

ELEMENTOS TRANSVERSAIS PARA A APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL: UMA PROPOSTA DE CURRÍCULO POSSÍVEL

The Use Of Cross-Sectional Elements To Teach Geometry During The First
Years Of Elementary School: A Possible School Curriculum

Selma Felisbino HILLESHEIM

Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil
selmafhh@yahoo.com.br

 <https://orcid.org/0000-0001-6919-442X>

Méricles Thadeu MORETTI

Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, Brasil
mthmoretti@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-3710-9873>

A lista completa com informações dos autores está no final do artigo ●

RESUMO

A aprendizagem da geometria destaca-se pelas suas dificuldades específicas, pois o ato de ver uma figura exige um custo cognitivo mais complexo do que o simples reconhecimento das formas. Pensando nessa problemática, apresenta-se neste trabalho uma concepção de currículo para a geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. Trata-se de uma pesquisa de cunho qualitativo do tipo análise documental. A partir dos estudos de Duval, apontou-se alguns “Elementos transversais para a aprendizagem da geometria” para esse nível de ensino: as mudanças de dimensão, as apreensões e os olhares em geometria. Estima-se que a aprendizagem da geometria e o desenvolvimento do olhar nesse nível de ensino podem estar ancorados nesses elementos transversais, responsáveis tanto pela produção de sistemas semióticos como pela condução a esse tipo específico de aprendizagem.

Palavras-chave: Elementos transversais, Currículo, Olhares em geometria, Apreensão em geometria, Mudança de dimensões.

ABSTRACT

Learning geometry can be challenging due to its specific difficulties, considering that looking at a geometric figure demands more complex cognitive skills than just acknowledging geometric shapes. Thinking about such challenge, we present in this paper a conception of school curriculum focused on geometry during the first years of elementary school. This is a predominantly qualitative research in which documentary analysis will be used. Based on the studies of Duval, we selected a few cross-sectional elements to be used in teaching geometry for elementary school students: the changes of dimension, the apprehension, and the way to look at geometry. It is possible to state that learning geometry and developing a critical eye during this level of primary education can be related to these cross-sectional elements, which are responsible not only for the creation of semiotic systems but also for leading to this specific type of learning.

Keywords: Cross-sectional elements, Curriculum, Perceiving geometry, Apprehension of geometry figures, Change of dimensions.

1 INTRODUÇÃO

Estamos presenciando no sistema educacional brasileiro uma série de mudanças nas políticas curriculares nacionais. Com a aprovação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), em 2017, novas diretrizes foram traçadas para a Educação Básica no país. Nesse documento, os conhecimentos estão agrupados por áreas específicas e o desenvolvimento de competências e habilidades é o seu maior destaque. Contrariando essa concepção, Duval (2015) vem alertar para os perigos do abandono de uma educação centrada no desenvolvimento da autonomia intelectual para enfatizar o desenvolvimento de habilidades, que por vezes, visam atender as demandas do mercado de trabalho. Na BNCC (2017), os objetivos propostos para a aprendizagem da matemática, a nosso ver, parecem estar traçados a partir dos objetos matemáticos, desconsiderando o ponto de vista cognitivo do processo de aquisição dos conhecimentos matemáticos. Esse fato pode ser percebido quando da apresentação, na BNCC (2017), dos objetos do conhecimento para o ensino da matemática e as habilidades a serem desenvolvidas pela aplicação destes.

Desse modo, a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental corre o risco de ser novamente relegada a segundo plano. Isso porque a aprendizagem da geometria requer uma abordagem muito mais específica do que os demais campos da matemática. De acordo com Duval (2005b), a geometria, dentre todos os conhecimentos que os alunos devem alcançar, é o que exige a atividade cognitiva mais complexa, visto que ela solicita a conexão entre o gesto, a linguagem e o olhar. Isso justifica o fato de ela ser, também, um dos domínios mais difíceis para ensinar. Mesmo quando o objetivo dos professores é modesto, os resultados apresentados pelos estudantes são decepcionantes.

A aprendizagem da geometria passa pela condução e o aprimoramento do olhar, possibilitando ao aluno enxergar os elementos significativos na figura relacionando-os ao discurso em língua natural. Contudo, de acordo com Duval (2005b) a língua natural utilizada em geometria requer a utilização de um vocabulário técnico, ou seja, na matemática a transição entre o discurso e o figural é realizada de uma maneira muito peculiar. Duval (2012b) evidencia quatro maneiras diferentes de apreensão de uma figura: a perceptiva (reconhecimento visual imediato da forma), a operatória (operação de reconfiguração), a discursiva (indicações contidas no enunciado) e a sequencial

(indicações para construir uma figura). Elas são independentes umas das outras, mas na resolução de um problema se exige a passagem de um tipo a outro de apreensão.

A maneira de ver as figuras depende da ação cognitiva que ela é capaz de despertar, podendo funcionar de maneira icônica ou não icônica. No olhar icônico, as formas permanecem estáveis e o conhecimento repousa sobre o contorno das figuras geométricas. Esse tipo de olhar é característico no olhar do botanista e do agrimensor. Ao contrário, a visualização não icônica permite que se desconstruam as formas visualmente reconhecidas, ela permite que o olhar seja ampliado, alcançando o olhar do construtor e do inventor (Duval, 2005b).

A desconstrução dimensional constitui o eixo central do processo de visualização em geometria. A tomada de consciência dimensional das formas e as suas operações discursivas permitem que a visualização e o discurso estejam em sinergia. Para Duval (2005b), a passagem entre a visualização e o discurso está intimamente atrelada a uma mudança dimensional das formas para poder reconhecer os objetos geométricos em cada um dos dois registros, lembrando que cada representação semiótica de um mesmo objeto geométrico pode abordar conteúdos diferentes.

Agora vejamos, se a variedade de sistemas de representações semióticas permite o desenvolvimento de capacidades intelectuais e possibilitam a passagem do olhar icônico ao não icônico, que elementos cognitivos comuns são esses que se fazem presentes na aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental? Diante desta problemática, sentimo-nos desafiados a investigar e a propor, a partir dos escritos de Duval (2003, 2004a, 2005b, 2012b), alguns elementos transversais possíveis de estarem presentes no processo de aprendizagem da geometria nesse nível de ensino e que podem ser considerados na construção de um currículo para a geometria.

2 INICIANDO A CONVERSA SOBRE CURRÍCULO

Historicamente, segundo Silva (2010), o currículo aparece como um objeto de estudo, provavelmente, nos Estados Unidos por volta de 1920, no período do surgimento da industrialização e dos movimentos migratórios. Isso contribuiu para a massificação da escolaridade, despertando o interesse das pessoas ligadas a administração educacional que se propuseram a desenvolver estudos para construir, desenvolver e testar esses currículos. De acordo com Silva (2010), duas tendências iniciais surgem nesse contexto: a

defendida por Bobbitt, cuja concepção era de que o sistema educacional deveria organizar de “[...] forma precisa quais são seus objetivos. Esses objetivos, por sua vez, deveriam se basear num exame daquelas habilidades necessárias para exercer com eficiência as ocupações profissionais da vida adulta. O modelo de Bobbit estava claramente voltado para a economia” (Silva, 2010, p. 23). E, a de John Dewey que percebia que a educação “[...] não era tanto uma preparação para a vida ocupacional adulta, como um local de vivência e prática direta de princípios democráticos” (Silva, 2010, p. 23).

O currículo, desde o seu surgimento enquanto teoria apresentada por Bobbit em 1918, tem buscado sua eficiência por meio da fragmentação dos saberes com o objetivo de desenvolver habilidades e saberes que deverão ser dominados e aplicados pelos indivíduos no desempenho das suas atividades profissionais. Orientações que ainda persistem nos dias atuais, basta fazermos a leitura da Base Nacional Comum Curricular (2017).

Hoje, mais do que nunca, os conhecimentos estão divididos, como podemos perceber na disposição proposta pela BNCC (2017), por meio de áreas de conhecimentos, a saber: área de linguagens, área de matemática, área de ciências da natureza, área de ciências humanas e a área de ensino religioso; estas, por sua vez, são decompostas por seus respectivos componentes curriculares, e, cada componente curricular é formado por objetos de conhecimento e as habilidades a serem desenvolvidas por esses objetos. A estrutura formada por essa disposição dos saberes permite que cada indivíduo se torne especialista de um determinado tipo de saber, pois estes são trabalhados de forma desconectada uns dos outros. Percebemos que, até mesmo, dentro de um componente curricular específico os objetos do conhecimento são tratados separadamente. A pergunta que fica: faz sentido a política de um currículo nacional? Qual o objetivo de trabalhar os objetos do conhecimento priorizando o desenvolvimento de habilidades? A melhoria da qualidade da educação global estará garantida por meio do estabelecimento de metas curriculares e da aplicação de provas externas e de larga escala?

É certo que há pessoas de diversas correntes educacionais e políticas defendendo níveis mais elevados, currículos mais rigorosos em âmbito nacional e um sistema unificado de avaliação. Ainda assim, precisamos sempre fazer uma pergunta: que grupo lidera tais esforços “reformistas”? Essa pergunta leva naturalmente a outra, de maior amplitude: tendo em conta a resposta a primeira pergunta, quem ganhará e quem perderá em consequência de tudo isso? Sustentarei que, infelizmente, quem está estabelecendo de fato a pauta política na educação são grupos de Direita e que, em geral, o mesmo padrão de benefícios que tem caracterizado quase todas as áreas da política social – através dos quais os 20% mais ricos da

população ficam com 80% dos benefícios – será reproduzido também nesta área. (Apple, 2005, p. 64)

Pensar numa organização curricular nacional só teria sentido, a nosso ver, se esse programa fosse capaz de garantir o aprendizado de todas as crianças, atendendo as especificidades individuais e coletivas do processo de ensino e aprendizagem, levando em conta a formação integral e intelectual, direito de todo ser humano. Para tanto, a criação de um ambiente cooperativo e articulador entre todos os segmentos sociais e dos profissionais da educação deveriam ter seus espaços garantidos nas discussões e planejamentos dessas ações. Seria uma espécie de “força tarefa”, visando não o desenvolvimento de habilidades com finalidades para o mercado de trabalho, mas para promover o verdadeiro sentido da educação.

Na visão de Duval (2015), a educação ao longo do tempo vem sendo substituída pela formação, que por vezes, visa atender as demandas do mercado. O autor percebe essas duas abordagens – educação e formação - como distintas e contrárias às finalidades dos sistemas educativos com relação à aquisição dos saberes “[...] a palavra ‘educação’ (paideia) está centrada no desenvolvimento individual e na autonomia intelectual. [...] a palavra ‘formação’ visa à aprendizagem de saberes necessários em proveito da atividade profissional” (Duval, 2015, p. 9).

Pensar a aprendizagem dos saberes como um objetivo de formação em termos de competência é entender que:

- ela está diretamente ligada à organização do trabalho nas empresas, quer dizer, a uma especialização dos tipos de atividades;
- as competências são analiticamente definidas *como os comportamentos de resposta ou o saber-fazer exigido para uma atividade particular*. Em outras palavras, o tipo de atividade ou o tipo de conhecimento cuja aprendizagem é esperada ao final de um percurso escolar, é decomposto em comportamentos ou conceitos pré-requisitais. E, estes pré-requisitos, tornam-se objetivos de ensino em escala anual;
- a generalização desta noção nos sistemas educativos faz-se com avaliação, uma vez que tomou uma importância cada vez maior nos sistemas educativos em detrimento de uma abordagem do ensino em termos de educação. (Duval, 2015, p. 10, grifos do autor)

Esse quadro se agrava ainda mais quando nos referimos ao processo de ensino e aprendizagem da matemática. Isso porque a atividade matemática apresenta, segundo Duval (2015), duas características: cognitivas e epistemológicas, que a diferencia das outras áreas do conhecimento; a) ela se desenvolve de forma independente de qualquer fonte externa de informação, ou seja, ela opera por meio de transformações de

representações produzidas em sistemas semióticos comuns (linguagem natural, por exemplo) e especializadas (específicos da matemática como, por exemplo, as representações gráficas); b) o poder ilimitado de exploração, por meio dessas transformações, impulsiona a geração de novos conhecimentos.

Para Duval (2015), a atividade matemática apresenta duas faces: a face exposta e a face oculta. A primeira se refere a face dos conceitos e procedimentos matemáticos a serem utilizados na resolução de problemas e para fazer matemática, assumindo um papel importante para o desenvolvimento da matemática. Porém, a face oculta diz respeito a forma de trabalhar a matemática para promover a sua compreensão e sua utilização, para isso é preciso “[...]tomar consciência das formas de ver, de raciocinar, de reconhecer e de organizar as informações pertinentes. Dito de outro modo, a autonomia intelectual situa-se, inicialmente, na face oculta da atividade matemática e não na face exposta da matemática” (Duval, 2015, p. 10). Desse modo, podemos perceber que a compreensão da matemática baseia-se na autonomia de uma atividade puramente intelectual, o que não significa dizer que seja meramente conceitual.

Quando observamos as diretrizes curriculares propostas para a matemática, é fácil perceber que os seus objetivos são traçados a partir de um ponto de vista matemático, ou seja, das definições e dos teoremas que determinam as propriedades dos objetos matemáticos. “Isso se vê na *decomposição dos conhecimentos de base em conceitos (propriedades e algoritmos) e na organização de uma progressão de aquisição sobre os quatro ou cinco anos do nível de ensino*” (Duval, 2018, p. 21, grifos do autor). Essa progressão é organizada em uma sequência de conhecimentos, em que a grande maioria dos alunos de um determinado nível de ensino não chega a perceber uma relação entre eles. Nas palavras de Duval (2018, p. 24): “[...] pode-se falar de uma aprendizagem ‘por migalhas’”.

Contudo, a que se pensar na possibilidade de criação de um currículo que leve em consideração o ponto de vista cognitivo na aquisição dos conhecimentos matemáticos. Uma vez que o objeto matemático é ideal e não real, portanto existe a necessidade da sua representação para poder acessá-lo. Assim, faz-se necessário o conhecimento/reconhecimento de um mesmo objeto matemático em, ao menos, duas representações diferentes. “Mas, depende também das transformações de representações em novas representações no interior de um mesmo registro. Ora, cada registro exhibe possibilidades específicas de transformação que outros registros não o fazem” (Duval, 2018, p. 17). Por exemplo, para o caso da geometria, os tratamentos

específicos consistem nas decomposições dimensionais e na reorganização das formas. São as conversões e os tratamentos “[...] exclusivos a cada registro que constituem o que se pode chamar de gestos intelectuais do trabalho matemático” (Duval, 2018, p. 17).

3 AS CONTRIBUIÇÕES DA TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA NA CONSTRUÇÃO DE UM CURRÍCULO PARA A GEOMETRIA DOS ANOS INICIAIS

A aprendizagem da geometria passa por fazer o outro enxergar propriedades específicas das formas geométricas que de primeira vista não se destacam. Essa maneira particular de olhar as formas geométricas precisa ser lapidada para que se possa ver matematicamente uma figura. Segundo Duval (2012b), existem quatro maneiras diferentes de ver uma figura, ou melhor, quatro formas de apreensões em geometria: a apreensão perceptiva, a apreensão operatória, a apreensão discursiva e a sequencial. Quanto à apreensão perceptiva de formas e interpretação figural de uma situação geométrica, ele assinala que:

Não importa qual figura desenhada no contexto de uma atividade matemática, ela é objeto de duas atitudes geralmente contrárias: uma imediata e automática, a apreensão perceptiva de formas; e outra controlada, que torna possível a aprendizagem, a interpretação discursiva dos elementos figurais. Estas duas atitudes encontram-se, geralmente, em conflito, porque a figura mostra objetos que se destacam independentemente do enunciado, assim como os objetos nomeados no enunciado das hipóteses não são necessariamente aqueles que aparecem espontaneamente. O problema das figuras geométricas está inteiramente ligado à diferença entre a apreensão perceptiva e uma interpretação necessariamente comandada pelas hipóteses. (Duval, 2012b, p. 120)

Ou seja, parece que a apreensão perceptiva atua como uma força abduziva, guardando uma estrutura autônoma na condução do olhar na resolução do problema. Assim, os objetos que se destacam numa figura podem ser diferentes dos tipos de objetos que a situação exige que seja vista. “[...] Os alunos se apegam, na grande maioria, à apreensão perceptiva: estes não se dão conta de que uma figura deve ser olhada não mais do que através ou em função das propriedades, ou das condições formuladas como hipóteses” (Duval, 2012b, p. 124). Quer dizer, olhá-la de outros modos, isso implica na correspondência entre a visualização de uma sequência de subfiguras importantes, a conexão dessas subfiguras formando um todo, e ainda, a correspondência da figura com o enunciado. No entanto, essas ações parecem estar longe de serem realizadas no processo de aprendizagem da geometria, basta observarmos as nossas salas de aula, em

que, geralmente, os alunos leem um enunciado, constroem a figura e não retornam ao texto, concentrando-se somente na figura. A apreensão sequencial também é motivo de dificuldade para nossos alunos, uma vez que dificilmente eles conseguem atender às solicitações indicadas nas atividades de construção ou nas atividades de descrição da reprodução de uma figura.

A percepção da organização e reorganização do conjunto de formas de uma figura conduz a realização de várias operações de reconfiguração por meio de manipulações, física ou mental, sobre o todo ou parte da figura. Trata-se, portanto da apreensão operatória. “A apreensão operatória de figuras é uma apreensão centrada nas modificações possíveis de uma figura inicial e nas reorganizações possíveis destas modificações. Para cada tipo de modificação, são diversas as operações possíveis” (Duval, 2012b, p. 125). Essas modificações são: modificação mereológica, ótica e posicional. A modificação mereológica acontece da relação parte e todo. Assim, podemos dividir uma figura em subfiguras, incluí-la em outra figura de modo que se torne uma subfigura. Na modificação ótica, Duval (2012b) diz que uma figura pode ser aumentada, diminuída ou deformada, em outras palavras, a figura pode ser transformada em outra chamada sua imagem. Essa modificação da figura permite que ela mantenha a sua forma inicial ou não. A modificação posicional se refere ao deslocamento ou rotação de uma figura em relação às referências do campo onde ela se destaca.

Cada uma dessas modificações é realizável graficamente ou mentalmente. Mas, diferentemente da construção geométrica, o modo escolhido para a modificação da figura é neutro: ele não muda a apreensão, nem mesmo a análise que pode ser feita. **Em compensação, dependendo do tipo de modificação escolhida, podem surgir possibilidades de tratamento sem relação uns com os outros.** (Duval, 2012b, p. 125, grifos do autor)

Com relação à apreensão discursiva de uma figura e demonstração, Duval (2012b, p.135) aponta que essa maneira de demonstração “[...] equivale a mergulhar, segundo as indicações de um enunciado, uma figura geométrica particular em uma rede semântica, que é, ao mesmo tempo, mais complexa e mais estável”. Isso porque a figura por si só não pode representar todas as suas características, ela precisa de uma indicação verbal para ancorar a figura como representação do objeto matemático. Sabe-se que as unidades figurais que podem identificar uma figura perceptivamente nem sempre estão em consonância com as indicações propostas no enunciado.

Isto implica subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva e, como consequência, uma restrição da apreensão perceptiva: uma figura geométrica não mostra a primeira vista a partir de seu traçado e de suas formas, mas a partir do

que é dito. Esta subordinação da apreensão perceptiva à apreensão discursiva pode ser considerada como uma teorização da representação figural: a figura geométrica torna-se, de certa maneira, um fragmento do discurso teórico. (Duval, 2012b, p. 133)

Desse ponto, a apreensão discursiva pode ser negligenciada, quando existe a congruência semântica entre a operação matemática e o enunciado do problema. Entretanto, quando não há uma congruência semântica entre o enunciado e a operação operatória, a apreensão discursiva torna-se necessária. Nessa direção, “deve haver uma interação entre os tratamentos figurais que, por abdução, guiam a diligência heurística, e os tratamentos discursivos que, por dedução, constituem a diligência baseada nos objetos representados na figura” (Duval, 2004a, p. 168). Em outras palavras, as propriedades pertinentes de uma figura dependem do que é dito no texto como hipótese e não apenas da atividade heurística que a figura desperta. Segundo Duval, “[...] não basta ter uma imagem diante dos olhos para ver o que é necessário ver, ou seja, ver o relacionamento com uma afirmação que a descreva ou que seja exigida algum aspecto” (Duval, 2004b, p. 32). Isso se justifica porque o ato de ver envolve dois níveis de operação diferentes e independentes: o reconhecimento discriminativo de formas e a identificação dos objetos correspondendo às formas conhecidas.

No nível do reconhecimento discriminativo de formas, as figuras são percebidas como sendo estáveis, pois são centradas sobre o contorno, impossibilitando, desse modo, qualquer modificação em outras formas parecidas ou diferentes. De acordo com Duval (2005b), essa operação não tem nada de atividade geométrica, ela só parece ser geométrica, mas a mesma atividade de reconhecimento e iconicidade poderia ser feita, por exemplo, por meio do reconhecimento das formas das letras do alfabeto. “A visualização icônica repousa sobre uma semelhança entre a forma reconhecida num traçado e a forma característica do objeto a identificar” (Duval, 2005b, p. 13). Contudo, esse mecanismo de iconicidade nem sempre é suficiente na resolução de problemas geométricos, “[...] é preciso, às vezes uma relação verbal de informações, integrada a imagem, como legenda ou codificação de um elemento figurativo, para saber identificar o que as formas discriminadas apresentam” (Duval, 2005b, p. 12). Mas, o auxílio do enunciado não descaracteriza a importância do mecanismo da iconicidade no processo da visualização em geometria.

Duval (2005b) caracteriza diversas maneiras de ver em geometria e, ele as agrupa em visualização icônica e visualização não icônica. Na primeira, a figura fica sendo um

objeto independente das operações que se efetua sobre ela e pode ser encontrada no olhar do botanista e do agrimensor. A visualização não icônica é uma configuração contextualmente destacada de uma organização mais complexa e pode ser percebida pelo olhar do construtor e do inventor. Moretti (2013), a partir de Duval apresenta um esquema que ilustra bem essa passagem do olhar icônico ao não icônico.

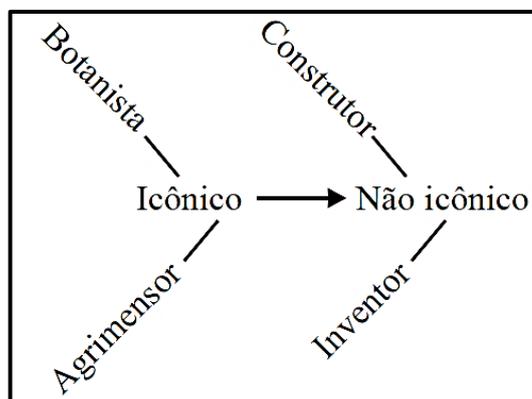


Figura 1: As maneiras de olhar em geometria
Fonte: Moretti (2013, p. 29)

Esse diagrama possui uma orientação que vai do olhar do botanista a um olhar mais elaborado, o olhar do inventor. “Passar de uma maneira de ver para uma outra constitui uma mudança profunda de olhar, que é tão frequentemente ignorado no ensino. [...] podemos enfatizar que cada maneira de ver induz um tipo particular e limitado de compreensão” (Duval, 2005b, p. 11).

Isso porque cada tipo de olhar apresenta uma especificidade diferente. O olhar botanista permite reconhecer o contorno de formas, é a entrada mais imediata e evidente, trata-se de um “olhar qualitativo”. “E trata-se, evidentemente, de observar diferenças entre duas formas que apresentam certas semelhanças (um quadrado e um retângulo) e de notar certas semelhanças entre formas diferentes (um quadrado e um paralelogramo)” (Duval, 2005b, p.9). O olhar agrimensor faz medidas no terreno e consegue passar essas medidas para o plano do papel, mobilizando as propriedades geométricas para fins de medidas. “Ora, o fato de pôr em correspondência não tem nada de natural ou evidente, pois não há procedimento comum para medir as distâncias reais sobre o terreno e para medir as larguras de traçados de um desenho” (Duval, 2005b, p. 9). O olhar do construtor se forma no uso de instrumentos, régua não graduada e o compasso. O aluno pode tomar consciência que uma propriedade geométrica não é apenas uma característica perceptiva. Atualmente, alguns programas computacionais, como, por exemplo, o GeoGebra e o Cabrigéomètre podem substituir o uso desses instrumentos.

O olhar do inventor é aquele que, para resolver um problema, adiciona traços na figura dada, opera sobre a figura e a modifica para descobrir um procedimento de resolução. Nesse caso, todas as apreensões participam das atividades que se encontram envolvidas nesse processo. Esse tipo de olhar exige “[...] uma desconstrução visual das formas perceptivas elementares que se impõem a primeira vista, para poder obter a configuração ou a figura pedida” (Duval, 2005b, p. 11).

A desconstrução visual acontece por meio da decomposição dimensional das formas, permitindo analisar a transformação de uma forma dada em outra de unidade dimensional igual ou menor que figura inicial. Esse processo constitui, segundo Duval (2005b), a marca inicial e decisiva para a aprendizagem da geometria.

A maneira matemática de ver as figuras consiste em decompor qualquer forma discriminada, isto é, reconhecida como uma forma $nD/2D$, em unidades figurais de um número de dimensão inferior àquele dessa forma. Assim, a figura de um cubo ou de uma pirâmide ($3D/2D$) é decomposta em uma configuração de quadrados, triângulos, etc...(unidades figurais $2D/2D$). E os polígonos são, por sua vez, decompostos em segmentos de lados (unidades figurais $1D/2D$). E os lados, ou os segmentos, podem ser decompostos em “pontos” ($0D/2D$). Notemos que, com os pontos, nós saímos de toda a visualização. (Duval, 2005b, p. 18, grifos do autor)

Para enfatizar a característica indomável dessa maneira de ver geometricamente uma figura, faz-se suficiente compará-las a decomposição heurística das formas. A decomposição heurística por divisão mereológica das formas reconhecidas pode ser comparada a um processo de metamorfose/anamorfose. As formas são desconstruídas em unidades figuras com o mesmo número de dimensões da figura dada inicialmente. Essa decomposição pode ser estritamente homogênea, homogênea ou heterogênea (Duval, 2005b).

Quando a decomposição da figura inicial é feita em unidades figurais da mesma forma, diz-se que é estritamente homogênea. Mas, quando a decomposição é feita em unidades figurais diferentes da figura inicial (porém todas com a mesma forma) é chamada por Duval (2005b) de homogênea. Se a decomposição é feita em unidades figurais de formas diferentes entre elas, temos a heterogênea. Esses processos não apresentam o mesmo custo cognitivo na resolução de um problema, tendo em conta que nas decomposições homogêneas as transformações são visualmente reversíveis, ao passo que nas decomposições heterogêneas elas não são visualmente reversíveis.

Para uma figura inicial determinada por um enunciado de problema, há na realidade, várias decomposições mereológicas possíveis, mas todas não conduzem à solução do problema. Às vezes, acontece que aquelas que o conduzem, não são

diretamente visíveis sobre a figura. Melhor dizendo, há situações em que a figura ajuda a ver e outras em que ela impede de ver. (Duval, 2005b, p. 19)

Assim, a decomposição mereológica apresenta certa especificidade, pois ela pode ocorrer fisicamente, graficamente ou simplesmente olhando a figura, proporcionando o seu distanciamento com o discurso matemático. Contudo, a visualização e o discurso constituem, segundo Duval (2005b), dois tipos de funcionamento cognitivo que devem ser articulados, que são de suma importância e absolutamente decisivos para a aprendizagem da geometria, porque “[...] a atividade geométrica repousa sobre a sinergia cognitiva desses registros de representação” (Duval, 2005b, p. 42).

Essa sinergia se torna ainda mais evidente e necessária no processo de decomposição por construção dimensional das formas, uma vez que essa ação está inteiramente subordinada a um discurso axiomático ou axiomatizável. “Enquanto a decomposição mereológica pode ser efetuada ou simulada materialmente com objetos físicos que se separa e que se reúne de uma maneira, a construção dimensional não pode ser materializada” (Duval, 2005b, p. 20).

A desconstrução dimensional das formas representa uma revolução cognitiva na organização e no reconhecimento perceptivo das formas. Dificilmente uma figura D2 é reconhecida em suas dimensões menores numa primeira vista e isso leva Duval (2003) a fazer três observações:

- qualquer atividade geométrica em uma figura implica deslocamentos na escala de dimensões D3-D0 [...] - unidades figurativas que podem ser vistas ou reconhecidas em uma figura são sempre relativos a um número específico de dimensões necessárias para o olhar ou aquele que é imposto na maneira de olhar. [...] - dividir dimensionalmente uma unidade figurativa D_n em uma configuração da unidade D_{n-1} é uma operação totalmente diferente da quebra gestaltica de uma configuração de formas D2 em outras formas D2. (Duval, 2003, p. 45-46)

Essas observações nos fazem compreender as especificidades das figuras geométricas em comparação aos demais tipos de visualização semiótica. Elas apresentam uma importante originalidade “[...] as unidades figurativas discerníveis em uma figura não são constantes, mas podem variar tanto dimensionalmente como gestalticamente, dependendo do problema a ser resolvido” (Duval, 2003, p. 46).

Essas tendências pesadas da visualização icônica vão contra o desenvolvimento do que deve tornar o gesto reflexo para poder fazer da geometria: *decompor toda forma*, que se reconhece de emblema em um conjunto de traços ou em qualquer figura de ponto de partida, *em uma configuração de outras unidades figurais* do mesmo número de dimensões ou de um número inferior de dimensões. (DUVAL, 2005b, p. 10, grifos do autor)

Essa maneira de ver as figuras contraria a ordem didática de introdução dos conhecimentos geométricos na escola. A organização da aquisição dos conhecimentos propostos nos manuais escolares privilegia a geometria euclidiana que segue a ordem crescente de dimensões: pontos (D0) → segmento de reta (D1) → polígonos (D2) → poliedros (D3). De certa forma, parece que a introdução aos estudos da geometria feita nessa ordem, seria o caminho mais fácil de compreensão. Contudo,

Isso vai, então, em sentido contrário do trabalho longo e necessário de construção dimensional para entrar a compreensão dos conhecimentos geométricos. Privilegiar essa ordem retorna a fazer como se a construção dimensional fosse evidente, enquanto é contrária ao funcionamento normal e intuitivo da visualização. (Duval, 2005b, p. 49, grifos do autor)

Nesse sentido, poderíamos nos perguntar: que tipos de atividades podem ser propostas aos anos iniciais do ensino fundamental para promover a mudança dimensional no olhar que a visualização geométrica tanto requer? De acordo com Duval (2003), nem as construções de figuras, nem a reprodução de figuras são atividades que promoverão a passagem do olhar icônico ao não icônico. Para ele é indispensável propor atividades de “[...] restauração de figuras, que levantam problemas reais para sair de uma visão espontânea de unidades D2 para uma análise em termos de unidades D1 e também para aprender a quebrar a estabilidade das unidades D2 identificadas à primeira vista” (Duval, 2003, p. 46).

4 UMA PROPOSTA DE CURRÍCULO PARA POSSIBILITAR O DESENVOLVIMENTO DO OLHAR EM GEOMETRIA NOS ANOS INICIAIS DO ENSINO FUNDAMENTAL

Pensar numa proposta curricular, para a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental, levando em consideração o ponto de vista cognitivo na aquisição dos conhecimentos matemáticos é o nosso grande desafio! E isso se agrava ainda mais no contexto atual, em que as políticas educacionais brasileiras estabelecem diretrizes curriculares que propõem um ensino baseado no desenvolvimento de competências e habilidades para a Educação Básica. Na contramão dessa concepção de ensino e em concordância com Duval (2015), aferimos que a atividade matemática, em especial a geometria, pode colaborar com a educação das nossas crianças, promovendo o seu desenvolvimento individual e intelectual.

A atividade matemática é um tipo de atividade que, apesar de sua universalidade cultural, apesar de seu caráter puramente intelectual, supõe uma maneira de

pensar que não é nada espontânea para a grande maioria dos alunos e de adultos. Necessita modos de funcionamento cognitivos que requerem a mobilização de sistemas específicos de representação. Esses sistemas constituem registros de representação semiótica. (Duval, 2004b, p. 24)

Segundo Duval (2004a), as representações semióticas não são somente para fins de comunicação, mas também são essências para as atividades cognitivas do pensamento, tanto para a criação de objetos matemáticos como para a sua apreensão. Diferentemente de outros campos científicos, os objetos matemáticos não são acessíveis fisicamente ou por meio de instrumentos. Sendo assim, “O acesso aos objetos matemáticos passa necessariamente pelas representações semióticas” (Duval, 2005a, p. 21).

Dentre a diversidade de representações semióticas, Duval (2005a) reúne-as em quatro grandes grupos, sendo eles: a linguagem natural, as escritas algébricas e formais, as figuras geométricas e as representações gráficas. A partir dos diferentes registros de representação semiótica, Duval (2012a) formula a ideia central da sua teoria: “A compreensão (integral) de um conteúdo conceitual repousa sobre a coordenação de ao menos dois registros de representação, e esta coordenação se manifesta pela rapidez e a espontaneidade da atividade cognitiva de conversão” (Duval, 2012a, p. 282). Contudo, essa coordenação não tem nada de natural, tendo em vista que dificilmente um aluno reconhece o mesmo objeto matemático em registros diferentes. Esse isolamento de registros conduz um aprendizado as cegas, refém de regras e procedimentos algoritmizáveis, não permitindo ao aluno exercer a sua autonomia intelectual.

De certa forma, a organização dos programas de ensino e as diretrizes curriculares oficiais¹ podem estar contribuindo para esse cenário. Nesses programas, os conhecimentos matemáticos são organizados em função de noções matemáticas que devem servir como pré-requisitos para aprendizagens posteriores. E no contexto atual brasileiro, temos ainda um ensino pautado no desenvolvimento de habilidades e competências. Ou seja, a organização dos conhecimentos matemáticos “[...] se faz pelo viés dos objetos e em absoluto pelo viés dos sistemas de produção de representações. [...] Falar de registro de representação é, ao contrário, analisar os conhecimentos matemáticos pelo lado do sistema de produção” (Duval, 2004b, p. 63). Essa perspectiva de análise se fundamenta por duas razões: a primeira é que “A atividade matemática mobiliza simultaneamente ou alternativamente vários sistemas semióticos, alguns

¹ No Brasil, atualmente, temos como referência a Base Nacional Comum Curricular.

vinculados com o funcionamento cognitivo comum (a língua natural) e outros criados pela necessidade do desenvolvimento da atividade matemática” (Duval, 2004b, p. 63). A mobilização desses sistemas semióticos e a passagem de um sistema para outro na representação do objeto matemático, provoca, segundo Duval (2004b), problemas específicos que não são de ordem conceitual.

A segunda perspectiva parte do pressuposto que a preocupação no ensino da educação básica não deva ser tanto com a aquisição de tal ou qual conhecimento matemático, mas o desenvolvimento das capacidades de pensamento que acontecem por meio deles.

O desenvolvimento dessas capacidades depende de aquisições funcionais de diferentes sistemas que se requerem para a compreensão de todos os conhecimentos que ele deverá adquirir não somente na escola, mas depois dela. Estamos em um mundo na qual nenhum indivíduo pode aprender de antemão o que lhe será profissionalmente ou humanamente útil. O desafio do ensino na formação inicial é dar as crianças ou ao pré-adolescente os meios para compreender e aprender por ele mesmo. Trata-se, pois, de formar sujeitos autônomos em suas etapas do desenvolvimento intelectual, incluídas as matemáticas. (Duval, 2004b, p. 63-64)

Isso nos faz pensar na possibilidade de que a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental esteja diretamente relacionada aos elementos que perpassam os diferentes registros de representação semiótica que esses entes geométricos mobilizam. Em outras palavras, a variedade de sistemas de representação semiótico, utilizados para referenciar os objetos geométricos, permite o desenvolvimento de capacidades intelectuais capazes de promover a passagem do olhar icônico ao não icônico.

O desenvolvimento dessas capacidades intelectuais pode estar relacionado com o que chamamos aqui, a partir de Duval (2004a, 2004b, 2005b), de “*Elementos transversais para a aprendizagem da geometria*”, sendo eles: as mudanças de dimensão, as apreensões em geometria e os olhares em geometria. Esses elementos não dizem respeito a um conteúdo em específico, eles se referem a um modo de conceber o processo de aprendizagem da geometria, uma forma de adentrar nas maneiras de raciocinar em geometria. Nesse sentido, os elementos transversais para a aprendizagem da geometria possibilitam abordar os diferentes registros de representação semiótica para um mesmo objeto geométrico de forma integrada levando em consideração as dificuldades cognitivas que se apresentam nesse processo de mobilização entre esses diferentes registros. Qualquer que seja a representação do objeto geométrico e as suas

possibilidades de conversão, eles carregam consigo os elementos transversais para a sua aprendizagem.

A transversalidade é entendida aqui como uma forma de organizar o trabalho didático-pedagógico da aprendizagem da geometria tomando como direcionamento dessa atividade as representações semióticas e os processos cognitivos presentes em todas as mudanças dimensionais. Ela orienta para a necessidade de se instituir na prática educativa da geometria, dos anos iniciais do ensino fundamental, a importância não só das representações semióticas, mas dos sistemas de produção dessas representações. Nessa abordagem, os elementos transversais para a aprendizagem da geometria possibilitarão a autonomia intelectual do aprendiz. A ideia dos “Elementos transversais para a aprendizagem da geometria” pode ser sintetizada no esquema da figura a seguir:

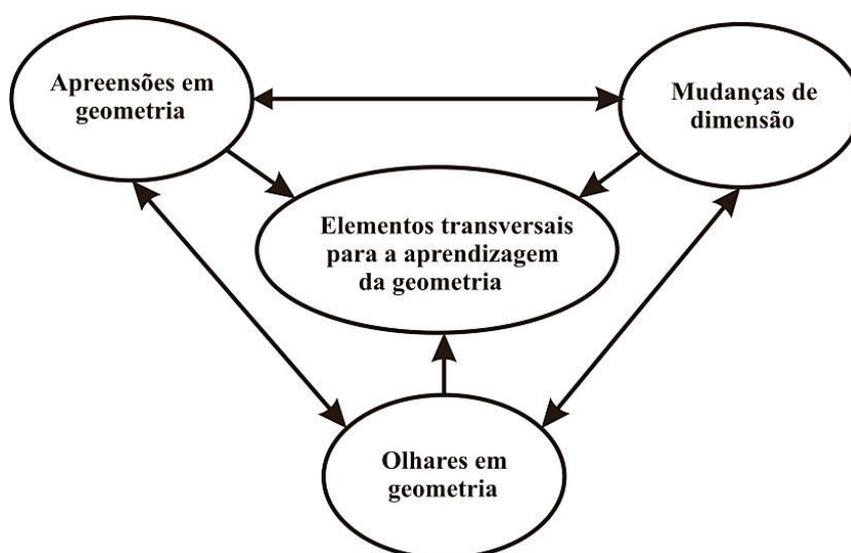


Figura 2: Elementos presentes na aprendizagem da geometria
Fonte: Os autores

Na aprendizagem da geometria, ou das matemáticas, o acesso ao objeto matemático e a compreensão conceitual, de acordo com Duval (2012a), depende da coordenação de, no mínimo, dois registros de representação semiótica. Nesse processo de conversão e coordenação dos diferentes registros é que entram em jogo os elementos transversais para a aprendizagem da geometria, uma vez que, eles irão possibilitar operar com essas formas e promover o desenvolvimento e o aprimoramento do olhar para a geometria por meio das mudanças de dimensões, das apreensões e dos olhares em geometria. Aferimos que esses elementos transversais podem favorecer a tomada de consciência em geometria. Isso porque, para Duval (2005b) o fato de ver uma figura em

geometria é uma atividade cognitiva muito mais complexa do que o simples fato de reconhecimento daquilo que uma imagem mostra.

Por esse motivo, é importante que se conduza a aprendizagem da geometria, nos anos iniciais do ensino fundamental, considerando que esses elementos precisam estar inseridos no contexto da aprendizagem do objeto geométrico. São eles os responsáveis pela conexão entre os diferentes registros de representação do ente geométrico e nessa articulação a aprendizagem de conteúdos específicos irá emergir, uma vez que mudando a representação um novo conteúdo pode ser contemplado. Os elementos transversais se fazem presente durante todo o processo do pensamento geométrico, pois eles irão conduzir os olhares e as apreensões em geometria por meio da mudança dimensional dessas formas, possibilitando a tomada de consciência. “É a tomada de consciência dessas operações figurais que permite entrar na maneira matemática de ver em geometria” (Duval, 2011, p. 85). O desenvolvimento do pensamento geométrico transcende a geometria como uma disciplina escolar, ela possibilita uma maior conexão com as demais disciplinas curriculares e na relação com o ambiente cultural e social.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nos anos iniciais, geralmente, o estudo da geometria fica centrada no olhar icônico em que a apreensão perceptiva fala mais alto. Dificilmente as crianças são desafiadas a fazer a decomposição das formas para poder operá-las. Nas orientações dos documentos oficiais, o estudo da geometria nos anos iniciais parece caminhar nessa perspectiva, esperando “[...] que os alunos indiquem características das formas geométricas tridimensionais e bidimensionais, associem figuras espaciais a suas planificações e vice-versa. Espera-se, também, que nomeiem e comparem polígonos, por meio de propriedades relativas aos lados, vértices e ângulos” (BNCC, 2017, p. 270). Será que a aprendizagem da geometria conduzida por esse viés é capaz de promover a passagem dos olhares icônicos aos não icônicos?

A ideia defendida nesse trabalho é de que pode existir no processo de aprendizagem da geometria elementos transversais que possibilitam a passagem do olhar icônico ao não icônico. Porém, essa passagem não acontece por meio de um conteúdo geométrico específico, mas sim, pela ação cognitiva que é acionada quando da decomposição dimensional das formas. Nesse processo de conduzir o olhar em

geometria as apreensões perceptivas precisam operar conjuntamente com as discursivas. Desse modo, os elementos transversais que encontramos, a partir de Duval, dizem respeito às ações que devem ser mobilizadas no desenvolvimento do trabalho didático-pedagógico para ver geometricamente.

Há necessidade de se criar uma prática educativa, por meio de uma possível proposta curricular, que se preocupe mais com os elementos transversais que se fazem presentes no processo da aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental. Uma proposta curricular nacional que se pautar nos sistemas de produção de representações, em que os objetivos para a aprendizagem da geometria considerem além dos objetos geométricos, os seus sistemas produtores de representações semióticas. E esses sistemas, a nosso ver, a partir de Duval, são contemplados por meio dos elementos transversais para a aprendizagem da geometria.

REFERÊNCIAS

- Apple, M. W. (2005). A política do conhecimento oficial: faz sentido a ideia de um currículo nacional? In A. Moreira, & T. Silva. (Orgs.), *Currículo, cultura e sociedade*. (pp. 59-91). Petrópolis: Cortez.
- Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. (2017). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília. Recuperado de <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/#/site/inicio>
- Duval, R. (2003). Décrire, visualiser ou raisonner : quels “apprentissages premiers” de l’activité mathématique? In *Annales de didactique et sciences cognitives*. Recuperado de <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/>
- Duval, R. (2004a). *Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Tradução de Myriam Vega Restrepo. Santiago de Cali: Universidade del Valle – Instituto de Educación y Pedagogía.
- Duval, R. (2004b). Los problemas fundamentales em el aprendizaje de las matemáticas y las formas superiores em el desarrollo cognitivo. Traducción: Myriam Vega Restrepo. Colombia: Merlín I. D. Cali.
- Duval, R. (2005a). Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In S. A. MACHADO, *Aprendizagem em matemática*. (pp. 11-33). São Paulo: Papirus.
- Duval, R. (2005b) Les conditions cognitives de l’ apprentissage de la geometrie: développement de la visualisation, différenciation des raisonnements et coordination de leur fonctionnements. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. Recuperado de <https://mathinfo.unistra.fr/irem/publications/adsc/>

- Duval, R. (2011). *Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar os registros de representações semióticas*. São Paulo: Proem Editora.
- Duval, R. (2012a). Diferenças semânticas e coerência matemática: introdução aos problemas de congruência. *Revemat*. Recuperado de <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>
- Duval, R. (2012b). Abordagem cognitiva de problemas de geometria em termos de congruência. *Revemat*. Recuperado de <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>
- Duval, R. Mudanças, em curso e futuras, dos sistemas educacionais: Desafios e marcas dos anos 1960 aos anos...2030! (2015). *Revemat*. Recuperado de <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>
- Duval, R. (2018). Como analisar a questão crucial da compreensão em matemática? *Revemat*. Recuperado de <http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>
- Moretti, M. T. (2013). Semiosfera do olhar: um espaço possível para a aprendizagem da geometria. *Acta Scientiae*. Recuperado de <http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta/article/view/568>
- Silva, T. T. (2010). *Documentos de identidade: uma introdução às teorias do currículo*. Belo Horizonte: Autêntica.

NOTAS

TÍTULO DA OBRA

Elementos transversais para a aprendizagem da geometria nos anos iniciais do ensino fundamental: uma proposta de currículo possível

Selma Felisbino Hillesheim

Mestra em Educação Científica e Tecnológica- UFSC

Universidade Federal de Santa Catarina, Doutoranda no Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica, Florianópolis, Brasil

selmaf@yahoo.com.br

 <https://orcid.org/0000-0001-6919-442X>

Méricles Thadeu Moretti

Doutor em Educação Matemática

Universidade Federal de Santa Catarina, Professor titular em exercício voluntário na Universidade Federal de Santa Catarina - UFSC. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica - PPGECT/UFSC, Florianópolis, Brasil

mthmoretti@gmail.com

 <https://orcid.org/0000-0002-3710-9873>

Endereço de correspondência do principal autor

Rua geral Varginha, S/Nº, Bairro Varginha, CEP: 88140-000 Santo Amaro da Imperatriz, SC, Brasil.

AGRADECIMENTOS

Não se aplica.

CONTRIBUIÇÃO DE AUTORIA

Concepção e elaboração do manuscrito: S.F. Hillesheim, M.T. Moretti

Discussão dos resultados: S.F. Hillesheim, M.T. Moretti

Revisão e aprovação: S.F. Hillesheim, M.T. Moretti

CONJUNTO DE DADOS DE PESQUISA

Todo o conjunto de dados que dá suporte aos resultados deste estudo foi publicado no próprio artigo.

FINANCIAMENTO

Não se aplica.

CONSENTIMENTO DE USO DE IMAGEM

Não se aplica

APROVAÇÃO DE COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA

Não se aplica.

CONFLITO DE INTERESSES

Não se aplica.

LICENÇA DE USO

Os autores cedem à **Revemat** os direitos exclusivos de primeira publicação, com o trabalho simultaneamente licenciado sob a [Licença Creative Commons Attribution](#) (CC BY) 4.0 International. Esta licença permite que **terceiros** remixem, adaptem e criem a partir do trabalho publicado, atribuindo o devido crédito de autoria e publicação inicial neste periódico. Os **autores** têm autorização para assumir contratos adicionais separadamente, para distribuição não exclusiva da versão do trabalho publicada neste periódico (ex.: publicar em repositório institucional, em site pessoal, publicar uma tradução, ou como capítulo de livro), com reconhecimento de autoria e publicação inicial neste periódico.

PUBLISHER

Universidade Federal de Santa Catarina. Grupo de Pesquisa em Epistemologia e Ensino de Matemática (GPEEM). Publicação no [Portal de Periódicos UFSC](#). As ideias expressadas neste artigo são de responsabilidade de seus autores, não representando, necessariamente, a opinião dos editores ou da universidade.

EDITOR

Méricles Thadeu Moretti e Rosilene Beatriz Machado

EDITOR DA EDIÇÃO ESPECIAL

Claudia Lisete Oliveira Groenwald

HISTÓRICO

Recebido em: 27-11-2019 – Aprovado em: 07-01-2020.

