

A INFLUÊNCIA DOS ENUNCIADOS E DOS MATERIAIS NO ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA PARA ALUNOS SURDOS E PARA ALUNOS COM DEFICIÊNCIA VISUAL

Claudia Segadas-Vianna¹
Fábio Garcia Bernardo²
Flávia Cardoso Pereira³
Júlio César dos Santos Moreira⁴
Rodrigo Cardoso dos Santos⁵
Wagner Rohr Garcez⁶

Resumo: O presente trabalho é um recorte de um estudo mais amplo, no qual foram adaptadas e aplicadas cerca de vinte atividades de análise combinatória para alunos com deficiência visual e para alunos surdos. Algumas atividades foram desenvolvidas pelos autores e outras adaptadas de livros didáticos e artigos. Temos como objetivos detalhar a aplicação e discutir a influência dos recursos e da formulação dos enunciados na resolução de dois problemas. Os percursos metodológicos incluíram as etapas de produção e adaptação de materiais; aplicação das atividades com apresentação em Libras (Língua Brasileira de Sinais); e discussão dos resultados observados. Corroborando com os referenciais pesquisados, foi possível concluir a importância da apresentação dos enunciados dos problemas em Libras e utilização de recursos visuais que facilitassem seu entendimento para os surdos, bem como a utilização de materiais táteis que pudessem permitir aos alunos com deficiência visual compreender os problemas, assim como auxiliar na resolução dos mesmos.

Palavras-chave: Análise Combinatória. Ensino de Matemática. Deficientes Visuais. Surdos.

THE INFLUENCE OF STATEMENTS AND MATERIALS ON THE TEACHING OF COMBINATORY ANALYSIS FOR DEAF STUDENTS AND VISUALLY IMPAIRED STUDENTS

Abstract: This work is part of a larger study in which were adapted and applied about twenty combinatorial activities for visually impairment students and for deaf students. Some activities were developed by the authors and others were adapted from textbooks and papers. We aim to detail the application and discuss the influence of resources and of the statements of the problems in resolution strategies of two of them. The methodology included the steps of production and adaptation of the materials; applying the activities using Libras (Brazilian Sign Language); and discussion of the results. In accordance with related work, we observed the importance of translating problem statements into Libras and using visual aids to facilitate understanding for deaf students, as well as using tactile materials that could allow visually impairment students to understand the problems, as well as

¹ Doutora, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, claudia@im.ufrj.br

² Mestre, Instituto Benjamin Constant – IBC, fabiobernardo@ibc.gov.br

³ Licencianda, Universidade Federal do Rio de Janeiro – UFRJ, flavia.cardp@ufrj.br

⁴ Mestre, Instituto Nacional de Ensino de Surdos – INES, jmoreira@ines.gov.br

⁵ Mestrando, Secretaria de Estado de Educação – SEEDUC-RJ, rodrigo_cardoso_santos@hotmail.com

⁶ Mestre, Instituto Benjamin Constant – IBC, wagnergarcez@ibc.gov.br

assisting them in the resolution.

Keywords: Combinatorial Analysis. Mathematics Teaching. Visually Impaired. Deaf.

Introdução

A proposta de pesquisa desenvolvida pelos autores deste trabalho é explorar o conteúdo de análise combinatória, considerando as especificidades dos alunos com deficiência visual e dos alunos surdos.

A análise combinatória é um dos ramos mais antigos da matemática e sua origem remonta ao século XVI, com a importância dada, na época, aos jogos de azar (VILENKIN, 1971, apud ABRAMOVICH & PIEPER, 1996). O ensino de combinatória no Brasil, tradicionalmente, iniciava-se somente no Ensino Médio e recebia pouca atenção no currículo escolar antes desse segmento da Educação Básica. Entretanto, há muito tempo já se discute o quanto esta situação precisa ser revertida. Desde a década de 70, a educadora Maria Laura Leite Lopes, por exemplo, apontava que as ideias de combinatória, estatística e probabilidade deveriam estar presentes desde cedo na vida da criança, dando como exemplos os jogos, a expectativa de um acontecimento e as possibilidades de escolha de um investimento (LOPES, 1977). Concordando com essa visão, entendemos que, introduzindo o conteúdo através de problemas simples, não há razão de retardar a abordagem somente para as séries finais da Educação Básica, inclusive porque seu ensino, diferentemente de outros tópicos da matemática, não exige muitos pré-requisitos.

Atualmente, pode-se notar que diversos livros didáticos de Ensino Fundamental apresentam problemas para introdução ao tópico. Os documentos oficiais e as orientações curriculares também sugerem que o ensino de combinatória seja introduzido desde o Ensino Fundamental argumentando que:

[...] o emprego de problemas envolvendo combinatória leva o aluno, desde cedo, a desenvolver procedimentos básicos como a organização dos dados em tabelas, gráficos e diagramas, bem como a classificação de eventos segundo um ou mais critérios, úteis não só em Matemática, como também em outros campos, o que reforça a argumentação dos defensores de seu uso desde as séries iniciais do ensino fundamental. (BRASIL, 1998, p.137)

No sentido de desenvolver as habilidades acima, Kapur (1970) alerta que não deve

haver introdução precoce de fórmulas. O autor observa ainda que a combinatória dispõe de problemas para os diversos anos de escolaridade, podendo ser usada para levar os alunos a enumerar, fazer conjecturas, generalizar e ter pensamento sistemático. Além disso, lembra que esse conteúdo possui aplicações internas ou não à matemática.

Considerando uma abordagem introdutória, trabalhamos problemas cujos significados se remetem ao produto cartesiano, às permutações e arranjos, sem que esses termos fossem utilizados ou definidos para os alunos. De acordo com Pessoa e Borba (2009), os problemas que se remetem ao produto cartesiano abordam dados de dois conjuntos distintos, que serão agrupados ou combinados para formar um novo conjunto. Os problemas de permutação sugerem a ideia de trocar ordens e posições para se formar as permutações e possibilidades. Por fim, os problemas de arranjo, trazem situações com grupos ou conjuntos maiores com objetivo de se formar novos subgrupos, onde a ordem dos elementos escolhidos se revela importante para a composição das possibilidades.

Foram trabalhadas cerca de vinte atividades, algumas desenvolvidas pelos autores e outras adaptadas de livros didáticos e artigos científicos. Neste trabalho, serão apresentadas duas dessas atividades, onde buscamos detalhar a aplicação; discutir e analisar a influência dos materiais manipuláveis em sala de aula, para os alunos com deficiência visual; e a formulação dos enunciados e da sua apresentação em Libras, para os alunos surdos.

Em linhas gerais, procuramos utilizar, de forma significativa, os princípios aditivo e multiplicativo, pois os alunos podem resolver diversos problemas utilizando essas estratégias. O trabalho foi desenvolvido e testado com alunos cegos e com baixa visão do Instituto Benjamin Constant (IBC) e com alunos surdos do Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES), e tem se revelado importante para a introdução do conteúdo de análise combinatória.

Na seção a seguir iremos apresentar alguns subsídios teóricos para esta pesquisa, tendo como base o uso de recursos. O termo recurso, em geral, refere-se a materiais manipuláveis ou tecnologias. De fato, esses desempenham um papel primordial no ensino, porém iremos além, incluindo também a linguagem escrita e o uso de desenhos para melhor compreensão dos enunciados dos problemas. Inerente ainda à questão dos enunciados, destacamos também a influência da interpretação em Libras - Língua Brasileira de Sinais.

Aspectos teóricos relacionados ao Ensino de Alunos surdos e alunos com Deficiência Visual

Um problema matemático, na sua formulação escrita, se inicia com um enunciado, que o aluno deverá interpretar para extrair as informações necessárias que usará para transformá-lo em linguagem matemática que permitirá sua resolução. Este processo, para ser alcançado com sucesso, não depende somente do conhecimento de fórmulas ou deduções matemáticas pelo aluno.

Segundo Correa e Oliveira (2011):

Uma vez que os problemas em Matemática são apresentados aos alunos sob a forma de um texto escrito, sua resolução depende não apenas do domínio de conceitos matemáticos por parte dos alunos, mas também da interpretação do enunciado do problema, ou seja, do seu texto (p.81).

As autoras observam que somente o conhecimento estrito da matemática não é o suficiente para que uma atividade seja bem-sucedida, mas também que “o conhecimento do mundo e o domínio do gênero de texto a ser lido” (p. 81) são fundamentais.

Se para alunos cuja língua materna é o português, a interpretação dos enunciados se constitui por vezes uma barreira para acessar a matemática presente no problema, o que então dizer sobre alunos cuja língua usada como meio de comunicação é distinta daquela empregada em textos escritos? Assim, para o surdo, o texto escrito está relacionado à sua segunda língua, que é a língua portuguesa, na modalidade escrita, relação essa destacada por Freire (1998 apud COUTINHO, 2015):

É fato que a aprendizagem de uma segunda língua é afetada por uma série de variáveis, mas é necessário reafirmar o papel fundamental da primeira língua na aquisição da segunda. É através dela que o aluno pode levantar hipóteses sobre a segunda língua, bem como ter acesso à instrução numa língua que favoreça a interação entre alunos e professores e a construção do conhecimento entre eles (p. 94).

Oliveira (2005) afirma que “Para que o aprendizado se realize em uma classe de surdos o educador deve estar apoiado em um tripé educacional. Devem estar presentes: a Língua de Sinais, o Conhecimento Matemático e uma Metodologia apropriada” (p. 25). Dessa

forma é importante pesquisar quais são as estratégias adequadas para que os alunos possam compreender verdadeiramente os conceitos trabalhados. O processo de ensino e aprendizagem deve ocorrer apoiado na competência linguística do aluno. O reconhecimento da linguagem como recurso, com sua dimensão cultural, vai de encontro à visão de recursos encontrada em Adler (2000) que amplia essa concepção para além dos materiais.

O fato de valorizar e reconhecer a Libras como língua legítima da comunidade surda, não significa, para nós, o empobrecimento do texto em português de tal forma a desvirtuar seu significado original. Assim, ao aplicarmos as atividades, buscamos identificar os pontos de dificuldade encontrados no texto escrito e, através de intermediação em Libras, um enunciado mais adequado para desenvolver a autonomia do aluno.

Outro fator que auxilia os alunos videntes na compreensão do texto, e em particular os surdos, são os recursos visuais, tanto os que possam vir a ser empregados para a resolução propriamente dita dos problemas (como a árvore das possibilidades), quanto os desenhos para ilustrá-los. Segundo Skliar (1998), “A surdez é uma experiência visual [...]. E isso significa que todos os mecanismos de processamento da informação, e todas as formas de compreender o universo em seu entorno, se constroem como experiência visual” (p. 28).

As representações visuais, no caso dos alunos cegos, não são alcançadas diretamente, mas sim através de modelos que as reproduzam, como maquetes e materiais manipuláveis. Ao pesquisarmos atividades de combinatória em livros didáticos, notamos que algumas delas continham ilustrações e demandavam organização de dados na forma de esquemas e desenhos pictóricos para que pudessem ser solucionadas. Embora o conteúdo a ser ensinado em combinatória não traga na sua essência um apelo visual tão evidente como em geometria, algumas estratégias empregadas para a resolução de problemas são bastante visuais, como a árvore das possibilidades (SEGADAS et al, 2015).

A importância dos recursos didáticos para o ensino dos alunos com deficiência visual já é bem abordada na literatura (BARBOSA, 2003; CERQUEIRA; FERREIRA, 2000; SEGADAS et al, 2007). Cerqueira e Ferreira destacam que recursos adaptados atuam como motivadores ou indutores de questões centrais para a geração de novos conceitos, além de desempenharem um papel central para suprir lacunas.

Vale destacar que a importância do uso de materiais manipuláveis não se limita aos

alunos com deficiência visual, podendo ser utilizados por quaisquer alunos. Na educação de alunos cegos tem particular destaque, dado ao fato de os auxiliarem a acessar concretamente formas que os alunos videntes enxergam. Não necessariamente essas são fiéis à realidade, podem ser uma adaptação ou ainda funcionarem como uma ponte para a criação pessoal de uma representação abstrata que os capacitem a resolver as questões.

Consideramos que os materiais manipuláveis que criamos, as estratégias visuais e a maneira como lidamos com a formulação e apresentação dos enunciados foram recursos importantes que determinaram, em algum momento, o curso do desenvolvimento da prática em sala de aula. Embora a preocupação com a formulação de enunciados deva ser válida para quaisquer alunos, assim como o uso de materiais manipuláveis, nos centramos neste trabalho em duas questões:

- ✓ O quanto a formulação dos enunciados e suas características de redação e ilustração influenciaram na aprendizagem dos alunos surdos e;
- ✓ Como os materiais manipuláveis auxiliaram no acesso ao enunciado e na resolução da atividade para os alunos cegos.

Ainda como uma questão geral, iremos examinar o quanto as intervenções dos professores influenciaram para a compreensão das atividades.

Metodologia

As atividades descritas neste artigo foram aplicadas, testadas e reaplicadas pelos autores do trabalho em turmas do Instituto Benjamin Constant (IBC) e do Instituto Nacional de Educação de Surdos (INES) nos anos de 2014 e 2015. A seguir, apresentamos aspectos metodológicos da aplicação. Comentaremos duas atividades: “Caminhos para a Escola”, aplicada no INES e “Estacionando Carrinhos”, aplicada no IBC.

A atividade “Caminho para a escola” foi aplicada em 2014 em duas turmas de nono ano com doze alunos cada e em 2015 em uma turma de Pré-Vestibular com seis alunos e em uma turma de terceiro ano do Ensino Médio com doze alunos. Os problemas foram entregues, primeiramente, em Língua Portuguesa, e posteriormente, os enunciados foram explicados em Libras.

A atividade intitulada “Estacionando carrinhos” foi aplicada em 2015 em uma turma do nono ano com três alunos cegos e dez com baixa visão. Todos os presentes receberam o enunciado das questões em Braille ou em tinta, no formato ampliado, de acordo com a sua condição visual e um material adaptado que será melhor explorado nos comentários da atividade.

Em ambas as instituições os alunos inicialmente recebiam as questões impressas e as liam de modo individual, para em seguida resolvê-las. As soluções propostas eram então discutidas entre os alunos com a intermediação do professor, que analisava as respostas corretas e incorretas, buscando estabelecer uma metodologia de solução. No INES, foram identificadas as dificuldades de interpretação do texto e posteriormente feita a apresentação do enunciado em Libras pelo professor e pela licencianda que atuou em conjunto. Todas as questões podiam ser resolvidas pelo princípio multiplicativo.

Após a aplicação, relatórios eram elaborados baseados nos relatos dos alunos e nos registros e observações realizadas pelos professores. Com essas informações, as atividades eram (re) discutidas entre os autores que, em algumas situações, as reformulavam para uma futura reaplicação.

Abordagem pedagógica das atividades

Primeira atividade: “Caminho para a Escola”

Foi uma atividade desenvolvida pelos autores e teve como motivação a realidade dos alunos, que em grande maioria, residem em outras cidades do estado e utilizam diariamente os transportes descritos na atividade, bem como vivenciam essa situação de possibilidades e escolhas diariamente.

No INES, optou-se por apresentar a atividade, primeiramente, sob forma de texto escrito e, posteriormente, em Libras, sendo essa ordem escolhida propositalmente para identificarmos as dificuldades e possíveis soluções de interpretação dos enunciados.

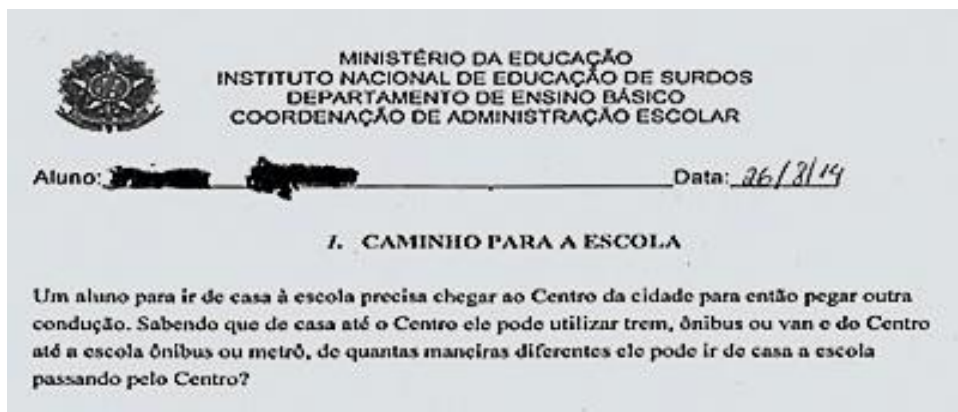
O enunciado dessa atividade, introdutória ao conteúdo de combinatória, na forma original como foi aplicada em 2014 encontra-se a seguir.

1ª Versão

Um aluno para ir de casa à escola precisa chegar ao centro da cidade para então pegar outra condução. Sabendo que de casa até o centro ele pode utilizar trem, ônibus ou van e do centro até a escola ônibus ou metrô, de quantas maneiras diferentes ele pode ir de casa à escola passando pelo centro?

Nas respostas, verificamos que os alunos relataram sua experiência pessoal, narrando como faziam para chegar à escola. Nessa versão, no cabeçalho da folha entregue, pedia-se o nome do participante da pesquisa, para ser escrito ao lado da palavra “Aluno” que também aparece no enunciado.

Figura 1: Cabeçalho e enunciado da primeira versão da atividade “Caminhos para a escola”

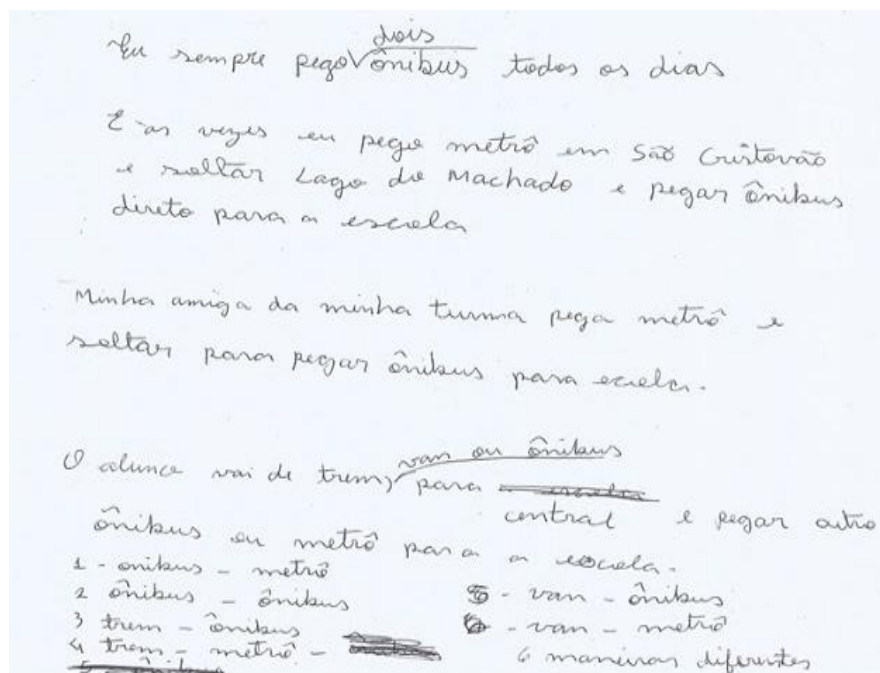


Fonte: Os autores

Os alunos tiveram dificuldade de perceber que se tratava de uma situação hipotética em que só haveria as opções descritas no enunciado. Uma das alunas, por exemplo, sinalizou “eu só pego metrô”. Pensamos a princípio, que a palavra “Aluno” no cabeçalho poderia ter sido a razão desse fato. Pedimos então que pensassem em um personagem chamado “João”, que desejava ir de casa até a escola passando pelo centro da cidade, entretanto, eles ainda imaginavam apenas a sua realidade ou registravam a opção do colega, como mostra a Figura 2.



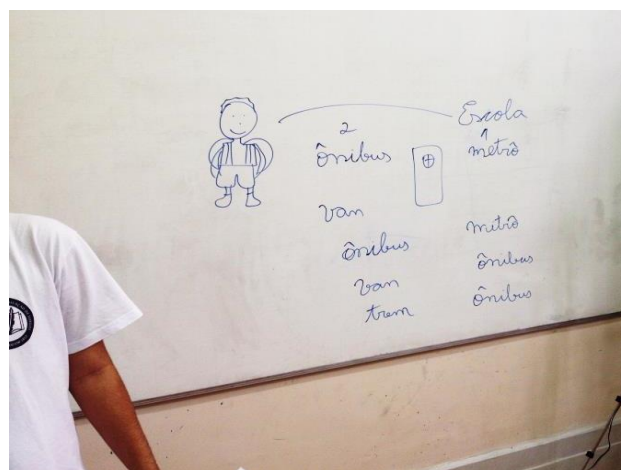
Figura 2: Exemplo de resposta de uma aluna surda



Fonte: Os autores

Um aluno se prontificou para escrever a resolução no quadro (Figura 3).

Figura 3: Aluno apresentando sua resposta no quadro



Fonte: Os autores

Notamos que ele não escreveu as opções de forma sistemática, porém sua ilustração

foi útil para que os demais alunos pudessem compreender a proposta da atividade e participassem sugerindo as maneiras possíveis de percorrer o caminho até a escola. Numa aplicação posterior, substituímos a palavra “aluno” por “pessoa” no enunciado. Entretanto, o problema de o aluno apresentar sua própria experiência como resposta permaneceu. Apenas quando apresentamos uma questão com propósitos análogos, onde um ratinho teria que fazer opções de caminhos entre três pontos de uma casa, foi que notamos a questão da identificação do aluno com a pessoa genérica se resolveu.

Outra situação que nos chamou a atenção é que os alunos surdos liam o enunciado da atividade de forma incompleta. Uma aluna da sala, por exemplo, ao explicar aos seus colegas o que estava escrito no enunciado da questão, transcreveu para Libras apenas as palavras que não estão omitidas na Figura 4 (comparar com a primeira versão do enunciado).

Figura 4: Um exemplo de como uma das alunas surdas leu uma das primeiras versões do enunciado

CAMINHO PARA A ESCOLA

aluno ir casa escola precisa chegar centro cidade
 . Sabe casa até centro pode
 trem, ônibus ou van até escola ônibus ou metrô,
 casa à escola
centro?

Fonte: Os autores

Nota-se que termos importantes como *condução*, *maneiras*, *possibilidades* e *centro* eram desconhecidas em seu vocabulário. Ao se depararem com essas palavras, eles nos questionavam sobre o que significavam. Esclarecíamos as dúvidas, fazendo a interpretação do enunciado em Libras, por vezes utilizando palavras similares e/ou sinais que representavam seu sinônimo, por exemplo, no lugar de “condução” utilizamos “transporte”.

Assim, nos remetemos a Correa e Oliveira (2011), que apontam que, para resolver problemas matemáticos apresentados sob a forma escrita, os alunos não somente deverão dominar os conceitos matemáticos envolvidos em cada questão apresentada, como também devem saber interpretar o enunciado.

A seguir apresentamos o enunciado reescrito baseado nas discussões feitas a partir da primeira aplicação dessa atividade.

2ª Versão

Uma pessoa para ir de casa à escola deve passar pelo centro da cidade. Sabe-se que de casa até o centro, ela pode utilizar trem, ônibus ou van e do centro até a escola, ônibus ou metrô.

- a) De quantas maneiras a pessoa pode ir de casa ao centro?*
- b) De quantas maneiras a pessoa pode ir do centro à escola?*
- c) De quantas maneiras diferentes a pessoa pode ir de casa à escola, sabendo que de casa ao centro ela foi de trem?*
- d) Quais são os possíveis modos da pessoa ir de casa à escola?*
- e) Quantas são as maneiras da pessoa ir de casa à escola?*

O problema apresenta cinco questionamentos que foram organizados de forma que o aluno pudesse gradativamente ir construindo um raciocínio apropriado para chegar à resposta final no último item. O aluno poderia listar todas as possibilidades ou utilizar o Princípio Multiplicativo, ainda que esse não tivesse sido definido formalmente até o momento da aplicação. A inclusão de mais itens na questão auxiliou-os na organização e construção de um raciocínio sistemático para solução da questão.

A utilização de recursos visuais mostrou-se também relevante para a compreensão do problema. Na segunda versão, incluímos para os alunos surdos o seguinte desenho (Figura 5).

Figura 5: Primeira figura da segunda versão



Fonte: Os autores

Entretanto, segundo os alunos, a figura anterior não contribuía para interpretação do enunciado, alguns inclusive questionaram a obrigatoriedade de se passar pelo centro. Após várias modificações, com a preocupação que o desenho por si só não revelasse a resposta final, chegamos à Figura 6.

Figura 6: Segunda figura da segunda versão



Fonte: Os autores

De acordo com o depoimento dos alunos, nessa forma ficava claro as condições propostas pelo enunciado.

Esses recursos visuais, conforme já nos referimos anteriormente são ferramentas que podem auxiliar muito os alunos surdos (SKLIAR, 1998).

Vimos assim que influenciaram para a resolução dessa atividade a modificação do enunciado, o uso de recursos visuais e a interpretação em Libras, que favoreceu a transposição da situação problema para o contexto matemático.

Segunda atividade: Estacionando carrinhos

Essa foi uma atividade inspirada em um problema que consta no artigo de Batanero, Navarro-Pelayo e Godino (1997). Fizemos algumas alterações, inclusões de itens e ilustrações no enunciado.

Um estacionamento, dependendo do horário, tem maior ou menor ocupação de vagas. Em alguns momentos há sobra de vagas e em outros momentos nem todos os carros conseguem estacionar. Para cada uma das situações abaixo, determine de quantas maneiras diferentes os carros podem ser estacionados.

- a) Há três carros (A, B e C) para serem estacionados em três vagas numeradas, por exemplo: o carro A pode estar na vaga 1, o carro C na vaga 2 e o carro B na vaga 3.



b) *E se fossem quatro carros (A, B, C e D) para quatro vagas (1, 2, 3 e 4)?*



c) *E se fossem quatro carros (A, B, C e D) para duas vagas (1 e 2)?*

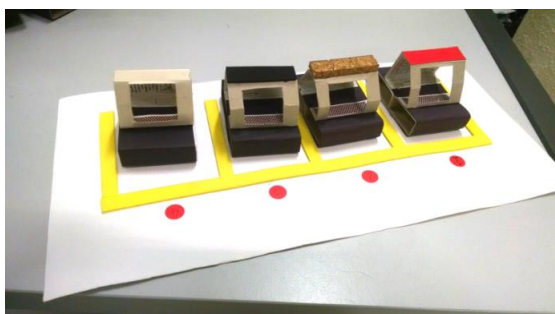


d) *E se fossem dois carros (A e B) para quatro vagas (1, 2, 3 e 4)?*



No IBC, os alunos receberam o enunciado em braille e em tinta, no formato ampliado. Nessa atividade, preparamos um material auxiliar composto por um pedaço de cartolina representando o estacionamento com quatro vagas em relevo, e quatro “carrinhos” feitos de caixas de fósforo, nomeados A, B, C e D, diferenciados pelo tipo de textura na parte superior de cada caixa, como mostra a figura 7, a seguir:

Figura 7: Material produzido e adaptado pelos autores



Fonte: Os autores

Após a leitura da atividade, foi solicitado aos alunos que respondessem os itens,

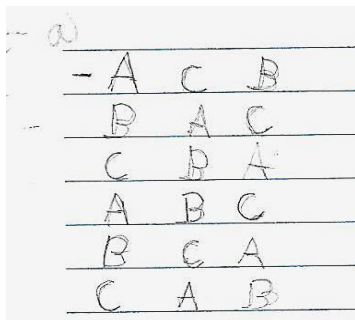
registrando, sempre que necessário, os modos possíveis de dispor os carros nas vagas, valendo-se ou não do material auxiliar.

É importante ressaltar que os alunos, até o momento, ainda não haviam sido instruídos acerca de questões desta natureza, logo, as estratégias para resolução e o princípio fundamental da contagem eram desconhecidos para eles. Isto resultou na dificuldade de alguns em iniciar o problema, necessitando da intervenção do professor que os orientou a listar as possibilidades, observando o exemplo dado no enunciado.

No item (a), foi solicitado aos alunos que desconsiderassem uma das vagas contida no material tátil disponibilizado. Os alunos testaram as possibilidades, com o auxílio do material, porém não as registraram, o que fez com que se perdessem na contagem, repetindo algumas maneiras e não percebendo outras. Por essa razão, sugerimos que fixassem um carrinho sempre na primeira posição para que organizassem as possibilidades de maneira sistemática.

Dessa forma, considerando o número reduzido de possibilidades, todos os alunos conseguiram fazer. É importante observar as distintas maneiras usadas por dois alunos com baixa visão para registrarem as possíveis soluções.

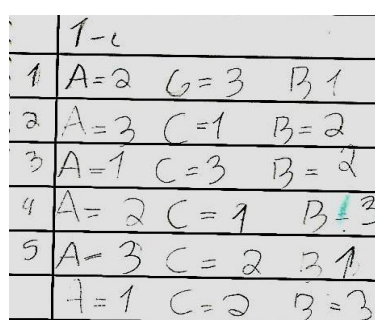
Figura 8: Resposta do aluno K



-	A	C	B
-	B	A	C
	C	B	A
	A	B	C
	B	C	A
	C	A	B

Fonte: Os autores

Figura 9: Resposta do aluno T



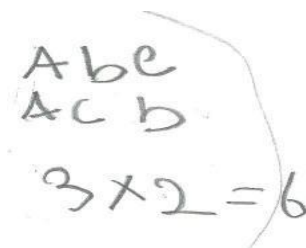
	1-2
1	A=2 C=3 B=1
2	A=3 C=1 B=2
3	A=1 C=3 B=2
4	A=2 C=1 B=3
5	A=3 C=2 B=1
	A=1 C=2 B=3

Fonte: Os autores

É possível notar que o aluno K, Fig. 8, organizou a listagem variando a posição dos carrinhos considerando as vagas fixas, enquanto o aluno T, Fig. 9, fixou os carros e variou a posição das vagas. Ambas as estratégias foram válidas. A solução a seguir não foi feita listando as possibilidades. O destaque se dá pela estratégia usada pelo aluno G, que utilizou o princípio fundamental da contagem, ainda que não tivesse sido apresentado de maneira formal

a este método. Ao ser questionado sobre sua solução, ele explicou que fixou o carro A na primeira vaga e observou que existiam duas soluções diferentes. Ao utilizar essa estratégia para os casos em que o carro fixado na primeira vaga fosse o B ou o C, o aluno obteve corretamente as seis possibilidades.

Figura 10: Registro do aluno G



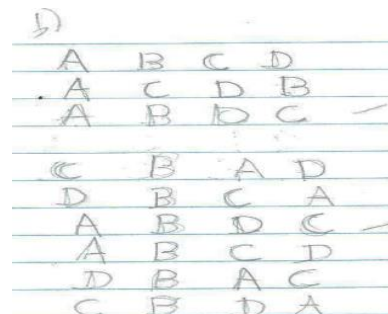
Fonte: Os autores

Outro destaque é a resolução apontada pelo aluno M. Utilizando os recursos entregues, ele mostrou que, ao fixarmos o carro A na primeira vaga, os outros dois carros terão somente duas posições na seguinte ordem: BC ou CB. Se fixarmos o carro A na segunda vaga, também teremos duas posições para os carros B e C. O mesmo ocorrerá caso fixemos o carro A na terceira vaga, logo, a resposta seria $2 + 2 + 2 = 6$.

Os três alunos cegos realizaram esse item, mas não registraram as possibilidades, apenas o resultado final. Um dos alunos, disse que fez o item apenas mentalmente, porém com o auxílio do material para uma melhor “visualização” da questão. Ao apresentar as possibilidades de modo oral, foi possível notar que o aluno, apesar de ter chegado à resposta correta, não o fez de forma sistemática.

Esta dificuldade na organização das possibilidades também foi observada de modo mais explícito no item (b), em que os alunos deveriam, numa extensão do item (a), estacionar quatro carros em quatro vagas, totalizando 24 modos. A seguir reproduzimos a resposta do aluno K:

Figura 11: Resposta da aluna K



Fonte: Os autores

Podemos notar que o aluno iniciou fixando o primeiro carro (A), mas não fixou os demais, o que gerou, de forma equivocada, contagens repetidas. Os demais alunos, também por falta de uma organização e sistematização do raciocínio, não conseguiram chegar à solução correta. Nesse momento, houve uma intervenção do professor, explicando a necessidade de fixar um dos carros na primeira vaga, alternando os demais, tal qual foi feito no item anterior.

Propositalmente, o item (a) foi construído de forma a auxiliar a resolução do item (b). A importância desse item pode ser notada por alguns alunos que observaram que se fixassem o carro A na primeira vaga, alternando os demais, recairiam na situação do item anterior, isto é, em que deveriam estacionar três carros em três vagas, resultando em seis possibilidades. Como eram quatro possíveis carros para ocupar a primeira vaga, a solução desse item, levando em conta o item (a), poderia ser dada corretamente por $4 \times 6 = 24$.

Ainda que o material tenha sido fundamental para a solução do item (a), os alunos com baixa visão e um dos alunos cegos não o utilizaram para o item (b). Os outros dois alunos cegos utilizaram o material, mas não conseguiram chegar à solução do problema sem o auxílio do professor.

O material voltou a ser útil e foi utilizado por nove dos treze alunos da turma no item (c). De forma muito interessante e já mostrando um melhor entendimento do conteúdo, o único aluno que não utilizou o material disse que o resultado do item (c) poderia ser calculado efetuando $4 \times 3 = 12$. Ao ser questionado como chegou a essa conclusão ele explicou:

“Porque há 4 opções de carros para a primeira vaga e 3 opções para a segunda”

Os demais alunos também conseguiram chegar ao resultado, porém utilizaram o material, para variar os carros nas posições sugeridas pelo enunciado do item.

Foi possível notar que a utilização do material se mostrou um recurso útil e importante para a compreensão das ideias desencadeadas pelo problema, o que se mostra de acordo com as ideias de Azevedo (apud FIORENTINNI et al, 1990) quando cita que "Nada deve ser dado a criança, no campo da matemática, sem primeiro apresentar-se a ela uma situação concreta que a leve a agir, a pensar, a experimentar, a descobrir, e daí, a mergulhar na abstração" (p. 2).

Ainda com relação a esse item, notamos que um dos alunos cegos apresentou muitas dificuldades. Com o auxílio do material ele fixava o carro A na vaga 1 e alternava na vaga 2 os demais carros, encontrando AB, AC e AD. Com a intervenção do professor, ele percebeu que o próximo passo seria fixar o carro B na primeira vaga e alternar os demais na segunda, encontrando BA, BC e BD. Somente após essa intervenção, ele fez as demais possibilidades encontrando as 12 maneiras possíveis.

Ressalta-se aqui a importância da atuação do professor, pois foi possível notar que o material por si só não foi suficiente para o entendimento e resolução do problema. A ideia fundamental da ação é que ela seja reflexiva e o professor atue como indutor, conforme aponta Fiorentini (1990).

O último item, em que deveriam estacionar dois carros (A e B) em quatro vagas, embora semelhante ao item (c), foi considerado o mais difícil por todos. Nesse item, a escolha não era da quantidade de carros possíveis para determinada vaga, mas da quantidade de vagas possíveis para determinado carro. Observamos que poucos alunos conseguiram fazer de modo imediato. É interessante destacar que a maior parte precisou recorrer novamente ao material para chegar à solução do problema.

Figura 12: Aluno cego utilizando o material.



Fonte: Os autores

Apesar das dificuldades demonstradas pelos alunos, uma das soluções se mostrou bastante interessante, conforme a explicação do aluno a seguir:

“Fixando o carro A na vaga 1, existem 3 possíveis vagas para o carro B (2, 3, e 4). Fixando o carro A na vaga 2, novamente teremos 3 possíveis vagas para o carro B (1, 3 e 4). Já com o carro A na vaga 3, teremos para o carro B as vagas 1, 2 e 3. Finalizando, com o carro A na vaga 4, restam para o carro B as vagas 1, 2 e 3. Logo, teremos $4 \times 3 = 12$ ”

A dificuldade dos alunos, frente a questões dessa natureza, se dá por não possuírem a estratégia básica de fixar um dos elementos, variando os demais. Nesse ponto, evidenciamos a importância do material, pois ele possibilitou que os alunos pudessem fixar um dos carros em uma das posições para, em seguida, variar as demais. Nota-se que essa estratégia, comumente apresentada de forma visual no quadro para alunos videntes, pôde ser reproduzida através do material.

Considerações Finais

As discussões e análises das atividades propostas nesse trabalho fazem parte de um grupo maior de atividades, conforme citado anteriormente, aplicadas tanto no INES, com os alunos surdos, como no IBC, com os alunos cegos e com baixa visão. Dentre outros objetivos, buscamos levar os alunos a compreender o princípio multiplicativo e desenvolver estratégias como, por exemplo, a árvore de possibilidades e os registros sistemáticos para resolver problemas de contagem. Os primeiros conceitos referentes à análise combinatória podem ser desenvolvidos com os alunos desde os anos iniciais (LOPES, 1977), o que possibilitará que adquiram ferramentas para a compreensão de diversos problemas, inclusive da vida cotidiana.

Quando utilizamos a expressão “ferramentas”, estamos interessados no desenvolvimento de processos e meios, evitando assim, a utilização de fórmulas. Ao solicitar que os alunos listem os casos possíveis, escrevam o que pensam e discutam, com o professor e demais colegas suas soluções, estamos propondo uma dinâmica que proporciona ao aluno uma participação ativa no processo de construção de seu conhecimento. Nesse sentido, a utilização de materiais e o emprego de uma linguagem apropriada se mostraram importantes recursos para que os alunos pudessem ter um ponto de partida na resolução das atividades, pois notamos que a primeira dificuldade encontrada estava relacionada com a leitura e interpretação dos enunciados. Por outro lado, deve-se tomar cuidado, pois o recurso por si só não necessariamente nos encaminha em direção a práticas melhores. Adler (2000) aponta que os resultados dos recursos no processo de ensino-aprendizagem da matemática estão ligados à maneira como são utilizados e que dependem do contexto de ensino-aprendizagem onde estão sendo inseridos. Nesse sentido, também as intervenções realizadas pelos professores, classificadas pela autora como recursos humanos, mostraram-se importantes para que o aluno pudesse refletir nas estratégias a serem utilizadas.

Durante a aplicação das atividades, percebemos que tanto os alunos com deficiência visual quanto os alunos surdos não organizavam as possibilidades encontradas em cada questão de forma sistemática, escrevendo-as de maneira aleatória. Isto nos fazia refletir em como sugerir uma forma de organização do pensamento que pudesse auxiliá-los no desenvolvimento do raciocínio combinatório, o que inclui, conforme já mencionamos, as habilidades de enumerar e ter pensamento sistemático (KAPUR, 1970). Essa estratégia de listar as possibilidades se mostrou importante e foi utilizada como justificativa para a utilização do princípio multiplicativo, pois nossa preocupação pairava sobre os processos e não sobre os fins.

Para os alunos surdos, observamos que o obstáculo inicial foi a interpretação e compreensão do enunciado em língua portuguesa, além da dificuldade de entenderem que a pergunta não tinha caráter pessoal. Alterações foram feitas na redação para que pudessem se distanciar do sujeito da questão. Por outro lado, foi fundamental a interpretação do enunciado em Libras, já que a simples transcrição do texto revelou que a quantidade de termos desconhecidos comprometia completamente o seu entendimento. As figuras foram recursos

importantes nesse processo e foi necessário desenvolver mais de um desenho até se chegar a uma que ilustrasse visualmente o objetivo da questão. Como resultado de diversas reaplicações da atividade, sempre buscando estar atento às necessidades do aluno surdo e suas dúvidas, concluímos que a formulação dos enunciados e suas características de redação e ilustração influenciaram na aprendizagem dos alunos surdos.

Para os alunos cegos, o material concreto auxiliou no acesso ao enunciado, que continha figuras que facilitavam sua visualização. Possibilitou também que os alunos fixassem um dos carrinhos em uma vaga e pudessem variar os demais, estratégia essa, muito importante. Assim, reafirmando as ideias de Cerqueira e Ferreira (2000), que destacam que os recursos adaptados atuam como motivadores ou indutores de questões centrais para a geração de novos conceitos, além de desempenharem um papel central para suprir lacunas.

Dessa forma, foi possível concluir que o trabalho se revelou de grande importância para apresentação dos problemas de natureza combinatória, ainda desconhecidos por parte dos alunos cegos e dos alunos surdos. A introdução de uma nova linguagem, inerente ao conteúdo de combinatória, e as estratégias adequadas de contagem foram absorvidas ao longo das aplicações. Acreditamos que esse trabalho possa contribuir para a introdução do conteúdo de análise combinatória, desde os primeiros anos do ensino fundamental e que possa colaborar para um ensino de matemática mais acessível e menos excludente, visto que as atividades podem ser trabalhadas por todos os alunos, com ou sem algum tipo de deficiência.

Referências

ABRAMOVICH, S., PIEPER, A. Fostering Recursive Thinking in Combinatorics through the Use of Manipulatives and Computing Technology. **Mathematics Educator**, v.7, n.1, pág.4-12, Win, 1996. Disponível em:<<http://eric.ed.gov/?id=EJ528450>>. Acessado em 03 de agosto de 2016.

ADLER, J. Conceptualising resources as a theme for teacher education. **Journal of Mathematics Teacher Education**, n.3, p. 205–224, 2000.

BARBOSA, P. M. O estudo da Geometria. **Revista Benjamin Constant**, vol. 25, pág. 24-29, Rio de Janeiro, 2000.

BATANERO, C., NAVARRO-PELAYO, V. E GODINO, J. Effect of the implicit

combinatorial model on combinatorial reasoning in secondary school pupils, *Educational Studies in Mathematics*, **Educational Studies in Mathematics**, v.32, 181-199; 1997.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática. 5ª a 8ª séries**, Ministério da Educação. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília. 1998.

CERQUEIRA, J.; FERREIRA, E. Recursos didáticos na educação especial. **Revista Benjamin Constant**. 5. ed. Rio de Janeiro: IBC, p. 24-29. 2000.

CORREA, J; OLIVEIRA, G. A escrita do problema e sua resolução: o entendimento intuitivo acerca da combinatória. **Educação em revista**, Curitiba, n. se1, p. 77-91, 2011.

COUTINHO, M. D. M. C. **A constituição dos saberes num contexto de educação bilíngue para surdos em aulas de matemática numa perspectiva de letramento**. Tese de doutorado, Unicamp-SP, Campinas, 2015.

FIORENTINI, D., MIORIM, M. A. Uma reflexão sobre o uso de materiais concretos e jogos no ensino de matemática. **Boletim da Sociedade Brasileira de Educação Matemática**, São Paulo, SBM, ano 4, n.7, 1990.

KAPUR, J. N. Combinatorial Analysis and School Mathematics. **Educational Studies in Mathematics** 3, p. 111-127, 1970.

LOPES, M. L. Justificativa de um currículo de matemática para o ensino pré-escolar (4-7 anos). **Boletim GEPEM**, p. 21-33, ago. 1977.

OLIVEIRA, J. S. **A comunidade surda: perfil, barreiras e caminhos promissores no processo de ensino aprendizagem em matemática**. Dissertação de Mestrado, Cefet-RJ, Rio de Janeiro, 2005.

PESSOA, C; BORBA, R. **O raciocínio combinatório do início do ensino fundamental ao término do ensino médio**. X Encontro Nacional de Educação Matemática (Anais), Salvador, BA, 2010.

SEGADAS, C. et al. O Ensino de Simetria para Deficientes Visuais. In: IX Encontro Nacional de Educação Matemática, 2007, Belo Horizonte. Anais do IX ENEM, 2007.

SEGADAS, C. et al. **Introduzindo a análise combinatória no ensino fundamental com adaptações para deficientes visuais e surdos**, VI Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Pirenópolis – GO, 2015. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/visipem_gt13.pdf>. Acessado em: 07 de Julho 2016.

SKLIAR, C. Os estudos surdos em educação: problematizando a normalidade. In: SKLIAR, C. (Org.). **A surdez: um olhar sobre as diferenças**. Porto Alegre: Mediação, 1998.