

ADEQUAÇÃO DE UMA ATIVIDADE DE MODELAGEM MATEMÁTICA PARA UMA UNIDADE DE ENSINO POTENCIALMENTE SIGNIFICATIVA

DOI: <https://doi.org/10.33871/22385800.2019.8.16.179-205>

Eliane Siviero da Silva Dalbon¹
Renato Francisco Merli²

Resumo: Esse artigo apresenta uma proposta de adaptação de uma atividade de Modelagem Matemática (MM) aos pressupostos teóricos da *Aprendizagem Significativa* (AS), em especial, as Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). Para isso, inicialmente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica sobre os principais conceitos de Modelagem Matemática, *Aprendizagem Significativa* e Unidades de Ensino Potencialmente Significativas. Na sequência, foi apresentada uma atividade de Modelagem Matemática já aplicada em sala de aula e as ações necessárias para sua adaptação em uma Unidade de Ensino Potencialmente Significativa. Dos diversos aspectos que podem ser levantados sobre o uso da UEPS em articulação com a MM, pode-se destacar que a primeira ajuda a pensar no processo cognitivo individual do aluno, fortalecendo ainda mais aspectos que já eram realçados com o uso da MM, como autonomia e tomada de decisão coletiva e individual. Destaca-se, ainda, a necessidade de readequar alguns momentos da atividade para que ela se torne potencialmente significativa. Um exemplo está na etapa de avaliação da aprendizagem, a qual, na MM, acontece durante todo o processo e de forma coletiva e na UEPS é sugerido que se realize uma avaliação individual.

Palavras-chave: Modelagem Matemática. *Aprendizagem Significativa*. Unidade de Ensino Potencialmente Significativa.

ADEQUACY OF A MATHEMATICAL MODELING ACTIVITY FOR A POTENTIALLY SIGNIFICANT TEACHING UNIT

Abstract: This article presents a proposal to adapt a Mathematical Modeling (MM) activity to the theoretical assumptions of *Significant Learning* (AP), especially the *Potentially Significant Teaching Units* (UEPS). For this, a bibliographical research was initially carried out on the main concepts of *Mathematical Modeling*, *Significant Learning* and *Potentially Significant Teaching Units*. In the sequence it was presented a Mathematical Modeling activity already applied in the classroom, and the necessary actions for its adaptation in a Potentially Significant Teaching Unit. Of the several aspects that can be raised about the use of UEPS in conjunction with MM, it is possible to emphasize that the first one helps to think about the student's individual cognitive process, strengthening even more aspects that were already highlighted with the use of MM, as autonomy and collective and individual decision-making. It is also necessary to re-adjust some moments of the activity so that it becomes potentially significant, an example is in the evaluation stage of learning, in which the MM happens

¹ Mestra em Educação para a Ciência e a Matemática pela Universidade Estadual de Maringá (UEM), Doutoranda do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência e Educação Matemática (UNIOESTE), E-mail: elianesivierosilva@gmail.com.

² Mestre em Filosofia pela Universidade Estadual do Oeste do Paraná (UNIOESTE), Mestre em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL) e Doutorando do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciência e Educação Matemática (UNIOESTE). Professor na Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Toledo, E-mail: renatomerli@utfpr.edu.br.

throughout the process and collectively and in the UEPS it is suggested that an individual assessment be done.

Keywords: Mathematical Modeling. Meaningful Learning. Potentially Significant Teaching Unit.

Introdução

O processo de ensino e de aprendizagem da Matemática tem se apresentado como um dos principais focos das discussões em torno da Educação Matemática. O ensino considerado tradicional, em que o professor é o detentor do conhecimento e os alunos meros espectadores, está perdendo espaço para as novas abordagens teórico-metodológicas nas quais os alunos são o centro do processo de ensino e de aprendizagem.

As Metodologias Ativas (MA) apresentam tal característica, havendo a preocupação com a participação efetiva desse aluno na construção da sua aprendizagem, proporcionando a autonomia do educando tanto na educação presencial quanto na modalidade à distância, favorecendo a curiosidade e estimulando a tomada de decisões individuais e coletivas, provenientes das atividades oriundas da prática social e em contextos do aluno (DIAS; VOLPATO, 2017, p. 5).

Nesse cenário, as Metodologias Ativas surgem como alicerce “[...] no princípio teórico da Freiriano (referente a Paulo Freire, educador brasileiro, que tinha como proposta pedagógica a pedagogia da libertação) da inovação” (FIALHO; MACHADO, 2017, p. 66).

Assim, a educação na sociedade do conhecimento deve pressupor um estudante autônomo, que autogerencie, autogoverne seu processo formativo. Sendo assim, essas metodologias utilizam-se da problematização como metodologia de ensino-aprendizagem, com a meta de alcançar e motivar o estudante mediante ao problema apresentado dentro do cenário educacional, relacionando sua história e passando a ressignificar as suas descobertas (FIALHO; MACHADO, 2017, p. 66).

De acordo com Souza e Rosa (2018, p. 5), “[...] observando as características que as atividades de MM³ podem promover ao aluno, é possível perceber alguma semelhança com as consequências de uma MA da promoção de aprendizado mais significativo e o incentivo ao pensamento crítico”, ou seja, na MM existem características similares de uma MA, tais como:

³ Chamamos a atenção para o padrão utilizado pelos autores com MM para Modelagem Matemática e MA para Metodologias Ativas.

os alunos terem mais autonomia; as atividades estimularem a tomada de decisão individual e coletiva por parte dos alunos; o contexto ser levado em consideração e o professor deixar de ser o centro das atividades para ser o mediador, são desenvolvidas e arraigadas.

Para este trabalho, nos pautamos na concepção de Barbosa (2004) acerca da Modelagem Matemática, como “[...] um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência da realidade” (p. 3). Assim, os alunos são estimulados a serem ativos quanto à sua aprendizagem, desde a escolha do tema a ser estudado, na formulação do problema a ser investigado, no levantamento de hipóteses e nas discussões quanto às validações das hipóteses, evidenciando a autonomia do aluno, que é uma das características das Metodologias Ativas, como afirmam Souza e Rosa (2018, p. 7): “Observando a concepção de Barbosa para o desenvolvimento de atividades de MM verificamos a autonomia do aluno em determinado momento da atividade, possibilitando configurar a MM como uma MA quanto à característica da autonomia do discente durante as atividades”.

Nesse sentido, buscamos articular o processo de Modelagem Matemática com a proposta de David Ausubel (1963; 1968) de *Aprendizagem Significativa* e das *Unidades de Ensino Potencialmente Significativas* (UEPS), de Marco Antonio Moreira (2011c), por meio da proposta de adequação de uma atividade de Modelagem em uma UEPS.

Para tanto, o caminho metodológico aqui adotado está pautado num caráter descritivo, pois busca descrever a utilização da *Modelagem Matemática* como metodologia de ensino ativa, centrada no estudante, e pormenoriza o emprego das UEPS enquanto uma teoria da *Aprendizagem Significativa*. Assume, também, um caráter explicativo, pois esse tipo de pesquisa “[...] aprofunda o conhecimento da realidade, porque explica a razão, o porquê das coisas” (GIL, 2002, p. 42). Além disso, corroboramos com o autor ao entendermos que as pesquisas explicativas e descritivas se complementam, uma vez que a “[...] pesquisa explicativa pode ser a continuação de outra descritiva, posto que a identificação dos fatores que determinam um fenômeno exige que este esteja suficientemente descrito e detalhado” (GIL, 2002, p. 43).

Esta pesquisa reconhece, também, um aspecto qualitativo, posto que, em se tratando da descrição e compreensão de fatos da educação, buscamos ir para além da descrição e

compreender o processo em que o fato ocorre e interpretá-lo, considerando o contexto próximo e amplo, pois entendemos que “o objetivo principal do investigador é o de construir conhecimentos e não dar opinião sobre determinado contexto” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 67). Portanto, é necessário ultrapassar as barreiras superficiais e ir a fundo ao encontro do objeto de estudo para compreendê-lo e produzir conhecimento a partir dele.

Assim, nas próximas seções apresentamos nosso arcabouço teórico, ou seja, os conceitos essenciais de *Modelagem Matemática*, *Aprendizagem Significativa* e UEPS. Na sequência, apresentamos uma atividade de modelagem matemática já desenvolvida em sala de aula e, por fim, apresentamos uma proposta de articulação dessa atividade com a UEPS.

Concepções de Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática surge, enquanto abordagem metodológica, a partir dos trabalhos da matemática aplicada, que tiveram entre seus precursores autores como Bassanezi, Biembengut e Hein. Para Bassanezi (2011, p. 16), “a modelagem matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real”, assim como para Biembengut e Hein (2003, p. 11), que afirmam que “a modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento”. Ainda, para Almeida, Silva e Vertuan (2012, p. 15), “a Modelagem Matemática visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos”.

Embora a Modelagem Matemática possa ser percebida como um método de pesquisa para esses autores, ela vem sendo utilizada por muitos educadores como uma abordagem metodológica que pode ser introduzida nas aulas de Matemática, pois como salientam Almeida, Silva e Vertuan (2012), aspectos como motivação, uso das aplicações de fora da escola na sala de aula, a viabilização do uso do computador, a utilização de trabalhos cooperativos, o desenvolvimento da criticidade e da reflexão e o uso de diferentes signos são argumentos que justificam e incentivam seu uso.

Além dessas concepções de modelagem matemática, Meyer, Caldeira e Malheiros (2011, p. 17) caracterizam a modelagem em três passos principais: “o da formulação, o do

estudo de resolução (ou, em muitos casos – aliás, a maioria – o de resolução aproximada) e o de avaliação”. Logo em seguida, os autores distinguem cinco momentos para o processo de modelagem matemática:

[...] 1) determinar a situação; 2) simplificar as hipóteses dessa situação; 3) resolver o problema matemático decorrente; 4) validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5) definir a tomada de decisão com base nos resultados (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 28).

De acordo com Barbosa (2004), a Modelagem Matemática, sob a perspectiva da Educação Matemática, “[...] é um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da Matemática, situações com referência da realidade” (p. 3). O ambiente de Modelagem Matemática, para o autor, está associado à problematização e à investigação de uma situação real, em que os alunos devem atuar, sendo que “Ambas as atividades não são separadas, mas articuladas no processo de envolvimento dos alunos para abordar a atividade proposta. Nela, podem-se levantar questões e realizar investigações que atingem o âmbito do conhecimento reflexivo” (BARBOSA, 2004, p. 3). Assim, para Barbosa (2004), a problematização está relacionada ao ato de criar problemas e a investigação refere-se à busca, seleção, organização e manipulação de informações e reflexões sobre elas.

O autor elenca cinco argumentos em relação ao por que trabalhar com a Modelagem Matemática em sala de aula, a saber: “[...] motivação, facilitação da aprendizagem, preparação para utilizar a matemática em diferentes áreas, desenvolvimento de habilidades gerais de exploração e compreensão do papel sócio-cultural da matemática” (BARBOSA, 2004, p. 2). Para incorporar a Modelagem Matemática em sala de aula, Barbosa (2004), baseado nos trabalhos de Galbraith (1995), apresentou o que ele chama de três *casos* para inserir as atividades de modelagem matemática, conforme podemos verificar no Quadro 1, a seguir.

Quadro 1: Casos de modelagem matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do problema	Professor	Professor	Professor / Aluno
Simplificação	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor / Aluno	Professor / Aluno



Solução	Professor / Aluno	Professor / Aluno	Professor / Aluno
---------	-------------------	-------------------	-------------------

Fonte: Barbosa (2004, p. 5)

No caso 1, o professor é responsável por escolher o tema e apresentar um problema relacionado a esse tema, com todos os dados necessários para a solução do problema, cabendo aos alunos realizarem a investigação e solução do problema. Nessa situação, não há a necessidade dos alunos se retirarem de sala para coletar novos dados e o tempo de realização da atividade não é muito extensa. Já no caso 2, cabe ao professor a tarefa de escolher o tema e formular o problema inicial. Os alunos são responsáveis por coletarem os dados necessários para a investigação do problema. Nessa situação, são atribuídas mais responsabilidades aos alunos na realização da tarefa. Por fim, no caso 3, o tema a ser tratado pode ser escolhido pelo professor ou pelos alunos, sendo que a formulação do problema, a coleta de dados e a resolução do problema são de responsabilidades dos alunos.

A *Modelagem Matemática* enquanto abordagem metodológica é uma resposta à “rapidez na produção de conhecimento, a provisoriedade das verdades construídas no saber científico e, principalmente, a ‘nuvem’, que pode ser acessada pelo mais tecnológico dos oráculos: o Google, que enterrou de vez a educação baseada na mera transmissão de conhecimentos” (FIALHO; MACHADO, 2017, p. 67). Assim, ela pode ser entendida como uma metodologia ativa, pois tem como proposta focar o processo de ensinar e aprender na participação ativa de todos os envolvidos, centrados na realidade em que estão inseridos.

Por fim, vale salientar que, das concepções de MM apresentadas, optamos por escolher uma atividade já desenvolvida na perspectiva do Caso 2 de Barbosa (2004), para justificar as articulações e adequações necessárias. Tal escolha decorre do fato de um dos autores desse trabalho ter lecionado em uma disciplina de MM e ter realizado a atividade segundo esses pressupostos. Assim, apresentado o que compreendemos por Modelagem Matemática e delimitados os *casos* de uma atividade de modelagem matemática, apresentamos na próxima seção alguns conceitos da *Aprendizagem Significativa* que serão importantes para discutir a atividade de modelagem.

Sobre Aprendizagem Significativa

O desenvolvimento de novas metodologias de ensino deve estar atrelado a teorias de aprendizagem que as subsidiem, para que o processo de ensino e de aprendizagem seja centrado não mais no professor e, sim, no aluno. Assim, a *Aprendizagem Significativa*, enquanto uma teoria de aprendizagem desenvolvida por David Ausubel (1963; 1968), pode ser eficaz na elaboração de estratégias de ensino centradas nos estudantes.

A *Aprendizagem Significativa*, para Moreira (2011a, p. 26, **negrito do autor**), é entendida como:

[...] o processo através do qual uma nova informação (um novo conhecimento) se relaciona de maneira **não arbitrária** e **substantiva** (não-literal) à estrutura cognitiva do aprendiz. É no curso da *Aprendizagem Significativa* que o significado lógico do material de aprendizagem se transforma em significado psicológico para o sujeito.

Enquanto, que, Ausubel (1963, p. 58, tradução nossa) entende como “o mecanismo humano, por excelência, para adquirir e armazenar a vasta quantidade de ideias e informações representadas em qualquer campo de conhecimento”. Moreira (2011b, p. 36) afirma que “um indivíduo aprende *significativamente* quando consegue relacionar, de maneira substantiva (não literal) e não arbitrária, a nova informação com uma estrutura de conhecimento específica que faz parte integrante da sua *estrutura cognitiva* prévia”. Essa estrutura cognitiva é definida por Ausubel (1963, 1966, 1968) como *subsunção*, que, segundo Moreira (2011b), derivou dos escritos da obra *Crítica da Razão Pura*, de Immanuel Kant. O filósofo postula que:

Não se pode duvidar de que todos os nossos conhecimentos começam com a experiência, porque, com efeito, como haveria de exercitar-se a faculdade de se conhecer, se não fosse pelos objetos que, excitando os nossos sentidos, de uma parte, produzem por si mesmos representações, e de outra parte, impulsionam a nossa inteligência a compará-los entre si, a reuni-los ou separá-los, e deste modo à elaboração da matéria informe das impressões sensíveis para esse conhecimento das coisas que se denomina experiência? (KANT, 1994, p. 3).

A faculdade do juízo, nas palavras de Kant, é “a capacidade de subsumir a regras, isto é, de discernir se algo se encontra subordinado à dada regra ou não” (KANT, 1994, p. 177).

Valadares (2011, p. 37) afirma que Ausubel talvez tenha ido buscar o conceito de *subsunção* na “filosofia de Kant, onde o verbo *subsumir* significa a incorporação de um indivíduo numa espécie, a inferência de uma ideia a partir de uma lei, etc.”. Ainda para o autor,

[...] a *Aprendizagem Significativa* é substantiva porque é a «substância», o «recheio» do conceito que é apreendido e não apenas um nome e (ou) um enunciado sem qualquer significado para quem aprende. Para tal, a nova informação tem de interagir com as ideias que aprendente já domina que incluem os conceitos, as proposições e símbolos previamente assimilados. Tais ideias mais ou menos familiares a quem aprende são os *subsunçores* e assumem uma enorme importância na *Aprendizagem Significativa* (VALADARES, 2011, p. 37).

Para Moreira (2011a, p. 40), os *subsunçores* são “conceitos ou proposições claras, estáveis, diferenciadas, especificamente relevantes - na estrutura cognitiva”, e também são chamados de conhecimentos prévios ou ideias âncora. Esses *subsunçores* servem para ancorar novos conhecimentos. Moreira (2011b, p. 26) reconhece que,

O conhecimento prévio serve de matriz ideacional e organizacional para a incorporação, compreensão e fixação de novos conhecimentos quando estes “se ancoram” em conhecimentos especificamente relevantes (*subsunçores*) preexistentes na estrutura cognitiva. Novas idéias, conceitos, proposições, podem ser aprendidos significativamente (e retidos) na medida em que outras idéias, conceitos, proposições, especificamente relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do sujeito e funcionem como pontos de “ancoragem” aos primeiros (MOREIRA, 2011b, p. 26).

Na teoria ausubeliana, “quando a estrutura cognitiva do indivíduo não possui *subsunçores* diferenciados e estáveis para ancorar (*subsumir*) a nova informação, o indivíduo a armazenará de forma literal e não substantiva, ou seja, realizará aprendizagem mecânica” (MOREIRA, 2011b, p. 27). Nesse contexto, pensar em atividades que sejam potencialmente significativas é essencial para que novos conhecimentos sejam incorporados, ou seja, desenvolver *materiais potencialmente significativos* é essencial e, para Moreira (2011c, p. 10), o significado de *material potencialmente significativo* está

[...] nas pessoas, não nas coisas. Então, não há, por exemplo, livro significativo ou aula significativa; no entanto, livros, aulas, materiais instrucionais de um modo geral, podem ser potencialmente significativos e para isso devem ter significado lógico (ter estrutura, organização, exemplos,

linguagem adequada, enfim, serem aprendíveis) e os sujeitos devem ter conhecimentos prévios adequados para dar significado aos conhecimentos veiculados por esses materiais.

Um *material potencialmente significativo* pode ser elaborado a partir de uma *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa*, ou seja, “sequências de ensino fundamentadas teoricamente, voltadas para a *Aprendizagem Significativa*, não mecânica, que podem estimular a pesquisa aplicada em ensino, aquela voltada diretamente à sala de aula” (MOREIRA, 2011c, p. 2).

Moreira (2011c) indica que a construção de uma *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa* deve partir de sete considerações, sendo elas: objetivo, filosofia, marco teórico, princípios, aspectos sequenciais, aspectos transversais e diagramas.

O objetivo é “desenvolver unidades de ensino potencialmente facilitadoras da *Aprendizagem Significativa* de tópicos específicos de conhecimento declarativo e/ou procedimental” (MOREIRA, 2011c, p. 2). Já a filosofia é que “só há ensino quando há aprendizagem e esta deve ser significativa [...]” (MOREIRA, 2011c, p. 2), sendo o ensino o meio e a *Aprendizagem Significativa* o fim.

Como marco teórico são elencados alguns autores, tais como: David Ausubel (1968; 2000); Moreira (2005; 2006); Moreira e Masini (1986; 2006; 2008); Valadares e Moreira (2009); Joseph D. Novak (1977); D. B. Gowin (1981); Vygotsky (1987); Gérard Vergnaud (1990); Philip Johnson-Laird (1983). O Quadro 2 apresenta os princípios da UEPS descritos por Moreira (2011c).

Quadro 2: Princípios da UEPS

Conhecimento prévio	é a variável que mais influencia a <i>Aprendizagem Significativa</i> .
Pensamentos, sentimentos e ações	estão integrados no ser que aprende; essa integração é positiva, construtiva, quando a aprendizagem é significativa.
Aprender significativamente	é o aluno quem decide se quer aprender significativamente determinado conhecimento.
Organizadores prévios	mostram a relacionabilidade entre novos conhecimentos e conhecimentos prévios.
Situações-problema	dão sentido a novos conhecimentos; elas devem ser criadas para despertar a intencionalidade do aluno para a <i>Aprendizagem Significativa</i> ; podem funcionar como organizadores prévios; devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade.
Frente a uma nova situação	o primeiro passo para resolvê-la é construir, na memória de trabalho, um modelo mental funcional, que é um análogo estrutural dessa situação.



A diferenciação progressiva, a reconciliação integradora e a consolidação	devem ser levadas em conta na organização do ensino.
A avaliação da Aprendizagem Significativa	deve ser feita em termos de buscas de evidências; a <i>Aprendizagem Significativa</i> é progressiva.
O papel do professor	é o de provedor de situações-problema, cuidadosamente selecionadas, de organizador do ensino e mediador da captação de significados de parte do aluno.
Um episódio de ensino	envolve uma relação triádica entre aluno, docente e materiais educativos, cujo objetivo é levar o aluno a captar e compartilhar significados que são aceitos no contexto da matéria de ensino; essa relação poderá ser quadrática na medida em que o computador não for usado apenas como material educativo.
A aprendizagem	aprendizagem deve ser significativa e crítica, não mecânica.
A Aprendizagem Significativa crítica	é estimulada pela busca de respostas (questionamentos) ao invés da memorização de respostas conhecidas, pelo uso da diversidade de materiais e estratégias instrucionais, pelo abandono da narrativa em favor de um ensino centrado no aluno.

Fonte: Adaptado de MOREIRA (2011c, p. 2-3)

Nosso interesse nesse artigo está nos aspectos sequenciais e aspectos transversais. Os aspectos sequenciais são divididos em oito etapas, resumidas no Quadro 3.

Quadro 3: Aspectos sequenciais de uma UEPS

Etapa 1	Definir o tópico que será abordado, resgatando o conhecimento prévio e as relações que podem ser estabelecidas com o novo conhecimento.
Etapa 2	Proporcionar situações em que o aluno possa externalizar o conhecimento prévio.
Etapa 3	Introdução ao tópico de estudo, com situações que relacionem o conhecimento prévio com o novo conhecimento.
Etapa 4	Apresentar o novo conteúdo ou conceito, partindo dos aspectos mais gerais para os mais específicos (diferenciação progressiva).
Etapa 5	Retomada dos aspectos mais gerais do conteúdo, avançando na complexidade. Promove situações de interação com o grupo de alunos, envolvendo negociações de significados.
Etapa 6	Abordagem do tópico de estudo em maior grau de complexidade, com diversificação de atividade, onde são propostas novas situações de aprendizagem.
Etapa 7	Avaliação processual e formativa da aprendizagem, retomando características mais relevantes do conteúdo e/ou conceito estudado.
Etapa 8	Avaliação, segundo evidências da <i>Aprendizagem Significativa</i> (deve ser um processo contínuo no desenvolvimento da proposta).

Fonte: Souza e Pinheiro (2018, p. 3-4)

Em relação aos aspectos transversais, Moreira (2011c, p. 5) afirma que:

- em todos os passos, os materiais e as estratégias de ensino devem ser diversificados, o questionamento deve ser privilegiado em relação às respostas prontas e o diálogo e a crítica devem ser estimulados;
- como tarefa de aprendizagem, em atividades desenvolvidas ao longo da UEPS, pode-se pedir aos alunos que proponham, eles mesmos, situações-

problema relativas ao tópico em questão;
- embora a UEPS deva privilegiar as atividades colaborativas, a mesma pode também prever momentos de atividades individuais (MOREIRA, 2011c, p. 5).

Nesse sentido, buscamos articular a Modelagem Matemática com a UEPS, apoiados em Borssoi (2013, p. 53-54), o qual, por um lado, afirma que “[...] há registros de um número restrito de pesquisas que investigam ambientes de ensino e aprendizagem focando simultaneamente a modelagem matemática e a *Aprendizagem Significativa*”, mas, por outro, enquanto resultado de sua tese, sugere que,

[...] a integração de atividades de modelagem às UEPS favorece essa aproximação, pois, da forma como entendemos a proposição de atividades de modelagem, o professor necessariamente tem o papel de orientador e, à medida que o aluno, o grupo, colaboram, é possível levar a cabo tanto a avaliação formativa, quanto a somativa, de forma continuada. Do contrário, corre-se o risco de se chegar a um resultado que não reflete a pesquisa, que não reflete se a aprendizagem é mesmo significativa, ou, em que medida o é. A integração de atividades de modelagem matemática à UEPS proporcionou resultados que conferem relevância a essa combinação, em cada Contexto da pesquisa (BORSSOI, 2013, p. 169).

Nesse viés, a autora ainda relata que essa articulação pode

[...] convidar os alunos a participarem das discussões e mesmo atribuir responsabilidade a eles, inicialmente em torno de uma problemática, e depois a fim de avançar pelas fases da modelagem, contribui para que os alunos verbalizem o que se passa em suas mentes ao pensarem sobre a atividade, propicia ao professor fazer inferências sobre os modelos mentais, possibilita a observação de evidências de atribuição de significados pelos alunos (BORSSOI, 2013, p. 169).

Portanto, cientes da possibilidade dessa articulação, na sequência caracterizaremos a atividade de modelagem matemática realizada, para então, na próxima seção, apresentarmos nossa proposta.

Caracterização da Atividade de Modelagem

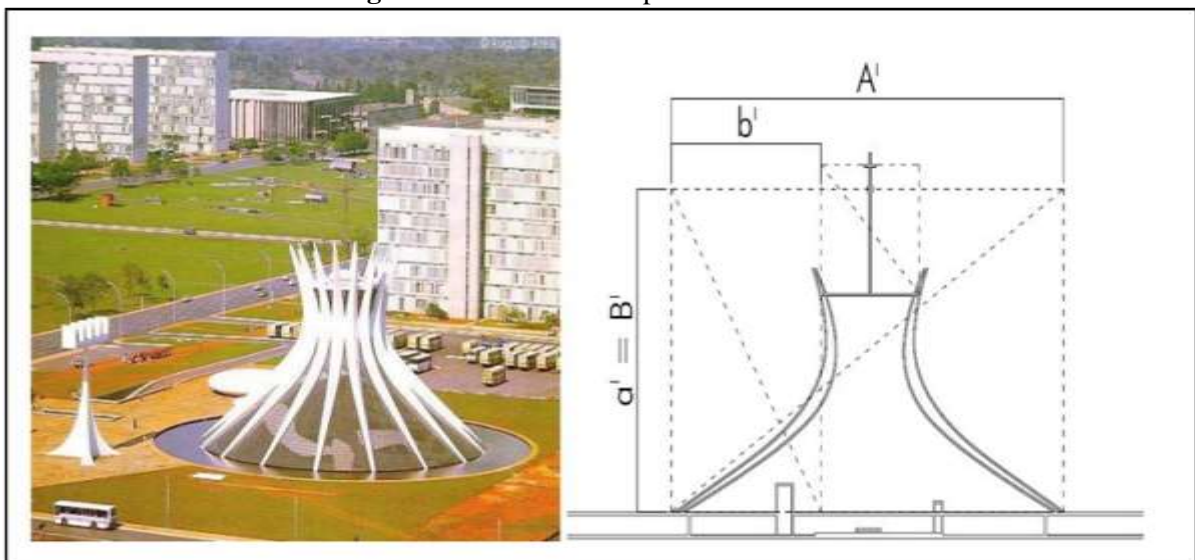
A atividade de Modelagem escolhida para a adaptação foi aplicada em uma turma de 8º semestre do curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Tecnológica Federal do

Paraná, na disciplina de Modelagem Matemática 2, cuja ementa trata da análise de modelos clássicos e do conteúdo matemático correspondente, como equações diferenciais, equações de diferenças, ajustes de curvas, entre outros, e a elaboração de modelos alternativos. Havia nove alunos matriculados na turma.

O professor da disciplina (um dos autores deste trabalho) desenvolveu a atividade na perspectiva do Caso 2 de Barbosa (2004), ou seja, “[...] os alunos deparam-se apenas com o problema para investigar, mas têm que sair da sala de aula para coletar dados. Ao professor, cabe apenas a tarefa de formular o problema inicial. Nesse caso, os alunos são mais responsabilizados pela condução das tarefas [...]” (BARBOSA, 2004, p. 4), ou seja, eles acabam realizando quatro das cinco etapas (os alunos, nesse caso, não irão determinar a situação, pois a mesma já foi escolhida pelo professor) sugeridas por Meyer, Caldeira e Malheiros (2011).

A atividade formulada pelo professor versava sobre a Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida, ilustrada na Figura 2, que foi projetada pelo arquiteto Oscar Niemeyer, sendo o primeiro monumento a ser criado em Brasília.

Figura 2: Catedral Metropolitana de Brasília

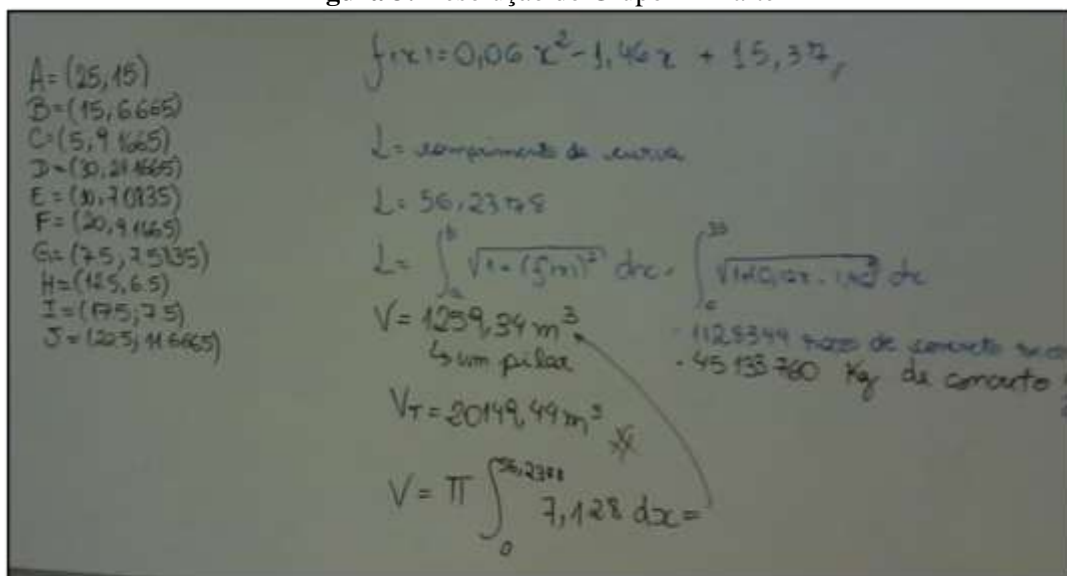


Fonte: Meyer (2003)

No contexto da atividade estabelecida, os problemas propostos foram⁴: 1) como podemos fazer para encontrar funções cujos gráficos se ajustem às curvas das laterais da catedral? 2) Estime a quantidade de concreto utilizado para a construção dos dezesseis pilares.

A turma foi dividida em três trios. A atividade se iniciou em sala de aula, entretanto, ela foi finalizada fora do horário, sendo esse um aspecto importante nas metodologias ativas, que pressupõem o envolvimento dos alunos para além da sala de aula. Eles tiveram uma semana para resolver o problema. Na semana seguinte, cada grupo apresentou sua solução. Apresentamos, nas Figuras 3, 4 e 5, a resolução de um dos Grupos.

Figura 3: Resolução do Grupo 1 – Parte 1

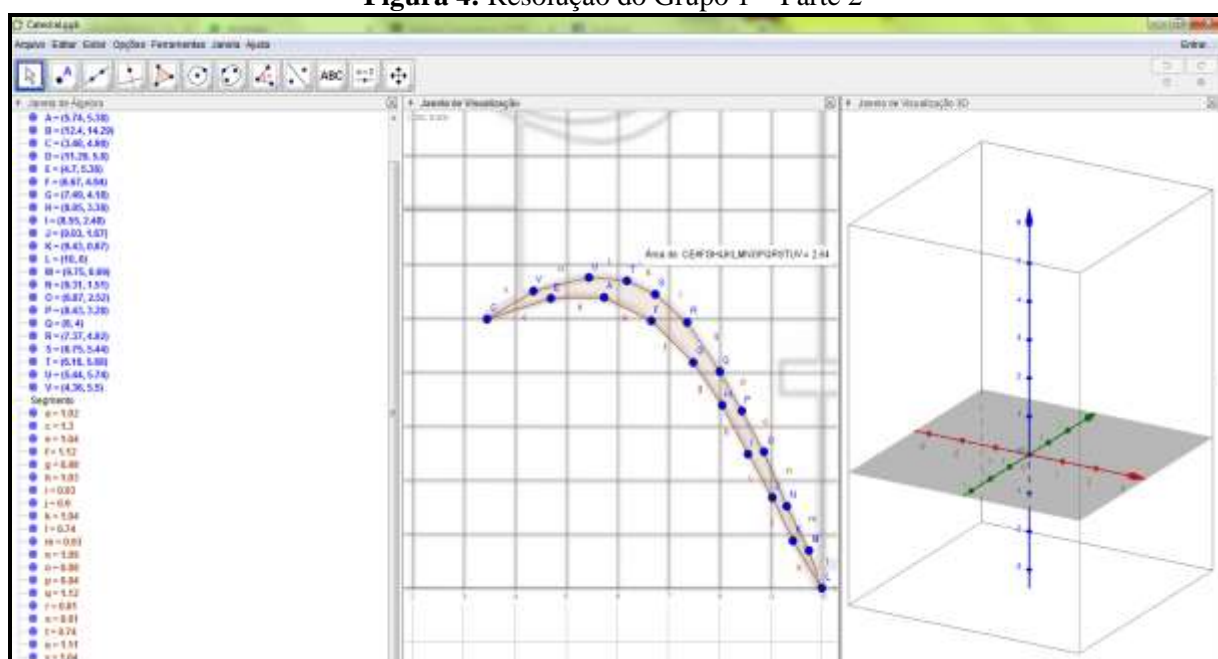


Fonte: Dos autores

Na Figura 3, é possível observar que os alunos apresentaram a função, na perspectiva deles, que mais se encaixa às curvas laterais da Catedral. O ajuste de curvas, feito por meio do Geogebra, foi realizado a partir dos pontos A a J (traçados com ferramenta Ponto do próprio software) e a aproximação que eles utilizaram foi a quadrática. Esse tipo de aproximação, não-linear, tem características curvilíneas que se aproximam de uma parábola, conforme podemos verificar na Figura 4.

⁴ A íntegra da Atividade está no Anexo.

Figura 4: Resolução do Grupo 1 – Parte 2



Fonte: Dos autores

Nesse sentido, os alunos entenderam que o melhor ajuste seria o quadrático, cujo modelo de regressão é dado pela expressão 1:

$$f(x) = y = \alpha \cdot x^2 + \beta \cdot x + \gamma + \varepsilon \quad (1)$$

em que y é o valor observado (variável dependente), x é a variável explicativa (variável independente), α , β e γ são os parâmetros do modelo e ε é a componente aleatória. Como os valores, na prática, são estimativas, a componente aleatória vai estar agregada ao parâmetro γ .

Assim, para calcular os parâmetros, utilizamos as equações normais de ajustamento do modelo, a partir dos n pontos coletados, formando um sistema linear de três equações com três incógnitas, como apresentado em 2.



$$\begin{cases} \hat{a} \cdot \sum x^4 + \hat{b} \cdot x^3 + \hat{c} \cdot \sum x^2 = \sum x^2 y \\ \hat{a} \cdot \sum x^3 + \hat{b} \cdot x^2 + \hat{c} \cdot \sum x = \sum xy \\ \hat{a} \cdot \sum x^2 + \hat{b} \cdot x + \hat{c} \cdot n = \sum y \end{cases} \quad (2)$$

Encontrado o modelo de regressão $f(x)$, os alunos utilizaram a fórmula para cálculo do comprimento de um arco (L), dada em Thomas (2002, p. 419), em 3:

$$L = \int_a^b \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx \quad (3)$$

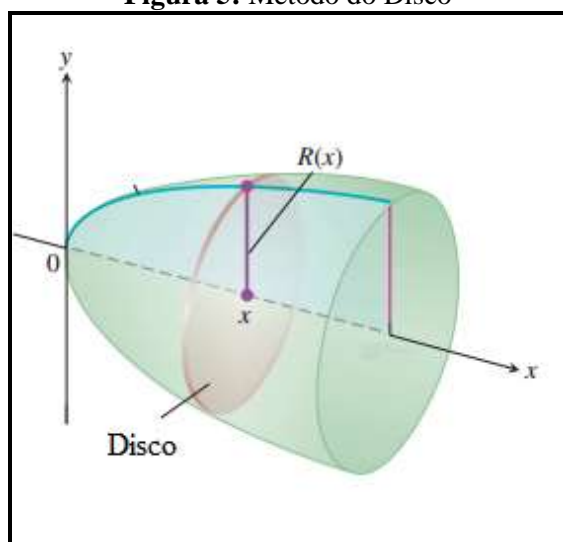
Vale destacar que os limites de integração (0 e 35) foram obtidos da altura dos pilares. Na sequência, utilizando a fórmula de integração de sólidos de revolução, Equação 4, eles determinaram o valor do volume.

$$V = \int_a^b \pi \cdot [R(x)]^2 dx \quad (4)$$

em que $R(x)$ designa a função que descreve o disco, conforme pode ser visto na Figura 5.

Cabe salientar que essa fórmula também é conhecida como método do disco (THOMAS, 2002, p. 400), e a Figura 5 ilustra geometricamente o processo.

Figura 5: Método do Disco

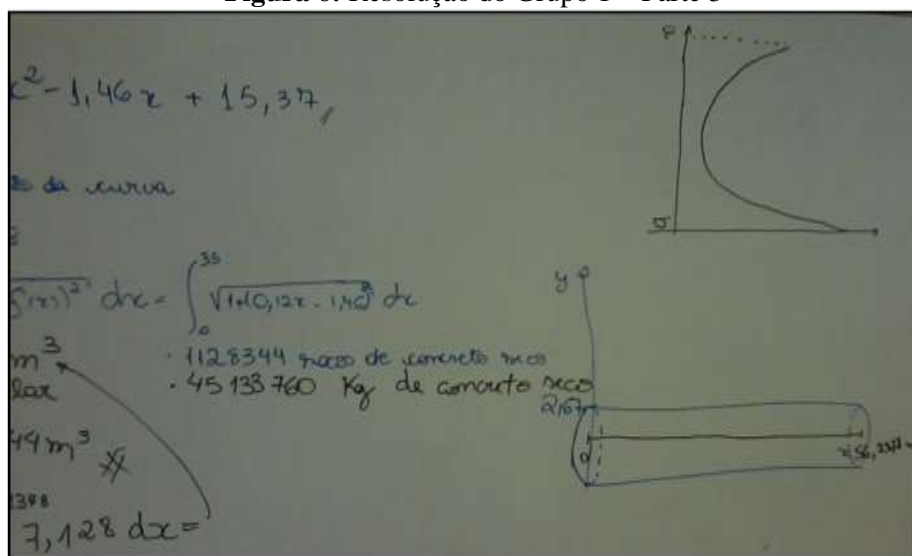


Fonte: Adaptado de Thomas (2002, p. 400)

Os limites foram encontrados a partir do comprimento L da curva, de 56,2378 u.m. Encontrado o volume de um pilar, multiplicaram por 16 para encontrar o volume total. Nesse

contexto, é importante ressaltar que adotaram, enquanto uma simplificação ao problema, que os pilares eram compostos apenas de concreto. Utilizaram, também, a fórmula da massa específica $d = m/v$, em que m é a massa em Kg e V é o volume em m^3 , para encontrar a massa de cimento necessária para a construção desses pilares, ilustrada na Figura 6.

Figura 6: Resolução do Grupo 1 – Parte 3



Fonte: Dos autores

A resolução de um dos grupos mostrou que os alunos coletaram os dados, fizeram algumas simplificações, adotaram algumas hipóteses, desenvolveram um modelo matemático que buscasse responder aos problemas estipulados e, por fim, apresentaram aos colegas. Isso corrobora com Bassanezzi (2001) e Biembengut e Hein (2003) que entendem a modelagem matemática como um processo de resolução de problemas da realidade, bem como de Almeida, Silva e Vertuan (2012), os quais afirmam que a modelagem matemática visa soluções de problemas por meio de modelos matemáticos.

A intenção dessa atividade, por parte do professor, era trabalhar com o ajuste de curvas, no caso, utilizando o método dos mínimos quadrados, bem como verificar os organizadores prévios, ou seja, conceitos de integrais no cálculo de volumes de sólidos. Nesse contexto, os alunos participaram ativamente do processo de aprendizagem, ou seja, a atividade de modelagem matemática em questão pode ser entendida como uma ferramenta de

MA (FIALHO; MACHADO, 2017), uma vez que propiciou aos mesmos o trabalho de forma autônoma, a tomada de decisão conjunta em relação ao processo de resolução, o professor deixou de ser o detentor do conhecimento e passou a ser orientador das possibilidades de resolução.

Na sequência, a partir dos pressupostos teóricos das UEPS, buscamos articular essa atividade, adaptando-a, pois a atividade aqui apresentada seguiu os pressupostos da Modelagem Matemática e não foi pensada como uma UEPS.

Uma possível adaptação das atividades às UEPS

Levando em consideração os oito aspectos apresentados por Moreira (2011c) na construção de uma *Unidade de Ensino Potencialmente Significativa*, para a adaptação da atividade de modelagem matemática e os resultados positivos de Borssoi (2013), iremos considerar o objetivo e os aspectos sequenciais que são os procedimentos/passos para a realização da UEPS em sala de aula.

Proposta de UEPS para trabalhar Ajuste de curvas e Cálculo de Volumes

Objetivo: trabalhar com Ajuste de curvas e Cálculo de Volume no Ensino Superior.

Aspectos sequenciais (passos):

1. Definir o tópico específico a ser abordado;

Para esse caso, os tópicos a serem trabalhados são Ajuste de curvas e Cálculo de volumes.

2. Criar/propor situações do tipo: discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-problema, etc.

Apresentar algumas obras de Oscar Niemeyer com o auxílio do multimídia, destacando suas principais características. Apresentar, por último, a imagem da Igreja Metropolitana Nossa Senhora Aparecida.

Nesse momento, as discussões e questionamentos têm como objetivo fazer com que os alunos externalizem seus Organizadores/Conhecimentos prévios relacionados ao contexto trabalhado. Pode-se, inicialmente, questionar quais elementos matemáticos podem ser

identificados na Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida? As respostas apresentadas pelos alunos podem ser anotadas no quadro.

3. Propor situações-problema, em nível bem introdutório;

Feitos os questionamentos iniciais, propõem-se situações-problema a fim de introduzir os tópicos matemáticos a serem trabalhados. As situações-problema para esse caso seriam: 1) como podemos fazer para encontrar funções cujos gráficos se ajustem às curvas das laterais da catedral? 2) Estime a quantidade de concreto utilizado para a construção dos dezesseis pilares.

Nesse momento, pode-se pedir aos alunos que se organizem em grupos, distribuindo uma cópia para cada grupo, contendo a imagem da Igreja Metropolitana Nossa Senhora Aparecida e as situações-problema iniciais, como apresentado no Anexo.

4. Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido;

Após trabalhar as situações-problema iniciais, apresentam-se os conceitos a serem ensinados/aprendidos, partindo dos aspectos mais gerais para os mais específicos. Nesse caso, pode-se iniciar fazendo uma exposição oral sobre a Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida, seguida das exposições dos grupos sobre os questionamentos iniciais. No caso em tela, as discussões seriam realizadas para ensinar o método dos mínimos quadrados, bem como resgatar a utilização de integrais para cálculo de volumes.

Nesse caso, o professor poderia fazer questionamentos, como: de que forma podemos encontrar uma equação que descreva uma determinada situação? Há um método para encontrar a melhor curva? Como se calcula o volume de sólidos cujas formas não são conhecidas? Como a integral pode auxiliar no cálculo de volumes?

5. Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes;

Nessa etapa, deve-se retomar os aspectos mais gerais dos tópicos trabalhados, em nível mais alto de complexidade em relação à primeira apresentação. De acordo com Moreira (2011c, p. 4), “[...] as situações-problema devem ser propostas em níveis crescentes de complexidade; dar novos exemplos, destacar semelhanças e diferenças relativamente às situações e exemplos já trabalhados, ou seja, promover a reconciliação integradora [...]”.

O professor pode, enquanto atividade de maior complexidade, pedir aos alunos que façam uma pesquisa sobre diferentes monumentos históricos que possuam arquiteturas

diferenciadas, ou até mesmo de outras obras de Oscar Niemeyer. A partir delas, elencar aquelas que têm aproximações com o conteúdo trabalhado e pedir para que os alunos elaborem um problema e, a partir disso, fazer com que eles o resolvam. Um exemplo é o Restaurante Los Manantiales (Figura 7), que foi construído em 1958, em Xochimilco, no México. Foi projetado pelo matemático, engenheiro e arquiteto espanhol Felix Candela, que trabalhou no México e, durante sua carreira, ficou conhecido como “mestre das cascas de concreto”, pois entre seus projetos podem ser encontradas várias estruturas em paraboloides hiperbólicos.

Figura 7: Restaurante Los Manantiales



Fonte: México em Fotos⁵

Uma atividade que o professor pode pedir para os alunos é encontrar a área para cobrir o teto do restaurante, bem como calcular a quantidade de concreto utilizado nas “cascas” da cobertura.

6. Dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes numa perspectiva integradora;

Esse passo consiste em “[...] dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes do conteúdo em questão, porém de uma perspectiva integradora, ou seja, buscando a reconciliação integrativa [...]” (MOREIRA, 2011c, p. 4). Novas situações-problema devem ser propostas e trabalhadas em níveis mais altos de complexidade.

Assim como no item anterior, o professor pode propor atividades mais complexas, ou

⁵ Disponível em: < <https://www.mexicoenfotos.com/antiguas/distrito-federal/ciudad-de-mexico/el-restaurante-los-manantiales-xochimilco-df-MX13109490163617>>. Acesso em: 10 dez. 2018.

pedir para que os alunos investiguem outras situações semelhantes com aquelas que eles já trabalharam.

7. Avaliar a aprendizagem ao longo de todo o percurso;

A avaliação deve ocorrer durante todo o processo de implementação da atividade. Deve-se registrar tudo o que possa ser considerado como evidência da *Aprendizagem Significativa*. Além disso, “[...] deve haver uma avaliação somativa individual após o sexto passo, na qual deverão ser propostas questões/situações que impliquem compreensão, que evidenciem captação de significados e, idealmente, alguma capacidade de transferência [...]” (MOREIRA, 2011c, p. 4).

Nesse sentido, uma avaliação individual deverá ser feita com os alunos, propondo questões abertas nas quais os alunos possam expressar o que compreenderam sobre o tema trabalhado.

8. Verificar se a avaliação do desempenho dos alunos foi exitosa.

Por fim, a verificação do êxito da UEPS dependerá se a avaliação do desempenho dos alunos fornecer evidências da *Aprendizagem Significativa* enquanto “[...] captação de significados, compreensão, capacidade de explicar, de aplicar o conhecimento para resolver situações-problema” (MOREIRA, 2011c, p. 5).

Para isso, deverão ser consideradas as situações-problema realizadas pelos alunos, as observações feitas em sala durante todo o processo e na avaliação individual de cada aluno.

Esses passos, se concebidos de forma organizada e criteriosa, poderão levar os estudantes a uma *Aprendizagem Significativa*, já que a atividade foi elaborada para ser potencialmente significativa.

O Quadro 4 apresenta os aspectos que se alteram na condução da atividade de Modelagem Matemática quando pensada na perspectiva de uma UEPS.

Quadro 4: Comparativo entre MM e UEPS

Etapas da UEPS segundo Moreira (2011c)	Etapas da MM segundo Meyer, Caldeira, Malheiros (2011)	Diferenças/Semelhanças
Definir o tópico específico a ser abordado	-	Essa etapa, no Caso 2 de Barbosa (2001) não acontece, apenas aconteceria no Caso 3
Criar/propor situações, do tipo: discussão, questionário, mapa conceitual, mapa mental, situação-	-	Não há uma etapa da MM correspondente, uma vez que ela acontece anteriormente à

problema, etc.		formulação do problema
Propor situações-problema, em nível bem introdutório;	Formulação / Estudo da Resolução (1. determinar a situação; 2. simplificar as hipóteses dessa situação; 3) resolver o problema matemático decorrente)	Essa etapa é similar à Formulação do Problema em MM
Apresentar o conhecimento a ser ensinado/aprendido;	Estudo da Resolução (4. validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5. definir a tomada de decisão com base nos resultados)	Essa etapa difere um pouco da MM, pois, no caso da UEPS, o professor age mais, orientando para o conteúdo
Retomar os aspectos mais gerais, estruturantes	Avaliação (4. validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5. definir a tomada de decisão com base nos resultados)	Nessa etapa, o professor pode propor novas etapas. Nesse caso, na MM, o aluno realiza uma avaliação verificando se o modelo pode/deve ser alterado
Dar seguimento ao processo de diferenciação progressiva retomando as características mais relevantes numa perspectiva integradora	Estudo da Resolução / Avaliação (5. definir a tomada de decisão com base nos resultados)	Nessa etapa, na MM, o aluno estuda se a resolução foi realizada de forma satisfatória, avaliando se existe a necessidade de alteração do modelo
Avaliar a aprendizagem ao longo de todo o percurso	Estudo da Resolução / Avaliação (4. validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5. definir a tomada de decisão com base nos resultados)	Na MM, essa avaliação acontece durante todo o processo e no coletivo; na UEPS, é sugerido que se realize uma avaliação individual
Verificar se a avaliação do desempenho dos alunos foi exitosa	Avaliação (4. validar as soluções matemáticas de acordo com a questão real e, finalmente, 5. definir a tomada de decisão com base nos resultados)	Nessa etapa, como na anterior, há uma diferença entre a MM e a UEPS, pois a primeira tem foco no processo e é coletiva, enquanto a segunda tem foco no indivíduo

Fonte: Elaborado pelos autores

Do Quadro 4, é possível perceber que a UEPS permite, no processo de MM, pensar no processo de aprendizagem do indivíduo, enquanto a MM, em si, trata de valorizar o processo de troca de experiências, autonomia e tomada de decisões. Além disso, a UEPS enfatiza os conhecimentos anteriores (subsunoçores). Isso não significa que a MM não o faça, mas a UEPS destaca a necessidade de utilizar tais conhecimentos para articulação com os novos.

Considerações finais

No contexto de uma sala de aula em que buscamos utilizar metodologias de ensino ativas, de modo que o aluno seja o foco, encontramos no campo da Educação Matemática diversas abordagens que podem ser utilizadas. Entre elas, temos a Modelagem Matemática,

que, enquanto abordagem metodológica, favorece o estudante a ser ativo, ter autonomia e ter o controle na tomada de decisão, e, ao professor, acontece uma mudança de agente centralizador para agente mediador.

Arelada a uma abordagem metodológica como a MM, é importante acrescentar uma teoria de aprendizagem que dê suporte às condições cognitivas dos alunos. No caso, temos a *Aprendizagem Significativa*, a qual, juntamente com a UEPS, pode favorecer o aprendizado.

Nesse contexto, nos propomos a discutir a utilização das *Unidades de Ensino Potencialmente Significativas* articuladas com atividades de *Modelagem Matemática*. Para isso, realizamos inicialmente o estudo teórico sobre *Modelagem Matemática, Aprendizagem Significativa* e UEPS.

Na sequência, apresentamos uma atividade já aplicada em sala de aula, que não foi planejada, elaborada e aplicada sob as considerações de uma teoria de aprendizagem. A atividade foi elaborada para se aproximar do Caso 2 (BARBOSA, 2004), ou seja, na situação em que os alunos se deparam com o problema a investigar, mas têm que coletar os dados necessários para a resolução do problema. Nesse caso, o professor tem a tarefa de formular o problema inicial e mediar as discussões, sendo os alunos responsáveis pela condução das tarefas.

Por fim, fizemos uma articulação/adaptação dessa atividade para que ela se tornasse potencialmente significativa. Nesse caso, alguns ajustes foram necessários, tais como realizar discussões anteriores ao problema, fazendo com que os alunos externalizassem seus conhecimentos prévios / subsunçores. Além disso, seria necessário pensar em novas situações que levassem os alunos ao processo de diferenciação progressiva. Um exemplo seria propor aos alunos que calculassem a quantidade de cimento utilizada na construção da Catedral de Toledo ou de Cascavel.

Das possíveis relações que se fizeram presentes entre a MM e a UEPS, cabe destacar que a UEPS, enquanto caminho para elaboração de uma atividade de MM, ajuda a pensar no processo cognitivo individual do aluno, fortalecendo ainda mais aspectos que já eram realçados com o uso da MM, enquanto uma MA. Por exemplo, a autonomia do aluno, a tomada de decisão em grupo e individual e a avaliação colaborativa são potencializadas pela UEPS quando essa, por meio de discussões que levem da diferenciação progressiva a uma

perspectiva integradora, fazem o aluno, enquanto indivíduo, a sistematizar o conteúdo trabalhado na atividade de modelagem, buscando em conteúdos já aprendidos (subsunçores) a articulação/ligação/elo com os novos conteúdos que estão sendo desenvolvidos e aprimorados.

Por fim, vale destacar que seria importante reaplicar a atividade a uma nova turma, a partir dos pressupostos da *Aprendizagem Significativa*, a fim de verificar como se daria a constituição dos conhecimentos aprendidos.

Referências

ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

AUSUBEL, D. P. Early versus delayed review in meaningful learning. **Psychology in Schools**, v. 3, n. 3, p. 195-198, 1966. Disponível em:
<<https://onlinelibrary.wiley.com/toc/15206807/1966/3/3>>. Acesso em: 20 nov. 2018.

AUSUBEL, D. P. **Educational psychology: a cognitive view**. New York, Holt, Rinehart and Winston, 1968.

AUSUBEL, D. P. **The psychology of meaningful verbal learning**. New York, Grune and Stratton, 1963.

BARBOSA, J. C. Modelagem Matemática: O que é? Por quê? Como? **Veritati**, n. 4, p. 73-80, 2004.

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com Modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed., 3ª reimpressão. São Paulo: Contexto, 2011.

BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 3. Ed. São Paulo: Contexto, 2003.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. K. **Investigação Qualitativa em Educação** – uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORSSOI, A. H. **Modelagem matemática, Aprendizagem Significativa e tecnologias: articulações em diferentes contextos educacionais**. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Universidade Estadual de Londrina, Centro de Ciências Exatas, Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática, 2013.

DIAS, S. R.; VOLPATO, A. N (org.). **Práticas inovadoras em metodologias ativas**.

RPEM, Campo Mourão, Pr, v.8, n.16, p.179-205, jul-dez. 2019.

Florianópolis: Contexto Digital, 2017.

FIALHO, F. A. P.; MACHADO, A. B. Metodologias Ativas, Conhecimento Integral, Jung, Montessori E Piaget. In: DIAS, S. R.; VOLPATO, A. N (org.). **Práticas inovadoras em metodologias ativas**. Florianópolis: Contexto Digital, 2017.

GALBRAITH, P. Modelling, teaching, reflecting – what I have learned. In: SLOYER, C. et al. **Advances and perspectives in the teaching of Mathematical modelling and Applications**. Yorklyn, DE: Water Street Mathematics, 1995. p. 21-45.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4.ed. São Paulo: Atlas, 2002.

GOWIN, D. B. **Educating**. New York: Cornell University Press, 1981.

JOHNSON-LAIRD, P. N. **Mental models**. Massachusetts: Harvard University Press, 1983.

KANT, I. **Crítica da Razão Pura**. Trad. Manuela dos Santos e Alexandre Morujão. 3. ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1994.

MAYER, R. **A Linguagem de Oscar Niemeyer**. Dissertação (Mestrado em Arquitetura) - PROPAR. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2003. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/6693>>. Acesso em: 02 fev. 2019.

MEYER, J. F. da C. de A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. dos S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Editora Autêntica, 2011.

MOREIRA, M. A. A Teoria da Aprendizagem Significativa como Teoria Construtivista. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 36-57, 2011b.

MOREIRA, M. A. **A teoria da Aprendizagem Significativa e sua implementação na sala de aula**. Brasília: Editora da UnB, 2006. 185p.

MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005. 45p.

MOREIRA, M. A. Aprendizagem Significativa: um conceito subjacente. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 3, p. 25-46, 2011a.

MOREIRA, M. A. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas (UEPS). **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 2, p. 43-63, 2011c.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Editora Moraes, 1986.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa: a teoria de David**

Ausubel. São Paulo: Centauro Editora. 2. ed. 2006.

MOREIRA, M. A.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem Significativa**: condições para ocorrência e lacunas que levam ao comprometimento. São Paulo: Vetor Editora, 2008.

NOVAK, J. D. **A theory of education**. New York: Cornell University Press, 1977.

SOUZA, G. F de; PINHEIRO, N. A. M. Unidades de Ensino Potencialmente Significativas e o Ensino de Matemática: uma revisão de literatura. In: **SIMPÓSIO NACIONAL DE ENSINO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA**, VI, 2018, Ponta Grossa, **Anais...** Ponta Grossa: UTFPR, 2018.

SOUZA, J. P. F de; ROSA, C. C da. Reflexões sobre a Modelagem Matemática como uma metodologia ativa. In: **EPMEM – ENCONTRO PARANAENSE DE MODELAGEM NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, VIII, 2018, Cascavel. **Anais...** Cascavel: UNIOESTE, 2018.

THOMAS, G. B. **Cálculo**, vol. 1. Tradução: Paulo Boschcov. São Paulo: Addison Wesley, 2002.

VALADARES, J. A. A Teoria da Aprendizagem Significativa como Teoria Construtivista. **Aprendizagem Significativa em Revista**, Porto Alegre, v. 1, n. 1, p. 36-57, 2011.

VALADARES, J. A.; MOREIRA, M. A. **Aprendizagem Significativa**: sua fundamentação e implementação. Coimbra: Edições Almedina, 2009.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptuels. **Récherches en Didactique des Mathématiques**, Paris, v. 10, n. 23, p.133-170, 1990. Disponível em: <<http://rdm.penseesauvage.com/La-theorie-des-champs-conceptuels.html>>. Acesso em: 02 fev. 2019.

VYGOTSKY, L. **Pensamento e linguagem**. São Paulo: Martins Fontes. 1. ed. Brasileira, 1987.

Recebido em: 28 de fevereiro de 2019

Aprovado em: 12 de julho de 2019

ANEXO – Atividade da Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida



Ministério da Educação
Universidade Tecnológica Federal do Paraná - Câmpus Toledo
Coordenação de Matemática - COMAT

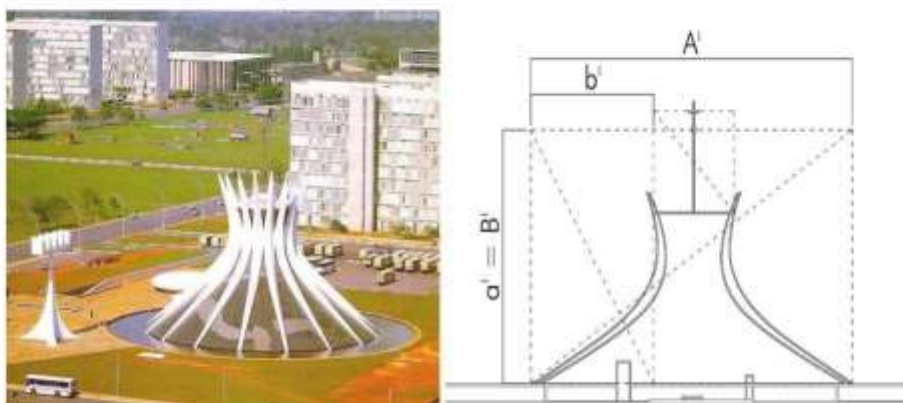


Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida

A Catedral Metropolitana Nossa Senhora Aparecida foi projetada pelo arquiteto Oscar Niemeyer, foi o primeiro monumento a ser criado em Brasília. Sua pedra fundamental foi lançada em 12 de setembro de 1958. Teve sua estrutura pronta em 1960, onde aparecia somente a área circular de setenta metros de diâmetro, da qual se elevam dezesseis colunas de concreto (pilares de seção parabólica) num formato hiperbolóide, que pesam noventa toneladas. O engenheiro Joaquim Cardozo foi o responsável pelo cálculo estrutural que permitiu a construção da catedral. Em 31 de maio de 1970, foi inaugurada de fato, já nesta data com os vidros externos transparentes.

Na praça de acesso ao templo, encontram-se quatro esculturas em bronze com 3 metros de altura, representando os evangelistas; as esculturas são de Alfredo Ceschiatti, com a colaboração de Dante Croce. No interior da nave, estão as esculturas de três anjos, suspensos por cabos de aço. As dimensões e peso das esculturas são de 2,22 m de comprimento e 100 kg a menor; 3,40 m de comprimento e 200 kg a média e 4,25 m de comprimento e trezentos kg a maior.

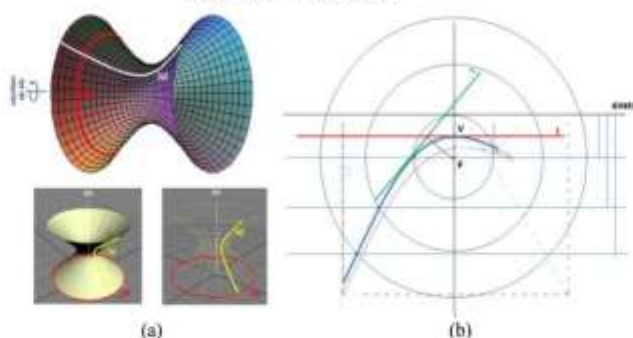
Figura 1 - Catedral Metropolitana



O batistério em forma ovoide teve em suas paredes o painel em lajotas cerâmicas pintadas em 1977 por Athos Bulcão. O campanário composto por quatro grandes sinos, doado pela Espanha, completa o conjunto arquitetônico. A cobertura da nave tem um vitral composto por dezesseis peças em fibra de vidro em tons de azul, verde, branco e marrom inseridas entre os pilares de concreto. Cada peça insere-se em triângulos com dez metros de base e trinta metros de altura que foram projetados por Marianne Peretti em 1990. O altar foi doado pelo papa Paulo VI e a imagem da padroeira Nossa Senhora Aparecida é uma réplica da original que se encontra em Aparecida – São Paulo.

A via sacra é uma obra de Di Cavalcanti. Na entrada da catedral, encontra-se um pilar com passagens da vida de Maria, mãe de Jesus, pintados por Athos Bulcão.

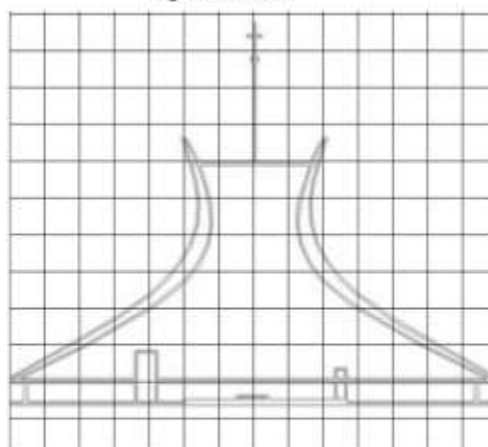
Figura 2 - Hiperbolóide



Voltando-se à configuração espacial da Igreja projetada por Oscar Niemeyer, com o intuito de analisar seu processo de geração, identifica-se que esta foi gerada pelo processo de rotação da curva parábola em torno da diretriz da própria curva e não de seu eixo de simetria, como ocorre nas superfícies clássicas de revolução. Tal processo gerou uma superfície curva que é diferente do hiperbolóide de revolução, embora tenha semelhança visual com este. O processo utilizado por Niemeyer não é de fácil identificação, tornando-se importante demonstrar tais exemplos no contexto didático de formação profissional, tanto da arquitetura, como dos professores de matemática, através de exercícios com técnicas que facilitem reconhecer as superfícies e as curvas que as geram.

A seção frontal da Catedral de Brasília foi subdividida através de uma malha modular quadrada de 1 cm, sendo a figura representada na escala de 1:500, correspondendo cada módulo a 500 cm na obra em tamanho real.

Figura 3 - Escala



Escala 1:500

Cada módulo de 1x1 cm representa 5 metros (500 cm) na obra.

Observando as curvas laterais elas se aproximam de curvas quádricas já estudadas. Assim, surge a pergunta: como podemos fazer para encontrar funções cujos gráficos se ajustem as curvas das laterais da catedral? Em seguida, estime a quantidade de concreto utilizado para a construção dos dezesseis pilares.