

Probabilidade condicional em contexto de ensino aprendizagem

Conditional probability in the context of teaching and learning

AURILUCI DE CARVALHO FIGUEIREDO¹

Resumo

Este artigo visa discutir o ensino e a aprendizagem da probabilidade condicional diante de uma sequência de atividades aplicadas com alunos de um curso de licenciatura em matemática. Para trabalhar conceitos que envolvem a probabilidade condicional, articulamos, nas questões das atividades, diferentes registros de representação: linguagem natural, simbólica, diagrama de árvore e tabela de contingência, tomando como base a Teoria de Registros de Representação de Raymond Duval. Constatou-se que a tabela de contingência não era uma representação conhecida para alguns alunos, porém facilitou a conversão para probabilidades simples e conjuntas. O registro de diagrama de árvore facilitou a distinção de probabilidades como $P(A/B)$ e $P(B/A)$, desde que essas probabilidades aparecessem expressas na linguagem natural, pois os registros das probabilidades condicionais com o uso simbólico de representação parece ser uma maneira difícil de ser interpretada e tratada pelos alunos da licenciatura.

Palavras-chave: Probabilidade condicional. Registros de representação semiótica. Licenciatura em matemática.

Abstract:

This article addresses the teaching and learning of conditional probability during the application of a sequence of activities to students of a teaching certification program in mathematics. For productive work on concepts involving conditional probability, the questions articulated different representation registers: natural language, symbolic language, tree diagrams, and contingency tables, based on Raymond Duval's Registers of Semiotic Representations theory. Contingency tables were unknown to some students for representational purposes, but this resource facilitated conversion for simple and combined probabilities. Tree diagrams facilitated distinguishing between, e.g., $P(A/B)$ and $P(B/A)$, provided these were expressed in natural language, since expressing conditional probabilities with symbolic language appeared to pose difficulties to interpretation and further work by the students.

Keywords: Conditional probability. Semiotic representation registers. Teaching Certification in Mathematics.

Résumé:

Cet article a pour objectif de discuter l'enseignement et l'apprentissage de la probabilité conditionnelle face à une séquence d'activités appliquées aux étudiants dans un cours de mathématiques (formation d'enseignants). Pour travailler sur des concepts impliquant sur la probabilité conditionnelle, nous articulons différents registres de représentation semiotique: langage naturel, langage symbolique, diagramme en arbre et tableau de contingence, basés sur la théorie des registres de représentation semiotiques, de Raymond Duval. Nous avons pu

¹ UNIMES, Brasil, aurilucy@uol.com.br

constaté que le tableau de contingence n'était pas un type de registre de représentation connu par certains étudiants, mais qu'il facilitait la conversion en probabilités simples et conjointes. L'utilisation des registres du type diagramme d'arbre a facilité la distinction des probabilités telles que $P(A/B)$ et $P(B/A)$, à condition que ces probabilités apparaissent exprimées en langage naturel, car les registres de représentation sémiotiques utilisés d'avantage par les probabilités conditionnelles avec l'utilisation symbolique de la représentation semblent être un moyen difficile pour les étudiants de premier cycle d'interpréter et de traiter.

Mots-clés: *Probabilité conditionnelle. Registres de représentation sémiotique. Formation d'enseignant en mathématiques.*

Resumen:

El objetivo de este estudio es discutir los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad condicional frente a una secuencia de actividades aplicadas a estudiantes de un curso de grado en matemáticas. Para trabajar con conceptos que involucran probabilidad condicional, articulamos distintos registros de representación en las preguntas de la actividad: lenguaje natural, simbólico, diagrama de árbol y tabla de contingencia, basados en la Teoría del Registro de Representación de Raymond Duval. Se dedujo que la tabla de contingencia no era una representación conocida para algunos estudiantes, pero facilitó la conversión a probabilidades sencillas y conjuntas. El registro del diagrama de árbol ha facilitado la distinción de probabilidades como $P(A/B)$ y $P(B/A)$, siempre que estas aparezcan expresadas en el lenguaje natural, ya que los registros de probabilidades condicionales con el uso simbólico de la representación parecen ser una manera difícil de ser interpretada y tratada por estudiantes universitarios.

Palabras-clave: *Probabilidad condicional. Registros de representación semiótica. Licenciatura en matemáticas.*

Introdução

No Brasil, a importância de incluir conteúdos relativos a probabilidade está expressa em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares de Matemática do Ensino Fundamental – PCN (1998) e a Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2017). Em ambos consta que uma das finalidades do estudo da probabilidade é que o aluno compreenda que muitos dos acontecimentos do cotidiano são de natureza aleatória e que se possam identificar possíveis resultados deles.

Na BNCC (2017), o ensino da probabilidade ganha destaque, e faz parte, juntamente com estatística, de uma das cinco unidades temáticas apresentadas neste documento. No eixo probabilidade e estatística, sugere que sejam objetos de conhecimento desenvolvimento com alunos desde os anos iniciais do ensino fundamental, e aponta para a necessidade de representação de dados em tabelas simples e de dupla entrada, com o objetivo de melhor compreender aspectos da realidade próxima.

No que se refere ao ensino médio, a BNCC (2018) faz alusão à probabilidade a ser desenvolvida no ensino fundamental:

No tocante à Probabilidade, os estudantes do Ensino Fundamental têm a possibilidade, desde os anos iniciais, de construir o espaço amostral de eventos

equiprováveis, utilizando a árvore de possibilidades, o princípio multiplicativo ou simulações, para estimar a probabilidade de sucesso de um dos eventos. (BRASIL, 2018, p. 518)

Nosso foco de pesquisa são os conceitos que envolvem a probabilidade condicional, e tomamos como ponto de partida o trabalho de Figueiredo (2000), que teve por objetivo introduzir o conceito de probabilidade condicional em cursos de estatística na Universidade.

A pesquisadora mostra resultados da aplicação de uma sequência de ensino que envolve a probabilidade condicional, bem como os conceitos ligados ao teorema da probabilidade total e o teorema de Bayes. Para trabalhar tais conceitos, nas questões das atividades articula diferentes registros de representação como: linguagem natural, simbólica, diagrama de árvore e tabela de contingência, tomando como base a Teoria de Registros de Representação de Raymond Duval.

Resolvemos reaplicar as atividades de Figueiredo (2000), com alguns enunciados readaptados, discutir o ensino e a aprendizagem da probabilidade condicional diante de uma sequência de atividades aplicadas com alunos de um curso de licenciatura em matemática, além de buscar a articulação entre os registros de representação nos itens a serem desenvolvidos em cada uma das atividades.

Alguns pesquisadores tem se dedicado, como Lopes (2007), Silva e Garzola (2011), Fernandes et al. (2011), Carvalho (2013), Batanero et al. (2013) e outros, a trabalhos que envolvem conceitos de probabilidade condicional, indicando possibilidades de ensino e aprendizagem e dificuldades de alunos e professores para tratar com tais conhecimentos.

Pesquisas na área e fundamentação teórica

Lopes (2007) elabora proposta para o ensino de probabilidade condicional, buscando em suas atividades o desenvolvimento do raciocínio dedutivo do aluno e não a memorização de fórmulas. Nessas atividades, para a sua resolução mobiliza somente registros algébricos e simbólicos e não faz alusão nem à árvore de probabilidade e nem à tabela de contingência. Identifica que os alunos têm muitas dificuldades em saber quando devem somar ou multiplicar probabilidades, dificuldade esta também apontada por Figueiredo (2000)

Fernandes et al. (2011) relata um estudo sobre o desenvolvimento do conceito de probabilidade condicionada em alunos do 12º ano através do ensino regular, em uma escola em Portugal. Para isso os pesquisadores aplicaram várias questões a estes alunos

relativas à probabilidade condicionada, incluindo sobre a inversão do eixo temporal, o condicionamento e causalidade. Dentre as conclusões, constatam a pouca influência do ensino, tal como ocorreu na sala de aula, sobre o desenvolvimento do conceito de probabilidade condicionada, e que estes resultados recomendam o desenvolvimento de ações tendo em vista alterarem a realidade observada.

Silva e Garzola (2011) discutem os diferentes registros de representação semiótica para probabilidade condicional e os Teoremas da Probabilidade Total e de Bayes e suas possibilidades didáticas. As pesquisadoras verificam algumas possíveis dificuldades de conversão da linguagem natural para a tabela de contingência e para o registro simbólico de probabilidades.

Carvalho (2013) discute conhecimentos necessários para a compreensão do conceito de probabilidade condicional na formação inicial de professores de matemática e aponta lacunas no conhecimento dos professores do grupo pesquisado no que tange o ensino da probabilidade condicional, e que:

Estes resultados são motivos de preocupação, na formação inicial dos estudantes do curso de Matemática-Licenciatura, uma vez que se aos mesmos não for propiciada uma vivência de situações que mobilizem os conhecimentos necessários ao ensino, os professores tenderão a falhar no ensino de probabilidade, bem como em algumas atividades profissionais que requerem o raciocínio probabilístico, tais como compreender o que os alunos sabem e ainda, decidirem estratégias didáticas de ação para dirimir tais dificuldades. (CARVALHO, 2013, p.195)

Os professores pesquisados por Carvalho (2013) mostram confusão entre probabilidade condicional, probabilidade conjunta e independência de eventos, tanto na compreensão intuitiva como na sua aplicação. Da análise individual das respostas, constatam-se erros em nível dos conceitos, dos procedimentos e da linguagem.

Batanero et al. (2013) analisam a competência de uma amostra de futuros professores do Ensino Secundário, na Espanha, em relação ao ensino da probabilidade simples e condicional, e aponta que os resultados desta análise são motivo de preocupação, já que os futuros professores da amostra tendem a falhar no ensino da probabilidade, em algumas atividades que exigem raciocínio probabilístico.

As atividades, aplicadas por Figueiredo (2000) em cursos de estatística na Universidade, destacam bem que as tabelas de contingências e os diagramas de árvores revelam-se ferramentas eficazes para se trabalhar modelos probabilísticos, e as relaciona com a Teoria de Registros de Representação Semiótica de Duval.

Para esse autor, as representações semióticas são produções constituídas pelo uso de símbolos pertencendo a um sistema de representação que tem condições próprias de significado e de funcionamento. Um registro de representação semiótica é um sistema de signos que tem por objetivo não somente a comunicação, mas também o tratamento da informação e a objetivação. Defende que “a originalidade da atividade matemática está na mobilização simultânea de ao menos dois registros de representação ao mesmo tempo, ou na possibilidade de trocar ao todo o momento de registro de representação” (Duval, 2003, p.14).

Neste contexto, o objetivo deste trabalho é discutir alguns aspectos da aplicação de uma sequência de atividades que envolvem, para a sua resolução, a mobilização de diferentes registros de representação semiótica para ensino e aprendizagem da probabilidade condicional com alunos de uma licenciatura em matemática, e suas possibilidades didáticas. Na aplicação das atividades, também se podem verificar os ganhos de conhecimentos e dificuldades de conversão, entre diferentes registros, que os alunos deste curso podem revelar, e compará-los com os resultados apresentados por Figueiredo (2000).

Metodologia da pesquisa

Participaram desta pesquisa 23 alunos de um curso de Licenciatura em Matemática, de uma universidade do Estado de São Paulo. O curso é oferecido em seis semestres, porém estes alunos assistem aulas divididas em dois módulos, isto é: os alunos do módulo I são os que estão no 1º, 2º e 3º semestres e os do módulo II são alunos do 4º, 5º e 6º semestres. A Universidade já há alguns anos tem ofertado os cursos de Licenciatura presencial neste formato, pois relatam que se não fosse desta forma não teriam alunos suficientes para compor uma turma, e o curso não teria sustentabilidade. As disciplinas consideradas somente de ordem pedagógica, como Psicologia da Educação, História da Educação e outras, são ofertadas juntamente com as outras licenciaturas, com Geografia e História. As atividades foram aplicadas em três encontros em cada um dos módulos. No primeiro encontro trabalhou-se as duas primeiras atividades com os alunos. As atividades foram desenvolvidas em duplas de alunos, de maneira que pudessem discutir sobre os contextos e questões da atividade.

A primeira atividade procura discutir de forma lúdica alguns conceitos de probabilidade, e ao término dela, ocorre uma institucionalização que envolve conceitos da regra do

produto e de dependência e independência de eventos; a ação também procura introduzir a noção de probabilidade condicional e mudanças de esquemas para a construção de árvore de probabilidade. Tal atividade foi aplicada por Figueiredo (2000), e por ela adaptada de uma situação didática indicada por Batanero et al. (1996).

As demais atividades são apresentadas na forma de questões não muito convencionais, isto é, na pergunta, pede-se a construção da árvore de probabilidades, e sempre articulando os registros árvore de probabilidade, linguagem natural, tabela de contingência e linguagem algébrica. Um exemplo dessa abordagem é dado na atividade 3, gerada pelo seguinte problema, e descrito na figura 1.

Diante deste contexto, apresentou-se aos alunos possibilidades de efetuarem algumas mudanças de registros: do enunciado para o diagrama de árvore, do diagrama para a tabela de contingência, da árvore para o registro simbólico e, no mesmo registro, privilegiar alguns tratamentos para cada um deles. Para Duval, quanto maior for essa flexibilidade entre diferentes registros, maior será a possibilidade de apreensão do objeto estudado.

Figura 1 – enunciado da atividade 3

Em uma Universidade, estão assistindo a uma palestra sobre Educação Estatística alunos da Licenciatura em Matemática do primeiro e segundo módulos. Os dados abaixo, na tabela de dupla entrada, trazem algumas informações sobre eles:

SEXO	H	M	TOTAL
MÓDULO			
G I	8	4	12
G II	9	2	11
Total	17	6	23

Considere os eventos abaixo:

H: nº de homens na sala de aula; **M:** nº de mulheres na sala de aula;

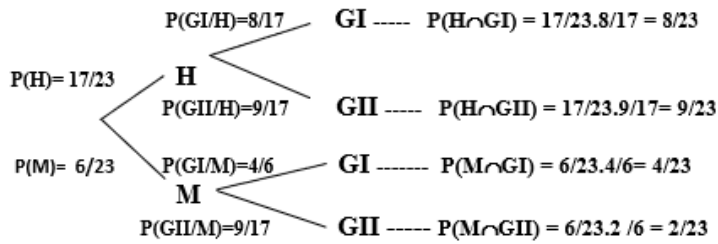
GI: nº de alunos do módulo I que compreende os alunos dos semestres 1º, 2º e 3º;

GII: nº de alunos do módulo II que compreende os alunos dos semestres 4º, 5º e 6º.

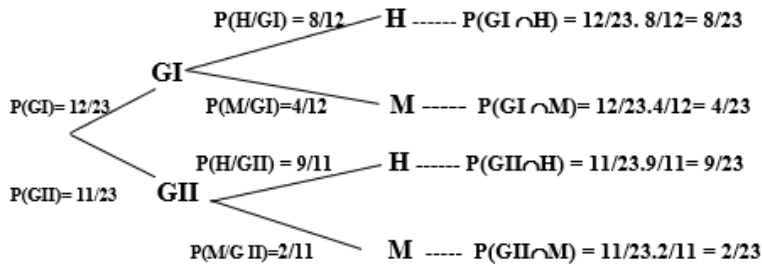
Fonte. Os autores

Vamos apontar algumas das questões dessa atividade a seguir suas respostas:

Questão a) “Monte” uma árvore de possibilidades começando pelos eventos Homem (H) e Mulher (M), e calcule todas as probabilidades correspondentes.



Questão b) “Monte” uma árvore de possibilidades começando pelos cursos, ao invés do sexo, em seguida calcule as probabilidades correspondentes.



O objetivo de propor as questões a) e b) nessa atividade é fazer com que os alunos percebam a importância de começar a árvore de probabilidades pelo dado que é fornecido na condicional, com intenção de superar a confusão comum entre $P(A/B)$ e $P(B/A)$.

Questão c) Transforme a sua tabela de informações do enunciado em uma tabela de probabilidades (tabela de dupla entrada)

Sexo \ Módulo	H	M	TOTAL
G I	$P(H \cap I) = 8/23$	$P(M \cap GI) = 4/23$	$P(G1) = 12/23$
G II	$P(H \cap GII) = 9/23$	$P(M \cap GII) = 2/23$	$P(G2) = 11/23$
Total	$P(H) = 17/23$	$P(M) = 6/23$	1

Tabela1- tabela de probabilidades

É possível constatar que as interseções calculadas são as que devem ser colocadas na tabela e que podemos, para responder a questão, fazer uso do diagrama de árvore. Estamos fazendo uma conversão do registro diagrama de árvore para a tabela de contingência. A soma das linhas e das colunas nesse registro é um dos tratamentos próprios deste registro.

Resultados e discussões

Na atividade 2, o enunciado foi apresentado na língua natural, e algumas possíveis probabilidades já eram expressas por meio de porcentagens. No desenvolver desta atividade, os alunos mostraram compreensão com os dados da atividade, as

probabilidades apareceram em porcentagem e eles não apresentaram dificuldade em sua realização. Estranharam a forma da apresentação da questão, mas logo se familiarizam com ela.

Enunciamos da seguinte forma, como na figura 2:

Ao estudar o número de natalidade de uma cidade do Brasil, observamos que a probabilidade de nascer um homem é de 40% e de nascer uma mulher é de 60%.

b) Em uma determinada manhã um médico irá fazer dois partos.
Utilize o diagrama de árvore para poder responder as questões a seguir:

	1º parto	2º parto	resultado dos dois partos
	H	H	----- $P(H \cap H) = ?$
	H	M	----- $P(H \cap M) = ?$
	M	H	----- $P(M \cap H) = ?$
	M	M	----- $P(M \cap M) = ?$

Substitua todas as interrogações acima pelas respectivas probabilidades. Na árvore acima assinalamos uma interrogação (?), que significa a probabilidade de nascer um homem no segundo parto, sabendo ter sido homem no primeiro – $P(H \text{ no segundo parto} / H \text{ homem no primeiro parto})$ – $P(H_2 / H_1)$.

Figura 2 – enunciado e item b da atividade 2 da sequência de probabilidade condicional

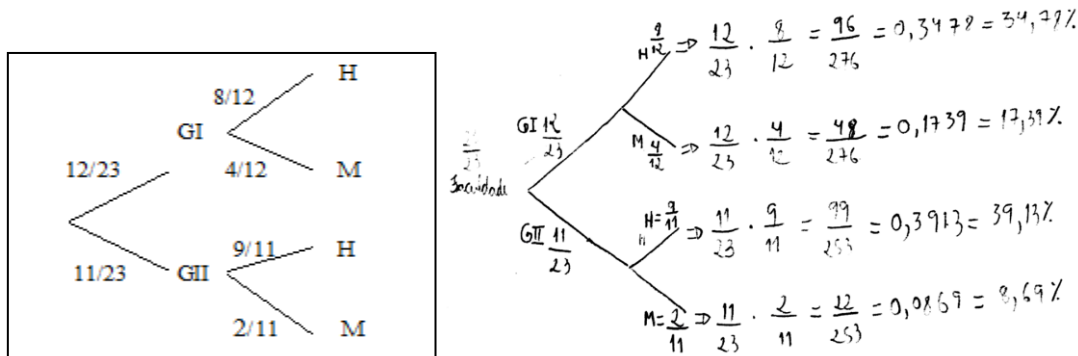
Na atividade 3, como os dados estavam expressos na tabela de dupla entrada, os alunos do grupo GI não mostraram familiaridade com esse registro, apresentaram dificuldades em ler os dados na tabela, mesmo reconhecendo que ela descreve o contexto de alunos da licenciatura do curso em que eles estão inseridos.

No enunciado descrito na página anterior, referente a atividade 3, eles teriam que fazer uma leitura dos dados na tabela, calcular as respectivas probabilidades, para registrar em seguida as probabilidades $P(H)$, $P(M)$, as condicionais $P(GI/H)$, $P(GII/H)$, $P(GI/M)$, $P(GII/M)$ e as interseções $P(GI \cap H)$, $P(GI \cap M)$, $P(GII \cap H)$ e $P(GII \cap M)$ na árvore de probabilidade. Essa conversão não foi fácil, para o grupo de alunos do GI.

Para solucionar, propusemos uma discussão com todos os alunos do grupo, de maneira que juntos interpretássemos os dados da tabela, com os quais fizeram registros na folha sobre essas interpretações e também da definição clássica de probabilidade.

Antes da aplicação desta atividade, já havíamos formalizamos a correção da atividade 2, que também mobiliza a construção da árvore probabilidade, mas não foi o suficiente para os alunos do grupo GI, pois não mostraram nas suas respostas os registros das probabilidades de interseção na confecção das árvores, diferente do grupo GII, como indicam as respectivas respostas padrão dos alunos do GI e uma das respostas das duplas de alunos GII, nas figura 3 e 4 apresentadas a seguir.

Figura 3- padrão de resposta dos alunos do GI Figura 4 – resposta de uma dupla dos alunos do GII



Fonte: Dados da pesquisa

As dificuldades apresentadas pelo grupo GI, não foi somente de interpretação da tabela, mas também de compreensão da noção probabilidade clássica e de falta de familiaridade com os registros tabela de dupla entrada, e isto dificultou as possíveis conversões dos registros, assim também como os tratamentos dentro de cada um deles. Estrada e Dias (2006), que também utilizaram a tabela de contingência em suas atividades com futuros professores, concluíram que não é imediata a leitura deste tipo de registro e nem tão pouco o cálculo a partir dela, considerado como tratamento dentro do registro.

Em relação ao grupo GI, acreditamos que os três encontros de aplicação das atividades não foi suficiente para que estes alunos articulassem dentro das atividades tal conhecimento, e também, supomos que eles não passaram por situações gradativas de compreensão dos conceitos que envolvem a probabilidade, nem os registros de árvore de probabilidade, nem de tabela de dupla entrada, na formação básica, como preconiza os PCN (1998).

No item c, na atividade 3, que envolvia a construção da tabela de probabilidades, somente uma dentre seis duplas no GI a apresenta corretamente. Em relação ao Grupo II, a maioria dos alunos acertaram as questões das atividades que mobilizavam este registro, tabela de dupla entrada.

Em relação às perguntas que envolvem as probabilidades condicionais, quando lhes foi pedido em linguagem simbólica que calculassem a $P(GI/H)$ ou $P(H/GI)$, os alunos do GI não responderam corretamente; já os alunos do GII acertaram na sua maioria. Quando a pergunta foi feita na linguagem natural, todas as duplas acertaram as respectivas probabilidades e argumentaram suas justificativas por olharem as árvores de probabilidades. Esta conclusão também está relatada por Figueiredo (2000). Borim e Carzola (2011), em relação à representação das probabilidades no registro simbólico, destacam que em nenhuma momento os sujeitos de suas pesquisas, embora acertassem as

questões que envolvem estes conceitos, não utilizaram a notação simbólica da probabilidade, limitando-se ao registro numérico.

É possível inferir que o registro árvore de probabilidade facilitou a obtenção do conceito da probabilidade condicional, para ambos os grupos. A visualização da probabilidade condicional $P(GI/H)$ e sua inversa $P(H/GI)$ em diferentes árvores de probabilidades auxiliaram a minimizar dificuldades. O mesmo não ocorreu com a tabela de contingência, mas nela parece que fica mais visível aos alunos as probabilidades conjuntas, isto é, a interseção dos eventos.

O objetivo não era comparar os grupos GI e GII, mas as diferenças foram muitas, pois já no grupo GII, a maioria dos alunos mostrou maior articulação entre os enunciados apresentados na atividade e os tratamentos e conversões com os registros, embora apareça maior facilidade em dar com alguns tratamentos e conversões dependendo do registro mobilizado e das perguntas feitas nas atividades. Ambos os grupos também não conseguiram articular os registros simbólicos referentes à probabilidade condicional.

Considerações finais

A comparação desta pesquisa com alguns resultados descritos por Figueiredo (2000) nos sugere que os alunos da licenciatura em matemática investigados por ela estavam mais familiarizados com os registros e se apropriavam com mais facilidade dos tratamentos e conversões que os alunos da pesquisa atual, embora ambas as aplicações constatassem dificuldades de interpretação e de cálculos que os alunos apresentaram com questões que envolvem a notação simbólica da probabilidade condicional.

Na realização das atividades, procurávamos fazer com que os alunos articulassem vários registros de representação, e verificamos durante as aplicações das mesmas e através das suas respostas que questões como “montar” e utilizar os registros, “diagrama de árvore” e “tabela de contingência”, são ferramentas que fomentam discussões entre os alunos sobre o ensino aprendizagem da probabilidade condicional.

Como essa abordagem facilitou a aprendizagem dos alunos, nos encorajamos a sugerir que as escolas de ensino fundamental e médio sigam as sugestões dos PCN e da BNCC de trabalhar com as probabilidades utilizando a árvore de probabilidades e a tabela de dupla entrada no ensino fundamental, e a probabilidade condicional por meio das situações que envolvam os registros diagramas de árvore, e tabela de contingência no ensino médio. Porém, acreditamos que se fazem necessárias mais pesquisas sobre como

articular os registros utilizados na nossa sequência e os conteúdos do ensino básico para se trabalhar com outros conceitos ligados à probabilidade.

Referências

- BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros curriculares nacionais**. Brasília, DF: MEC/SEF, 1998.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – BNCC**. Brasília, DF, 2017.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular – Ensino Médio – BNCC**. Brasília, DF, 2018.
- BATANERO, C. B.; CONTRERAS, J.M.; DÍAZ, C.; CAÑADAS, G.. Definición de la probabilidad y probabilidad condicional: UN estudio con futuros profesores. **Revemat**, Florianópolis (SC), v. 08, n. 1, p. 75-91, 2013. eISSN 1981-1322.
- BATANERO, C. B. GODINO, J.D., CASTELANO, M.J.C. **Azar y Probabilidad**. Matemáticas: cultura y aprendizaje, nº 27. Madrid: Editorial Síntesis, 1996.
- CARVALHO, J.I.F. Conhecimentos de futuros professores de matemática sobre probabilidade condicional por meio do jogo das três fichas. En: CONTRERAS, J. M.; BATANERO, C.; GODINO, J. D.; CAÑADAS, G.R.; ARTEAGA, P.; MOLINA, E.; GEA, M.M. y LÓPEZ, M.M. (Eds.). **Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria**, 2 (pp. 189-196). Granada, 2015.
- DUVAL, Raymond. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia D. A. (Org.). **Aprendizagem em matemática: registros de representação semiótica**. Campinas: Papirus, 2003. p. 7-10.
- ESTRADA, A., DÍAZ, C. **Computing probabilities from two way tables. An exploratory study with future teachers**. 7th International Conference on Teaching Statistics. Salvador: International Association for Statistical Education, 2006. <<https://www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications/17/C413.pdf>>.
- FERNANDES, J.A.; CORREIA, P.F.; CONTRERAS, J. M. Ideias intuitivas de alunos do 9º ano em probabilidade condicionada e probabilidade conjunta. En: **AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática**, Espanha, n. 4, p. 5 – 26, 2013.
- FIGUEIREDO, A. **Probabilidade Condicional: Um enfoque de seu ensino-aprendizagem**. Dissertação de mestrado, PUC-SP, São Paulo, 2000.
- LOPES, J. M.. Probabilidade condicional por meio da resolução de problemas. **Revista do Professor de Matemática-Sociedade Brasileira de Matemática**, v. 62, p. 34-8, São Paulo, 2007.
- SILVA, Cláudia Borim; CAZORLA, Irene Mauricio. **Registros de representação semiótica no ensino de Probabilidade condicional e do teorema de Bayes**. Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática – 2º SIPEMAT. Recife, 2008. Disponível em < <http://www.lematec.net.br/CDS/SIPEMAT08/artigos/CO-106.pdf>>. Acesso em: 30/04/2018.