

Uma nova abordagem e novas visões sobre a compreensão e interpretações dos alunos sob a perspectiva diagnóstica da aprendizagem nas representações transparentes, translúcidas e opacas

A new approach and new views on the understanding and interpretations of students from the diagnostic perspective of learning in transparent, translucent and opaque representations

RUBENS VILHENA FONSECA¹

DORIVAL LOBATO JÚNIOR²

CARLOS ALBERTO DE MIRANDA PINHEIRO³

ANTÔNIO SÉRGIO DOS SANTOS OLIVEIRA⁴

Resumo:

O objetivo deste texto é apresentar alguns resultados de uma investigação que estuda os entendimentos dos alunos em questões de matemática por meio de uma perspectiva teórica que envolve os conceitos de transparente, translúcido e opaco, para análise das ideias ou estruturas reveladas nos registros de representações semióticas. A partir de um experimento didático desenvolvido por meio da resolução de problemas, com uma turma de licenciatura em matemática na disciplina Geometria Analítica. Pesquisas descrevem que os domínios cognitivos dos alunos, durante uma sessão de ensino de matemática, comportam-se em duas polaridades denominadas: transparente e opaco. A primeira seria uma representação que não tem nem mais e nem menos o significado da(s) ideia(s) ou da(s) estrutura(s) que ela representa; a segunda é uma representação que enfatiza alguns aspectos da ideia(s) ou da estrutura(s) e enfatiza menos outros. Neste texto apresenta-se uma nova perspectiva para a abordagem desses conceitos a partir da transmissão do professor e recepção do aluno de um objeto matemático e a inclusão do termo “translúcido” a partir de aportes teóricos da Física, do conceito de zona de desenvolvimento proximal, dos registros de representação semiótica de modo a obter mais um campo teórico de como os alunos aprendem. De fato, “aprender” pode não ser a melhor palavra para descrever o que acontece; “interpretar” pode ser melhor.

Palavras chave: Semiótica. Zona de desenvolvimento proximal. Ensino de matemática. Translúcido.

Resumen

¹ UEPA, Brasil, rubens.vilhena@uepa.br

² UEPA, Brasil, lobatojr2012@gmail.com

³ UEPA, Brasil, prof.mirandapinho@gmail.com

⁴ UEPA, Brasil, antsso@yahoo.com.br

El objetivo de este texto es presentar algunos resultados de una investigación acerca de los entendimientos de los alumnos en cuestiones de matemática a través de una perspectiva teórica que envuelve los conceptos de transparente, translúcido y opaco, para el análisis de las ideas o estructuras reveladas en los registros de representaciones semióticas. A partir de un experimento didáctico desarrollado con la resolución de problemas, en una clase de graduación en matemáticas en la asignatura Geometría Analítica. La primera sería una representación que no tiene ni más ni menos el significado de la idea (s) o de la estructura (s) que representa; la segunda es una representación que enfatiza algunos aspectos de la idea (s) o de la estructura (s) y enfatiza menos otros. En este texto se presenta una nueva perspectiva para el abordaje de estos conceptos a partir de la transmisión del profesor y recepción del alumno de un objeto matemático y la inclusión del término "translúcido" a partir de aportes teóricos de la Física, del concepto de zona de desarrollo proximal, de los registros de representación semiótica para obtener un campo teórico de como los alumnos aprenden. De hecho, "aprender" puede no ser la palabra mejor para describir lo que sucede; "interpretar" la puede.

Palabras clave: Semiótica. Zona de desarrollo proximal. Enseñanza de matemáticas. Translúcido.

Abstract

This paper's purpose is to present some investigation results, which inquire students' understandings on mathematical issues through a theoretical perspective regarding concepts as transparent, translucent and opaque; to analyze ideas or structures revealed on the semiotic representations' registers, from a didactic experiment developed through problem solving, with a bachelor's degree in mathematics on analytical geometry discipline. Researches describe that students' cognitive domains during a mathematics teaching session behave in two polarities called transparent and opaque. The first would be a representation that has neither more nor less, the idea or structure meaning it represents; the second is a representation that emphasizes some ideas or structures aspects and emphasizes less another. This paper also presents a new perspective for these concepts approach, from a mathematical object the teacher's transmission and the student's reception and the 'translucent' term inclusion from Physics theoretical contributions; from the development zone concept semiotic representation in order to obtain a further theoretical field how students learn. In fact, 'learning' may not be the best word to describe what happens; 'interpreting' might be better.

Keywords: Semiotics. Zone of proximal development. Mathematics teaching. Translucent.

Résumé

Le but de ce texte est de présenter quelques résultats d'une investigation qui étudie la compréhension des étudiants sur des questions de mathématiques par une perspective théorique qui implique les concepts de transparent, translucide et opaque, pour l'analyse des idées ou Structures révélées dans les registres des représentations sémiotiques. L'analyse a été construite autour d'une expérience didactique qui s'appuie sur la résolution de problèmes en géométrie analytique, dans une classe de licence en mathématiques. Les recherches décrivent que les domaines cognitifs des étudiants, au cours d'une session d'enseignement mathématique, se comportent en deux polarités appelées : transparent et opaque. La première serait une représentation qui n'a ni plus ni moins le sens de l'idée ou des structures qu'elle représente ; la deuxième est une représentation qui met l'accent sur certains aspects de l'idée (s) ou de structure (s) et met moins l'accent sur d'autres. Dans ce texte, nous présentons une nouvelle perspective pour l'approche des concepts de transmission de l'enseignant et la réception de

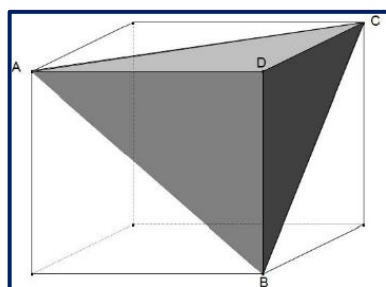
l'élève d'un objet mathématique et l'inclusion de terme "translucide" a partir de contributions théoriques de la Physique, le concept de zone de développement proximal, les registres de représentation sémiotique afin d'obtenir un champ théorique de plus sur la façon dont les élèves apprennent. En fait, « apprendre » n'est peut-être pas le meilleur mot pour décrire ce qui se passe; "interpréter" peut être mieux.

Mots-clés : Sémiotique. Zone de développement proximal. Enseignement des mathématiques. Translucide.

Introdução

Antes de discorrermos sobre o assunto deste artigo colocamos a seguinte questão: Na Figura 1, Sabendo que os vetores $\overrightarrow{AB} = (2, 1, -4)$, $\overrightarrow{AC} = (m, -1, 3)$ e $\overrightarrow{AD} = (-3, 1, -2)$ determinam um tetraedro de volume 3, qual o valor de m?

Figura 1 - Tetraedro



Fonte: Os autores

Para propormos uma exposição sobre alguns processos cognitivos envolvidos na forma como um aluno tenta resolver uma questão como a acima, necessitamos considerar brevemente algumas teorias, que dão suporte à nossa proposta teórica, relativas aos conceitos de transparência, translucidez e opacidade.

Os conceitos de transparente e opaco segundo Lesh, Behr e Post

Faremos uma apresentação resumida do percurso que esses conceitos tomaram ao longo dos anos a partir dos trabalhos de Lesh, Behr e Post. Aqui, a menos que se diga o contrário, sempre que nos referirmos a números, estamos considerando os inteiros positivos.

A primeira vez que os conceitos de transparência e opacidade surgem é no artigo de Lesh, Behr e Post (1987). Segundo eles:

[...] sistemas de representações podem ser vistos como sendo transparentes ou opacos. Uma representação transparente não teria nem mais nem menos o significado da ideia(s) ou a da estrutura(s) que ela representa. As representações opacas enfatizam alguns aspectos da ideia(s) ou da estrutura(s) e enfatizam menos outros; elas têm algumas propriedades além da ideia(s) ou da estrutura(s) que estão embutidos nelas,

e elas não teriam algumas propriedades que a ideia(s) e a estrutura(s) subjacentes têm (LESH; BEHR; POST. 1987, p. 54).

Lesh, Behr e Post destacam neste artigo o problema das representações matemáticas opacas. Dizem que elas se caracterizam por dar ênfases maiores ou menores em comunicar uma ideia(s) ou estrutura(s) matemática.

Zazkis e Gadowsky (2001), retomaram a terminologia de Lesh, Behr e Post na elaboração da distinção entre as representações transparentes e opacas. As autoras focaram em representações de números para reintroduzir os conceitos de transparência e opacidade. Ou seja, elas sugeriram que, de acordo com o artigo supracitado, todas as representações de números são opacas no sentido de que elas sempre escondem algumas das características de um número, embora elas podem (possam) revelar outros, no que diz respeito a que seria transparente.

Zazkis e Liljedahl (2004) ampliaram ainda mais o conceito de transparência e opacidade, da representação de números, apresentada em 2001, para a representação de conjuntos de números que possuem a mesma propriedade através do uso de notação algébrica.

Nos trabalhos dos autores citados, a ênfase é sobre diferentes representações no ensino de matemática, como imagens, modelos manipulativos, linguagem falada ou símbolos escritos. Como essas associações imediatas com diferentes sistemas de representação, trazem à mente gráficos, diagramas de correspondência e equações (ao considerar funções), ou símbolos escritos e partes circulares (ao considerar frações). Dentro discussões recentes, as representações estão ligadas à visualização e nos trabalhos de Rina Zazkis são discutidas várias representações de números e os insights que eles fornecem. Nas suas pesquisas em termos de suas representações transparentes ou opacas, procurou discutir em que grau o uso de certas representações auxilia ou obscurece a compreensão dos alunos.

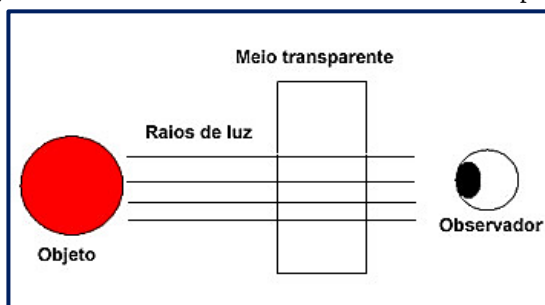
Apesar de acreditarmos que boas notações têm sua importância nos processos de ensino e aprendizagem⁵, pois auxiliam a clarear o entendimento, invertamos o sentido do que é apresentado nesses trabalhos. Para nós, não são só as representações em si que lançam luz sobre o entendimento do aluno, mas, também é importante ampliar as pesquisas sobre como esse aluno percebe e interpreta o que é transmitido. Afirmamos que os processos de ensino e aprendizagem são sempre uma situação translúcida, de acordo com a definição que daremos a seguir no decorrer do texto.

⁵ Chamamos de “processos de ensino e aprendizagem”, pois, concordamos com o Prof. Saddo Ag Almouloud, que em conversas particulares, nos colocou que são dois processos diferentes, o ensino não implica necessariamente a aprendizagem, e aprende-se, às vezes, por conta própria.

Os conceitos de transparente, translúcido e opaco segundo a Física

Em Física, meios transparentes: são meios que permitem que a luz atravesse, descrevendo trajetórias regulares e bem definidas. A Figura 2 é uma representação de raios de luz atravessando um meio transparente.

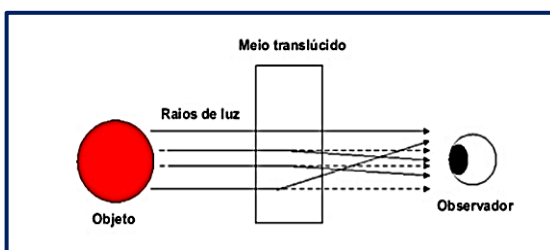
Figura 2 - Raios de luz atravessando um meio transparente



Fonte: Santos (2018, página 1)

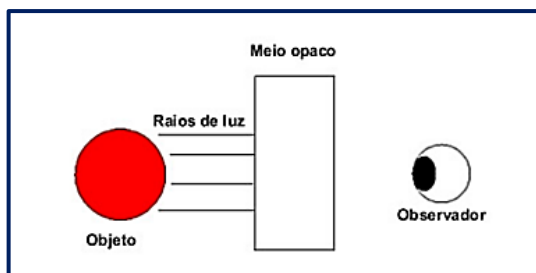
Meios translúcidos são meios pelos quais os feixes de luz descrevem trajetórias irregulares com intensa difusão, ou seja, a luz se espalha sobre o meio no qual está se propagando. Nesses meios, a luz consegue passar, porém seus feixes sofrem desvios na sua orientação por causa da constituição do material sobre o qual a luz está incidindo (SANTOS, 2018). Na Figura 3, temos a representação de um meio translúcido. Nos meios opacos a luz não se propaga. A Figura 4 é uma representação de meios opacos.

Figura 3 - Raios de luz atravessando um meio translúcido



Fonte: Santos (2018, página 1)

Figura 4 - Nos meios opacos a luz não atravessa



Fonte: Santos (2018, página 1)

Em nossa pesquisa, assumimos a mesma definição dada pela física, no sentido em que ao apresentar um objeto matemático a um aluno, as interpretações que o aluno dará a esse objeto, as suas respostas, ou seja, o seu entendimento e interpretações do mesmo, irão depender de “quanta luz” no momento da transmissão pelo professor, chegou até ele.

Nossa abordagem é uma inversão dos estudos apresentados até aqui que utilizaram os conceitos de transparente e opaco. Esses estudos aplicavam esses termos à questão das notações matemáticas e a capacidade que tinham essas notações de esclarecer ou não certos aspectos do objeto matemático a ser ensinado. Em nossa pesquisa, aplicaremos esses conceitos nos aspectos cognitivos de compreensão do aluno.

De imediato, assumimos que os processos de ensino e aprendizagem nunca serão opacos e nem transparentes no sentido em que fizemos o paralelo com as definições da física. Sendo assim, neste trabalho, apontamos a necessidade da inclusão do conceito translúcido. E afirmamos que os processos de ensino e aprendizagem são sempre translúcidos. E que o objetivo do processo é evitar que a apresentação do objeto tenda a uma situação de aproximação de opacidade e que todos os recursos sejam no sentido de um grau cada vez mais possível de transparência para o aluno.

Os conceitos de transparente, translúcido e opaco segundo os autores desta pesquisa

Os educadores matemáticos estão familiarizados com distinções relacionadas de que as ideias matemáticas não estão na "coisa", mas sim são estruturas puras. No entanto, ao apresentar um objeto matemático a um aluno, assumimos que ele nunca o verá de maneira completamente transparente ou opaca no sentido em que aceitamos a definição didática para transparente e opaco no sentido equivalente ao que é definido na física.

Para nós, fica bem claro que considerar que o aluno “entendeu tudo” o que foi ministrado, ou seja, ele percebeu o objeto de maneira transparente ou, avaliar que o aluno “não entendeu nada” é sempre uma atitude unilateral de quem transmite o conteúdo.

Consideramos ser impossível o aluno captar exatamente a mente do professor na hora da transmissão, ou seja, o objeto matemático ser transparente para o aluno (ver Figura 5).

Figura 5. - Transparente – O aluno entendeu tudo



Fonte: Os autores

Da mesma forma, também é impossível que absolutamente nada foi compreendido, ou seja, o objeto matemático ser opaco ao aluno (ver Figura 6).

Figura 6 - Opaco – O aluno não entendeu nada



Fonte: Os autores

Sendo assim, consideramos que o fenômeno da transparência ou da opacidade é sempre pontual e é decidido por quem transmite o conteúdo. Os processos de ensino e aprendizagem são de fato translúcidos, ou seja, existe um nível de compreensão que precisa ser analisado pelos educadores matemáticos no sentido de que teorias auxiliam a tornar essa translucidez a mais transparente possível (ver Figura 7).

Figura 7 - O processo de ensino e aprendizagem é sempre translúcido



Fonte: Os autores

Ao assumirmos o fato dos processos de ensino e aprendizagem ser translúcidos, queremos dizer que, ao receber as informações, o aluno capta ou enfatiza alguns aspectos da (s) ideia (s) ou estrutura (s) e não capta em determinado nível outros; tem entendimento de algumas propriedades além daquelas da (s) ideia (s) e estrutura (s) que estão embutidas nelas, e não tem total entendimento de algumas propriedades que a(s) ideia(s) e estrutura(s) subjacentes tenham. Em nosso desenvolvimento da pesquisa, a natureza das representações tem estado em destaque, esta é uma razão pela qual, em situações reais ou concretas de solução de problemas, percebemos que os estudantes frequentemente fazem uso simultâneo de vários sistemas representativos qualitativamente diferentes (por exemplo, uma imagem, linguagem falada e escrita de símbolos), e que a prevalência de um sistema sobre os outros frequentemente varia de acordo com as tentativas de solução de acordo com a “luz” que ele recebe e consegue interpretar.

Capitalizar os pontos fortes de um determinado sistema representacional e minimizar suas fraquezas são componentes importantes da "compreensão" de uma determinada ideia matemática e melhorar um processo que é translúcido, em direção ao ideal de transparência.

Vygotsky e a Zona de Desenvolvimento Proximal

A zona de desenvolvimento proximal (ZPD) foi definida como:

a distância entre o nível real de desenvolvimento determinado pela resolução independente de problemas e o nível de desenvolvimento potencial determinado pela resolução de problemas sob orientação de adultos, ou em colaboração com colegas mais capazes (VYGOTSKY, 1978, p. 86).

Lev Vygotsky vê a interação com os pares como uma maneira eficaz de desenvolver habilidades e estratégias. Ele sugere que os professores usem exercícios de aprendizado cooperativo em que crianças menos competentes se desenvolvem com a ajuda de colegas mais habilidosos - dentro da zona de desenvolvimento proximal.

Vygotsky acreditava que, quando um aluno está na ZPD para uma tarefa específica, fornece a assistência adequada dará ao aluno um "impulso" suficiente para realizar a tarefa.

Concordamos com El Kadri (2006) quando afirma que na literatura, o conceito de ZPD tem sido usado para teorizar o aprendizado que ocorre nas relações em termos assimétricos, mas conforme demonstrou em seus estudos, o aprendizado ocorre para ambos os participantes nas relações e que a questão de quem é o par mais competente surge na relação que constitui a ZPD (EL KADRI, 2006, p.65). Seguindo a mesma posição, ao propormos uma teoria que analise as interpretações translúcidas do aluno nos processos de ensino e aprendizagem, há as inversões

dialéticas, em que os papéis atuais de professor e aluno não coincidem com as posições designadas institucionalmente aos indivíduos particulares, o que exige uma abordagem para a ZPD que permita mudanças nas relações de modo que aquele que ensina e/ou aprende (EL KADRI, 2006, p.65).

Raymond Duval e os Registros de representação semiótica

Raymond Duval propõe a relação entre representação e conhecimento, graças a uma revolução dentro da semiótica (DUVAL, 2017) e baseada no papel da representação do conhecimento de um objeto, em geral, e de um objeto matemático, em particular. Ele também apresenta a diferença, do ponto de vista cognitivo, entre signo e representação.

D'amore (2006), afirma que um problema central tem a ver com a relação entre atividades matemáticas e transformações semióticas (DUVAL, 2004). No processo de acesso aos objetos matemáticos, duas situações epistemológicas são evidentes, uma irreduzível à outra. Um teste (chamado oposição) é usado com um objeto material: como reconhecer o mesmo objeto em diferentes representações e como criar correspondência entre objetos ou entre representações.

Duval coloca as transformações de representações semióticas no centro da atividade matemática. Para Duval, uma análise cognitiva da atividade matemática e o funcionamento do pensamento em matemática são necessários. Pois é preciso destacar a importante diferença entre códigos e registros, a análise dos tipos de operações discursivas e funções cognitivas das línguas naturais, as relações entre pensamento e linguagem e a caracterização de um registro de representação semiótica.

Duval analisa um dos pontos mais importantes de pesquisa em didática de matemática: visualização. Como vemos uma figura? Como vemos as transformações de uma figura? Como tudo isso funciona na didática? Nesse contexto, ele faz considerações sobre a unidade de significado em matemática em relação ao conteúdo de uma representação, como as atividades matemáticas variam de acordo com os registros que são colocados em variações culturais dos modos fenomenológicos de produção em relação ao registro e como conseguir uma análise significativa e útil de atividades em sala de aula.

A teoria proposta por Robert Duval será uma ferramenta importante em nossa pesquisa sobre a opacidade no processo de ensino e aprendizagem em matemática, com respeito ao registro dos alunos bem como para analisar nossa prática escolar e eliminar a lacuna entre os objetos matemáticos que pretendemos aos nossos alunos para construir cognitivamente e aqueles que,

na realidade, o aluno constrói. Apesar de ser pesquisado como um problema epistemológico, é muito claro que um problema de natureza didática concreta.

Em nossa pesquisa, de posse desses registros, estaremos interessados em verificar o modo como os alunos interpretam as tarefas no sentido em que coloca Stephen B. Maurer (SCHOENFELD, 1987).

As relações que precisam ser feitas

Partindo do pressuposto que o processo de ensino e aprendizagem é sempre translúcido, esta pesquisa busca na teoria de Vygotsky uma resposta sobre que tipo de ensino é mais efetivo para um determinado aluno? Como aponta Chaiklin,

esta questão é imediatamente compreensível para qualquer professor comprometido de potencialmente qualquer país do mundo, e a ela a maioria dos professores provavelmente deseja respostas concretas, não apenas enquanto um problema teórico, mas também com relação às suas práticas. Se buscássemos na psicologia científica e na pesquisa educacional aconselhamento sobre esse problema prático, que tipos de resposta encontraríamos? (CHAIKLIN, 2003, pag. 39)

Entendemos que o ensino não deve ser visto como um fim em si mesmo, logo em Vygotsky temos uma teoria sobre a relação entre o ensino de um determinado conteúdo escolar e suas consequências para o desenvolvimento psicológico que traga informações sobre o que acontece entre a transmissão de um conteúdo matemático e a recepção de forma translúcida pelo aluno. Entendemos que se possa analisar essa tensão, que foi a mesma que levou Vygotsky a desenvolver seu conhecido conceito de zona de desenvolvimento proximal, o qual focaliza a relação entre ensino e desenvolvimento, mas também se mostra relevante para muitos desses problemas.

Em nossos aportes teóricos para a nossa abordagem através dos conceitos de transparente, translúcido e opaco pretendemos evidenciar como a teoria de Raymond Duval sobre os registros de representação semiótica pode se configurar como ferramenta didática no ensino objetos matemáticos, levando-se em consideração a necessidade da articulação e mobilização de conteúdos matemáticos para resolução das tarefas. Temos clareza pelas pesquisas em educação já feitas, que apenas a memorização de fórmulas não é o suficiente para resolução de questões matemáticas e que as dificuldades dos alunos podem estar centradas no trânsito por diferentes registros de representação em uma mesma tarefa, o que se associa ao apelo cognitivo exigido nas conversões e configurando em diferentes contextos que a recepção pelo aluno seja sempre translúcida e de modo pontual se configure transparente ou opaca.

Sendo este texto um ensaio inicial de apresentação de nossa pesquisa, em continuidade a ela, nos dedicaremos a mostrar a relação das ideias de Vygotsky e Duvall com as noções de transparente, translúcido e opaco.

Perspectivas futuras

Sobre as questões ainda em curso, que os autores, que fazem parte do grupo de pesquisa em didática da matemática da UEPA, apresentaram acima, colocamos que os conceitos transparente, translúcido e opaco em situações didáticas indicariam um conjunto de comportamentos cognitivos concebidos, organizados e articulados pelos alunos, diante das atividades propostas por parte do professor, que observados, teriam a finalidade de realizar um projeto de aprendizagem para um determinado grupo de alunos.

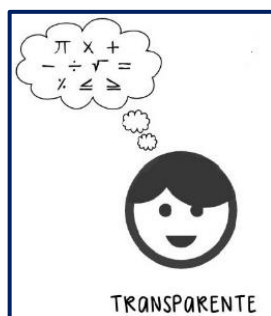
Como assumimos que nos processos de ensino e aprendizagem nunca é de fato por parte do aluno uma situação opaca e nem uma situação transparente, e sim os processos são sempre translúcidos, como maior ou menor visão do aluno sobre o que é transmitido, essa situação comporta distintas fases metodológicas como avaliação, análise epistemológica do objeto de ensino, análise das modalidades habituais de ensino do objeto, análise das ideias dos alunos, as dificuldades e os obstáculos ligados a translucidez do processo, análise da ação didática, fazendo referência à dimensão epistemológica daquele saber, à dimensão cognitiva (típica dos destinatários da ação), à dimensão didática (relativa ao funcionamento do sistema); à determinação dos objetivos da ação.

Em nossa pesquisa, com relação aos processos de ensino e aprendizagem, estamos considerando apenas a escola como ambiente didático. Pesquisadores educacionais demonstram que tais processos podem ser estudados, pelo menos, a partir de dois pontos de vista importantes: do ponto de vista do professor e do uso que ele faz de uma metodologia didática dirigida (expõe, explica, demonstra, esclarece, responde,...) ou indireta (solicita a observação, a ação ou a construção, interage,...), e do ponto de vista do aluno que codifica a informação, elabora, propõe hipóteses, projeta, pergunta, reflete, raciocina, argumenta, recupera conhecimentos prévios, cria, etc.. Qualquer tipo de investigação um pouco aprofundada sobre esses temas aqui descritos envolve um grande trabalho de pesquisa. Iremos considerar muitos termos de forma intuitiva e compartilhados.

Neste processo é comum ter como objetivo que ao se apresentar um objeto de estudo que o aluno possa entendê-lo de maneira *transparente*, consiga saber tudo o que foi explicado a ele,

ou seja eu ele capte toda a “luz” transmitida da explicação dada a ele. Ilustramos novamente isso com a Figura 8, de um aluno captando tudo sobre o assunto matemático ministrado.

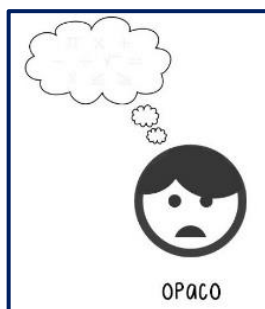
Figura 8 - Transparente - O aluno captou todo o assunto ministrado



Fonte: Os autores

E quando o aluno não responde de acordo com o que se esperava dele para o que foi apresentado, não entendeu o conteúdo, é julgado por quem apresentou que o objeto ficou *opaco* a ele, o aluno não foi capaz de receber nenhuma luz. A Figura 9 é uma nova ilustração desse fato.

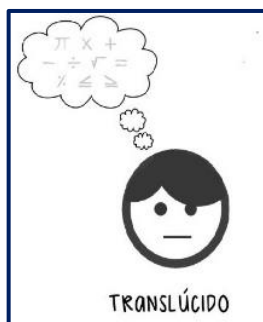
Figura 9 - Opaco - O aluno não captou nenhuma luz do que foi apresentado



Fonte: Os autores

Na realidade, os processos ensino e aprendizagem são sempre processos translúcidos. Quanto o aluno será capaz de captar de luz do objeto matemático apresentado a ele (ver Figura 10), vai depender de vários fatores, inclusive da forma de apresentação desse objeto e de outros dos quais as pesquisas em educação ainda nem tem respostas.

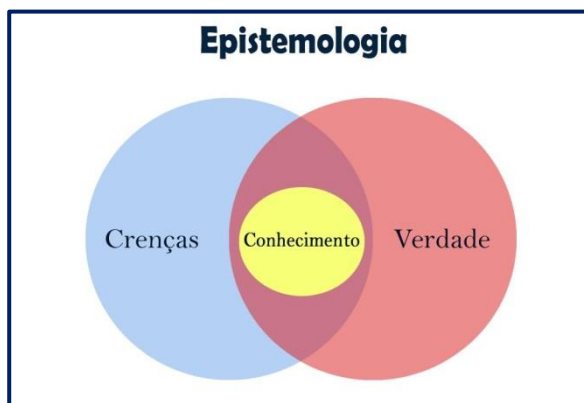
Figura 10 – O aluno vai captando alguma luz sobre o que foi apresentado



Fonte: Os autores

É um fato que que por existirem limites epistemológicos, que se devem ao fato de a diversidade e a complexidade dos seres humanos e dos ambientes onde estes se desenvolvem, o conhecimento, conectado com nossas crenças e o que seja a verdade, podemos assim dizer, é sempre um processo translúcido (ver Figura 11), fazendo um paralelo com a definição que buscamos da física.

Figura 11 – O conhecimento é um processo translúcido



Fonte: Os autores

Nos parece que nesse processo, tanto quem apresenta o objeto, quanto quem o recebe, são responsáveis pela busca de um maior nível de “claridade” neste ambiente translúcido.

Analisando a questão da apresentação do objeto de ensino na "perspectiva do aluno", falamos em aprendizagem; mas aprendizagem é um termo que implica ter que fazer estudos de assuntos complexos da Psicologia, como: percepção, memória, compreensão, raciocínio, conceitualização, motivação, interesse, vontade, inteligência, pensamento, personalidade e ainda tem muito mais e tendo que se decidir por uma linha de pesquisa e seus pesquisadores (CORREIA, 1997, 1998, 1999, 2000).

Outra questão que a pesquisa precisa definir é o conceito de interpretação. Como o processo de ensino e aprendizagem se caracteriza por ser translúcido, não havendo quem sabe tudo ou quem

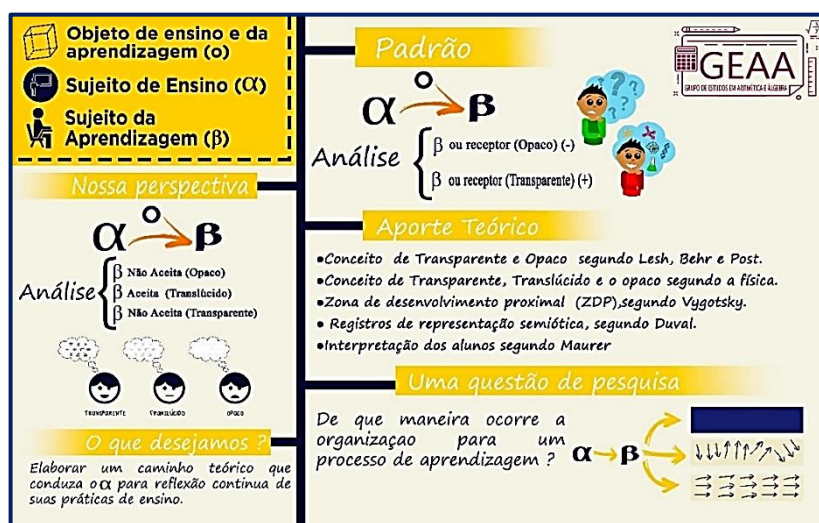
não sabe nada, o diagnóstico a ser feito sobre o nível de entendimento do aluno, será sobre a interpretação que faz ao ser apresentado ao objeto de estudo. Qual o nível de transparência ou opacidade existente na sua interpretação?

Santos (2012) em seu artigo *Re-pensando a noção de interpretação: transparência ou opacidade?* Levanta questões importantes dentro da linguística sobre a questão da interpretação que podem ser inseridas no contexto da nossa pesquisa. Segundo ele:

Interpretar não resulta do pretenso desejo de leitores em determinar os sentidos de um texto por meio de supostos conteúdos que estes, em sua “transparência”, já os “trazem”. Esse erro consiste em considerar o conteúdo (suposto) das palavras e não — como deveria ser — o funcionamento do discurso na produção dos sentidos”. Com efeito, sob nossa óptica, interpretar é admitir, em meio às tramas de convenções ideológicas que determinam e direcionam sentidos para os textos que há o impossível próprio à língua — impossível que é senão o real da interpretação — (se) re(ins-es) crevendo a cada gesto (nosso) de (re) produção de significados. Consequentemente, não há a interpretação “correta (SANTOS, 2012, p. 134).

Dentro de seus significados os conceitos de transparência, translucidez e opacidade podem ser usados como diagnóstico do entendimento e vivência do aluno sobre um objeto de estudo. Para que se possa avaliar de forma mais eficaz, precisamos de melhores protocolos para observação e análise em sala de aula. Este artigo é um entre tantos esforços, na educação matemática que procura dar uma contribuição. A Figura 12, mostra o início e a tentativa de um quadro teórico que precisa ser desenvolvido e corrigido com o avanço da pesquisa.

Figura12 – Tentativa de um quadro teórico a ser desenvolvido



Fonte: Os autores

Para finalizarmos, queremos pontuar que devido a limitação do espaço reservado ao texto e a pesquisa ainda está em andamento, fica evidente que alguns aspectos não foram explicitados.

Como dissemos acima, as relações entre as ideias de Vygotsky e Duval com as noções de transparente, translúcido e opaco.

Aplicamos diversos testes que nos irão proporcionar dados experimentais sobre a pesquisa. Por exemplo, o problema do tetraedro apresentado na introdução, foi aplicado aos alunos da disciplina Geometria Analítica das três turmas de primeiro ano, manhã, tarde e noite do curso de licenciatura em matemática da UEPA. Nos testes solicitamos que os alunos fizessem comentários sobre se a questão estava fácil de resolver (transparente), completamente impossível de resolver (opaca) ou era possível, mas alguns aspectos poderiam não estar acessível ao aluno (translúcido).

Todos os alunos já haviam tido aulas sobre produto de vetores e no caso particular do exemplo, foi trabalhado com eles as aplicações geométricas do produto misto. O que se esperava é que procedessem a seguinte solução:

$$|(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD})| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -4 \\ m & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \text{Volume do paralelepípedo } (V_p)$$

Desenvolvendo o determinante:

$$V_p = |4 - 9 - 4m + 12 - 6 + 2m|$$

Temos,

$$V_p = |-2m + 1|.$$

Sabendo que o volume do tetraedro é igual a $\frac{1}{6}V_p$, temos:

$$\left| \frac{1}{6}V_p \right| = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{6}(-2m + 1) = \mp 3 \Leftrightarrow \frac{1}{6}(-2m + 1) = -3 \text{ ou } \frac{1}{6}(-2m + 1) = 3$$

Assim,

$$m = \frac{19}{2} \text{ ou } m = \frac{-17}{2}$$

Infelizmente os testes mostraram que nenhum aluno conseguiu obter a resposta completa. Desde os que alegaram não conseguir elaborar nenhum plano de resolução, os que não compreenderam a figura, quanto os que em algum ponto dos conteúdos necessários para a solução ao não se atentaram para algum detalhe, para citar alguns casos. Novamente o espaço e o processamento estatísticos dos dados obtidos nos testes que ainda serão feitos, não nos permitem discorrer no momento com mais detalhes sobre essa parte.

Acreditamos que os conceitos de transparência, translucidez e opacidade podem ser usados como diagnóstico do entendimento e vivência do aluno sobre a questão considerada e sobre a necessidade de uma autoavaliação do professor sobre sua prática.

Referências

CHAIKLIN, Seth. **The zone of proximal development in Vygotsky's analysis of learning and instruction.** In: KOZULIN, A., GINDIS, B., AGEYEV, V. S., & MILLER, S.M. (orgs.),

Vygotsky's educational theory in cultural context. Cambridge University Press, 2003. Com autorização da Cambridge University Press.

D' AMORE, B. **Objeto, significados, representaciones semióticas y sentido**. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (Número Especial), p.177-195, 2006

DUVAL, R. **Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales**. Tradução Myriam Veja Restrepo. 2. Ed. Colômbia: Peter Lang S.A, 2004.

_____. **Understanding the Mathematical Way of Thinking - The Registers of Semiotic Representations**. Springer, 2017.

EL KADRI, M. ROTH, M.S. MATEUS, W.M., E JORNET A. **Towards a more symetial approach to the zone of proximal developmente in teacher education**. Revista Brasileira de Educação, 21, 2016.

LESH, R., BEHR, M., e POST, T. **Rational Number Relations and Proportions**. In: C. Janiver (Ed.), Problems of Representations in the Teaching and Learning of Mathematics. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum (1987). Disponível em <http://www.cehd.umn.edu/ci/rationalnumberproject/87_3.html>. Acesso em 24/04/2015.

SANTOS, HÉLDER SOUSA. . **Revista Alpha**, Patos de Minas, n.13, p.123-137, 2012.

SANTOS, MARCO A. DA SILVA. **Transparentes, Translúcidos e Opacos**; Brasil Escola. Disponível em <<https://brasilecola.uol.com.br/fisica/transparentes-translucidos-opacos.htm>>. Acesso em 25 de março de 2018.

SCHOENFELD, A. (Ed.). (1987). Cognitive Science and Mathematics Education. New York: Routledge.

VYGOTSKY, L. S. **Mind in society: The development of higher psychological processes**. Cambridge, MA: Harvard University Press, 1978.

ZAZKIS, R.; GADOWSKY, K. **Attending to transparent features of opaque representations of natural numbers**. In: A. Cuoco (Ed.), NCTM 2001 Yearbook: The roles of representation in school mathematics. Reston, VA: NCTM, 2001, p. 41-52.

ZAZKIS, R.e LILJEDAHN, P. **Understanding primes: The role of representation**. Journal for Research in Mathematics Education, 35(3), 2004, p. 164-186.