19 juin 2008, p. 38)

Concernant le collège en France, dont la première année correspond à la dernière année du primaire au Québec, les termes égalité et équation sont introduits et le préambule du programme de collège précise que les élèves doivent « assimiler progressivement le langage algébrique et son emploi pour résoudre des problèmes (en particulier distinguer égalité, identité et équation). » (BO spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 10). L'algèbre est donc présentée comme un langage avec des objets particuliers qui doivent être distingués, mais aucune autre précision n'est donnée. L'algèbre intervient comme une technologie qui offre un langage pertinent dans une diversité de problèmes conduisant selon le contexte à travailler des égalités, des identités ou des équations. Cette préconisation du programme laisse entrevoir une praxéologie régionale définie par le recours au *langage algébrique*.

Dans le programme français de la classe de sixième, dans le domaine dénommé « nombres et calculs » la préoccupation essentielle est le développement de techniques de calcul. Le terme « égalité » n'apparaît même pas. Aucune proposition du programme ne permet de l'interpréter comme un pas vers l'algèbre si ce n'est le travail relatif aux formules : « À travers les activités sur les longueurs, les aires et les volumes, les élèves peuvent se construire et utiliser un premier répertoire de formules » (BO spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 17).

Le premier contact avec la lettre est donc permis par l'usage de formules, ce qui confère à la lettre un statut de marque place, et pour les élèves la lettre pourrait apparaître comme l'initiale d'un mot (r pour rayon, l pour largeur, etc.) ce qui peut constituer un obstacle didactique au sens de Brousseau (1978).

Regard sur les classes du collège français après la 6^e^.
En analysant le programme au-delà de la classe de sixième, il s'agit de trouver d'éventuels habitats des objets et des types de tâches inventoriés au Québec qui sont de bons candidats pour

développer une pensée algébrique. En France, il faut attendre la classe de cinquième pour qu'apparaisse le terme d'équation. « L'initiation à la notion d'équation » apparaît à travers ce type de tâches : « Tester si une égalité comportant un ou deux nombres indéterminés est vraie lorsqu'on leur attribue des valeurs numériques » (BO spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 23). C'est assorti de ce commentaire :

> Une attention particulière est apportée à l'introduction d'une lettre pour désigner un nombre inconnu dans des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique.
>
> Les programmes du collège prévoient une initiation progressive à la résolution d'équations, de manière à éviter la mise en œuvre d'algorithmes dépourvus de véritable sens.
>
> La classe de cinquième correspond à une étape importante avec le travail sur des égalités vues comme des assertions dont la vérité est à examiner. (BO spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 23).

Ainsi les programmes alertent les professeurs sur la difficulté de l'entrée dans l'algèbre qui se traduit tout d'abord par l'usage de la lettre et aussi par un changement conceptuel concernant l'objet égalité. Un type de tâches motivant l'entrée dans l'algèbre est implicitement préconisé, à savoir proposer « des situations où le problème ne peut pas être facilement résolu par un raisonnement arithmétique ». Une raison d'être de l'algèbre apparaît donc comme étant un raisonnement nécessité par des situations dans lesquelles le raisonnement arithmétique n'est plus efficace ou n'est plus possible. La rupture entre les raisonnements arithmétique et algébrique est donc implicitement exprimée.

Pour trouver une allusion aux problèmes de généralisation – problèmes qui apparaissent dès l'âge de 6 ans au Québec à travers l'étude de régularités – il faut regarder le programme français de la classe de quatrième (élèves de 13 à 14 ans). Effectivement on trouve une indication discrète sur des situations de généralisation, mais ce n'est vraiment pas mis en relief. C'est en lien avec le thème « calcul littéral » assorti du commentaire suivant :

> Le travail proposé [avec le calcul littéral] s'articule autour de trois axes :
> - utilisation d'expressions littérales donnant lieu à des calculs numériques ;
> - utilisation du calcul littéral pour la mise en équation et la résolution de problèmes divers ;
> - utilisation du calcul littéral pour prouver un résultat général (en particulier en arithmétique). (BO spécial n° 6 du 28 août 2008, p. 29)

2.7. Éléments de synthèse dans la comparaison des curriculums officiels

Ainsi le programme en France est davantage axé sur des techniques de calcul appelées *activités numériques* alors que pour le Québec, outre les aspects calculatoires et la résolution de problèmes qui sont également au cœur de l'activité mathématique, le programme ouvre explicitement une fenêtre vers le développement d'une pensée algébrique. Elle se construit à travers des types de tâches qui sont des problèmes de généralisation et des études de suites.

En conclusion, les instructions officielles au Québec et en France décrivent deux curriculums officiels très différents en ce qui concerne l'entrée dans l'algèbre. Le bilan qui apparaît dans cette comparaison est synthétisé par cette citation extraite du programme du premier cycle du secondaire au Québec concernant un domaine clairement intitulé « Algèbre » :

> Au primaire, par ses diverses activités mathématiques, l'élève a été initié, à son insu, à des préalables à l'algèbre. Mentionnons notamment la recherche de termes manquants par l'utilisation des propriétés des opérations et des relations entre elles, l'appropriation du sens des relations d'égalité et d'équivalence, l'utilisation des priorités des opérations et la recherche de régularités dans différents contextes. (Programme de formation de l'école québécoise - Enseignement secondaire, premier cycle, p. 29)

Les habitats potentiellement pertinents pour développer une pensée algébrique qui ont été mis en relief dans le programme du primaire québécois n'ont en général aucune correspondance dans le programme français. La comparaison précédente montre nettement deux orientations très différentes concernant les fondements épistémologiques attribués au cadre de l'algèbre.

Références

Andwandter, N. (2012). *Place et rôle des grandeurs dans la construction des domaines mathématiques numérique, fonctionnel et géométrique et de leurs interrelations dans l'enseignement au collège en France*. (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.

Chevallard, Y. & Bosch, M. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. Objet d'étude et problématique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 19*(1), pp. 77-124.

Briant, N. (2013). *Étude didactique de la reprise de l'algèbre par l'introduction de l'algorithmique au niveau de la classe de seconde du lycée français.* (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.

Bronner, A. (2007). *La question du numérique : le numérique en question ?* (Habilitation à diriger des recherches). Université Montpellier 2

Brousseau, G. (1978). Les obstacles épistémologiques, problèmes et ingénierie didactique. *Recherches en didactique des mathématiques, 4(2),* pp. 165-198

Chevallard, Y. (2006). Former des professeurs, construire la profession. *Journées scientifiques sur la formation des enseignants du secondaire*. *Faculté de psychologie et des sciences de l'éducation 17 mai 200*

http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Former_des_professeurs_construire_la_profession.pdf

Coulange L., Drouhard J-P. et al. (2012). Enseignement de l'algèbre élémentaire, bilan et perspectives. *Recherches en didactique des mathématiques, numéro spécial hors-série*. La pensée sauvage.

Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine, Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne : Peter Lang

Frege, G. (1892). *Sens et dénotation, in Écrits logiques et philosophiques,* trad., Paris : Seuil, 1971, pp. 102-126.

Kahane, J.P., (2002). *L'enseignement des sciences mathématiques*. Paris : Odile Jacob

Krysinska, M., Mercier A. & Schneider M. (2009). Problèmes de dénombrement et émergence de premiers modèles fonctionnels. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 29 (3),* 247-304.

Gascon, J. (1994). Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l' « arithmétique généralisée ». Petit x, 37 pp. 43-63Larguier, M. (2009). *La construction de* *l'espace numérique et le rôle des reprises en classe de seconde : un problème de la profession.* (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.

Marcio Santos Farias, L. (2010). *Étude des interrelations entre les domaines numérique, algébrique et géométrique dans l'enseignement des mathématiques au secondaire : Une analyse des pratiques enseignantes en classes de troisième et de seconde*. (Thèse de doctorat). Université Montpellier 2.

Piaget, P. & Henriques, G. (1978). *Recherches sur la généralisation*. Paris : Presses Universitaires de France.

Radford, L. (2006). Algebraic thinking and the generalization of patterns: a semiotic perspective. Dans S. Alatorre, J. L. Cortina, M. Sáiz, A. Méndez (Eds.), *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, North American Chapter*, Mérida: Universidad Pedagógica Nacional, November 9 – 12, Vol. 1, pp. 2-21.

Squalli, H., Mary, C. & Marchand, P. (2011). Orientations curriculaires dans l'introduction de l'algèbre : cas du Québec et de l'Ontario. Dans Lebeaume, J., Hasni, A. et Isabelle Harlé, I. (eds). *Recherches et curriculums : le cas de l'enseignement des mathématiques, sciences et technologie.* Bruxelles : De Boeck. pp. 65-78

Vlassis J. & Demonty, I. (2002). *L'algèbre par des situations-problèmes : au début du secondaire.* Bruxelles : De Boeck.

Textes des programmes officiels

MEN (2008). Programmes du primaire : BO spécial n° 3 du 19 juin 2008

MEN (2008). Programmes du collège : BO spécial n° 6 du 28 août 2008

Ministère de l'Éducation du Québec (2006). Programme de formation de l'école québécoise. Education préscolaire. Eneignement primaire. Québec : Gouvernement du Québec

Ministère de l'Éducation du Québec (2009). Programme de formation de l'école québécoise. Progression des apprentissages au primaire. Mathématique.