

## **Análise de uma sequência didática envolvendo conteúdos de Geometria**

### **Analysis of a didactic sequence involving contents of Geometry**

---

SUZANA NOBRE<sup>1</sup>

ANA LUCIA MANRIQUE<sup>2</sup>

#### **Resumo**

*O objetivo deste trabalho é analisar o desenvolvimento de cinco situações didáticas envolvendo conteúdos de Geometria, área e volume, para 21 alunos do 5o ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo. Elaboramos a sequência didática com base na TSD, na perspectiva da criatividade, abordando a Geometria, com foco na observação das interações entre os alunos. Para a construção das atividades da sequência didática desta pesquisa, consideramos o conceito de desconstrução dimensional de Duval. Nas situações analisadas, ficou evidenciada uma concepção de erro como algo ruim, negativo, vergonhoso, que não deve ser cometido.*

**Palavras-chave:** Geometria. Alunos do Ensino Fundamental. Sequência Didática.

#### **Abstract**

*The objective of this work is to analyze the development of five didactic situations involving contents of Geometry, area and volume, for 21 students of the 5th year of elementary school in a municipal school in the city of São Paulo. We elaborated the didactic sequence based on the Theory of Didactic Situations, in the perspective of creativity, approaching Geometry, focusing on the observation of the interactions among the students. For the construction of the activities of the didactic sequence of this research, we consider the concept of dimensional deconstruction of Duval. In the analyzed situations, a conception of error was evidenced as something bad, negative, shameful, that should not be committed.*

**Keywords:** Geometry. Students of Elementary School. Didactic sequence

#### **Resumen**

*El objetivo de este trabajo es analizar el desarrollo de cinco situaciones didácticas que involucran contenidos de Geometría, área y volumen, para 21 alumnos del 5º grado de Primaria de una escuela municipal de la ciudad de São Paulo. Elaboramos la secuencia didáctica basada en el TSD, desde la perspectiva de la creatividad, acercándonos a la Geometría, centrándonos en la observación de las interacciones entre alumnos. Para la construcción de las actividades de la secuencia didáctica de esta investigación, consideramos el concepto de desconstrucción dimensional de Duval. En las situaciones analizadas, se evidenció una concepción del error como algo malo, negativo, vergonzoso, que no se debe cometer.*

---

<sup>1</sup> Mestre em Educação Matemática pela PUC-SP, professora da rede municipal de ensino da Prefeitura de São Paulo, [prof.suzana.nobre@gmail.com](mailto:prof.suzana.nobre@gmail.com)

<sup>2</sup> Doutora em Educação: Psicologia da Educação pela PUC-SP, professora do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática da PUC-SP.

**Palabras clave:** Geometría. Alumnos de Primaria. Secuencia didáctica.

### **Résumé**

*L'objectif de ce travail est d'analyser le développement de cinq situations didactiques impliquant des contenus de Géométrie, aire et volume, pour 21 élèves de 5<sup>ème</sup> année de l'école primaire d'une école municipale de la ville de São Paulo. Nous avons élaboré la séquence didactique basée sur le TSD, du point de vue de la créativité, en abordant la géométrie, en nous concentrant sur l'observation des interactions entre les étudiants. Pour la construction des activités de la séquence didactique de cette recherche, nous avons considéré le concept de déconstruction dimensionnelle de Duval. Dans les situations analysées, on a mis en évidence une conception de l'erreur comme quelque chose de mauvais, de négatif, de honteux, qui ne devrait pas être commis.*

**Mots-clés :** Géométrie. Élèves de l'école primaire. Séquence didactique.

## **Introdução**

A geometria é um campo de conhecimento que exige dos estudantes a mais completa atividade cognitiva (DUVAL, 2016), já que apela indissociavelmente ao olhar, ao movimento no ato de construir e à linguagem para argumentar. Portanto, a coordenação entre visualização e linguagem deve ser considerada como objetivo de ensino tão essencial quanto os próprios conteúdos matemáticos.

Dessa forma, o objetivo deste trabalho é o de analisar o desenvolvimento de cinco situações didáticas envolvendo conteúdos de Geometria, área e volume, para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental de uma escola municipal da cidade de São Paulo.

## **Metodologia**

Na perspectiva de atender ao objetivo, a abordagem metodológica escolhida foi a pesquisa qualitativa, por meio de estudo transversal durante a aplicação da sequência didática planejada para ser realizada com atividades coletivas, ou seja, com os alunos distribuídos em grupos.

Os dados primários foram extraídos das produções da sequência didática aplicada aos alunos em sua sala de aula natural. A coleta dos dados foi feita também com as videograções dos grupos e da sala de aula durante a aplicação da sequência didática, pois consideramos esse recurso mais adequado à coleta simultânea em vários grupos.

Segundo Garcez, Duarte e Eisenberg (2011), o complexo conjunto de ações humanas são difíceis de serem captados com outros recursos, pois a videogração permite capturar aspectos tais como expressões corporais, faciais e verbais.

Antes do início de cada aula da sequência didática, as carteiras da sala foram organizadas para a constituição dos grupos. Duas câmeras de vídeo foram instaladas em tripés, cada uma focalizando uma parte da sala, abrangendo todos os grupos, e permaneceram fixas durante o desenvolvimento de cada sessão. Um gravador de áudio também foi instalado, fixo, na região central da sala.

A pesquisa foi realizada com alunos de uma escola da rede municipal de ensino de São Paulo. A escola está situada na Zona Norte da cidade. O grupo estudantil é majoritariamente composto por moradores das adjacências, sobretudo crianças dos conjuntos residenciais populares situados no bairro.

Os sujeitos da pesquisa são alunos de uma das classes de 5º ano do Ensino Fundamental dessa escola. A turma segue com a mesma professora desde o 1º ano, por opção da própria

professora em dar continuidade ao seu trabalho. A professora tem pós-doutorado na área da Educação. A turma conta atualmente com 21 alunos, sendo 12 meninas e 9 meninos. A proposta de sequência didática foi elaborada para ser desenvolvida em cinco aulas, sendo uma por semana, no horário normal da classe, sem limite de tempo.

O planejamento e a elaboração da sequência didática foram feitos pelas próprias pesquisadoras, com base nos conteúdos específicos do plano anual estabelecido para esse 5o ano escolhido para participar da coleta de dados. A professora da turma esteve presente na aplicação da sequência didática.

Selecionamos o campo da geometria como tema geral, com foco nos conceitos de área e volume.

## **Referenciais teóricos**

Para Duval (2016, p. 28), a maneira matemática de ver as figuras consiste em decompor qualquer forma reconhecida como uma forma  $nD/2D$  – onde o denominador corresponde ao espaço no qual se produzem as representações –, em unidades figurais de um número de dimensões inferior ao desta forma. Por exemplo, a figura de um cubo ( $3D/2D$ ) se decompõe em uma configuração de quadrados (unidades figurais  $2D/2D$ ). É a chamada desconstrução dimensional da forma.

Dessa maneira, o autor considera que o processo central da visualização geométrica recai na desconstrução dimensional das formas, sendo essa a única requerida para compreender as diferentes maneiras de se utilizar a linguagem natural em geometria: nas definições, no enunciado de propriedades, na dedução de outras propriedades etc.

Para a construção das atividades da sequência didática desta pesquisa, consideramos o conceito de desconstrução dimensional de Duval.

Para atingirmos o objetivo da pesquisa, procuramos utilizar uma dinâmica na qual os alunos fossem convidados a construir os saberes com mais autonomia, sem a interferência direta do professor, que neste caso foi uma das pesquisadoras, e que as interações entre os alunos fossem imprescindíveis para o desenvolvimento das aulas, de maneira a enriquecer a coleta de dados.

Com esse intuito, utilizamos a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau na elaboração e aplicação da sequência didática da pesquisa. Segundo Almouloud (2017, p. 14) a Teoria das Situações Didáticas traz uma ruptura epistemológica da visão clássica sobre o saber matemático, pois ressalta a importância da dimensão social e da dimensão histórica na

aquisição dos conhecimentos. Além disso, a teoria promulga que a aquisição do saber matemático deriva de um processo de adaptação do sujeito às situações que o professor propõe e nas quais as interações entre os alunos têm um papel essencial.

Para o aluno, o significado do saber matemático será fortemente influenciado pela forma didática pela qual o conteúdo lhe é apresentado. O envolvimento do aluno dependerá da estruturação das diferentes atividades de aprendizagem através de uma situação didática. Segundo Brousseau (1986, apud FREITAS, 2015, p. 80), “[...] o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes”. É evidente que não se trata de tentar reproduzir de forma simplória o ambiente científico da produção do saber. Os trabalhos do pesquisador, do professor e do aluno são de naturezas diferentes. A linguagem utilizada para divulgar o resultado de uma pesquisa é despersonalizada, descontextualizada e destemporalizada (FREITAS, 2015, p. 82). O papel do professor é recontextualizar, repersonalizar e temporalizar. Para isso, deve promover um ambiente que permita aos alunos vivenciarem momentos de investigação em sala de aula, para que possam refazer alguns passos dados pelo cientista. Recentemente, Gontijo, Silva e Carvalho (2012, apud MARANHÃO e MANRIQUE, 2014, p. 432) fazem uma aproximação entre a TSD, de Guy Brousseau, e a Perspectiva de Sistemas, de Mihaly Csikszentmihalyi, para identificar elementos que podem ser agregados aos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Segundo os autores, Csikszentmihalyi criou um modelo para o estudo da criatividade em diferentes áreas, mas que, se articulado com a TSD, poderá favorecer o desenvolvimento de práticas pedagógicas com potencial criativo no ensino e aprendizagem da Matemática. Gontijo, Silva e Carvalho (2012, apud MARANHÃO e MANRIQUE, 2014, p. 436) afirmam que “as duas teorias juntas permitem compreender de maneira mais ampla o envolvimento dos indivíduos na atividade matemática e, conseqüentemente, o processo criativo”. As duas teorias se articulam pela participação ativa dos alunos no desenvolvimento das situações propostas.

Podemos concordar, também, com a consideração de que, ainda que o trabalho do aluno não seja semelhante ao trabalho do matemático, para que haja a emergência da criatividade é preciso estimular o aluno a redescobrir os conceitos, a reconstruir procedimentos, a expressar-se livremente, a argumentar, a comunicar suas ideias e trocá-las com seus colegas e com os professores. Os autores dizem ainda que, para tal, é preciso que o aluno seja estimulado a resolver problemas que tenham significado para ele e que, de alguma forma, se aproximem do trabalho realizado por matemáticos: para isso acontecer, o contrato didático que rege as relações entre estudantes,

professores e saber escolar precisa garantir a efetiva ação do estudante. (MARANHÃO e MANRIQUE, 2014, p. 435).

Além de favorecer a aprendizagem e a construção do conhecimento, a participação ativa do aluno, na perspectiva da criatividade, “pode gerar novos procedimentos para a resolução de problemas, estratégias alternativas para algoritmos e atitudes favoráveis ao próprio desenvolvimento matemático” (MARANHÃO e MANRIQUE, 2014, p. 435).

Dessa forma, elaboramos a sequência didática com base na TSD, na perspectiva da criatividade, abordando a geometria, com foco na observação das interações entre os alunos.

### **Análise da sequência didática**

A sequência didática inicia com a primeira aula abordando regiões planas. Esse conhecimento será útil na segunda aula, para a compreensão dos poliedros que são formados por faces planas. Na terceira aula, a planificação da superfície dos poliedros permite maior clareza na identificação das suas propriedades, necessárias para a aula seguinte, a quarta aula, que tratará da medida da área da superfície externa de objetos geométricos. Por fim, com base nos conhecimentos construídos nessas quatro aulas, espera-se que os alunos sejam capazes de solucionar o problema de aplicação prática proposto na quinta e última aula.

A seguir descrevemos o planejamento e a aplicação das cinco aulas da sequência didática. Para a primeira aula, o objetivo proposto foi o de familiarizar os alunos com a visualização de figuras compostas por regiões planas. Nessa aula fizemos uso do Problema das Quatro Cores na dinâmica com os grupos. Esse problema trata da determinação do número mínimo de cores necessário para colorir um mapa, de forma a que países com fronteira comum tenham sempre cores diferentes.

Na proposta didática desta aula, não trabalhamos com mapas reais, mas com figuras contendo regiões planas para serem coloridas pelos alunos. Essas figuras se enquadram no conceito de grafo. Segundo Sousa (2001, p. 137), “um grafo é constituído por um conjunto finito de vértices e um conjunto finito de arcos (ou arestas) que ligam pares de vértices”.

As figuras que foram utilizadas na Aula 1 da sequência didática são grafos planares e o desafio consiste em colorir as figuras satisfazendo simultaneamente as seguintes

condições: regiões vizinhas não podem ser coloridas com mesma cor e deve-se utilizar o menor número de cores possível.

Os alunos receberam a proposta do desafio impressa. Na proposta foram apresentadas figuras exemplificando regiões planas vizinhas e não vizinhas. Foram apresentados, também, exemplos de grafos que podem ser coloridos, no máximo, ou com uma cor apenas, ou com duas cores, ou com três cores ou, finalmente, com quatro cores, quando satisfeitas as duas condições.

Após esclarecidas as condições impostas pelo desafio para colorir uma figura, cada grupo recebeu 20 cartelinhas com grafos diferentes, que foram divididos entre os integrantes do grupo e por eles mesmos.

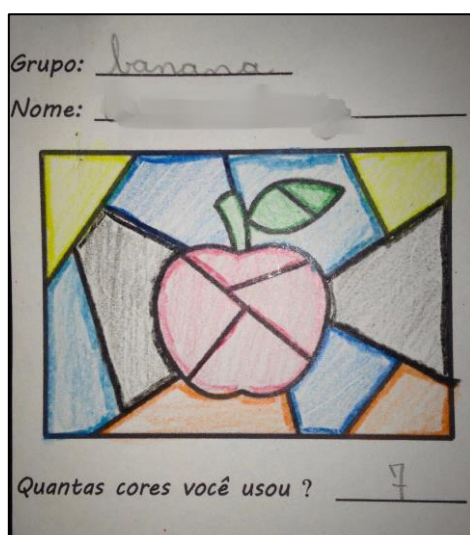
Após a tarefa de colorir os grafos nos grupos, foi feita a institucionalização das soluções com a classe toda, de maneira que os alunos puderam justificar suas escolhas e constatar se de fato satisfizeram as duas condições propostas no desafio. Nesse momento, os alunos deveriam concluir que, independentemente da cor escolhida, poderia ser de sua preferência, o número de cores utilizadas para satisfazer as duas condições do desafio é fixo e depende apenas do grafo.

A análise da produção dos alunos permitiu observar tanto a percepção que eles tiveram a respeito de regiões vizinhas quanto sua capacidade de observância de um comando ou de uma regra matemática.

Com relação à visualização das regiões planas vizinhas, observamos a predominância da visualização icônica na maioria das produções, que pode representar um obstáculo para a identificação de unidades figurais quando se trabalha a geometria.

A produção exemplificada na Figura 1 a seguir, sugere que a aluna visualizou a maçã como uma região única, ou seja, a visualização da figura que sugere um objeto real foi preponderante à visualização das regiões vizinhas necessária para a realização da tarefa. Essa constatação está de acordo com a maneira de ver figuras proposta por Duval (2016, p. 23), para a qual na visualização icônica as propriedades que não estão diretamente relacionadas ao contorno da forma são menos facilmente mobilizadas.

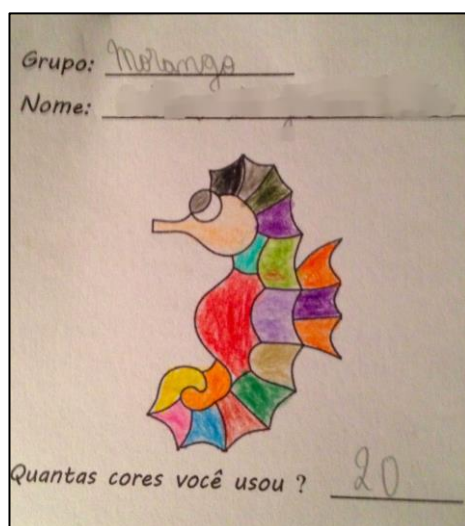
Figura 1 – Exemplo 1 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas



Fonte: Produção dos alunos

Com relação à observância de comandos ou de regras, identificamos que a maioria dos alunos apresentou dificuldade com relação à exigência do desafio em se utilizar o menor número de cores possível. A seguir, exemplificamos com a Figura 2 um caso extremo, que mostra uma solução para o desafio na qual a aluna utilizou o máximo de cores possível, pois ela coloriu cada região com uma cor diferente.

Figura 2 – Exemplo 2 de solução do desafio de colorir regiões planas vizinhas



Fonte: Produção dos alunos

Entretanto, em função da dificuldade em colorir as figuras com o menor número de cores possível, já que a maioria dos alunos utilizou muitas cores indiscriminadamente, com exceção de dois alunos que se aproximaram da solução do desafio, consideramos que a atividade dessa aula foi satisfatória para o objetivo a que se propôs, pois permitiu o



exercício de visualização não icônica de uma figura composta por regiões planas. Dessa forma, não houve correção em termos de certo ou errado, mas a constatação, na fase de institucionalização, de que as figuras poderiam ter sido coloridas com no máximo quatro cores e apenas nesse momento foi apresentado, de forma ilustrativa, o Teorema das Quatro Cores. Os alunos tiveram a liberdade de refazer a atividade, caso desejassem, para observar a validade do teorema.

O objetivo da segunda aula foi identificar três elementos dos poliedros, quais sejam, vértice, aresta e face, que serão necessários no desenvolvimento das aulas seguintes. Para todo poliedro convexo tem-se que  $V - A + F = 2$ , onde  $V$  é o número de vértices,  $A$  o número de arestas e  $F$  o número de faces do poliedro. Esse enunciado é chamado de Teorema de Euler. Os poliedros que atendem a esse teorema são chamados de eulerianos. Todo poliedro convexo é euleriano, mas nem todo poliedro euleriano é convexo. (SILVA, 2014, p. 20).

Nessa aula, os alunos deveriam construir um modelo de poliedro utilizando fita adesiva e polígonos recortados em papel cartão. Para isso, consideramos desprezível a espessura do papel cartão utilizado, de maneira a poder considerar a figura recortada como um polígono de fato, com duas dimensões apenas. Essa aproximação é fundamental para possibilitar a manipulação das formas.

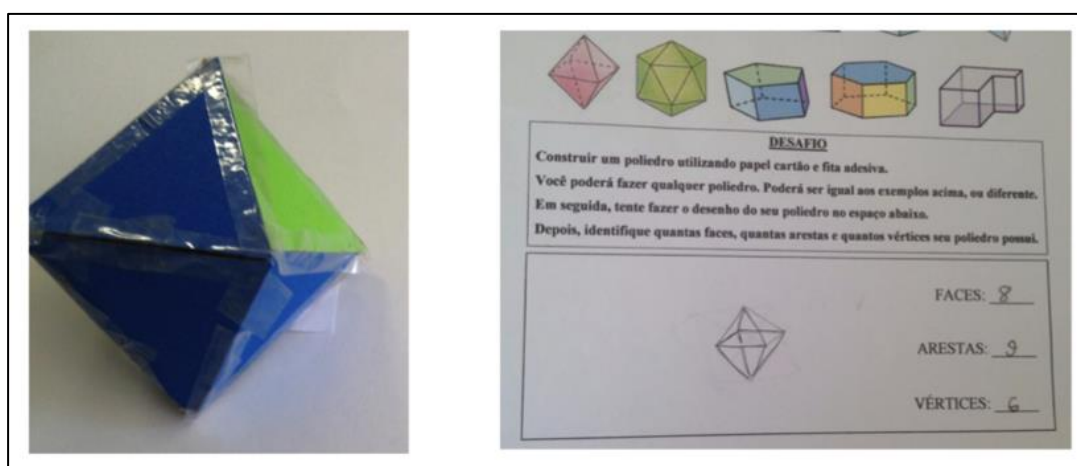
Os alunos receberam a proposta de desafio, que inicia com a apresentação dos elementos dos poliedros e diversas figuras de poliedros para exemplificação. Em seguida, foram disponibilizados aos alunos os seguintes polígonos regulares recortados em papel cartão de diversas cores: triângulo equilátero, quadrado, retângulo, pentágono e hexágono. Os lados dos polígonos foram propositalmente traçados com 6 cm, de forma a facilitar a construção dos modelos de poliedros e permitir uma grande variação de construções, devido à possibilidade de se combinar os lados de quaisquer polígonos entre si para formar uma aresta.

De qualquer maneira, os alunos foram esclarecidos de que estariam livres para recortar outras formas que desejassem para a construção do seu modelo de poliedro, como também poderiam construir qualquer modelo de poliedro, não necessariamente aqueles exemplificados na folha disponibilizada. A utilização dos polígonos recortados em papel cartão foi uma variável didática que permitiu a construção de modelos de poliedros sem tomar como ponto de partida a planificação da superfície do mesmo, já que nosso interesse foi o inverso disso.

Após a construção, cada aluno deveria desenhar seu poliedro no espaço reservado na folha. Em seguida, deveria contar o número de faces, de arestas e de vértices do seu modelo de poliedro e registrar no espaço da folha reservado a isso. Foi feita uma exposição coletiva das construções. Para isso os modelos de poliedros construídos foram colados em base de papel cartão com o nome do aluno ou aluna e a informação do número de faces, arestas e vértices.

Na Figura 3 a seguir, apresentamos uma produção com a construção do modelo de poliedro e o respectivo desenho. O aluno errou apenas o número de arestas.

Figura 3 – Exemplo 1 de construção de modelo de poliedro



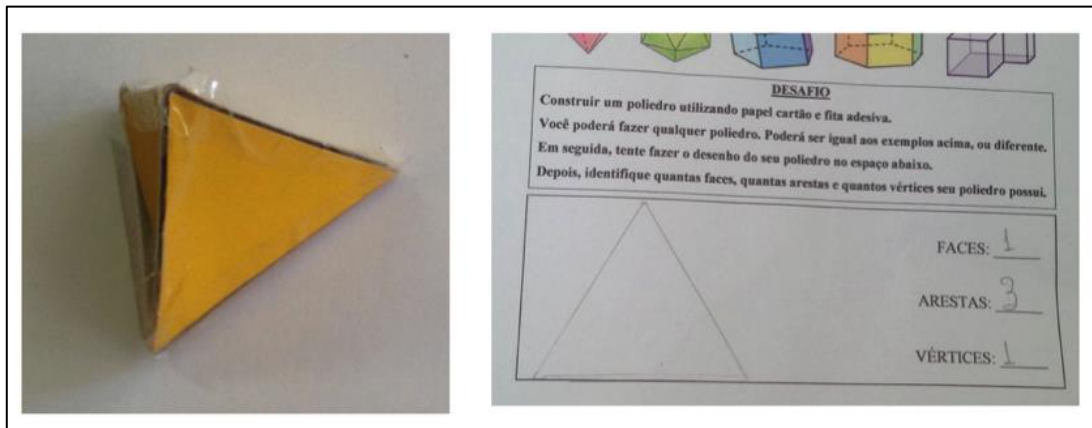
Fonte: Produção dos alunos

O aluno realizou satisfatoriamente a formação da representação figural do poliedro, pois esta permitiu seu reconhecimento e a identificação das suas propriedades. No entanto, a qualidade do desenho desse aluno não foi representativa do restante da classe. Apesar de os alunos não apresentarem dificuldades significativas nas construções dos modelos de poliedros, verificamos que muitos alunos tiveram dificuldade na representação figural e na determinação do número de faces, arestas e vértices, apesar de terem vários exemplos de figuras de poliedros na folha que receberam.

Na Figura 4 a seguir mostramos uma produção recorrente, cuja representação figural do modelo de poliedro foi feita por uma de suas faces planas: o tetraedro foi representado por um triângulo.

Em seguida, na fase de institucionalização, cada aluno apresentou sua construção para a classe e nesse momento foram recontadas as faces, vértices e arestas, agora coletivamente, e os valores foram anotados na cartolina que serviu de base para apoiar o modelo de poliedro.

Figura 4 – Exemplo 2 de construção de modelo de poliedro



Fonte: Produção dos alunos

Os valores dos números de faces, vértices e arestas dos modelos foram registrados com a identificação do aluno em um quadro na lousa. Em seguida foi solicitado obter o resultado da expressão  $F + V - A$ , com as parcelas apresentadas nessa ordem, para não haver operações com números inteiros negativos. Os alunos ficaram surpresos com a regularidade do resultado e em seguida foi apresentado o Teorema de Euler.

Os poliedros não foram nomeados, pois não era esse o objetivo da aula, embora os alunos tenham identificado alguns poliedros pelos nomes. As construções ficaram expostas na sala de aula até a aula seguinte, para serem utilizadas na planificação da superfície dos poliedros.

O objetivo da terceira aula foi levar o aluno a estabelecer relações entre o objeto e as representações planas da sua superfície, ou seja, fazer distinção entre espaço perceptivo e representativo, com a apreensão de algumas características dos poliedros.

Planificar a superfície de um poliedro, ou fazer sua desconstrução dimensional (3D/2D), é representá-lo por suas partes planas, suas faces, organizadas de forma a manterem uma configuração no plano capaz de permitir a construção tridimensional original.

No entanto, planificar a superfície de um poliedro a partir da sua figura requer, antes de tudo, a identificação de suas propriedades e pode se apresentar como uma tarefa nada fácil, em função das dificuldades do estudante em coordenar os pontos de vista da figura. Dessa forma, optamos pelo desafio possível, o da planificação da superfície a partir da manipulação do próprio objeto tridimensional, construído por eles mesmos, os estudantes. Cada aluno ou aluna deverá desconstruir seu próprio modelo de poliedro, construído na aula anterior, e desenhar a planificação da sua superfície.

Embora a apreensão dos objetos matemáticos seja conceitual, a atividade cognitiva sobre esses objetos só é possível por meio das representações semióticas (DUVAL, 2012, p.

268). Além disso, é importante a coordenação de mais de um registro de representação semiótica. Os desenhos de planificação feitos pelos alunos permitiram o cumprimento das três atividades cognitivas fundamentais ligadas à semiótica: a formação de uma representação identificável, o tratamento e a conversão (quando se utiliza outro tipo de registro para representação do objeto matemático em questão).

Esperava-se, portanto, que o aluno identificasse as propriedades do poliedro que se mantêm na planificação, fazendo isso com manipulação e não apenas pela percepção. Esta aula permitiu aos alunos a exploração de propriedades dos poliedros, favorecendo o desenvolvimento do pensamento geométrico.

A maioria dos alunos teve a intenção inicial de contornar o próprio modelo já aberto, o que se mostrou impossível para os casos nos quais o modelo aberto era maior do que o espaço disponível para o desenho. A Figura 5 a seguir mostra a tentativa da aluna de contornar no papel seu modelo de paralelepípedo aberto.

Figura 5 – Aluna produzindo uma planificação

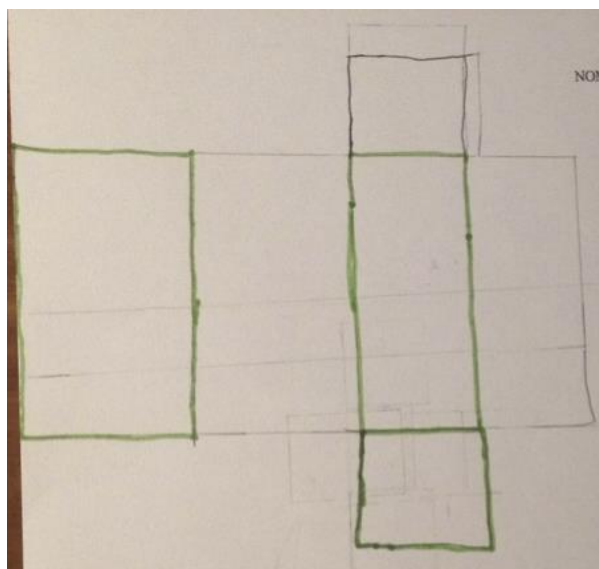


Fonte: Produção dos alunos

Para esse conflito, foi necessária a intervenção da pesquisadora para esclarecer que a proposta era a de apresentar a planificação da superfície de um poliedro genérico representativo do modelo, com os mesmos elementos, porém não necessariamente com as mesmas medidas. O conflito pode ter contribuído para a realização correta da atividade proposta na aula, pois a aluna foi capaz de formar uma figura de planificação do paralelepípedo desenhando suas seis faces retangulares, unidas pelas arestas, mantendo o paralelismo entre as faces e respeitando o número máximo de faces que se interceptam em um vértice. Na Figura 6 a seguir é possível observar que a planificação desenhada

pela mesma aluna não é idêntica ao seu modelo aberto em papel cartão, ou seja, a aluna não copiou simplesmente a configuração do modelo aberto, mas apresentou uma reconfiguração dele. Para fazer essa reconfiguração a aluna precisou estabelecer relações entre o objeto, neste caso o paralelepípedo, e suas representações planas, que foi o objetivo desta aula.

Figura 6 – Produção da planificação de um paralelepípedo



Fonte: Produção dos alunos

Na fase de institucionalização, as planificações foram apresentadas para a classe e discutiu-se a respeito da possibilidade de haver mais de um desenho de planificação de superfície de um mesmo poliedro, dependendo apenas de qual aresta teve a fita adesiva cortada.

A quarta aula propôs uma atividade que visou levar à distinção entre os conceitos de área e volume. Para isso os grupos deveriam fazer uma construção utilizando modelos de cubos montados em cartolina. Os modelos de cubos em cartolina foram iguais, recortados e montados pelos próprios alunos. Esse modelo de cubo foi o padrão para a unidade de medida do volume, pois não utilizamos as unidades convencionais como o  $\text{cm}^3$  por exemplo. Da mesma forma, uma face desse cubo foi considerada como unidade de medida de área.

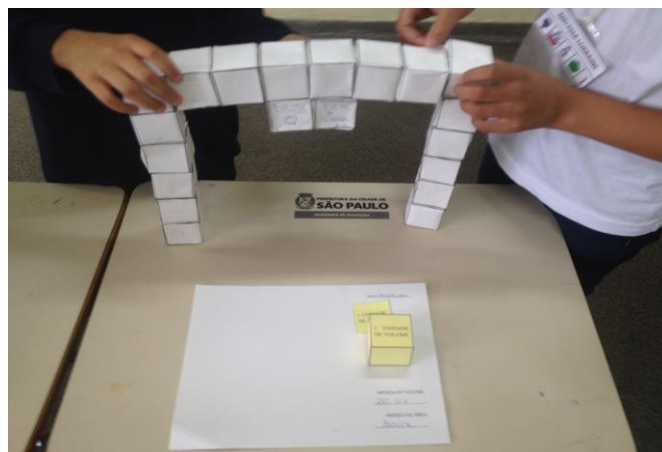
Cada grupo deveria recortar e montar vinte cubos, a partir da planificação previamente impressa em cartolina. Com esses cubos, cada grupo teve a liberdade de fazer uma construção com criatividade, mas com a obrigatoriedade de utilizar os vinte cubos em

uma só construção, colados entre si. Dessa forma, todos os grupos tiveram um objeto com o mesmo volume, cuja medida foi de 20 unidades de medida de volume.

Ao colar um cubo ao outro, os grupos deveriam fazê-lo de maneira que a face de um cubo coincidissem totalmente com a face do outro cubo, para evitar dificuldades no cálculo da medida da área do sólido construído.

Após construído o objeto, o grupo deveria determinar a medida da sua área, simplesmente contando as faces expostas e apresentando o resultado em unidades de medida de área. Os objetos foram colados em uma base de cartolina, com o registro das medidas de área e volume, e ficaram em exposição. A Figura 7 mostra um portal de cidade, com a inscrição “Seja Bem-Vindo” (sic), construído por um dos grupos.

Figura 7 – Objeto construído pelos alunos



Fonte: Produção dos alunos

Em função do tempo que os alunos utilizaram para recortar e montar os cubos, consideramos que a atividade poderia ter sido feita com menos cubos, obtendo-se o mesmo resultado. Além disso, os objetos construídos ficaram frágeis, difíceis de serem transportados sem se deformar, e não couberam na base produzida para serem colados para ficarem em exposição.

Na fase de institucionalização, os resultados foram tabulados na lousa, e a discussão foi direcionada para a observação de que, apesar de todos os objetos construídos terem a mesma medida de volume, as medidas das áreas de superfície foram diferentes. Dessa forma, a atividade foi satisfatória para o objetivo proposto de fazer distinção entre área e volume.

Estas quatro aulas anteriores serviram de base para a resolução do último problema desta sequência didática.

O problema propõe embalar uma certa quantidade de produtos – em forma de cubos – de maneira a utilizar a menor superfície de embalagem possível. A proposta se justifica pela preocupação com a economia que uma indústria, por exemplo, deveria ter, em função da necessidade de preservação do meio ambiente, produtor de recursos naturais da matéria prima de fabricação de embalagens.

Para isso, os alunos utilizaram blocos de madeira na forma de cubos que representaram os produtos a serem embalados. Cada aluno recebeu 12 blocos iguais e a orientação foi que, com eles, construíssem paralelepípedos, que na verdade teriam o formato das caixas embaladoras. A partir das discussões e das comparações entre as construções individuais no interior do grupo, o grupo deveria apresentar uma solução para o problema.

Na análise a priori, para resolver o problema é preciso identificar, dentre os paralelepípedos de mesmo volume, aquele que possui menor área de superfície. Isso implica, primeiramente, determinar quantas caixas com formato de paralelepípedos podem ser construídas com 12 cubos, para então determinar qual delas possui menor área de superfície externa. Para isso é preciso esgotar todas as possibilidades. O problema passa a ser, portanto, criar uma estratégia para comprovar que não existem outras possibilidades de construção além das que já foram elencadas.

Tomando-se o bloco de madeira em formato de cubo usado na manipulação da atividade como unidade de medida, têm-se quatro paralelepípedos diferentes, que esgotam as possibilidades de construção, esquematizadas no Quadro 1 a seguir.

Quadro 1 – Dimensões, medidas de área e volume dos paralelepípedos possíveis de serem construídos

	Largura	Altura	Profundidade	Volume	Área
<b>Paralelepípedo 1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>50</b>
<b>Paralelepípedo 2</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>12</b>	<b>40</b>
<b>Paralelepípedo 3</b>	<b>1</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>12</b>	<b>38</b>
<b>Paralelepípedo 4</b>	<b>2</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>12</b>	<b>32</b>

Fonte: Produção nossa

O paralelepípedo 4 do Quadro 1, com dimensões 2x2x3, foi o primeiro a ser montado pelos alunos. Em seguida, na tentativa de obter outros paralelepípedos, os grupos chegaram à construção dos paralelepípedos 2 e 3 do Quadro 1, com dimensões 1x2x6 e 1x3x4 respectivamente. Nesse momento foi necessária uma intervenção com um

questionamento a respeito da possibilidade de existirem outras montagens. Apenas um grupo apresentou a construção do paralelepípedo 1 do Quadro 1, com dimensões  $1 \times 1 \times 12$ , após o questionamento.

Na fase de institucionalização, cada grupo fez sua apresentação, durante a qual o Quadro 1 foi sendo montado na lousa a partir das respostas dos grupos. Nesta fase foi possível discutir com a classe que qualquer possibilidade diferente destas representadas no Quadro 1 não implicaria em novo paralelepípedo, mas em um desses mesmos paralelepípedos a partir de outro ponto de vista. Além disso, concluiu-se que as quatro possibilidades de construção de paralelepípedos representam as quatro combinações possíveis de três números inteiros positivos, cujo produto resulta 12.

Ainda durante as apresentações debatemos a respeito de uma justificativa para a resposta ao desafio, ou seja, qual a razão para o paralelepípedo de dimensões  $2 \times 2 \times 3$  possuir menor área de superfície enquanto o de dimensões  $1 \times 1 \times 12$  possui maior área de superfície. Com as hipóteses dos alunos foi possível concluir que o paralelepípedo  $2 \times 2 \times 3$  era o mais “compacto”, o mais “fechado”, com menos área exposta e, portanto, a resposta ao problema.

## **Considerações**

Com respeito às situações didáticas, os alunos aceitaram o contrato didático no que tange à devolução do problema e atuaram nas situações adidáticas de ação e formulação com grande empenho. Em algumas situações adidáticas de validação ou foi necessária a intervenção da pesquisadora ou elas foram efetivadas no decorrer das situações de institucionalização. Isto posto, a utilização das situações didáticas na realização da sequência didática foi um fator positivo tanto para o desempenho dos alunos quanto para a obtenção dos dados para análise.

A resolução das atividades em grupo foi também um fator positivo, pois favoreceu as interações entre os alunos, além de promover a participação da classe, melhorar a confiança e diminuir a ansiedade e o medo diante da resolução de problemas.

Mesmo em uma proposta de atividade sem a finalidade de avaliação de resultados, notou-se a presença de um entendimento subjacente a respeito do erro, que é a crença na existência de uma maneira certa e única de realizar determinada tarefa e que não é possível realizá-la por outro caminho. Em alguns episódios das situações analisadas, ficou evidenciada uma concepção de erro como algo ruim, negativo, vergonhoso, que não deve



ser cometido. Essa crença a respeito do erro não se limita ao espaço da escola, extrapola o tempo escolar de permanência do aluno e se perpetua no cenário complexo da escola como instituição inserida na sociedade. Essa crença foi inibidora da criatividade.

Por fim, se a Educação Matemática pretende essencialmente o desenvolvimento do conhecimento matemático e das habilidades matemáticas, para tal julgamos importante proporcionar aos alunos experiências produtivas e construtivas, de maneira que simultaneamente possam desenvolver conhecimentos, habilidades e respostas afetivas, os quais podem ser traduzidos em um processo de desenvolvimento de uma identidade matemática. Ademais, destacamos nosso entendimento a respeito da importância da atuação do professor para o desenvolvimento de identidades matemáticas que favoreçam a aprendizagem. Ao professor, se o que pretende é um ensino profícuo e efetivo, é fundamental conhecer a natureza das identidades matemáticas, inclusive sua própria, e de que maneira elas são desenvolvidas nas salas de aula.

## Referências

- ALMOULOUD, S. A. Fundamentos norteadores das teorias da Educação Matemática: perspectivas e diversidade. *Amazônia: Revista de Educação em Ciências e Matemática*, v. 13, n. 27, p. 5-35, 2017.
- DUVAL, R. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento. *Revemat: R. Eletr. de Edu. Matem.* Florianópolis, v. 07, n. 2, p.266-297, 2012.
- \_\_\_\_\_. Las condiciones cognitivas del aprendizaje de la geometría. Desarrollo de la visualización, diferenciaciones de los razonamientos, coordinación de sus funcionamientos. In: DUVAL, R.; SAÉNZ-LUDLOW, A. *Comprensión y aprendizaje en matemáticas: perspectivas semióticas seleccionadas*. Bogotá: Editorial Universidad Distrital Francisco José de Caldas, 2016. p.13-60.
- FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3ª ed. São Paulo: EDUC, 2015, p. 77-188.
- GARCEZ, A.; DUARTE, R.; EISENBERG, Z. Produção e análise de videogravações em pesquisas qualitativas. *Educação e Pesquisa*. São Paulo, v. 37, n.2, p. 249-262, mai./ago. 2011.
- MARANHÃO, M. C. S. A. ; MANRIQUE, A. L. Pesquisas que articulam a Teoria das Situações Didáticas em Matemática com outras teorias: concepções sobre aprendizagem do professor. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 7, número temático, p. 424-443, 2014.
- SILVA, J. K. T. *Um estudo complementar dos poliedros voltado para professores e alunos do ensino básico*. 2014. 69 f. Dissertação (Mestrado Profissional) – Curso de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional, Universidade Estadual do Ceará, Centro de Ciências e Tecnologia, Fortaleza, 2014.
- SOUSA, L. O teorema das quatro cores. *Revista Millenium/RE*. Viseu: Repositório Científico do Instituto Politécnico de Viseu. n. 24. p. 125-151, out. 2001.