



A Resolução de Problemas para Licenciandos em Matemática: do Ensino Superior às Turmas de Educação Básica

Thiarla Xavier Dal-Cin Zanon¹

Universidade Federal do Espírito Santo (UFES), Cachoeiro de Itapemirim, ES, Brasil

Janderson Machado de Valois²

Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Vargem Alta, ES, Brasil

Sabrina Carvalho Silva³

Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Marataízes, ES, Brasil

Resumo

Apresenta-se, neste artigo, uma proposta de trabalho que buscou auxiliar futuros professores de Matemática a pensar em aulas baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011). Tal proposta emerge em decorrência das práticas e da pesquisa de doutorado de Zanon (2019). Foi desenvolvida em 2019/1 com 40 estudantes matriculados na disciplina “Resolução de Problemas” no primeiro período do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Trata-se de uma investigação qualitativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2007) que entende a atividade investigativa como potência à prática pedagógica de professores em formação inicial. Desse modo, propõe, através da Resolução de Problemas como perspectiva metodológica, possibilidades para o ensino de Matemática em cursos de licenciatura com vistas à sua aplicabilidade no fazer docente de professores da Educação Básica. Usa do Roteiro de Atividades proposto por Onuchic e Allevato (2011) para que estudantes de licenciatura em Matemática se apropriem de ideias que permitam fazer o uso da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas em sala de aula, quando em exercício da docência, como forma de transpor para a prática os estudos teóricos desenvolvidos na universidade.

Palavras-chave: Futuros Professores de Matemática; Resolução de Problemas; Roteiro de Atividades.

Submetido em: 30/06/2019

Aceito em: 22/03/2020

Publicado em: 01/05/2020

¹ Doutora em Educação pela Universidade Federal do Espírito Santo (UFES). Professora e coordenadora do curso superior de licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Endereço para correspondência: Instituto Federal do Espírito Santo, Campus Cachoeiro de Itapemirim, Rodovia BR – 482 (Cachoeiro-Alegre), Fazenda Morro Grande, Caixa Postal 527, CEP: 29300-970, Cachoeiro de Itapemirim/ES. E-mail: thiarlax@ifes.edu.br.

² Licenciando em Matemática pelo IFES, Campus Cachoeiro de Itapemirim. Endereço para correspondência: Av. Tuffy David, 516, Centro Vargem Alta/ES, CEP: 29295-000. E-mail: jandersonmdv@gmail.com.

³ Licencianda em Matemática pelo IFES, Campus Cachoeiro de Itapemirim. Endereço para correspondência: Rua Valter da Silva Pedra, 218, Bairro de Fátima, Marataízes/ES, CEP: 29345-000. E-mail: carvalhosilvasabrina2@gmail.com.

The Problem Solving for Licenciante degree students in Mathematics: from Higher Education to Basic Education Classes

Abstract

In this article, a work proposal is presented, which sought to help future Mathematics teachers to think about classes based on the Teaching-Learning-Evaluation Methodology of Mathematics through Problem Solving (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011). Such proposal emerges as a result of the practices and doctoral research of Zanon (2019). This researcher's study was developed in 2019/1 with 40 students enrolled in the "Problem Solving" subject in the first semester of the Mathematics undergraduate course at the Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. It is a qualitative investigation (FIORENTINI; LORENZATO, 2007) that understands the investigative activity as a power to the pedagogical practice of teachers in initial training. Thus, it proposes, through Problem Solving as a methodological perspective, possibilities for teaching Mathematics in undergraduate courses with a view to its applicability in the performance of Basic Education teachers. Besides that, this investigation uses the Activities Guidelines proposed by Onuchic and Allevato (2011) so that undergraduate students in Mathematics can appropriate ideas that allow them to use the Teaching-Learning-Assessment Methodology of Mathematics through Problem Solving in the classroom, when in teaching practice, as a way of translating the theoretical studies developed at the university into practice.

Keywords: Future Mathematics Teachers; Problem Solving; Activities Guidelines.

La Resolución de Problemas para la Licenciatura en Formación de Profesores de Matemáticas: da la Enseñanza Superior a las Clases de Educación Básica

Resumen

En este artículo, se presenta una propuesta de trabajo que busca ayudar a los futuros maestros de Matemáticas a pensar sobre las clases basadas en la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de las Matemáticas a través de la Resolución de Problemas (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011). Dicha propuesta surge como resultado de las prácticas y de la investigación doctoral de Zanon (2019). Ha sido desarrollada en 2019/1 con 40 estudiantes matriculados en la disciplina "Solución de Problemas" en el primer período del curso de graduación en Matemáticas en el Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Es una investigación cualitativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2007) que entiende que la actividad investigativa se configura como potencia para la práctica pedagógica de los docentes en la formación inicial. Por lo tanto, propone, a través de la utilización de la Resolución de Problemas como una perspectiva metodológica, posibilidades para enseñar Matemáticas en cursos de Licenciatura en Formación de Profesores de Matemáticas objetivando su aplicabilidad en el hacer pedagógico de la Educación Básica. Utiliza el Guión de Actividades propuesto por Onuchic y Allevato (2011) para que los estudiantes de Licenciatura en Matemáticas puedan apropiarse de ideas que les permitan utilizar la Metodología de Enseñanza-Aprendizaje-Evaluación de Matemáticas a través de la Resolución de Problemas en el aula, en la práctica docente, como una forma de traducir los estudios teóricos desarrollados en la universidad a la práctica.

Palabras clave: Futuros Profesores de Matemáticas; Solución de Problemas; Guión de Actividades.

1. Introdução

O primeiro contato da professora formadora⁴ com a Resolução de Problemas, entendida como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática, ocorreu em 2009, quando ela ingressou no mestrado em uma universidade pública federal. Até então, utilizava a Resolução de Problemas em aulas de Matemática da educação infantil, anos iniciais do ensino fundamental, e, educação de jovens e adultos (EJA) como um fim em si mesma. Isso quer dizer que, de modo geral, ela explicava o conteúdo no quadro e depois propunha uma lista de problemas a serem resolvidos mediante a aplicação direta do algoritmo aprendido. Na época, ela entendia que a Matemática deveria ser ensinada de modo a capacitar o estudante a resolver uma infinidade de tarefas semelhantes. Ela acreditava que, assim, iria instrumentalizá-lo para o desenvolvimento de uma série de ideias e conceitos úteis ao seu desenvolvimento intelectual e sua prática parecia pautada em modelos pedagógicos mais tecnicistas.

À medida que compreendia os aspectos teóricos e práticos que norteavam a Resolução de Problemas como abordagem metodológica e sua configuração como teoria, com início na primeira metade do século XX, sua concepção foi sendo ampliada e percebeu que havia algumas possibilidades de ensinar Matemática com base em distintas abordagens de Resolução de Problemas (SCHROEDER; LESTER, 1989): ensinar sobre Resolução de Problemas; ensinar para a Resolução de Problemas; e ensinar Matemática via Resolução de Problemas. Ensinar sobre Resolução de Problemas pressupõe que a Resolução de Problemas deve ser um conteúdo a ser ensinado e se enfatizam os processos heurísticos independentemente do conteúdo matemático em si. Ressalta-se aqui o modelo de resolução proposto por Polya (1973) quanto aos passos para resolver um problema de Matemática (compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e examinar a solução obtida) e as respectivas pequenas variações desse modelo.

Ensinar para a Resolução de Problemas designa uma abordagem que “envolve, além de propor problemas para os alunos resolverem, ajudá-los a utilizar e relacionar os recursos matemáticos que conhecem com os métodos de resolução e a coordená-los com fatores afetivos e contextuais” (ALLEVATO, 2005, p. 52). Neste caso, o professor se “[...] preocupa com a habilidade dos alunos de transferirem o que aprenderam num contexto para problemas em outros contextos, ou seja, ele ensina para a resolução de problemas” (ALLEVATO, 2005, p. 53).

Além dessas duas perspectivas distintas de ensinar Matemática com foco na Resolução de Problemas, Schroeder e Lester (1989) assinalam que a terceira alternativa seria o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. Ensinar Matemática através da Resolução de Problemas significa que os problemas são entendidos como o primeiro passo para aprender

⁴ Usa-se a expressão professora formadora em referência à primeira autora deste artigo, pois ela é a docente da disciplina “Resolução de Problemas” no curso de licenciatura em Matemática do IFES, Campus Cachoeiro de Itapemirim.

Matemática. Ao abordarem essa concepção de ensino, à qual chamam “ensino via Resolução de Problemas”, Schroeder e Lester (1989) reforçam que ela seja considerada não somente como um dos objetivos de se ensinar Matemática, mas, principalmente, como um meio de fazê-lo, pois, para eles, a principal função da Resolução de Problemas deveria ser a de desenvolver a compreensão da Matemática dos estudantes.

Os autores mencionados, assim como seus contemporâneos (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, 2011; SANTOS-WAGNER, 2008), destacam que as três formas são necessárias e ensinar Matemática através⁵ da Resolução de Problemas é uma maneira de relacionar conceitos matemáticos e fazer Matemática (VAN DE WALLE, 2009). E, desde então, tem acompanhado e incentivado que professores utilizem, em sala de aula, a Resolução de Problemas como Metodologia de ensino de Matemática.

Posteriormente, em 2012, ao ingressar como docente em um curso de formação de professores de Matemática em uma instituição pública federal, ela passou a ministrar aulas que a fizeram refletir ainda mais sobre o papel da Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Na disciplina “Resolução de Problemas”, tratava aspectos teóricos e práticos acerca dessa temática e, nas disciplinas de “Estágio supervisionado I, II, III e IV”, ouvia seus alunos assinalarem que a Resolução de Problemas na Educação Básica era empregada de modo semelhante àquele trabalhado por ela anteriormente a 2009.

Desde então, sua preocupação tem sido em auxiliar os estudantes de licenciatura a se tornarem professores que conheçam e saibam utilizar as diferentes interpretações (meta, processo, habilidade básica e perspectiva metodológica) e as distintas perspectivas (sobre, para, via/através/por meio) de Resolução de Problemas no ensino de Matemática. Assim sendo, busca-se, neste texto, responder ao seguinte questionamento: “Como auxiliar futuros professores a pensar em aulas de Matemática baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?”.

Tendo em vista a questão proposta, relata-se aqui o desenvolvimento de uma atividade aplicada em 2019/1 na disciplina “Resolução de Problemas” a estudantes do primeiro período do curso de licenciatura em Matemática do Instituto Federal do Espírito Santo (IFES), Campus Cachoeiro de Itapemirim. Tal atividade é um desdobramento da pesquisa realizada por Zanon (2019) em sua tese de doutorado. Pautou-se na metodologia em questão e na concepção de problema gerador de conhecimento matemático (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011).

⁵ Em função do principal referencial teórico (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011;) deste artigo, adotar-se-á aqui a expressão “através”.

Para tanto, apresentam-se inicialmente alguns aspectos teóricos acerca da Resolução de Problemas. Em seguida, argumenta-se o trabalho com a Resolução de Problemas no curso de licenciatura em Matemática. Apresenta-se ainda a tarefa proposta aos licenciandos, seu desenvolvimento por um grupo de estudantes e mencionam-se algumas aprendizagens evidenciadas por eles durante o processo de planejar e desenvolver uma aula através da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação em Matemática através da Resolução de Problemas. Por fim, retoma-se, nas considerações finais, a questão inicial e tecem-se alguns comentários sobre o trabalho com a Resolução de Problemas em cursos de formação inicial de professores de Matemática.

2. O trabalho com a Resolução de Problemas: alguns apontamentos teóricos

A Resolução de Problemas desempenha um importante papel na elaboração do conhecimento matemático (BRASIL, 1997, 2017; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008). Documentos oficiais (BRASIL, 1997, 2017) recomendam que a Resolução de Problemas deve ser o ponto de partida para as atividades Matemáticas em sala de aula, o que, para Allevato e Onuchic (2014), se coaduna com o fundamento do ensino de Matemática através da Resolução de Problemas (SCHROEDER; LESTER, 1989). E, desde os estudos de Polya (1973)⁶, vê-se que tanto o ensino quanto a pesquisa em Matemática, educação Matemática e em educação se valem da Resolução de Problemas, ao buscarem possibilidades de melhorias para o processo de ensino, aprendizagem e avaliação nessa área do conhecimento. Por outro lado, percebe-se que, na prática, a Resolução de Problemas ainda é vista e compreendida como um fim em si mesma.

A Resolução de Problemas “pressupõe aulas de Matemática com professores e alunos envolvidos em comunidades de aprendizagem, desempenhando diferentes papéis e responsabilidades, visando a promover uma aprendizagem mais significativa (MORAIS; ONUCHIC, 2014, p. 17). Desse modo, compreende-se que as atividades de Resolução de Problemas devem proporcionar a vivência de situações, a compreensão de ideias Matemáticas e os diferentes tipos de problemas, para que os alunos compreendam as situações e os conceitos matemáticos. Ao propor atividades de Resolução de Problemas, o professor possibilitará a articulação e o desenvolvimento do pensamento reflexivo dos alunos e a reflexão acerca dos próprios conhecimentos (ZANON, 2011).

Mas o que é um problema? É um problema de Matemática? Segundo Santos (1997), “um problema é uma tarefa para a qual a pessoa quer ou precisa encontrar a solução. Não possui nenhum procedimento pronto para encontrá-la e deve procurar (tentar) [...] [descobri-la]” (p. 16). Van de Walle (2009) reforça o pensamento de Santos (1997) e o complementa, ao pontuar que problema é

⁶ A obra foi publicada originalmente em 1945.

“qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método ‘correto’ específico de solução” (VAN DE WALLE, 2009, p. 57). Por isso, problema de Matemática é por nós compreendido como uma “situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível no início, mas é possível construí-la” (BRASIL, 1998, p. 41).

A Resolução de Problemas em aulas de Matemática é entendida como “[...] um processo de aplicação de conhecimentos previamente adquiridos a novas e não familiares situações” (ITACARAMBI, 2010, p. 12). Desse modo, Brolezzi (2013) assinala que resolver problemas é construir pontes. Metaforicamente, o autor pretende informar que é um processo de transição entre o que já se conhece e aquilo que ainda é desconhecido. Além disso, Santos (1997), assim como outros autores (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011; SANTOS-WAGNER, 2008), afirma que a Resolução de Problemas, sendo uma metodologia para o ensino, pode ser um ponto de partida para a atividade Matemática. Ou seja, a Resolução de Problemas, além de ser uma possibilidade para o ensino de Matemática, pode ser usada como uma estratégia de construção de outros e novos conhecimentos.

Santos (1997) enfatiza que uma atividade bem-sucedida de Resolução de Problemas envolve os processos mentais de coordenar a experiência anterior, o conhecimento matemático que o sujeito já possui e a intuição. Esta consiste em uma tentativa de encontrar um método para resolver a situação cuja solução é desconhecida. Além disso, a autora aponta que a experiência do contexto tanto social quanto pessoal e os fatores afetivos (interesse, motivação, pressão, ansiedade, entre outros) e cognitivos (prontidão de leitura, de raciocínio, habilidades computacionais e assim por diante) envolvem o processo de Resolução de Problemas.

Ademais, essa autora destaca algumas estratégias que precisam ser exploradas em uma atividade de Resolução de Problemas. Ela as classifica em estratégias *gerais* – procurar um padrão, uma regularidade; generalizar; usar dedução (ou indução); trabalhar de trás para frente; adivinhar (dar palpites) e testar; resolver um problema semelhante mais simples; escrever uma equação (fórmula) – e de *apoio* (reler o problema; procurar palavras e frases-chave; escrever informação relevante; fazer uma lista, tabelas ou quadro organizado; fazer desenhos, gráficos; experimentar dados; dramatizar a situação; usar números simples).

Zanon (2019), com base nos estudos de Polya (1973), assinala que, para resolver um problema de Matemática, o passo inicial é compreender o que é tratado na situação. Isso quer dizer que é preciso que se compreenda o texto ou enunciado falado ou escrito do problema. Para a autora, o resolvidor, quando lê e compreende o enunciado verbal de um problema, passa a analisar a Matemática

subjacente a ele e começa a pensar em possíveis estratégias de resolvê-lo. Por isso, para além de exercitar algoritmos e técnicas de solução que levam o aluno, de modo imediato, à sua solução mediante a utilização de procedimentos rotineiros, mecanizados e repetitivos, compreende-se a Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino de Matemática que mobiliza conhecimentos, desencadeia a construção de outros e atribui significados às situações vivenciadas.

A Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas representa uma ruptura com os processos de ensino e de aprendizagem vigentes até o fim dos anos 1970. Embora ela ainda tenha sido bastante incipiente no fim da década de 1980, só veio a se consolidar nos anos 2000, com a publicação dos *Standards*, mais conhecidos como *Principles and Standards for School Mathematics* pelo *National Council of Teachers of Mathematics*, NCTM, que recomendava o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. Nessa perspectiva, Onuchic (1999) aponta que tal metodologia “[...] reflete uma tendência de reação a caracterizações passadas como um conjunto de fatos, domínio de procedimentos algorítmicos ou um conhecimento a ser obtido por rotina ou exercício mental” (p. 203). Ademais, ao contrário disso, pressupõe “[...] estudantes como participantes ativos, os problemas como instrumentos precisos e bem definidos e a atividade na resolução de problemas como uma coordenação complexa simultânea de vários níveis de atividade” (ONUCHIC, 1999, p. 203).

Ao concebê-la como Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, Allevato e Onuchic (2014) entendem a expressão “através” com significado de “ao longo” e “no decurso”. Além disso, consideram simultaneamente Matemática e Resolução de Problemas, pois as entendem como construções mútuas e contínuas. Afirmam que a palavra “composta ensino-aprendizagem-avaliação tem o objetivo de expressar uma concepção em que o ensino, a aprendizagem e a avaliação devem ocorrer simultaneamente durante a construção do conhecimento pelo aluno, com o professor atuando como guia e mediador” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 43). Por assim compreender tal metodologia, a avaliação “é construída durante a resolução do problema, integrando-se ao ensino com vistas a acompanhar o crescimento dos alunos, aumentando a aprendizagem e reorientando as práticas de sala de aula, quando necessário” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

O cerne dessa metodologia está no trabalho com o problema gerador que “expressa aspectos-chave” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 85) do conteúdo matemático pretendido com vistas a problematizar a situação para posteriormente formalizar o conteúdo. Assim, o “problema é o ponto de partida e orientação para a aprendizagem, e a construção do conhecimento far-se-á através de sua resolução” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009, p. 139).

Ao visar à prática da Resolução de Problemas em aulas de Matemática, Onuchic (1999) implementou, no fim da década de 1990, um Roteiro de Atividades⁷ para que professores pudessem utilizar a Metodologia em questão. Acreditava que ela permitiria que os professores promovessem mais entusiasmo em suas salas de aula e fizessem com que os alunos “vissem a Matemática com um olhar mais confiante” (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83).

Após a primeira versão criada em 1998, tendo em vista as pesquisas desenvolvidas na área e as experiências das autoras com a formação de professores, o Roteiro de Atividades foi reformulado e apresentado posteriormente em 2011 (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011) e em 2014 (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Na ocasião da publicação do segundo roteiro, Onuchic e Allevato (2011) destacaram que o haviam modificado, a fim de incluírem novos elementos que buscassem “atender à demanda de prover os alunos de conhecimentos prévios necessários ao desenvolvimento mais produtivo da metodologia” (p. 83). Esse novo roteiro compunha-se das seguintes etapas:

- Preparação do problema - Selecionar um problema, visando à construção de um novo conceito, princípio ou procedimento. Esse problema será chamado problema gerador. É bom ressaltar que o conteúdo matemático necessário para a resolução do problema não tenha, ainda, sido trabalhado em sala de aula.
- Leitura individual - Entregar uma cópia do problema para cada aluno e solicitar que seja feita sua leitura.
- Leitura em conjunto - Formar grupos e solicitar nova leitura do problema, agora nos grupos.
 - Se houver dificuldade na leitura do texto, o próprio professor pode auxiliar os alunos, lendo o problema.
 - Se houver, no texto do problema, palavras desconhecidas para os alunos, surge um problema secundário. Busca-se uma forma de poder esclarecer as dúvidas e, se necessário, pode-se, com os alunos, consultar um dicionário.
- Resolução do problema - A partir do entendimento do problema, sem dúvidas quanto ao enunciado, os alunos, em seus grupos, em um trabalho cooperativo e colaborativo, buscam resolvê-lo. Considerando os alunos como co-construtores da Matemática nova que se quer abordar, o problema gerador é aquele que, ao longo de sua resolução, conduzirá os alunos para a construção do conteúdo planejado pelo professor para aquela aula.
- Observar e incentivar – Nessa etapa, o professor não tem mais o papel de transmissor do conhecimento. Enquanto os alunos, em grupo, buscam resolver o problema, o professor observa, analisa o comportamento dos alunos e estimula o trabalho colaborativo. Ainda, o professor como mediador leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo e incentivando a troca de ideias entre eles.
 - O professor incentiva os alunos a utilizarem seus conhecimentos prévios e técnicas operatórias, já conhecidas, necessárias à resolução do problema proposto. Estimula-os a escolher diferentes caminhos (métodos) a partir dos próprios recursos de que dispõem. Entretanto, é necessário que o professor atenda os alunos em suas dificuldades, colocando-se como interventor e questionador. Acompanha suas explorações e ajuda-os, quando necessário, a resolver problemas secundários que podem surgir no decurso da resolução: notação; passagem da linguagem vernácula para a linguagem Matemática; conceitos relacionados e técnicas operatórias; a fim de possibilitar a continuação do trabalho.
- Registro das resoluções na lousa – Representantes dos grupos são convidados a registrar, na lousa, suas resoluções. Resoluções certas, erradas ou feitas por diferentes processos devem ser apresentadas para que todos os alunos as analisem e discutam.

⁷ Onuchic (1999) aponta que este seria um esquema de aula cuja proposta básica pode ser assim compreendida: formar grupos e entregar a atividade; o papel do professor; resultados na lousa; plenária; análise dos resultados; consenso; e formalização.

- Plenária – Para esta etapa são convidados todos os alunos, a fim de discutirem as diferentes resoluções registradas na lousa pelos colegas, para defenderem seus pontos de vista e esclarecerem suas dúvidas. O professor se coloca como guia e mediador das discussões, incentivando a participação ativa e efetiva de todos os alunos. Este é um momento bastante rico para a aprendizagem.
- Busca do consenso – Depois de sanadas as dúvidas, e analisadas as resoluções e soluções obtidas para o problema, o professor tenta, com toda a classe, chegar a um consenso sobre o resultado correto.
- Formalização do conteúdo – Neste momento, denominado formalização, o professor registra na lousa uma apresentação formal – organizada e estruturada em linguagem Matemática – padronizando os conceitos, os princípios e os procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando as diferentes técnicas operatórias e as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011, p. 83-85).

Embora, em 2014, as autoras tenham apresentado uma décima etapa “proposição e resolução de novos problemas”, optou-se pelo segundo roteiro apresentado em 2011. Desse modo, incluiu-se essa décima etapa como decorrente da anterior “formalização do conteúdo”, pois entendeu-se que, após a formalização e apropriação do algoritmo pelos estudantes, a inserção de novos problemas com níveis de dificuldades distintos começava naturalmente a fazer parte do jogo.

Em cenário de Resolução de Problemas, o interesse pela discussão de tarefas Matemáticas envolvendo a turma inteira justifica-se pelo fato de permitir desenvolver atividades de Resolução de Problemas baseadas em questionamentos e centradas nos alunos. Elas ajudam a promover discussões fundamentadas no pensamento deles e também promovem ideias Matemáticas relevantes (STEIN; ENGLE; SMITH; HUGHES, 2008). De modo especial, as autoras focalizam as ações do professor para conduzir práticas discursivas em Matemática envolvendo turmas inteiras, orientadas por modelos pedagógicos que têm o potencial de tornar o ensino administrável pelo professor. Tais práticas são descentralizadas de aspectos de improvisação e, portanto, planejadas com antecedência (STEIN et al., 2008). Por isso, destacam que uma tarefa orientada pela discussão Matemática geralmente acontece em três fases (apresentação de um problema matemático; exploração; e discussão com a turma inteira) e denota cinco práticas (antecipar, monitorar, selecionar, sequenciar e conectar) de professores para conduzi-las.

A prática “antecipar” centra-se essencialmente no professor, que deve (i) examinar o problema de forma neutra, para identificar possíveis interpretações corretas e equivocadas acerca do enunciado; e (ii) resolver o problema proposto, para elencar prováveis respostas às tarefas, trabalhando com o maior número de estratégias diferentes de solução e evitando que elas sejam vistas como mais maneiras de resolver melhor o problema dado (STEIN et al., 2008). Nessa fase, o problema matemático é apresentado pelo professor aos estudantes que são orientados a trabalhar nele. Além disso, em face das estratégias antecipadas, o professor pode prever dificuldades e imprevistos, e pensar antecipadamente em diversas formas para enfrentá-los e ultrapassá-los.

A prática de “monitorar” acontece quando os alunos trabalham na tarefa e o professor circula pela sala. Desse modo, ele encontra subsídios para monitorar e conduzir os alunos, observando como exploram a tarefa, como interpretam o enunciado, as estratégias que usam, os conceitos que mobilizam, as dificuldades e erros que emergem. Na terceira prática, o professor identifica ideias Matemáticas importantes que merecem ser compartilhadas e analisadas com a turma toda, por isso ela é denominada “selecionar”. Da mesma forma, pensa na “sequência” (quarta prática) em que os estudantes devem apresentá-las para posteriormente “conectá-las” (quinta prática) com o objetivo de “ajudar os alunos a estabelecerem conexões entre as ideias matemáticas que são refletidas nas estratégias e as representações que eles usam” (STEIN et al., 2008, p. 330).

É importante salientar também que as práticas decorrem sequencialmente em momentos distintos, relacionados ao planejamento (antecipar) e à discussão propriamente dita em sala de aula (monitorar, selecionar, sequenciar e conectar). Além disso, por trás delas, está um planejamento consciente e atento do professor que envolve a seleção da tarefa, as antecipações de múltiplas e prováveis respostas, as contribuições aos alunos, os objetivos bem definidos e a tomada de decisões “[...] sobre como estruturar as apresentações dos alunos para promover sua agenda Matemática para a aula” (STEIN et al., 2008, p. 321).

3. Metodologia e procedimentos de pesquisa

Considerando que esta pesquisa buscou auxiliar futuros professores a pensar em aulas de Matemática baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas, entende-se que foi desenvolvido um estudo de caso de abordagem qualitativa (FIORENTINI; LORENZATO, 2007). Isso porque ele foi interpretativo, experiencial, situacional, personalístico e considerou os pesquisadores como um dos instrumentos para organizar e conduzir as atividades (STAKE, 2011).

A coleta de dados centrou-se na discussão e implementação da Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através de Resolução de Problemas. Por isso, o principal instrumento utilizado foi o Roteiro de Atividades (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Para fins didáticos e metodológicos, pode-se conceber que a pesquisa se desenvolve em duas etapas: (1) estudos teóricos acerca do tema; e (2) implementação do Roteiro de Atividades seguindo a tarefa proposta pela professora formadora. Essa tarefa priorizou a elaboração e o desenvolvimento de aulas, conteúdos e/ou tópicos de Matemática mediante problemas geradores (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), seguindo as ideias de Stein et al. (2008) sobre os modos de organizar e desenvolver discussões Matemáticas produtivas envolvendo a turma inteira.

Foram participantes desta pesquisa desenvolvida em 2019/1 40 estudantes matriculados na disciplina “Resolução de Problemas” no primeiro período do curso de licenciatura em Matemática do IFES, Campus Cachoeiro de Itapemirim. Todavia, a análise dos dados foi realizada com uma amostra composta por um dos sete grupos de estudantes que desenvolveram a tarefa. Isso foi necessário em razão do volume de dados gerados. O grupo de estudante cuja atividade foi analisada tinha entre 19 e 20 anos, sendo um rapaz e cinco moças. Foi selecionado mediante a assinatura do Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) e frequência às aulas regulares da disciplina. Para resguardar a identidade dos sujeitos, foram identificados por letras maiúsculas do alfabeto da língua portuguesa, escolhidas aleatoriamente por eles mesmos.

4. A Resolução de Problemas para licenciandos em Matemática: alguns resultados da aplicação em sala de aula do ensino superior e sua extensão para a Educação Básica

4.1 A tarefa proposta pela professora formadora

Ao retornar do doutorado em 2019/1 e ter aprofundado seus estudos sobre a Resolução de Problemas, as preocupações da professora formadora com o ensino de Matemática estavam ainda mais em evidência. Desse modo, inspirada nos estudos desenvolvidos de 2015 a 2019, e considerando seu interesse em auxiliar futuros professores a pensar em aulas de Matemática baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas que pudessem ser desenvolvidas na Educação Básica, elaborou uma tarefa que pudesse orientá-los quanto aos modos de desenvolver aulas pautadas nessa Metodologia.

Após estudos teóricos com os licenciandos acerca de como ela deveria ser abordada em sala de aula da Educação Básica e de como os livros didáticos poderiam ser analisados por essa vertente, propôs-se aos estudantes o desenvolvimento de uma tarefa que pudesse ser trabalhada em turmas de anos finais do ensino fundamental e em cada série do ensino médio. Nosso objetivo era que estudantes de licenciatura em Matemática se apropriassem de ideias que poderiam ser utilizadas por eles por ocasião do exercício da docência, pois esta seria uma maneira de transpor para a prática os estudos teóricos efetuados na disciplina.

A turma do 1º período do curso de licenciatura em Matemática, composta por 40 alunos, foi dividida em sete grupos de cinco ou seis estudantes. A professora formadora sorteou o nível de ensino e o ano/série com o qual cada grupo trabalharia e encaminhou o desenvolvimento da tarefa. Na ocasião, entregou um conjunto de orientações delineadas nos seguintes passos: (1) escolher um livro didático; (2) definir um capítulo para análise e discussão; (3) elaborar uma síntese; (4) propor uma aula de Resolução de Problemas com base na ideia de problema gerador de conhecimento matemático; (5) compartilhar a proposta de aula com a turma inteira, seguindo as ideias de Stein et

al. (2008) sobre os modos de organizar e desenvolver discussões Matemáticas produtivas envolvendo toda a sala de aula. A seguir, apresentam-se as atividades desenvolvidas em cada um dos cinco passos propostos pela tarefa. Para isso, elaborou-se um quadro contendo as ações (passos) e a proposta de trabalho associada a eles.

AÇÕES	PROPOSTA DE TRABALHO
1) Escolher um livro didático.	O grupo deve ir ao Laboratório de Ensino de Matemática (LEM) tomar emprestado um livro didático de Matemática utilizado pelas escolas públicas da rede municipal ou estadual que foi doado ao LEM. Após efetuada a escolha do livro referente ao nível de ensino, ele, de modo geral, deverá ser analisado nos seguintes aspectos: experiências de ensino do autor para escrever livros para os anos/séries a que ele se destina; avaliação e disponibilização pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD); composição estrutural acerca do número de páginas, quantidades de capítulos e relação entre os conteúdos abordados nos diferentes capítulos. Isso ocorre para que o licenciando se aproprie de conhecimentos acerca dos processos de escolha de um livro didático. Em seguida, o grupo escolherá um capítulo para analisar em profundidade.
2) Definir um capítulo para análise e discussão.	Informar a referência completa do livro, o capítulo e o assunto tratado. Este último foi escolhido pelos estudantes sem a intervenção direta da professora formadora que, na ocasião, orientou que os estudantes optassem por um conteúdo de mais familiaridade por parte deles.
3) Elaborar uma síntese.	Fazer uma síntese descrevendo como a Resolução de Problemas é tratada pelo autor do livro didático. Os licenciandos foram orientados a tomar por base os estudos realizados em sala e a considerar que fariam uma suposição da interpretação de Resolução de Problemas utilizada pelo autor, visto que não houve entrevistas e/ou debates diretos com eles. Desse modo, a análise seria desencadeada pelas percepções e conhecimentos pregressos dos estudantes. À época, a professora formadora ainda orientou que a síntese deveria conter uma breve explanação do conteúdo e não poderiam faltar respostas às seguintes questões: Como os problemas são usados pelo autor do livro didático? Para iniciar o conteúdo? Para exercitar o algoritmo? Os problemas usados para iniciar o capítulo possuem relação com aqueles que são usados como exemplos de exercícios e com os exercícios em si? São problemas isolados? Qual interpretação de Resolução de Problemas aparece subjacente à proposta do autor? Como você a identificou? Como os problemas ajudam na aprendizagem do conceito? Por fim, a professora formadora sugeriu que os licenciandos incluíssem outras questões a que eles deveriam responder e os ajudassem a organizar as sínteses.
4) Propor uma aula de Resolução de Problemas mediante a ideia de problema gerador de conhecimento matemático.	Considerando que você é o professor que ensinará este conteúdo, como o desenvolveria com base na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas?
5) Compartilhar a proposta de aula com a turma inteira.	Elaborar uma apresentação de, no máximo, 25 minutos para compartilhar sua aula com a turma.

Quadro 1: Ações e propostas de trabalho
 Fonte: Elaborado pela professora formadora, 2019.

A professora formadora desenvolveu a tarefa em dois momentos: (i) alunos trabalhando em grupos na sala de aula do ensino superior sob sua supervisão; e (ii) alunos reunindo-se em grupos em

horários alternados aos das aulas regulares. Para isso, disponibilizou momentos de atendimento aos estudantes que desejassem orientação, supervisão ou análise da aula que estava em desenvolvimento. Ao todo, a professora reservou 12 aulas de 50 minutos cada uma. Desse total, quatro aulas foram destinadas a execução da tarefa em sala de aula e oito para a apresentação dos grupos.

Considerando o objetivo deste artigo, apresenta-se a seguir o desenvolvimento da tarefa por um grupo de estudantes. Para isso, focaliza-se o passo 4 descrito no quadro 1, visto que ele propunha o desenvolvimento de uma aula de Resolução de Problemas mediante a ideia de problema gerador de conhecimento matemático. Detalha-se apenas um dos sete grupos em razão da quantidade de dados e principalmente pelas apropriações metodológicas do grupo no que se refere ao desenvolvimento de uma aula de Resolução de Problemas mediante a ideia de problema gerador.

4.2 O desenvolvimento da tarefa por um grupo de licenciandos

Assim como Onuchic e Allevato (2011), entende-se que não existem modelos predeterminados para promover o ensino de Matemática através da Resolução de Problemas. No entanto, como dito anteriormente, essas mesmas autoras sugerem um Roteiro de Atividades, o qual permite ao professor fazer o uso dessa metodologia em sala de aula e implementar o processo de ensino de Matemática por meio dela. Então, ao propor uma aula de Resolução de Problemas mediante a ideia de problema gerador de conhecimento matemático, acredita-se orientá-los na prática quanto aos modos de desenvolver aulas pautadas nessa metodologia.

Como visto em apontamentos teóricos, o roteiro proposto por Onuchic e Allevato (2011) compreende nove etapas: proposição do problema; leitura individual; leitura em conjunto; resolução do problema; observar e incentivar; registro das soluções no quadro; plenária; busca do consenso; formalização do conteúdo. Posteriormente publicaram, em 2014, um novo texto incluindo uma décima etapa: a proposição e resolução de novos problemas. No entanto, pelos motivos já mencionados, optou-se pelo Roteiro de Atividades apresentado em 2011 (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), cujas etapas que o compõem são usadas para descrever o planejamento apresentado por um grupo de seis estudantes. É importante salientar que a aula, além de planejada, foi desenvolvida por eles com os demais 35 alunos do curso de licenciatura em Matemática.

O grupo cuja tarefa é discutida compunha-se de seis estudantes com 19 e 20 anos, sendo um rapaz e cinco moças, dos quais cinco ingressaram no curso pela afinidade com a Matemática e pelo interesse na docência. Uma licencianda informou que inicialmente se interessava um pouco mais pela Matemática do que pela docência em si. Como a composição do grupo era livre, os seis estudantes uniram-se de acordo com a posição deles na sala. Eles sentavam-se próximos uns aos outros e resolveram agrupar-se para o desenvolvimento da tarefa. Na ocasião, sortearam a segunda série do

ensino médio como nível de ensino para o qual deveriam planejar uma aula através da Resolução de Problemas. Os licenciandos selecionaram o livro “Novo Olhar Matemática⁸”. Depois que o analisaram, conforme assinalado no quadro 1, definiram que a aula trataria de juros simples⁹.

Se era compreendido que o trabalho com a Resolução de Problemas começa por um problema considerado o “ponto de partida e orientação para a aprendizagem de novos conceitos e novos conteúdos matemáticos” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014, p. 44), a primeira etapa da aula consistiria na seleção ou formulação desse problema. Assim, discutiu-se o roteiro completo com os estudantes e posteriormente o subdividiu segundo os tempos de aula: planejamento, desenvolvimento e síntese. Desse modo, no planejamento, os estudantes deveriam, de fato, pensar na Matemática que seria ensinada e no tipo de problema que poderia ser usado para isso (SANTOS-WAGNER, 2008; VAN DE WALLE, 2009; ZANON, 2011; 2019).

No desenvolvimento da aula, ficou entendido que o roteiro pressupunha *atividades para alunos* (leitura individual e em grupo, resolução do problema e registro das soluções no quadro) e *professores* (proposição do problema, observação e incentivo, além de plenária). Desse modo, contempla as etapas de proposição do problema, das formas de interpretação e compreensão dele via leitura individual e em grupo, a resolução do problema em si e as discussões Matemáticas envolvendo a turma inteira (STEIN et al. 2008). Assim, professor e aluno trabalham de modo colaborativo e integrado. Nesse contexto, a síntese, mediada pelo professor, compreende a busca do consenso pelos alunos e a formalização do conteúdo matemático propriamente dito.

Considerando que os estudantes propuseram a aula discriminando cada etapa do Roteiro de Atividades proposto por Onuchic e Allevato (2011), passa-se a descrevê-la tal como foi proposta e trabalhada por eles. Cada etapa foi apresentada e, na sequência, informada a ação dos estudantes para o desenvolvimento dela, a saber:

1ª) Preparação do problema — O grupo elaborou um problema ligado ao cotidiano dos alunos de segunda série do ensino médio e também aos estudos teóricos sobre a formulação de problemas, a fim de associar a Matemática ao dia a dia. O problema apresentado à turma foi o seguinte: *Se você tivesse que pagar um boleto de R\$ 100,00 com prazo de vencimento no dia 04/05/2019 e multa de 0,5% sobre o valor inicial do boleto, a cada dia de atraso, quanto você teria que pagar no dia 05/05/2019?* Ele foi usado como gerador de conhecimento matemático e serviu para iniciar o

⁸ SOUZA, Joamir Roberto de. *Novo Olhar Matemática*, Vol. 2, 2. ed. São Paulo: FTD, 2013, p. 58-87.

⁹ Conforme assinalado no quadro 1, os estudantes poderiam escolher um capítulo do livro didático a ser analisado. Assim, não se considerou a relação entre o conteúdo prescrito em documentos oficiais, como a BNCC (BRASIL, 2017) e o nível/série/turma dos estudantes, mas, sim, aquele que se apresentava única e exclusivamente no livro didático escolhido pelos estudantes.

conteúdo de juros simples. Logo, para resolvê-lo, o estudante da Educação Básica não precisa dispor inicialmente de conhecimento específico do conteúdo em questão, mas ter noção de porcentagem.

2^a) *Leitura individual* — Os estudantes que compunham o grupo sugeriram aos licenciandos que o professor entregasse uma cópia impressa do problema a cada aluno ou pedisse que o escrevesse em seus cadernos e fizesse a leitura dele. Na sala de aula da licenciatura, solicitaram que os colegas registrassem o problema no caderno e o lessem em silêncio. Orientaram que, durante a leitura, assinalassem palavras ou expressões que inviabilizavam a compreensão do enunciado.

3^a) *Leitura em grupo* — Os licenciandos aconselharam que os demais formassem pequenos grupos ou duplas, lessem novamente o problema e discutissem possibilidades de solução.

4^a) *Resolução do problema* — Os estudantes foram orientados a resolver o problema e a registrar por escrito as estratégias de resolução desenvolvidas.

5^a) *Observar e incentivar* — Enquanto os alunos resolviam o problema, o grupo de seis estudantes circulou pela sala e observou os demais, estimulando-os a trabalhar juntos, pois o professor, agindo como mediador, leva os alunos a pensar, dando-lhes tempo para trocas de ideias e registro delas. Durante esse processo, o grupo monitorou o trabalho dos demais, assim como sugerem Stein et al. (2008).

6^a) *Registro das soluções no quadro* — Nessa etapa, Onuchic e Allevato (2011) sugerem que o professor convide representantes dos grupos para registrarem, no quadro, o modo pelo qual resolveram o problema. O professor deve selecionar maneiras diferentes de resolução, certas ou erradas, para que todos analisem. Na ocasião, em razão do tempo destinado à apresentação, os estudantes do próprio grupo propuseram um “painel de soluções” (ALLEVATO; ONUCHIC, 2014). Escreveram, no quadro, três possibilidades distintas de soluções corretas, pensadas por diferentes processos, que poderiam ser apresentadas como resposta ao problema proposto (ver figura 1).

7^a) *Plenária* — Foi guiada pelas ideias de Stein et al. (2008). Consistiu em uma discussão, envolvendo a turma inteira, acerca dos diferentes modos de resolução. Na ocasião, o grupo procurou esclarecer dúvidas quanto ao entendimento do enunciado (ZANON, 2019) do problema proposto.

8^a) *Busca do consenso* — Os estudantes tentaram chegar a um consenso sobre a resposta correta. Como o grupo e os demais licenciandos apresentaram apenas respostas certas, os licenciandos, de modo geral, assinalaram que poderiam ter pensado em alguma resposta incorreta que pudesse ser usada como estudo de caso, para investigar possíveis equívocos conceituais (ZANON, 2019).

9^a) *Formalização do conteúdo* — O grupo partiu do princípio de que, para formalizar o conteúdo, seria necessário ter as resoluções dos alunos no quadro, para que as diferentes técnicas operatórias fossem analisadas e discutidas com a turma inteira (STEIN et al., 2008). Por isso, destacaram que possíveis soluções para o problema poderiam ser:

$\text{I) } \frac{100 \cdot 0,5}{100} = \frac{50}{100} = 0,5$ <hr/> $100 + 0,5 = 100,5$	$\text{II) } \frac{100 - 100}{x} = 0,5$ <hr/> $100x = 50$ $x = \frac{50}{100}$ $x = 0,5$ <hr/> $100 + 0,5 = 100,5$	$\text{III) } V = 100 + \left(\frac{100 \cdot 0,5}{100} \right)$ <hr/> $V = 100 + \left(\frac{50}{100} \right)$ <hr/> $V = 100 + 0,5$ <hr/> $V = 100,5$
---	--	---

Figura 1: Possíveis estratégias de resolução

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

De acordo com Onuchic e Allevato (2011), durante a formalização, o professor deve registrar, no quadro, uma apresentação formal, organizada e estruturada em linguagem Matemática. Para isso, o grupo usou como exemplo, a resolução I. Veja-se:

$C = \text{Capital}$	$\text{Taxa Percentual} = i$	Multa
\downarrow	\downarrow	\downarrow
100	$\cdot 0,5$	$= \frac{50}{100} = 0,5$
100	100	100
Capital	Multa	
\downarrow	\downarrow	
100	$+ 0,5$	$= 100,5$

Figura 2: Resolução I

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Supostamente depois de os estudantes terem apresentado resoluções semelhantes a I, II e III, o grupo verbalizou que o professor pode informar que, para formalizar o conteúdo, é preciso atribuir nomes aos elementos. Para iniciar o processo de padronização dos conceitos, princípios e procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando, neste caso, as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), os estudantes foram até o painel de solução (ONUCHIC; ALLEVATO, 2014), o quadro, e fizeram o seguinte registro:

$\frac{\text{Capital} \cdot \text{Taxa}}{100} = \frac{100 \cdot 0,5}{100} = \frac{50}{100} = 0,5$ $\text{Capital} + \text{Multa} = 100 + 0,5 = 100,5$	$\frac{100}{100} = 1$ $\frac{100}{100} \times 0,5 = 0,5$ $\frac{50}{100} = 0,5$ $\text{Capital} + \text{Multa} = 100 + 0,5 = 100,5$
$V = 100 + \left(\frac{100 \cdot 0,5}{100} \right)$	$V = 100 + 0,5$ $V = 100,5$

Figura 3: Painel de soluções

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Um dos licenciandos que compunham o grupo destacou que é possível perceber que não importa o que tenham feito, pois sempre chegarão à soma “100 + 0,5”, a qual pode ser representada por “capital + multa”. Desse modo, pode-se demonstrar que, para chegar ao valor final, bastaria adicionar o capital a multa. Assim, já se teria parte do conteúdo formalizado. Para concluir, o grupo ressaltou a possibilidade de trabalhar com os termos “e se” (SANTOS, 1997; ZANON, 2011; 2019), de modo a problematizar a situação inicial. Destacou-se que, para dificultar um pouco mais e chamar a atenção dos estudantes para o novo conteúdo que se desejava apresentar, o professor poderia propor o seguinte problema verbal: “E se fossem dois dias de atraso, quanto você pagaria no total considerando que se pagará, a cada dia de atraso, o valor da multa diária?” (Licenciando J, em maio/2019). Nesse caso, seriam dados mais alguns minutos para que os estudantes resolvessem o problema em grupo, repetindo os mesmos processos desde a etapa 4, chegando novamente à formalização do conteúdo. Tendo novamente as resoluções no quadro, uma possível seria:

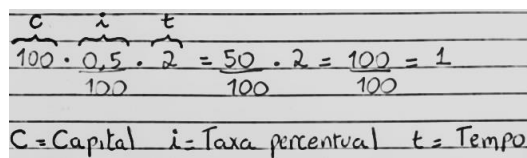
$$\frac{100 \cdot 0,5 \cdot 2}{100} = \frac{50 \cdot 2}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

$$\boxed{100 + 1 = 101}$$

Figura 4: Possível resolução para o problema verbal

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Para formalizar o conteúdo, precisa-se novamente atribuir nomes aos valores ainda não identificados e posteriormente iniciar o processo de padronização dos conceitos, princípios e procedimentos construídos através da resolução do problema, destacando, mais uma vez, as demonstrações das propriedades qualificadas sobre o assunto (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).
Veja-se:



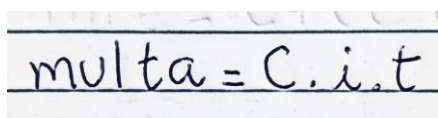
$$\frac{100 \cdot 0,5 \cdot 2}{100} = \frac{50 \cdot 2}{100} = \frac{100}{100} = 1$$

C = Capital i = Taxa percentual t = Tempo

Figura 5: Processo de formalização do algoritmo

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Desse modo, pode-se demonstrar que, para chegar ao valor da multa, bastaria multiplicar “c” por “i” e por “t” simultaneamente. Logo, ter-se-ia:

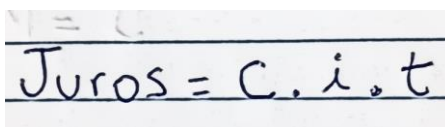


$$\text{multa} = C \cdot i \cdot t$$

Figura 6: Sistematização do algoritmo

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Mas agora, deve-se dizer qual o nome correto que se dá a essa multa. Em Matemática, ela é identificada como “juros” e representada pela letra “J”, processos que se coadunam com a formalização evidenciada por Onuchic e Allevato (2011). Então, tem-se que:

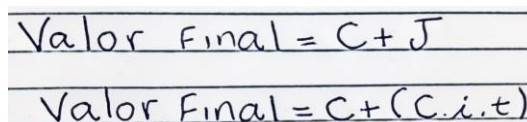


$$\text{Juros} = C \cdot i \cdot t$$

Figura 7: Formalização de juros

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Também se pode perceber que novamente, para chegar ao valor final, foi feita a adição do capital com a multa, ou do capital com os juros, que agora eles já conhecem e sabem que ocorre por “J = c.i.t”. Desse modo, vê-se que as técnicas Matemáticas foram se constituindo de modo a buscar “respostas razoáveis ao problema dado” (ONUICHIC; ALLEVATO, 2011). Logo, pode-se dizer que:



$$\text{Valor Final} = C + J$$

$$\text{Valor Final} = C + (C \cdot i \cdot t)$$

Figura 8: Formalização da ideia de valor final

Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Agora, por fim, pode-se atribuir um nome mais adequado para “valor final”, que, em Matemática, se chama “montante” e é representado pela letra “M”. Assim, tem-se que:

$$\text{Montante} = C + (C \cdot i \cdot t)$$

$$M = C + (C \cdot i \cdot t)$$

Figura 9: Formalização de montante
 Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Desse modo, deduz-se o procedimento matemático, e o aluno consegue identificar como ele foi se desenrolando e se constituindo em algoritmo formal:

$$\text{Montante} = C + (C \cdot i \cdot t)$$

$M = C + (C \cdot i \cdot t)$	$M = ?$
$M = 100 + \left(\frac{100 \cdot 0,5 \cdot 1}{100} \right)$	$C = 100$
$M = 100 + \left(\frac{50}{100} \right)$	$i = 0,5\%$
$M = 100 + 0,5$	$t = 1 \text{ dia}$
$M = 100,5$	

$M = \text{Montante}$
 $C = \text{Capital}$
 $i = \text{Taxa percentual}$
 $t = \text{Tempo}$

Figura 10: Resolução formal para o problema proposto
 Fonte: Arquivo dos estudantes e da professora formadora, 2019.

Esse processo pode fazer com que o aluno se interesse pelo conteúdo e dele se aproprie (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011). Agora que o aluno já tem o algoritmo formalizado, pode-se trabalhar novamente com o “e se” (SANTOS, 1997; ZANON, 2011; 2019), mudando os valores e aumentando o nível de dificuldade do problema: “E se fossem 30 dias de atraso? E se fosse um boleto de R\$ 250,00?”. Essa Metodologia pode ser usada em outros conteúdos, auxiliando o ensino, a aprendizagem e a avaliação de estudantes. Além disso, amplia o conhecimento do professor, visto que ele precisa estudar, se aprofundar um pouco mais no conteúdo, para selecionar ou elaborar um problema gerador (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011), e encontrar caminhos para trabalhar a Resolução de Problemas com os alunos em sala de aula. Diante do exposto, confirma-se que a Resolução de Problemas, sendo uma Metodologia para o Ensino-Aprendizagem-Avaliação, pode ser um ponto de partida para a atividade Matemática (ALLEVATO; ONUCHIC, 2009; 2014; ONUCHIC, 1999; ONUCHIC; ALLEVATO, 2004; 2011; SANTOS, 1997; SANTOS-WAGNER, 2008).

5 Considerações finais

Ao tentar responder à questão inicial – Como auxiliar futuros professores a pensar em aulas de Matemática baseadas na Metodologia de Ensino-Aprendizagem-Avaliação de Matemática através da Resolução de Problemas? –, busca-se chamar a atenção para três aspectos importantes: o primeiro deles refere-se à funcionalidade do roteiro; o segundo diz respeito à importância do planejamento de aula pelo professor, independentemente do nível em que ele atua; e o terceiro trata do enunciado do problema proposto. Com isso, pretende-se dizer que, na prática, o roteiro funcionará se o professor se propuser a aprofundar seus conhecimentos teóricos acerca do assunto e procurar resolver os problemas antes de apresentá-los aos alunos (STEIN et al., 2008; ZANON, 2019). Isso ocorre porque a linguagem Matemática é dotada de signos e símbolos próprios, muitas vezes, distintos daqueles da língua materna. E, diante de um problema gerador, nota-se que o enunciado verbal é a primeira fonte de informação (ZANON, 2019).

Assim, ante um enunciado de um problema proposto, existe a necessidade de um diálogo entre professor e alunos, tendo como objetivo compreender o problema (POLYA, 1973), pois ela incidirá sobre a identificação da Matemática subjacente e orientará quanto aos modos de resolução (ZANON, 2019). Isso implica tanto o corpo de conhecimento matemático que o estudante já possui quanto aquele que o professor pretende ensinar. Desse modo, vê-se a necessidade de uma leitura cuidadosa do problema, envolvendo aspectos tanto da língua culta padrão quanto da linguagem Matemática.

A análise do livro didático no processo de compreensão e desenvolvimento da Metodologia pelos licenciados configurou-se em um instrumento de sondagem acerca de como as distintas abordagens de Resolução de Problemas (SCHROEDER; LESTER, 1989) podem ser apresentadas em livros disponibilizados pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD). Além disso, ofereceu subsídios para que os estudantes se apropriassem de conhecimentos acerca dos processos de escolha de um livro didático de Matemática.

Quando a tarefa foi proposta aos licenciandos da turma de primeiro período, entendia-se que seria um desafio trabalhar com estudantes que haviam concluído recentemente a Educação Básica. O valor, até então, dado ao processo de escolha de um livro didático e ao papel da Resolução de Problemas no ensino era algo novo e, por isso, causava medo. Despir-se do papel de aluno e vestir-se como futuro professor também causou estranhamento aos licenciandos. No entanto, quando o trabalho foi avaliado sob o título “Relato das aprendizagens no desenvolvimento da tarefa”, que aconteceu posteriormente às apresentações de todos os grupos, viu-se que, de fato, algumas aprendizagens ocorreram durante o processo, entre as quais se destacam:

[...] montar uma questão, de início, parecia fácil, mas não foi. Cada um começou a resolver de forma diferente do esperado, pois havia ambiguidade no texto. Tudo foi reformulado. [...] vencer o medo de me expor à frente da turma foi o mais sofrido, mas fui bem e me senti

aliviada. Minha maior aprendizagem foi para ser absurdamente cautelosa quanto à interpretação do enunciado de um problema. Ambiguidades e erros podem destruir a etapa de formalização do conteúdo. Licencianda H, em maio/2019.

[...] a realização desta etapa (propor uma aula de Resolução de Problemas a partir de um problema gerador) foi a mais complexa, pois tivemos que nos colocar no lugar do aluno e lembrar quais conhecimentos básicos eles teriam até aquele exato momento, maneira pela qual eles solucionariam o problema gerador e encaixarmos a Matemática Financeira no método utilizado por eles para resolver o problema. Unindo ideias do grupo, concluímos que a maneira de ensinar o conteúdo seria baseada nas etapas apresentadas pela professora, entendendo o professor como mediador, observador e questionador durante o processo de aprendizagem. Em se tratando de problema gerador [...], aprendi que ele é um método eficaz para conhecer o nível de cada aluno e que iniciar com esse método auxilia o aluno (relembrando conteúdos anteriores) e o professor (aplicando novos conteúdos). Licencianda S, em maio/2019.

O que fixou de ensinamento para mim no desenvolvimento da atividade foi que não é fácil trabalhar em grupo (embora a professora usasse essa metodologia em sala com grupos menores), pois cada um tem uma opinião diferente, o que dificulta a chegar a uma conclusão do que será feito. Porém, pensando em grupo, há uma facilidade no desenvolvimento do trabalho quando uma ideia não dá certo. Assim, todos podem expor suas ideias, e, se a ideia inicial não for correta, logo terá outra para ser testada. E ainda trabalhando em grupo, podemos desenvolver melhor a capacidade de se comunicar, expor ideias e respeitar o que cada um pensa, porque, assim, a atividade vai fluir, pensando unidos. Licencianda K, em maio/2019.

Sendo assim, por tudo isso, acredita-se que práticas como essas proporcionam aos licenciandos outra perspectiva de ensino de Matemática, na qual a Resolução de Problemas transcende os cursos de formação inicial de professores de Matemática e tem a possibilidade de adentrar as turmas de Educação Básica.

6 Referências

ALLEVATO, N. S. G. **Associando o computador à resolução de problemas fechados**: análise de uma experiência. Rio Claro: Universidade Estadual Paulista, 2005. 370 f. (Tese). Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/102164/allevato_nsg_dr_rcla.pdf?sequence=1&isAllowed=y>. Acesso em: 23 mar. 2020.

ALLEVATO, N. S. G.; ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem-avaliação em Matemática: por que através da Resolução de Problemas? In: L. de La R., ONUCHIC; N. S. G., ALLEVATO; F. C. H., NOGUTI; A. M., JUSTULIN. (Org.). **Resolução de problemas**: teoria e prática. Jundiaí, Paco Editorial: 2014, p. 35-52.

_____. Ensinando Matemática na sala de aula através da Resolução de Problemas. **Boletim GEPEM**, n. 55, p. 133-154, jul./dez. 2009.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base nacional comum curricular**. Brasília: MEC/CONSED/UNDIME, 2017.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1997.

_____. **Parâmetros curriculares nacionais**: Matemática. Ministério da Educação, Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BROLEZZI, A. C. **Criatividade e resolução de problemas**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2013.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. **Investigação em educação matemática: percursos teóricos e metodológicos**. 2. ed. rev. Campinas, SP: Autores Associados, 2007.

ITACARAMBI, R. R. **Resolução de problemas: construção de uma metodologia**. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2010.

MORAIS, R. dos S.; ONUCHIC, L. de la R. Uma abordagem histórica da Resolução de Problemas. In: L. de La R., ONUCHIC; N. S. G., ALLEVATO; F. C. H., NOGUTI; A. M., JUSTULIN. (Org.). **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí, Paco Editorial: 2014, p. 17-34.

ONUCHIC, L. de la R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da Resolução de Problemas. In: M. A. V., BICUDO. (Org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999, p. 199-218.

ONUCHIC, L. de la R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Bolema**, v. 25, n. 41, p. 71-98, dez. 2011.

_____. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. In: M. A. V., BICUDO; M. de C.; BORBA. (Org.). **Educação matemática: pesquisa em movimento**. São Paulo: Cortez, 2004, p. 213-231.

POLYA, G. **How to solve it: a new aspect of mathematical method**. 2. ed. New Jersey: Princeton University Press, 1973.

SANTOS, V. M. P. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em matemática: métodos alternativos**. Rio de Janeiro: Projeto Fundão, Instituto de Matemática da Universidade Federal do Rio de Janeiro, 1997.

SANTOS-WAGNER, V. M. P. dos. Resolução de Problemas em Matemática: uma abordagem no processo educativo. **Boletim GEPEM**, n. 53, p. 43-74, jul./dez. 2008.

SCHROEDER, T. L.; LESTER, JR, F. K. Developing understanding in mathematics via problem solving. In: P. R., TRAFTON; A. P., SHULTE. (Eds.). **New directions for elementary school mathematics**. Reston: NCTM, 1989. p. 31-42.

STAKE, R. E. **Pesquisa qualitativa: estudando como as coisas funcionam**. Porto Alegre: Penso, 2011.

STEIN, M. K.; ENGLE, R. A.; SMITH, M. S.; HUGHES, E. K. Orchestrating productive mathematical discussions: five practices for helping teachers move beyond show and tell, **Mathematical thinking and learning**, v. 10, n. 4, p. 313-340, 2008.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental: formação de professores e aplicação em sala de aula**. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

ZANON, T. X. D. **Imagens conceituais de combinatória no ensino superior de matemática**. Vitória: Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, 2019.

333 f. (Tese). Disponível em:

<http://portais4.ufes.br/posgrad/teses/tese_13491_TESE%20Thiarla%20-%20%20FINAL%2001-05%20para%20IMPRESS%C3O.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2020.

_____. **Formação continuada de professores que ensinam matemática:** o que pensam e sentem sobre ensino, aprendizagem e avaliação. Vitória: Programa de Pós-Graduação em Educação, Universidade Federal do Espírito Santo, 2011. 300 f. (Dissertação). Disponível em:

<http://repositorio.ufes.br/bitstream/10/2278/1/tese_5183_THIARLA%20XAVIER%20DAL-CIN%20ZANON.pdf>. Acesso em: 23 mar. 2020.